Mecánica de fluidos

Sexta edición

Robert L. Mott

Mecánica de fluidos

Sexta edición

Robert L. Mott
Universidad de Dayton

TRADUCCIÓN
Javier Enríquez Brito
Traductor profesional

REVISIÓN TÉCNICA
Javier León Cárdenas
Universidad La Salle

México • Argentina • Brasil • Colombia • Costa Rica • Chile • Ecuador
España • Guatemala • Panamá • Perú • Puerto Rico • Uruguay • Venezuela

Datos de catalogación bibliográfica

MOTT, ROBERT L.

MECÁNICA DE FLUIDOS. Sexta edición.

PEARSON EDUCACIÓN, México, 2006
Área: Ingeniería
ISBN: 970-26-0805-8

Formato: 20 × 25.5 cm Páginas: 644

ISBN 0131146807

Edición en español

Editor:	Pablo Miguel Guerrero Rosas e-mail: pablo.guerrero@pearsoned.com
Editor de desarrollo:	Bernardino Gutiérrez Hernández
Supervisor de producción:	Enrique Trejo Hernández

Edición en inglés

Editor:	Deborah Yarnell
Editorial Assistant:	ReeAnne Davies
Production Editor:	Kevin Happell
Design Coordinator:	Diane Ernsberger
Cover Designer:	Ali Mohrman
Cover art:	Getty Images
Production Manager:	Deidra Schwartz
Director of Marketing:	David Gesell
Marketing Manager:	Jimmy Stephens
Marketing Coordinator:	Elizabeth Farrell

SEXTA EDICIÓN, 2006

Cámara Nacional de la Industria Editorial Mexicana.
Reg. Núm. 1031.

ISBN: 970-26-0805-8

Impreso en México. *Printed in Mexico*.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 - 09 08 07 06

Prefacio

Introducción

El objetivo de este libro es presentar los principios de la mecánica de fluidos y la aplicación de estos principios a problemas prácticos. Se hace hincapié sobre todo en las propiedades de los fluidos; la medición de la presión, densidad y flujo; la estática de los fluidos; el flujo en tuberías y conductos no circulares; la selección de bombas y su aplicación; el flujo en canales abiertos; las fuerzas que desarrollan los fluidos en movimiento; el diseño y análisis de ductos para calefacción, ventilación y aire acondicionado (CVAA); y el flujo de aire y otros gases.

Se presentan aplicaciones en el campo de la mecánica; inclusive la distribución de fluidos industriales y el flujo de potencia en la CVAA; en el campo de la química, que incluye el flujo en sistemas de procesamiento de materiales; y en áreas de los campos de la ingeniería civil y ambiental, donde el objetivo principal es la capacidad de aplicar los principios de la mecánica de fluidos.

Se espera que quienes utilicen este libro sepan álgebra, trigonometría y mecánica. Una vez asimilado el texto, el estudiante deberá ser capaz de diseñar y analizar sistemas prácticos del flujo de fluidos y continuar su aprendizaje en el campo. Después de este curso, los estudiantes podrían emprender la lectura de otros cursos de aplicación, como el flujo de potencia, la CVAA, e hidráulica civil. En forma alternativa, es posible emplear este libro para enseñar temas selectos de mecánica de fluidos dentro de tales cursos.

Enfoque

El enfoque de este libro facilita que el estudiante se involucre en el aprendizaje de los principios de la mecánica de fluidos en seis niveles:

1. Comprensión de los conceptos.
2. Reconocimiento del enfoque lógico hacia las soluciones de los problemas.
3. Capacidad de realizar los análisis y cálculos requeridos en las soluciones.
4. Capacidad de criticar el diseño de un sistema dado y recomendar mejoras.
5. Diseñar sistemas de fluidos, prácticos y eficientes.
6. Empleo de enfoques asistidos por computadora, para diseñar y analizar sistemas de flujo de fluidos.

Este enfoque de niveles múltiples ha contribuido con éxito a que los estudiantes tengan confianza en su capacidad para diseñar y analizar sistemas de fluidos.

Se presentan los conceptos en lenguaje claro, y se ilustran por medio de referencias a sistemas físicos con los que seguramente está familiarizado. Para cada concepto se da la justificación intuitiva, así como las bases matemáticas. Se presentan los métodos de solución de problemas complejos, con procedimientos paso a paso. Se destaca la importancia de reconocer las relaciones entre lo que se sabe, lo que ha de calcularse y la selección del procedimiento de solución.

Muchos problemas prácticos de la mecánica de fluidos requieren largos procedimientos de solución. La experiencia me ha demostrado que los estudiantes suelen tener dificultades para tener presentes los detalles de la solución. Por esta razón, cada ejemplo de problema se resuelve con mucho detalle, incluyendo el manejo de las unidades

en las ecuaciones. En los ejemplos más complejos se utiliza un formato de instrucción programada, donde se pide al estudiante que aporte un segmento corto de la solución antes de que se le muestre el resultado correcto. Los programas son lineales donde un panel presenta un concepto, y después otros plantean una pregunta o requieren que se ejecute cierta operación. El panel siguiente proporciona el resultado correcto y los detalles de su obtención. Después continúa el programa.

Empleamos casi en igual proporción el Sistema Internacional de Unidades (Système International d'Unités, o SI) y el Sistema Inglés. En este libro, la notación para el SI se apega a los lineamientos emitidos por el National Institute of Standards and Technology (NIST), dependiente del U.S. Department of Commerce, en su publicación de 2001: *The International System of Units* (*SI*) (Publicación especial 330 del NIST), editada por Barry N. Taylor.

Solución de problemas y diseño asistidos por computadora

Después de que haya demostrado su destreza para resolver los problemas en forma manual, le recomendamos prosiga con los enfoques asistidos por computadora. Al final de muchos capítulos se incluyen tareas basadas en el uso de computadora. Éstas se resuelven por medio de técnicas como:

- El manejo de una hoja de cálculo, Microsoft Excel, por ejemplo.
- El manejo de software de cómputo técnico.
- El manejo de software comercial para el análisis del flujo de fluidos.

El capítulo 11, Sistemas de tuberías en serie, y el 13, Selección y aplicación de bombas, incluyen ayudas en hojas de cálculo de Excel para resolver problemas de análisis y diseño de sistemas muy complejos. El CD-ROM, que se incluye con el libro, contiene todas las hojas de cálculo que se requieren.

Asimismo, en el CD-ROM encontrará versiones estudiantiles de tres poderosos programas (disponibles en el comercio en su versión completa), desarrollados por Tahoe Design Software, de Nevada City. California. HYDROFLO™ es una herramienta que se basa en Windows, para diseñar y analizar sistemas de flujo de fluidos que tienen una fuente única y un solo punto de descarga. Además, es posible modelar ramales paralelos. Desde una librería extensa de componentes estándar o con datos únicos es posible insertar elementos de tubería, bombas, válvulas y realizar ajustes. Los sistemas se resuelven para flujos en estado estable, presiones, pérdidas de cabeza, cabeza dinámica total y valores de cabeza de succión neta positiva. Este software se emplea para resolver la mayor parte de los problemas del tipo que se presentan en los capítulos 11 a 13.

Pump-Base™ es una extensa base de datos de curvas de rendimiento para bombas reales disponibles en el comercio; y junto con HYDROFLO es útil para seleccionar la bomba más adecuada para el sistema que se diseña. PumpBase genera de manera automática la curva flujo que corresponde a la cabeza para la bomba, sobrepone la curva del sistema y determina el punto de operación de la bomba en éste.

HCALC es una herramienta versátil y manejable, que se coloca en la barra de herramientas de la computadora y calcula los valores de muchos parámetros de la mecánica de fluidos básica, como las pérdidas de energía, la tasa de flujo volumétrico, la velocidad, el número de Reynolds, o los diámetros del tubo, una vez que se introducen los datos pertinentes, tales como la viscosidad del fluido, la gravedad específica, la rugosidad del tubo,y demás detalles conocidos para un problema dado. Usted determina si los cálculos se efectúan con base en los criterios de Darcy-Weisbach, Hazen-Williams, o la ecuación de Manning. En un menú desplegable se ofrecen numerosos valores para la viscosidad de fluidos comunes, y en otro menú se incluyen los valores de la rugosidad para ductos comunes o tubos similares a los que se mencionan en el capítulo 8; asimismo, puede seleccionar el tipo de unidades: ya sea del SI o del Sistema Inglés (Sistema Tradicional de Estados Unidos).

Esta sexta edición continúa el patrón de las ediciones anteriores en cuanto al refinamiento de la presentación de algunos temas, con mejoras notorias en cuanto al atractivo visual y utilidad del libro, actualización de datos y técnicas de análisis, y con la inclusión de material nuevo. Como en la edición anterior, cada capítulo inicia con una sección denominada Panorama. Los apéndices son herramientas que le resultarán muy útiles en el aprendizaje y solución de problemas. Hemos de mencionar que ha sido muy positiva la retroalimentación con los profesores y estudiantes.

Características nuevas en esta sexta edición

La siguiente lista resalta algunas de las mejoras en esta edición.

- Se actualizó un alto porcentaje de las ilustraciones, en términos de realismo, consistencia y calidad gráfica. Entre ellas hay tanques de almacenamiento, bombas, válvulas y ajustes en sistemas de tuberías.
- Muchas de las fotografías de los productos que existen en el comercio fueron actualizadas.
- Se combinó en un solo capítulo el tratamiento del flujo en secciones transversales no circulares con el análisis del flujo en ductos y tubos; lo que permite al estudiante centrarse en los ductos, aunque el segundo permanezca como tema principal. Estos reacomodos afectan los capítulos 6, 8 y 9.
- La mayor parte de los capítulos incluye una lista extensa de sitios en Internet que proporcionan información complementaria muy útil sobre productos disponibles en forma comercial; datos adicionales para resolver problemas y para diseño, tratamiento con mayor profundidad de ciertos temas, información acerca del software para mecánica de fluidos y sobre estándares industriales.
- Se revisaron, actualizaron y ampliaron las referencias al final de cada capítulo.
- En varios capítulos se agregaron procedimientos para resolver problemas y de diseño.
- Cambió el símbolo de la viscosidad dinámica; ahora se emplea η (letra griega eta) en lugar de μ (letra griega mu), para cumplir con la recomendación del NIST.
- En el capítulo 2, en el tema sobre el índice de viscosidad, se proporcionan apoyos gráficos y se profundiza en el análisis.
- Se describe una variedad mayor de dispositivos para medir la viscosidad, y se incluyen algunos que se usan para medir polímeros líquidos y otros fluidos no newtonianos.
- El capítulo 6 incluye un análisis sobre las mangueras, los tubos de plástico y las tuberías.
- También se mejoraron las herramientas gráficas para seleccionar tamaños de tubería, las cuales sirven de apoyo para el estudio de capítulos posteriores y la presentación de proyectos de diseño.
- En el capítulo 9 se incluye una breve reflexión sobre la mecánica de fluidos computacional.
- En el capítulo 10 se aumentó el empleo del coeficiente de flujo C_V para evaluar la caída de presión a través de válvulas, lo que incluye datos del C_V de válvulas de plástico. Se mejoró el uso de factores K (coeficientes de resistencia) con base en el enfoque de la longitud equivalente.
- Se agregó al capítulo 13 la sección Principios Generales de Diseño de Sistemas de Tuberías.
- Asimismo, se agregaron datos para medir la presión de vapor de cuatro fluidos, además de la presión del agua. Esto hace que el análisis de la cabeza de succión positiva sea más completo y permite que se use una variedad más amplia de fluidos en la solución de problemas y en el diseño.
- En el capítulo 13 se ilustran y estudian varios tipos adicionales de bombas. Se extendió el tratamiento del uso de varias unidades de velocidad variable, bombas de operación en paralelo y en serie, el efecto de la viscosidad en el rendimiento de una bomba y el costo del ciclo de vida útil de los sistemas de bombeo de fluidos.

- Se extendió la medida del flujo en canales abiertos hasta incluir el cable de Cipolleti y el tubo de garganta larga con el análisis de datos y ecuaciones. Fueron actualizadas las ecuaciones de flujo para otros tipos de cable y tubos, con base en datos más recientes.
- Se mejoró el capítulo 15 para que incluyera vénturis, estranguladores de flujo, orificios, flujómetros termales de masa y de desplazamiento positivo, y se proporciona nueva información para la medición del nivel e imágenes de flujo.
- En el capítulo 19 se agregaron las formas ovales planas para los ductos.

Para los profesores

En el sitio de Internet http://www.pearsoneducacion.net/mott, encontrará ayudas didácticas que puede descargar de manera gratuita. También podrá acceder al *Manual de soluciones*, el cual podrá descargar con un código de acceso. Para tener acceso a los apoyos didácticos de esta obra, contacte a su representante local de Pearson Educación.

Agradecimientos

Deseo agradecer a todos aquellos que me ayudaron y animaron a escribir este libro, incluidos los usuarios de las ediciones anteriores y los distintos revisores que hicieron sugerencias detalladas: William E. Cole, Northeastern University; Gary Crossman, Old Dominion University; Charles Drake, Ferris State University; Mark S. Frisina, Wentworth Institute of Technology; Dr. Roy A. Hartman, P. E., Texas A & M University; Dr. Greg E. Maksi, State Technical Institute en Memphis; Ali Ogut, Rochester Institute of Technoligy; Paul Ricketts, New Mexico State University; Mohammad E. Taslim, Northeastern University en Boston; Pao-lien Wang, University of North Carolina en Charlotte; y a Steve Wells, Old Dominion University. En especial agradezco a mis colegas, Jesse H. Wilder, David H. Myszka, Rebecca Blust, James Penrod y Joseph A. Untener, de la University of Dayton, quienes utilizaron ediciones anteriores de este libro en sus clases e hicieron sugerencias útiles. Robert L. Wolff, también de la University of Dayton, brindó gran ayuda en el empleo de unidades del SI, con base en su vasta experiencia en el sistema métrico a través de la American Society for Engineering Education. También se consultó al profesor Wolff respecto a las aplicaciones de la potencia de flujos. Estoy muy agradecido por la experiencia profesional y servicio personalizado que me dispensó el equipo editorial y de mercadotecnia de Prentice Hall. James Shough realizó la excelente actualización de las ilustraciones de esta edición. También agradezco los comentarios de los estudiantes que han empleado el libro porque fue escrito para ellos.

Robert L. Mott

Contenido

CAPÍTULO 3
MEDICIÓN DE LA PRESIÓN **52**

CAPÍTULO 4
FUERZAS DEBIDAS A FLUIDOS ESTÁTICOS **83**

CAPÍTULO 5
FLOTABILIDAD Y ESTABILIDAD **123**

CAPÍTULO 6

EL FLUJO DE LOS FLUIDOS Y LA ECUACIÓN DE BERNOULLI **153**

CAPÍTULO 7

ECUACIÓN GENERAL DE LA ENERGÍA **197**

CAPÍTULO 8

NÚMERO DE REYNOLDS, FLUJO LAMINAR, FLUJO TURBULENTO Y PÉRDIDAS DE ENERGÍA DEBIDO A LA FRICCIÓN **226**

CAPÍTULO 9

CAPÍTULO 10

CAPÍTULO 11

CAPÍTULO 17
ARRASTRE Y SUSTENTACIÓN 520

CAPÍTULO 18
VENTILADORES, SOPLADORES, COMPRESORES Y EL FLUJO DE LOS GASES 542

CAPÍTULO 19
FLUJO DE AIRE EN DUCTOS 568

APÉNDICES 589

1 La naturaleza de los fluidos y el estudio de su mecánica

1.1 Panorama

Mapa de aprendizaje

- La *mecánica de fluidos* es el estudio del comportamiento de los fluidos, ya sea que estén en reposo (estática de fluidos) o en movimiento (dinámica de fluidos).
- Los fluidos pueden ser *líquidos* o *gases*.
- En el curso de estas páginas usted aprenderá a reconocer los líquidos comunes y a caracterizarlos por medio de sus propiedades físicas.
- Es importante aprender a analizar el comportamiento de los fluidos cuando fluyen a través de tuberías circulares y por conductos de otras formas
- Se considerará la energía del fluido según su velocidad, elevación y presión.
- Tomar en cuenta las pérdidas y ganancias de energía mientras el fluido pasa a través de los componentes de un sistema de flujo de fluidos, permitirá que analice el rendimiento de dicho sistema.

Descubrimientos

Para comprender mejor, piense en un sistema que contenga un fluido y describa lo siguiente:

- La función o propósito básico del sistema.
- La clase de fluido o fluidos que están en el sistema.
- Las clases de contenedores del fluido o conductos a través de los que fluye.
- Si el fluido circula, ¿qué es lo que ocasiona que ocurra esto? Describa la trayectoria del flujo.
- ¿Qué componentes del sistema oponen resistencia a la circulación del fluido?
- ¿Cuáles características del fluido son importantes para el rendimiento adecuado del sistema?

Mencione algunos sistemas de fluidos que se relacionen con su hogar, edificios comerciales, vehículos, productos de consumo, juguetes, aparatos en parques de diversiones, equipo recreativo, equipo para la construcción u operaciones de manufactura.

Estudie estos sistemas con sus compañeros y con el profesor o asesor del curso.

Los fluidos afectan de muchas maneras la vida cotidiana de los seres humanos. Este curso de mecánica de fluidos le ayudará a entender cómo controlarlos, y así diseñar y analizar sistemas de fluidos para determinar la clase y tamaño de los componentes que debe emplear. Como ejemplo tenemos los tanques de almacenamiento de fluidos, objetos flotantes, sistemas de distribución de agua en los hogares, sistemas que distribuyen fluidos en procesos industriales, sistemas de enfriamiento de vehículos y equipo de manufactura, sistemas de potencia de fluidos y las diferentes partes de los sistemas de calefacción, ventilación y aire acondicionado.

Conceptos introductorios

A continuación presentaremos algunos ejemplos de sistemas de fluidos y el análisis de la forma en que se relacionan con el contenido de este libro:

1. En su hogar usted necesita agua para beber, cocinar, bañarse, limpiar y regar las plantas, entre otros muy diversos usos. Además, elimina los desperdicios de la casa a través de coladeras, drenajes y excusados. En su encauzamiento, el agua de la lluvia, de la nieve que se derrite, y del subsuelo, debe manejarse para llevarla fuera del hogar por medio de canaletas, ductos, canales y bombas de fosas sépticas. Piense cómo llega el agua a su hogar. ¿Cuál es el destino final de ella: el lecho de un río, el almacenamiento o el subsuelo? ¿Se almacena en tanques en algún lugar antes de llegar a su casa? Observe que el sistema hidráulico necesita una presión muy alta para que sea eficaz y para que fluya de modo confiable a través del sistema. ¿Cómo se genera dicha presión? ¿Existen bombas en el sistema? Describa su función y la forma en que operan? ¿Desde dónde impulsa el agua cada bomba? ¿A qué lugares se traslada el líquido? ¿Qué cantidad de fluido se necesita en los puntos de llegada? ¿Qué presiones se requiere? ¿Cómo se controla el flujo del agua? ¿Qué materiales se usan para fabricar las tuberías, tubos, tanques y otros contenedores o conductos? Conforme estudie los capítulos 6 a 13, usted aprenderá a analizar y diseñar sistemas en los cuales el agua fluye por una tubería o un tubo. En el capítulo 14 estudiaremos los casos del flujo en canales abiertos, como las canaletas instaladas en su hogar.

2. Describa el sistema que almacena y distribuye la gasolina hacia el motor de su automóvil. ¿Cómo se maneja el fluido para lavar el parabrisas? Describa el sistema de enfriamiento y la naturaleza del líquido refrigerante. ¿Qué sucede cuando se aplican los frenos, específicamente en lo relacionado con el fluido hidráulico del sistema de frenado? Los conceptos de los capítulos 6 a 13 le ayudarán a describir y analizar esta clase de sistemas.

3. Considere el rendimiento de un sistema de manufactura automatizado que se impulsa por medio de sistemas de potencia de fluidos como el que se muestra en la figura 1.1. Describa las características de los fluidos, bombas, tubos, válvulas y otros componentes del sistema. ¿Cuál es la función de este sistema? ¿Cómo lleva a cabo su función el fluido? ¿Cómo se introduce energía al sistema y cómo se disipa fuera de éste?

4. Piense en las clases de objetos que suelen flotar en los fluidos: lanchas, balsas, barcazas y boyas, entre otros. ¿Por qué flotan? ¿En qué posición u orientación flotan? ¿Por qué mantienen su posición y orientación? Más adelante, en el capítulo 5, describiremos los principios de *flotabilidad* y *estabilidad*.

5. ¿Qué ejemplos se le ocurren en los que fluidos en reposo o en movimiento ejerzan fuerza sobre un objeto? Cualquier recipiente que contenga un fluido a presión nos sirve de ejemplo. Piense en una alberca, un cilindro hidráulico, una presa o dique de contención de un fluido, un sistema de lavado a alta presión, una toma contra incendios, el viento durante un tornado o huracán y el agua que fluye a través de una turbina para generar energía. ¿Qué ejemplos imagina? Estos casos se analizarán en los capítulos 4, 16 y 17.

6. Piense en las situaciones en las que es importante medir la tasa de flujo del fluido en un sistema, o la cantidad total de fluido que se distribuye. Considere la medición de la gasolina que ingresa a su automóvil, de modo que pague sólo lo que obtiene. La compañía que

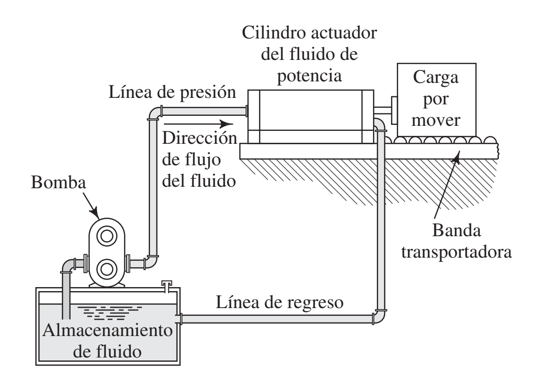


FIGURA 1.1 Sistema común de tubería para fluidos de potencia.

distribuye el agua quiere saber cuánta consume usted en un mes dado. Es frecuente que los fluidos deben ser medidos con cuidado en los procesos de producción de las fábricas. Las medicinas líquidas y el oxígeno que se proporciona a los pacientes de un hospital deben ser medidos en forma continua para una mayor seguridad de los consumidores. En el capítulo 15 trataremos la medición del flujo.

1.2 OBJETIVOS

Al terminar este capítulo podrá:

1. Diferenciar entre un gas y un líquido.
2. Definir *presión*.
3. Identificar las unidades de las cantidades fundamentales de tiempo, longitud, fuerza y masa, en el SI (Sistema Internacional).
4. Identificar las unidades de las cantidades fundamentales de tiempo, longitud, fuerza y masa en el Sistema Tradicional de Unidades de Estados Unidos.
5. Plantear ecuaciones en forma apropiada para garantizar la consistencia de las unidades.
6. Definir la relación entre *fuerza* y *masa*.
7. Definir *densidad*, *peso específico* y *gravedad específica*.
8. Identificar las relaciones entre *peso específico*, *gravedad específica* y *densidad*, y resolver problemas por medio de ellas.
9. Definir *tensión superficial*.

1.3 CONCEPTOS FUNDAMENTALES INTRODUCTORIOS

- *Presión.* La presión se define como la cantidad de fuerza que se ejerce sobre una unidad de área de una sustancia, o sobre una superficie. Se enuncia por medio de la ecuación:

$$p = \frac{F}{A} \tag{1–1}$$

Los fluidos están sujetos a variaciones grandes de presión, en función del sistema en el que se utilizan. La leche contenida en un vaso se halla a la misma presión que ejerce el aire sobre ella. El agua, en el sistema de tuberías doméstico, está a una presión más grande que la atmosférica para que salga con rapidez del grifo. Es común que en un sistema de fluido de potencia, el aceite se mantenga a una presión elevada que permita ejercer una enorme fuerza, para que el equipo de construcción o los dispositivos automáticos de una fábrica actúen. Con frecuencia almacenamos gases como el oxígeno, nitrógeno y helio en cilindros muy resistentes a presión alta, para permitir que haya una cantidad grande en un volumen relativamente pequeño. También es frecuente que en las estaciones de servicio y de manufactura utilicemos aire comprimido, para operar herramientas o inflar llantas. En el capítulo 3 profundizaremos en el tema de la presión.

- *Líquidos y gases* Los fluidos pueden ser líquidos o gases.

Si un líquido se almacena en un contenedor, tiende a adoptar la forma de éste, y cubre el fondo y las paredes laterales. La superficie, en contacto con la atmósfera, mantiene un nivel uniforme. Cuando el contenedor se inclina, el líquido tiende a derramar.

Si se mantiene un gas a presión en un recipiente cerrado, tiende a expandirse y llenarlo por completo. Si el contenedor se abriera, el gas tendería a expandirse aún más y a escapar de él.

Además de estas diferencias familiares entre los gases y los líquidos, existe otra que es importante mencionar en el estudio de la mecánica de fluidos. Piense en lo que pasa a un líquido o gas cuando se incrementa la presión a que están sujetos. Si hay aire (un gas) dentro de un cilindro equipado con un émbolo móvil y muy ajustado, es posible comprimirlo con mucha facilidad si se le empuja. Tal vez usted haya empleado alguna vez una bomba de mano para inflar las llantas de una bicicleta, una pelota de playa, un colchón de aire o un balón de básquetbol. Conforme se oprime el émbolo,

el volumen del gas se reduce de manera apreciable, al tiempo que la presión se incrementa. Pero ¿qué pasaría si el cilindro contuviera agua en lugar de aire? Podría aplicarse una fuerza enorme, lo que aumentaría la presión del agua, pero su volumen cambiaría muy poco. Esta observación nos conduce a las descripciones generales de líquidos y gases que emplearemos más adelante:

1. Los gases se comprimen con facilidad.
2. Los líquidos se comprimen muy poco.

En el capítulo 3 estudiaremos con más detalle la *compresibilidad*. Cabe aclarar que en el presente libro trataremos, sobre todo, acerca de los líquidos.

- *Peso y masa* Para comprender las propiedades de los fluidos, es necesario saber diferenciar el peso de la *masa*. Se aplican las definiciones siguientes:

> ***La masa es la propiedad que tiene un cuerpo de fluido, es la medida de la inercia o resistencia a cambiar el movimiento de éste. También es la medida de la cantidad de fluido.***

En este libro se usa el símbolo *m* para denotar la masa.

> ***El peso es la cantidad que pesa un cuerpo de fluido, es decir: la fuerza con la que el fluido es atraído hacia la Tierra por la acción de la gravedad.***

Para el peso, se utiliza el símbolo *w*.

En la sección 1.6 estudiaremos la relación entre masa y peso, en tanto se revisan los sistemas de unidades que se emplearán en el libro. Usted deberá estar familiarizado tanto con el Sistema Internacional de Unidades (*SI*) como con el Sistema Tradicional de Unidades de Estados Unidos.

- *Propiedades de los fluidos* En la última parte de este capítulo presentaremos otras propiedades de los fluidos: *peso específico, densidad, gravedad específica y tensión superficial*. En el capítulo 2 añadiremos otra propiedad: la viscosidad, que es la medida de la facilidad con que fluye un fluido. También es importante para determinar el carácter del flujo de los fluidos y la cantidad de energía que se pierde en un sistema de flujo, como bien se verá en los capítulos 8 y 9.

1.4 EL SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES (SI)

En cualquier trabajo técnico deben establecerse las unidades en que se miden las propiedades físicas. Un sistema de unidades especifica las unidades de las cantidades fundamentales de longitud, tiempo, fuerza y masa. Las unidades de otros términos se derivan de éstas.

La referencia definitiva para el uso estándar de las unidades métricas en todo el mundo es el Sistema Internacional de Unidades (Système International d'Unités), conocido por su abreviatura SI. En los Estados Unidos, el estándar se presenta en la publicación del National Institute of Standards and Technology (NIST), U.S. Department of Commerse, *The International System of Units* (*SI*) (Special Publication 330), editada por Barry N. Taylor en el 2001 (vea la referencia 1). Éste es el estándar que se usará en el presente libro.

Las unidades del SI para las cantidades básicas son las siguientes:

$$\begin{aligned} \text{longitud} &= \text{metro (m)} \\ \text{tiempo} &= \text{segundo (s)} \\ \text{masa} &= \text{kilogramo (kg) o } \text{N}\cdot\text{s}^2/\text{m} \\ \text{fuerza} &= \text{newton (N) o } \text{kg}\cdot\text{m/s}^2 \end{aligned}$$

Como se indica, una unidad equivalente para la fuerza es el $\text{kg}\cdot\text{m/s}^2$. Ésta se obtiene de la relación entre fuerza y masa,

$$F = ma$$

TABLA 1.1 Prefijos del SI.

Prefijo	Símbolo del SI	Factor
giga	G	$10^9 = 1\,000\,000\,000$
mega	M	$10^6 = 1\,000\,000$
kilo	k	$10^3 = 1\,000$
mili	m	$10^{-3} = 0.001$
micro	μ	$10^{-6} = 0.000\,001$
nano	n	$10^{-9} = 0.000\,000\,001$

donde a es la aceleración expresada en unidades de m/s^2. Por tanto, la unidad obtenida para la fuerza es

$$F = ma = \text{kg·m/s}^2 = \text{N}$$

Así, una fuerza de 1.0 N daría a una masa de 1.0 kg una aceleración de 1.0 m/s^2. Esto significa que como unidad de fuerza se puede usar el N o el kg·m/s^2. En realidad, algunos cálculos de este libro requieren que sea capaz de manejar ambas unidades.

De manera similar, además de usar el kg como la unidad estándar de masa, se puede emplear la unidad equivalente de N·s^2/m. Ésta se obtiene también de la ecuación $F = ma$:

$$m = \frac{F}{a} = \frac{\text{N}}{\text{m/s}^2} = \frac{\text{N·s}^2}{\text{m}}$$

Así, como unidad de masa se puede usar tanto el kg como el N·s^2/m.

1.4.1 Prefijos de las unidades del SI

Debido a que el tamaño real de las cantidades físicas presentes en el estudio de la mecánica de fluidos cubre un rango amplio, agregamos prefijos a las cantidades fundamentales. (Vea la tabla 1.1.) El uso estándar del SI reclama que sólo se manejen prefijos que varíen en rangos de 10^3, como se muestra en la tabla. Es normal que los resultados de los cálculos sean ajustados, de modo que el número encontrado esté entre 0.1 y 10 000 por algún múltiplo de 10^3.* Luego, se especifica la unidad apropiada con un prefijo. A continuación mostraremos algunos ejemplos:

Resultado calculado	Resultado que se reporta
0.004 23 m	4.23×10^{-3} m, o 4.23 mm (milímetros)
15 700 kg	15.7×10^3 kg, o 15.7 Mg (megagramos)
86 330 N	86.33×10^3 N, o 86.33 kN (kilonewtons)

1.5 EL SISTEMA TRADICIONAL DE UNIDADES DE ESTADOS UNIDOS

El Sistema Tradicional de Unidades de Estados Unidos, a veces llamado *Sistema gravitacional de unidades inglesas* o sistema *libra-pie-segundo*, define las cantidades fundamentales así:

longitud = pie (pie)
tiempo = segundo (s)
fuerza = libra (lb)
masa = slug o lb-s^2/pie

* Debido a que en muchos países emplean comas para separar los decimales, no se emplearán éstas para separar grupos de dígitos. Separaremos los dígitos en grupos de tres, contando a partir tanto a la izquierda como a la derecha del punto decimal, y se dejará un espacio para separar los grupos de tres dígitos. No habrá espacio si sólo hay cuatro dígitos a la izquierda o derecha del punto decimal, a menos que lo requiera una presentación tabular.

Es probable que de éstas, la unidad más difícil de entender sea el slug, debido a que estamos familiarizados con la medición en términos de libras, segundos y pies. Tal vez nos ayude observar la relación que existe entre fuerza y masa,

$$F = ma$$

donde a es la aceleración expresada en unidades de pies/s^2. Por tanto, la unidad derivada para la masa es

$$m = \frac{F}{a} = \frac{\text{lb}}{\text{pies/s}^2} = \frac{\text{lb-s}^2}{\text{pie}} = \text{slug}$$

Esto significa que para la unidad de masa se puede utilizar tanto los slugs como las lb-s^2/pie. De hecho, algunos cálculos de este libro requieren que usted sea capaz de manejar ambas unidades.

1.6 PESO Y MASA

En este libro se hace una distinción tajante entre el peso y la masa. El peso es una fuerza y la masa es la cantidad de una sustancia. Ambos términos se relacionan por medio de la aplicación de la ley de la gravitación de Newton, que dice que *la fuerza es igual a la masa multiplicada por la aceleración*; es decir,

$$F = ma$$

Hablar del peso w, implica que la aceleración es igual a g, que es la aceleración de la gravedad. Entonces, la ley de Newton se transforma en

$$w = mg \tag{1–2}$$

En este libro se usará el valor de $g = 9.81$ m/s^2 en el sistema SI, y $g = 32.2$ pies/s^2 en el Sistema Tradicional de Estados Unidos. Éstos son los valores estándar de g en la Tierra, con tres cifras significativas. Con un grado mayor de precisión se tiene que los valores estándar son $g = 9.806\ 65$ m/s^2 y $g = 32.1740$ pies/s^2. Para trabajos de mayor precisión y elevaciones grandes (como aquéllas de las operaciones aeroespaciales), en los que el valor real de g es diferente del estándar, debe usarse el valor local que tenga.

1.6.1 El peso y la masa en el SI de unidades

Por ejemplo, considere una roca con una masa de 5.60 kg suspendida de un alambre. Para determinar la fuerza que se ejerce sobre el alambre se usa la ley de la gravitación de Newton ($w = mg$):

$$w = mg = \text{masa} \times \text{la aceleración de la gravedad}$$

Como en condiciones estándar $g = 9.81$ m/s^2, tenemos

$$w = 5.60\ \text{kg} \times 9.81\ \text{m/s}^2 = 54.9\ \text{kg}\cdot\text{m/s}^2 = 54.9\ \text{N}$$

Así, 5.60 kg de la roca pesan 54.9 N.

También se puede calcular la masa de un objeto si se conoce su peso. Por ejemplo, suponga que se midió el peso de una válvula y resultó ser de 8.25 N. ¿Cuál es su masa? Tenemos

$$w = mg$$

$$m = \frac{w}{g} = \frac{8.25\ \text{N}}{9.81\ \text{m/s}^2} = \frac{0.841\ \text{N}\cdot\text{s}^2}{\text{m}} = 0.841\ \text{kg}$$

1.6.2 El peso y la masa en el Sistema Tradicional de Unidades de Estados Unidos

La relación entre el peso y la masa en el Sistema Tradicional de Unidades de Estados Unidos se ilustrará con el siguiente ejemplo: supongamos que medimos el peso de un contenedor de aceite y resultó ser de 84.6 lb. ¿Cuál es su masa? Se tiene

$$w = mg$$
$$m = w/g = 84.6\ \text{lb}/32.2\ \text{pies/s}^2 = 2.63\ \text{lb-s}^2\text{/pie} = 2.63\ \text{slugs}$$

1.6.3 La masa expresada como lbm (libras-masa)

En el análisis de sistemas de fluidos, algunos profesionales utilizan la unidad lbm (libras-masa) como unidad de masa, en lugar de la unidad de slug. En este sistema, un objeto o cantidad de fluido que tenga un peso de 1.0 lb tiene una masa de 1.0 lbm. En ocasiones se designa la libra-fuerza como lbf. Debe observarse que la equivalencia numérica de las lbf y las lbm se aplica *sólo* si el valor de g es igual al valor estándar.

En este libro evitamos dicho sistema porque no es coherente. Si se intenta relacionar las unidades de fuerza y masa por medio de la ley de Newton, obtenemos

$$F = ma = \text{lbm(pies/s}^2) = \text{lbm-pie/s}^2$$

Esto *no* es lo mismo que la lbf.

Para superar esta dificultad, se define una constante de conversión que por lo común se denomina g_c, y que tiene tanto valor numérico como unidades. Es decir

$$g_c = \frac{32.2\ \text{lbm}}{\text{lbf/(pies/s}^2)} = \frac{32.2\ \text{lbm-pies/s}^2}{\text{lbf}}$$

Entonces, para convertir lbm a lbf se utiliza una forma modificada de la ley de Newton:

$$F = m(a/g_c)$$

Al hacer que la aceleración $a = g$, encontramos que

$$F = m(g/g_c)$$

Por ejemplo, para determinar el peso en lbf de cierto material que tiene una masa de 100 lbm, suponiendo que el valor local de g es igual al valor estándar de 32.2 pies/s^2, se obtiene

$$w = F = m\frac{g}{g_c} = 100\ \text{lbm}\ \frac{32.2\ \text{pies/s}^2}{32.2\ \dfrac{\text{lbm-pies/s}^2}{\text{lbf}}} = 100\ \text{lbf}$$

Esto demuestra que el peso en lbf es numéricamente igual a la masa en lbm, siempre que $g = 32.2$ pies/s^2.

Sin embargo, si el análisis se hiciera a un objeto o fluido en la Luna, donde el valor de g es aproximadamente $^1/_6$ del de la Tierra (5.4 pies/s^2), tendríamos

$$w = F = m\frac{g}{g_c} = 100\ \text{lbm}\ \frac{5.4\ \text{pies/s}^2}{32.2\ \dfrac{\text{lbm-pies/s}^2}{\text{lbf}}} = 16.8\ \text{lbf}$$

Ésta es una diferencia muy marcada.

En resumen, debido a la naturaleza complicada de la relación entre las lbm y las lbf, en este libro se ha evitado el uso de estas unidades. Cuando los problemas involucren al Sistema Tradicional de Unidades de Estados Unidos, expresaremos la masa en slugs.

1.7 TEMPERATURA

Lo más frecuente es que la temperatura se indique en °C (grados Celsius) o en °F (grados Fahrenheit). Es probable que, para la Tierra, usted esté familiarizado con los siguientes valores a nivel del mar:

El agua se congela a 0 °C y hierve a 100 °C.

El agua se congela a 32 °F y hierve a 212 °F.

Así, entre los dos datos de los mismos puntos físicos hay 100 grados Celsius y 180 grados Fahrenheit, con lo que 1.0 grado Celsius es igual a 1.8 grados Fahrenheit, con toda exactitud. A partir de estas observaciones, definiremos los procedimientos de conversión entre estos dos sistemas del modo siguiente:

Dada la temperatura T_F en °F, la temperatura T_C en grados Celsius es:

$$T_C = (T_F - 32)/1.8$$

Dada la temperatura T_C en °C, la temperatura T_F en grados Fahrenheit es:

$$T_F = 1.8T_C + 32$$

Por ejemplo, dada $T_F = 180$ °F, se tiene:

$$T_C = (T_F - 32)/1.8 = (180 - 32)/1.8 = 82.2\ °\text{C}$$

Dada $T_C = 33$ °C, entonces:

$$T_F = 1.8T_C + 32 = 1.8(33) + 32 = 91.4\ °\text{F}$$

En este libro se empleará la escala Celsius cuando los problemas involucren unidades del SI, y la escala Fahrenheit si se manejan unidades Tradicionales de Estados Unidos.

1.7.1 Temperatura absoluta

Hemos definido las escalas Celsius y Fahrenheit de acuerdo con puntos de referencia arbitrarios, aunque los de la escala Celsius son convenientes en relación con las propiedades del agua. Por otro lado, la temperatura absoluta se define de modo que el punto cero corresponde a la condición en que se detiene el movimiento molecular. Esto se denomina *cero absoluto*.

En el SI de unidades, la unidad estándar de temperatura es el grado Kelvin (K), y el punto de referencia (cero) es el cero absoluto. Observe que no hay símbolo de grados que se adjunte a K. El intervalo entre los puntos en la escala Kelvin es el mismo que el que se utiliza para la escala Celsius. Las mediciones han demostrado que el punto de congelación del agua es 273.15 K por arriba del cero absoluto. La conversión de la escala Celsius a la Kelvin se realiza por medio de la siguiente relación:

$$T_K = T_C + 273.15$$

Por ejemplo, dado $T_C = 33$ °C, entonces,

$$T_K = T_C + 273.15 = 33 + 273.15 = 306.15\ \text{K}$$

También se ha demostrado que el cero absoluto en la escala Fahrenheit se encuentra a −459.67 °F. En ciertas referencias se encontrará otra escala de temperatura absoluta denominada escala Rankine, en la que el intervalo es el mismo que para la escala Fahrenheit. El cero absoluto está a 0 °R, y cualquier medición en grados Fahrenheit se convierte a °R por medio de la relación

$$T_R = T_F + 459.67$$

Asimismo, dada la temperatura en °F, la temperatura absoluta en K se calcula a partir de:

$$T_K = (T_F + 459.67)/1.8 = T_R/1.8$$

Por ejemplo, dada $T_F = 180$ °F, la temperatura absoluta en K es:

$$T_K = (T_F + 459.67)/1.8 = (180 + 459.67)/1.8 = (639.67\ °\text{R})/1.8 = 355.37\ \text{K}$$

1.8 UNIDADES CONSISTENTES EN UNA ECUACIÓN

Los análisis requeridos en la mecánica de fluidos involucran la manipulación algebraica de varios términos. Es frecuente que las ecuaciones sean complejas, y es importante en extremo que los resultados sean correctos en cuanto a sus dimensiones. Es decir, deben expresarse en las unidades apropiadas. En efecto, si las unidades en una ecuación no son consistentes, las respuestas tendrán un valor numérico erróneo. Las tablas 1.2 y 1.3 resumen las unidades estándar y de otro tipo para las cantidades que se emplean en la mecánica de fluidos.

Un procedimiento directo y sencillo, denominado *cancelación de unidades,* garantiza que en cualquier cálculo encontremos las unidades apropiadas; no sólo en la mecánica de fluidos, sino virtualmente en todo trabajo técnico que usted lleve a cabo. A continuación listaremos los seis pasos del procedimiento:

PROCEDIMIENTO DE CANCELACIÓN DE UNIDADES

1. Despeje, de la ecuación en forma algebraica el término que se desea.
2. Decida cuáles son las unidades apropiadas para el correcto resultado.
3. Sustituya los valores conocidos, con sus unidades inclusive.

TABLA 1.2 Unidades del SI para cantidades comunes manejadas en mecánica de fluidos.

Cantidad	Definición básica	Unidades estándar del SI	Otras unidades manejadas con frecuencia
Longitud	—	metro (m)	milímetro (mm); kilómetro (km)
Tiempo	—	segundo (s)	hora (h); minuto (min)
Masa	Cantidad de una sustancia	kilogramo (kg)	$N{\cdot}s^2/m$
Fuerza o peso	Empujar o tirar de un objeto	newton (N)	$kg{\cdot}m/s^2$
Presión	Fuerza/área	N/m^2 o pascal (Pa)	kilopascales (kPa); bar
Energía	Fuerza por distancia	N•m o Joule (J)	$kg{\cdot}m^2/s^2$
Potencia	Energía/tiempo	N•m/s o J/s	watt (W); kW
Volumen	$(\text{Longitud})^3$	m^3	litro (L)
Área	$(\text{Longitud})^2$	m^2	mm^2
Flujo volumétrico	Volumen/tiempo	m^3/s	L/s; L/min; m^3/h
Flujo en peso	Peso/tiempo	N/s	kN/s; kN/min
Flujo másico	Masa/tiempo	kg/s	kg/h
Peso específico	Peso/volumen	N/m^3	$kg/m^2{\cdot}s^2$
Densidad	Masa/volumen	kg/m^3	$N{\cdot}s^2/m^4$

TABLA 1.3 Unidades tradicionales de Estados Unidos para cantidades comunes que se manejan en mecánica de fluidos.

Cantidad	Definición básica	Unidades estándar de Estados Unidos	Otras unidades que se manejan con frecuencia
Longitud	—	pies (pies)	pulgadas (pulg); millas (mi)
Tiempo	—	segundo (s)	hora (h); minuto (min)
Masa	Cantidad de una sustancia	slugs	$lb{\cdot}s^2/pie$
Fuerza o peso	Empujar o tirar de un objeto	libra (lb)	kip (1000 lb)
Presión	Fuerza/área	lb/pie^2 o psf	$lb/pulg^2$ o psi; $kip/pulg^2$ o ksi
Energía	Fuerza por distancia	lb•pie	lb•pulg
Potencia	Energía/tiempo	lb•pie/s	caballo de fuerza (hp)
Volumen	$(\text{Longitud})^3$	pie^3	galón (gal)
Área	$(\text{Longitud})^2$	pie^2	$pulg^2$
Flujo volumétrico	Volumen/tiempo	pie^3/s o cfs	gal/min (gpm); pie^3/min (cfm)
Flujo en peso	Peso/tiempo	lb/s	lb/min; lb/h
Flujo másico	Masa/tiempo	slugs/s	slugs/min; slugs/h
Peso específico	Peso/volumen	lb/pie^3	
Densidad	Masa/volumen	$slugs/pie^3$	

4. Cancele las unidades de cualquier término que aparezcan en el numerador y en el denominador.
5. Utilice factores de conversión para eliminar las unidades no deseadas, y obtenga las que, a su juicio, en el paso 2 son apropiadas.
6. Lleve a cabo el cálculo.

Si se ejecuta en forma correcta este procedimiento, funcionará con cualquier ecuación. En realidad es muy sencillo, pero para manejarlo se requiere cierta práctica. Para ilustrar el método se empleará cierto material de la física elemental, con el que debe estar familiarizado. Sin embargo, como la sabiduría aconseja, la mejor manera de aprender a hacer algo es hacerlo. Los siguientes ejemplos de problemas se presentarán en un formato llamado *enseñanza programada*, donde se le guiará paso a paso a través de ellos, y se pedirá su participación.

Para realizar el programa debe cubrir, con algún papel que no sea transparente, todo el material que esté debajo del encabezado que dice *Problema modelo programado*. Además, deberá tener a la mano una hoja en blanco para llevar a cabo las operaciones que se le soliciten. Después, descubrirá un panel a la vez, hacia abajo, hasta la línea gruesa que va de un lado a otro de la página. El primer panel presenta un problema y pide que usted realice alguna operación o responda una pregunta. Después de cumplir con las instrucciones, descubrirá el panel siguiente, el cual contiene información para que usted compruebe su resultado. Hecho esto, repetirá el proceso con el panel siguiente, y así sucesivamente a través del programa.

Hay que recordar que el propósito central es ayudarle a que aprenda cómo obtener la respuesta correcta, por medio del método de cancelación de unidades. Es posible, además, que usted quiera consultar la tabla de factores de conversión, en el apéndice K.

PROBLEMA MODELO PROGRAMADO

☐ **PROBLEMA MODELO 1.1** Imagine que viaja en automóvil a una velocidad constante de 80 kilómetros por hora (km/h). ¿Cuántos segundos (s) tomaría viajar 1.5 km?

Para obtener la solución, se emplea la ecuación

$$s = vt$$

donde s es la distancia recorrida, v es la velocidad y t es el tiempo. Con el procedimiento de cancelación de unidades que describimos conteste ¿qué hay que hacer primero?

El primer paso es despejar para el término que se desea. Como se pide encontrar el tiempo, debe haberse escrito

$$t = \frac{s}{v}$$

Ahora, lleve a cabo el paso 2 del procedimiento descrito.

El paso 2 consiste en decidir cuáles son las unidades apropiadas para encontrar el resultado. (En este caso son unidades de tiempo.) Por el enunciado del problema, las unidades apropiadas son los segundos. Si no se hubiera dado ninguna especificación para las unidades, pudiera haberse elegido alguna unidad aceptable de tiempo; horas, por ejemplo.

Continúe con el paso 3.

El resultado debe parecerse a

$$t = \frac{s}{v} = \frac{1.5\ \text{km}}{80\ \text{km/h}}$$

Para fines de la cancelación, no es conveniente tener las unidades en la forma de una fracción compuesta, como la anterior. Para simplificarla a una fracción simple se escribe

$$t = \frac{\dfrac{1.5\,\text{km}}{1}}{\dfrac{80\,\text{km}}{\text{h}}}$$

Que se reduce a

$$t = \frac{1.5\,\text{km}\cdot\text{h}}{80\,\text{km}}$$

Después de alguna práctica, las ecuaciones se escriben directamente en esa forma. Ahora, desarrolle el paso 4 del procedimiento.

Así, el resultado debe parecerse a

$$t = \frac{1.5\,\cancel{\text{km}}\cdot\text{h}}{80\,\cancel{\text{km}}}$$

Esto ilustra que las unidades se cancelan igual que los números, si es que aparecen tanto en el numerador como en el denominador de una ecuación.

Proceda con el paso 5.

La respuesta podría quedar así:

$$t = \frac{1.5\,\cancel{\text{km}}\cdot\cancel{\text{h}}}{80\,\cancel{\text{km}}} \times \frac{3600\text{ s}}{1\,\cancel{\text{h}}}$$

La ecuación en el panel anterior produjo el resultado para el tiempo en horas, una vez que se cancelaron las unidades en kilómetros. Aunque las horas son una unidad aceptable de tiempo, la unidad que se pide es en segundos, como se determinó en el paso 2. Así, el factor de conversión que se requiere es 3600 s/1 h.

¿Cómo se supo que había que multiplicar y no dividir?

Las unidades lo determinan. Nuestro objetivo al utilizar el factor de conversión era eliminar la unidad de hora y obtener la unidad de segundo. Debido a que la unidad de hora que no se quería estaba en el numerador de la ecuación original, la unidad de hora en el factor de conversión debía estar en el denominador, a fin de que se cancelaran.

Ahora que ya se tiene la unidad de tiempo en segundos, se prosigue con el paso 6.

La respuesta correcta es $t = 67.5$ s.

■

1.9 DEFINICIÓN DE PRESIÓN

PRESIÓN

Se define *presión* como la cantidad de fuerza que se ejerce sobre una unidad de área de alguna sustancia. Esto se enuncia por medio de la ecuación

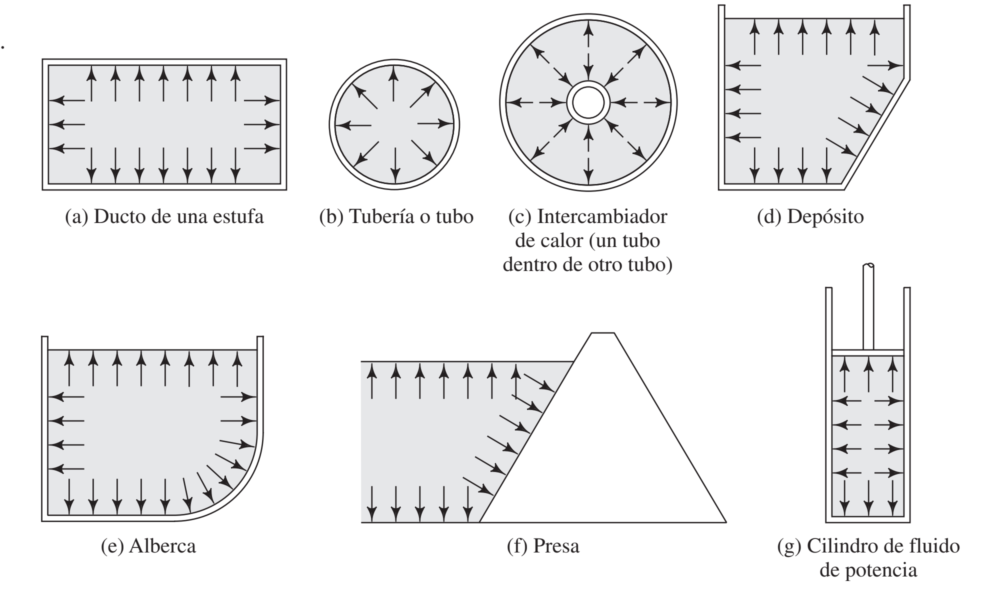
$$p = \frac{F}{A} \tag{1–3}$$

Blas Pascal, científico francés del siglo XVII, describió dos principios importantes acerca de la presión:

FIGURA 1.2 La presión actúa sobre un volumen pequeño de fluido de modo uniforme y en todas direcciones.

Superficie del fluido

FIGURA 1.3 Dirección de la presión del fluido sobre las fronteras.



- La presión actúa de modo uniforme en todas las direcciones de un volumen pequeño de fluido.
- En un fluido confinado por fronteras sólidas, la presión actúa de manera perpendicular a la pared.

En las figuras 1.2 y 1.3 ilustramos estos principios, los cuales suelen recibir el nombre de *leyes de Pascal*.

Si se conoce la cantidad de fuerza que se ejerce sobre un área dada, es posible calcular la magnitud de la presión en un fluido, por medio de la ecuación (1-3) y la segunda ley de Pascal.

☐ **PROBLEMA MODELO 1.2** La figura 1.4 muestra un contenedor de líquido con un émbolo móvil que soporta una carga. Calcule la magnitud de la presión en el líquido bajo el émbolo, si el peso total de éste y el de la carga es de 500 N, y el área del émbolo es de 2500 mm^2.

Solución Es razonable suponer que la tarea de soportar la carga la realiza la superficie total del fluido que se encuentra bajo el émbolo. La segunda ley de Pascal establece que la presión del fluido actúa en forma perpendicular al émbolo. Entonces, según la ecuación (1-3), tenemos

$$p = \frac{F}{A} = \frac{500\ \text{N}}{2500\ \text{mm}^2} = 0.20\ \text{N/mm}^2$$

La unidad estándar de presión en el SI es el N/m^2, y recibe el nombre de *pascal* (Pa), en honor del matemático, físico y filósofo Blas Pascal. La conversión se realiza por medio del factor 10^3 mm = 1 m. Entonces,

$$p = \frac{0.20\ \text{N}}{\text{mm}^2} \times \frac{(10^3\ \text{mm})^2}{\text{m}^2} = 0.20 \times 10^6\ \text{N/m}^2 = 0.20\ \text{MPa}$$

Observe que la presión expresada en N/mm^2 es numéricamente igual a la presión en MPa. No es usual encontrar presiones en el rango de varios megapascales (MPa) o varios cientos de kilopascales (kPa).

En el problema modelo que presentamos a continuación se ilustra el manejo de la presión en el Sistema Tradicional de Estados Unidos.

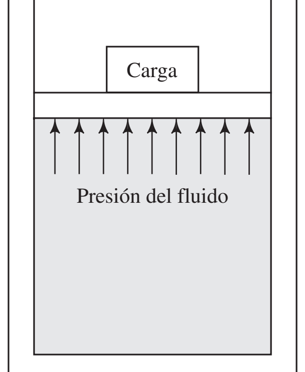


FIGURA 1.4 Ilustración de la presión de un fluido que soporta una carga.

☐ **PROBLEMA MODELO 1.3** Se aplica una carga de 200 libras (lb) sobre un émbolo que sella un cilindro circular de 2.50 pulgadas (pulg) de diámetro interior que contiene aceite. Calcule la presión en el aceite junto al émbolo. (Vea la figura 1.4.)

Solución Para utilizar la ecuación (1-3) debe calcularse el área del émbolo:

$$A = \pi D^2/4 = \pi(2.50\ \text{pulg})^2/4 = 4.91\ \text{pulg}^2$$

Entonces,

$$p = \frac{F}{A} = \frac{200\ \text{lb}}{4.91\ \text{pulg}^2} = 40.7\ \text{lb/pulg}^2$$

Aunque las unidades estándar de la presión en el Sistema Tradicional de Estados Unidos son libras sobre pie cuadrado (lb/pie^2), no es frecuente manejarlas por inconveniencia. Es mejor expresar las mediciones de longitud en pulgadas, y en ese sistema es habitual que la presión se exprese en libras sobre pulgada cuadrada (lb/pulg^2), que se abrevia psi. La presión en el aceite es 40.7 psi. Es bastante baja, y no es raro encontrar presiones de varios cientos o miles de psi.

■

Otra unidad que emplean ciertas personas que trabajan en la mecánica de fluidos y la termodinámica es el *bar*. Definimos el bar como 10^5 Pa, o $10^5\ \text{N/m}^2$. Otra manera de expresar el bar es 1 bar = $100 \times 10^3\ \text{N/m}^2$, que equivale a 100 kPa. Debido a que la presión atmosférica a nivel del mar es muy cercana a este valor, el bar tiene un punto conveniente de referencia física. Esto, más el hecho de que las presiones expresadas en la unidad de medida bar conducen a números pequeños, hace que esta unidad sea atractiva para algunos profesionales. Sin embargo, usted debe ser conciente de que el bar no forma parte del sistema SI, tan coherente, y que al resolver problemas debe hacer la conversión a N/m^2 con cuidado.

1.10 COMPRESIBILIDAD

La *compresibilidad* se refiere al cambio de volumen (V) que sufre una sustancia cuando se le sujeta a un cambio de presión. La cantidad usual que se emplea para medir este fenómeno es el *módulo volumétrico de elasticidad*, o sencillamente *módulo volumétrico,* (E):

$$E = \frac{-\Delta p}{(\Delta V)/V} \tag{1–4}$$

TABLA 1.4 Valores del módulo volumétrico para líquidos seleccionados, a presión atmosférica y 68 °F (20 °C).

Líquido	Módulo volumétrico (psi)	Módulo volumétrico (MPa)
Alcohol etílico	130 000	896
Benceno	154 000	1 062
Aceite para maquinaria	189 000	1 303
Agua	316 000	2 179
Glicerina	654 000	4 509
Mercurio	3 590 000	24 750

Debido a que las cantidades ΔV y V tienen las mismas unidades, el denominador de la ecuación (1-4) es adimensional. Por tanto, las unidades de E son las mismas que las de la presión.

Como ya se dijo, los líquidos son muy poco compresibles, lo que indica que se requeriría un cambio muy grande en la presión, para producir un cambio pequeño en el volumen. Así, las magnitudes de E para los líquidos, que aparecen en la tabla 1.4, son muy grandes (consulte la referencia 7). Por esta razón, en este libro se considera que los líquidos son incompresibles, a menos que se indique lo contrario.

El término *módulo volumétrico* por lo general no se aplica a los gases, y deben aplicarse los principios de la termodinámica para determinar el cambio de volumen que sufre un gas cuando se cambia la presión.

☐ PROBLEMA MODELO 1.4 Calcule el cambio de presión que debe aplicarse al agua para que su volumen cambie un 1.0%.

Solución El cambio de 1.0% en el volumen quiere decir que $\Delta V/V = -0.01$. Entonces, el cambio que se requiere en la presión es de

$$\Delta p = -E[(\Delta V)/V] = [-316\,000\text{ psi}][-0.01] = 3160\text{ psi}$$

■

1.11 DENSIDAD, PESO ESPECÍFICO Y GRAVEDAD ESPECÍFICA

Debido a que el estudio de la mecánica de fluidos, por lo general tiene que ver con fluidos que circulan en forma continua o con una cantidad pequeña de ellos que permanece en reposo, es más conveniente relacionar la masa y el peso del fluido con un volumen dado de éste. Por ello, las propiedades de la densidad y el peso específico se definen así:

Densidad ***es la cantidad de masa por unidad de volumen de una sustancia.***

Por tanto, si se denota la densidad con la letra griega ρ (rho), se tiene

DENSIDAD

$$\rho = m/V \tag{1–5}$$

donde V es el volumen de la sustancia que tiene masa m. Las unidades de la densidad son kilogramos por metro cúbico, en el SI, y slugs por pie cúbico en el Sistema Tradicional de Estados Unidos.

La *ASTM International* (*American Society for Testing and Materials*) ha publicado varios métodos estándar de prueba para medir la densidad, la cual se obtiene con recipientes que miden volúmenes con precisión, llamados *picnómetros*. En ellos se prescribe cómo llenar, manipular, controlar la temperatura y leer, en forma apropiada. Existen dos tipos de equipos; el *picnómetro de Bingham* y el *picnómetro bicapilar de Lipkin*. Los estándares también exigen que se determine la masa precisa de los fluidos que llenarán

los picnómetros, con un redondeo a 0.1 mg, por medio de una balanza analítica. (Consulte las referencias 3, 5 y 6.)

Peso específico ***es la cantidad de peso por unidad de volumen de una sustancia.***

Si se denota el peso específico con la letra griega γ (gamma), entonces,

PESO ESPECÍFICO

$$\gamma = w/V \tag{1–6}$$

donde V es el volumen de una sustancia que tiene peso w. Las unidades del peso específico son los newtons sobre metro cúbico (N/m^3) en el SI, y libras sobre pie cúbico (lb/pie^3) en el Sistema Tradicional de Estados Unidos.

Conviene, con frecuencia, indicar el peso específico o la densidad de un fluido en términos de su relación con el peso específico o la densidad de un fluido común. Cuando en este libro se emplee el término *gravedad específica*, el fluido de referencia será el agua pura a 4 °C. El agua tiene su mayor densidad precisamente a esa temperatura. Entonces, la gravedad específica se define de dos maneras:

a. La *gravedad específica* es la razón de la densidad de una sustancia a la densidad del agua a 4 °C.

b. La *gravedad específica* es la razón del peso específico de una sustancia al peso específico del agua a 4 °C.

En notación matemática, estas definiciones de gravedad específica (sg, por sus siglas en inglés), se expresan como

GRAVEDAD ESPECÍFICA

$$\text{sg} = \frac{\gamma_s}{\gamma_w @ 4\,°\text{C}} = \frac{\rho_s}{\rho_w @ 4\,°\text{C}} \tag{1–7}$$

donde el subíndice s se refiere a la sustancia cuya gravedad específica se va a determinar, y el subíndice w se refiere al agua. Las propiedades del agua a 4 °C son constantes, y tienen los valores

$$\begin{aligned}\gamma_w @ 4\,°\text{C} &= 9.81\ \text{kN/m}^3 \\ \rho_w @ 4\,°\text{C} &= 1000\ \text{kg/m}^3\end{aligned} \quad \text{o bien} \quad \begin{aligned}\gamma_w @ 4\,°\text{C} &= 62.4\ \text{lb/pies}^3 \\ \rho_w @ 4\,°\text{C} &= 1.94\ \text{slugs/pies}^3\end{aligned}$$

Por tanto, la definición matemática de la gravedad específica es

$$\text{sg} = \frac{\gamma_s}{9.81\ \text{kN/m}^3} = \frac{\rho_s}{1000\ \text{kg/m}^3} \quad \text{o bien sg} = \frac{\gamma_s}{62.4\ \text{lb/pies}^3} = \frac{\rho_s}{1.94\ \text{slugs/pies}^3} \tag{1–8}$$

Esta definición se cumple sin que importe la temperatura a que se determina la gravedad específica.

Sin embargo, las propiedades de los fluidos varían con la temperatura. En general, la densidad (y, por tanto, el peso específico y la gravedad específica) disminuye con el aumento de la temperatura. En el apéndice A hemos listado las propiedades del agua a distintas temperaturas. Además, en los apéndices B y C presentamos las propiedades de otros líquidos a temperaturas seleccionadas. Para contar con más datos similares, consulte la referencia 9.

Si en el apéndice no se muestra la gravedad específica a temperaturas específicas, o si se desea una alta precisión, debe consultar otras referencias, por ejemplo la 8 y la 10. Una estimación que proporciona exactitud razonable para derivados del petróleo, como se describe en las referencias 8 y 9, se obtiene porque la gravedad específica de éstos disminuye aproximadamente 0.036 para un incremento de 100 °F (37.8 °C) en la temperatura. Esto se aplica para valores nominales de gravedad específica de 0.80 a 1.00, y para temperaturas en el rango de entre 32 °F y 400 °F (0 °C a 204 °C) aproximadamente.

Algunos sectores industriales prefieren utilizar definiciones modificadas de la gravedad específica. En lugar de emplear las propiedades del agua a 4 °C (39.2 °F) como

base, la industria del petróleo, entre otras, utiliza el agua a 60 °F (15.6 °C). Esto hace muy poca diferencia en los análisis y diseños comunes. Aunque la densidad del agua a 4 °C es de 1000.00 kg/m^3, a 60 °F es de 999.04 kg/m^3. La diferencia es menos de 0.1%. Las referencias 3, 4, 6, 7 y 8 contienen tablas más extensas de las propiedades del agua a temperaturas que van de 0 °C a 100 °C (32 °F a 212 °F).

En la sección 1.11.2 estudiaremos la gravedad específica en las escalas Baumé y API. En este libro se empleará como base la gravedad específica del agua a 4 °C.

La ASTM también se refiere a la propiedad de la gravedad específica como *densidad relativa*. (Consulte las referencias 3 a 6.)

1.11.1 Relación entre la densidad y el peso específico

Es muy frecuente que el peso específico de una sustancia deba encontrarse cuando se conoce su densidad, y viceversa. La conversión de uno a otra se lleva a cabo por medio de la ecuación

$$\gamma = \rho g \tag{1–9}$$

donde g es la aceleración de la gravedad. Esta ecuación se justifica al tomar en cuenta las definiciones de la densidad y la gravedad específica, y por medio de la ecuación que relaciona la masa con el peso, $w = mg$.

La definición de peso específico es

$$\gamma = \frac{w}{V}$$

Si se multiplica el numerador y el denominador de esta ecuación por g, se obtiene

$$\gamma = \frac{wg}{Vg}$$

Pero $m = w/g$. Por tanto

$$\gamma = \frac{mg}{V}$$

Como $\rho = m/V$, resulta

$$\gamma = \rho g$$

Los problemas siguientes ilustran las definiciones de las propiedades fundamentales de los fluidos que acabamos de presentar, y las relaciones entre varias de ellas.

☐ **PROBLEMA MODELO 1.5** Calcule el peso de un depósito de aceite si tiene una masa de 825 kg.

Solución Como $w = mg$, tenemos

$$w = 825\,\text{kg} \times 9.81\,\text{m/s}^2 = 8093\,\text{kg·m/s}^2$$

Al sustituir el newton por la unidad kg·m/s^2, se obtiene

$$w = 8093\,\text{N} = 8.093 \times 10^3\,\text{N} = 8.093\,\text{kN}$$

☐ **PROBLEMA MODELO 1.6** Si el depósito del Problema Modelo 1.5 tiene un volumen de 0.917 m^3, calcule la densidad, peso específico y gravedad específica del aceite.

Solución Densidad:

$$\rho_o = \frac{m}{V} = \frac{825\ \text{kg}}{0.917\ \text{m}^3} = 900\ \text{kg/m}^3$$

Peso específico:

$$\gamma_o = \frac{w}{V} = \frac{8.093\ \text{kN}}{0.917\ \text{m}^3} = 8.83\ \text{kN/m}^3$$

Gravedad específica:

$$\text{sg} = \frac{\rho_o}{\rho_w\ @\ 4\ °\text{C}} = \frac{900\ \text{kg/m}^3}{1000\ \text{kg/m}^3} = 0.90$$

☐ **PROBLEMA MODELO 1.7** La glicerina a 20 °C tiene una gravedad específica de 1.263. Calcule su densidad y su peso específico.

Solución Densidad:

$$\rho_g = (\text{sg})_g(1000\ \text{kg/m}^3) = (1.263)(1000\ \text{kg/m}^3) = 1263\ \text{kg/m}^3$$

Peso específico:

$$\gamma_g = (\text{sg})_g(9.81\ \text{kN/m}^3) = (1.263)(9.81\ \text{kN/m}^3) = 12.39\ \text{kN/m}^3$$

☐ **PROBLEMA MODELO 1.8** Una pinta de agua pesa 1.041 lb. Calcule su masa.

Solución Como $w = mg$, la masa es

$$m = \frac{w}{g} = \frac{1.041\ \text{lb}}{32.2\ \text{pies/s}^2} = \frac{1.041\ \text{lb-s}^2}{32.2\ \text{pies}}$$
$$= 0.0323\ \text{lb-s}^2\text{/pies} = 0.0323\ \text{slugs}$$

Recuerde que las unidades de slugs y lb-s^2/pie son las mismas.

☐ **PROBLEMA MODELO 1.9** Un galón de mercurio tiene una masa de 3.51 slugs. Calcule su peso.

Solución

$$w = mg = 3.51\ \text{slugs} \times 32.2\ \text{pies/s}^2 = 113\ \text{slug-pies/s}^2$$

Esto es correcto, pero las unidades parecen confusas porque lo normal es que el peso se exprese en libras. Las unidades de masa se reacomodan como lb-s^2/pie, y se obtiene

$$w = mg = 3.51\ \frac{\text{lb-s}^2}{\text{pies}} \times \frac{32.2\ \text{pies}}{\text{s}^2} = 113\ \text{lb}$$

■

1.11.2 Gravedad específica en grados Baumé o grados API

La temperatura de referencia para mediciones de gravedad específica en la escala Baumé o del *American Petroleum Institute* (API), es de 60 °F en lugar de 4 °C, como se había definido en un principio. Para recalcar la diferencia es frecuente que la gravedad específica Baumé o API se exprese como gravedad específica de la siguiente manera.

$$\text{Gravedad específica}\ \frac{60\ °}{60\ °}\text{F}$$

Esta notación indica que tanto el fluido de referencia (agua) como el aceite están a 60 °F.

Las gravedades específicas del petróleo crudo de tipo distinto varían mucho en función del sitio donde se localicen. Aquéllas que provienen de las cuencas en el oeste de Estados Unidos varían entre 0.87 y 0.92, aproximadamente. Los campos petrolíferos del este de dicho país producen aceite cuya gravedad específica es alrededor de 0.82. La del crudo mexicano está entre las más elevadas, con 0.97. Unos cuantos aceites asfálticos pesados tienen $sg > 1.0$. (Consulte la referencia 7.)

La mayor parte de los aceites se destilan antes de usarlos, a fin de mejorar la calidad de su combustión. Las gasolinas, kerosenos y combustibles resultantes tienen gravedades específicas que varían entre 0.67 y 0.98.

La ecuación que se emplea para calcular la gravedad específica cuando se conoce los grados Baumé es diferente, una es para fluidos más ligeros que el agua y otra para los más pesados que ella.

$$sg = \frac{145}{145 - \text{grados Baumé}} \quad \text{(1–10)}$$

Con esto, para calcular los grados Baumé para una gravedad específica dada, se maneja la ecuación

$$\text{grados Baumé} = 145 - \frac{145}{sg} \quad \text{(1–11)}$$

Para líquidos más ligeros que el agua utilizamos ésta otra:

$$sg = \frac{140}{130 + \text{grados Baumé}} \quad \text{(1–12)}$$

$$\text{grados Baumé} = \frac{140}{sg} - 130 \quad \text{(1–13)}$$

Para líquidos más ligeros que el agua, el API desarrolló una escala un poco diferente a partir de la escala Baumé. Las fórmulas son:

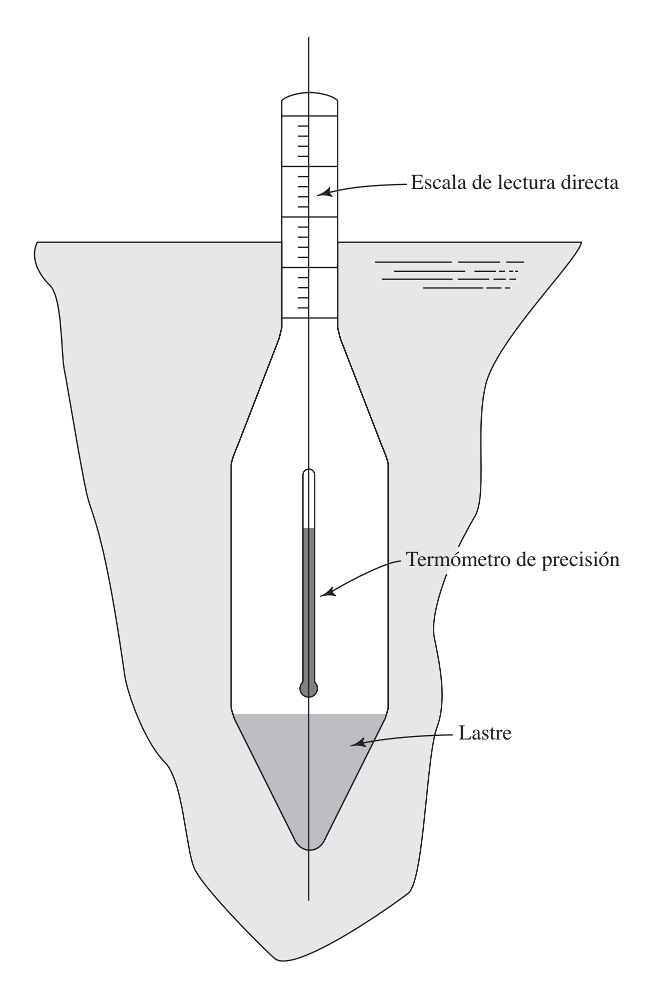
$$sg = \frac{141.5}{131.5 + \text{grados API}} \quad \text{(1–14)}$$

$$\text{grados API} = \frac{141.5}{sg} - 131.5 \quad \text{(1–15)}$$

Los grados API de los aceites varían de 10 a 80. Los de la mayoría de los aceites estarán en el rango de 20 a 70 API, que corresponden a gravedades específicas de 0.93 a 0.70. Observe que los aceites pesados tienen los valores más bajos de grados API. La referencia 9 contiene tablas útiles que dan la gravedad específica como función de los grados API.

Los Estándares ASTM D 287 y D 6822 (referencias 2 y 4, respectivamente) describen métodos estándar de prueba para determinar la gravedad API por medio de un *hidrómetro*. La figura 1.5 muestra el esquema de un hidrómetro común que incorpora un bulbo de vidrio calibrado, que en su parte superior tiene un vástago de diámetro pequeño, diseñado para flotar sobre el líquido de prueba. De acuerdo con los principios de la flotación (vea el capítulo 5), el hidrómetro alcanza una posición de reposo que depende de la densidad del líquido. El vástago tiene una escala calibrada para tomar en forma directa la lectura de la densidad, gravedad específica o gravedad API. Debido a la importancia que tiene la temperatura para hacer la medición exacta de la densidad, algunos hidrómetros (llamados *termohidrómetros*) han incorporado un termómetro de precisión.

FIGURA 1.5 Hidrómetro con termómetro incorporado (termohidrómetro).



1.12 TENSIÓN SUPERFICIAL

Podría experimentar con la tensión superficial del agua, si trata de hacer que un objeto se sostenga en la superficie en vez de que se hunda, como quizá hubiera pensado. Por ejemplo, es muy fácil colocar una aguja pequeña sobre una superficie de agua tranquila, de modo que la tensión superficial la sostenga. Observe que no hay un sostén significativo que se deba a la flotación. Si la aguja se sumergiera se hundiría rápido hasta el fondo.

Entonces, si se coloca en el agua una cantidad pequeña de detergente para lavar trastos mientras la aguja esté sostenida, se hundirá casi de inmediato. El detergente disminuye mucho la tensión superficial.

La tensión superficial actúa como una película en la interfaz entre la superficie del agua líquida y el aire sobre ella. Las moléculas de agua por debajo de la superficie se ven atraídas una por la otra y por aquellas que están en la superficie. En forma cuantitativa, la tensión superficial se mide como el trabajo por unidad de área que se requiere para llevar las moléculas de la parte inferior hacia la superficie del líquido. Las unidades resultantes son la fuerza por unidad de longitud, como N/m.

La tensión superficial también es la causa de que las gotas de agua adopten una forma casi esférica. Además, la capilaridad depende de la tensión superficial. La superficie de un líquido en un tubo de diámetro pequeño tomará una forma curvada que depende de la tensión superficial del líquido. El mercurio adoptará una forma virtualmente de bulbo extendido. Sin embargo, la superficie del agua presentará una cavidad en forma de depresión con el líquido que pareciera ascender un poco por las paredes del tubo. La adherencia del líquido a las paredes del tubo contribuye a dicho comportamiento.

El movimiento de líquidos dentro de espacios pequeños depende de esta acción de capilaridad. Es frecuente describir el ascenso de un fluido desde una superficie líquida hacia un material tejido con el término *percolación*. El movimiento de líquidos dentro de los suelos también se ve afectado por la tensión superficial y la acción correspondiente de la capilaridad.

La tabla 1.5 presenta la tensión superficial del agua a presión atmosférica y a varias temperaturas. Las unidades del SI que se usan en ella son mN/m, donde 1000 mN = 1.0 N. De manera similar, las unidades tradicionales de Estados Unidos son mlb/pie, donde 1000 mlb = 1.0 lb fuerza. La tabla 1.6 proporciona valores para varios líquidos comunes a presión atmosférica y temperaturas seleccionadas.

TABLA 1.5 Tensión superficial del agua.

Temperatura (°F)	Tensión superficial (mlb/pie)	Temperatura (°C)	Tensión superficial (mN/m)
32	5.18	0	75.6
40	5.13	5	74.9
50	5.09	10	74.2
60	5.03	20	72.8
70	4.97	30	71.2
80	4.91	40	69.6
90	4.86	50	67.9
100	4.79	60	66.2
120	4.67	70	64.5
140	4.53	80	62.7
160	4.40	90	60.8
180	4.26	100	58.9
200	4.12		
212	4.04		

Fuente: Adaptado con autorización a partir de datos de *CRC Handbook of Chemistry and Physics,* CRC Press LLC, Boca Ratón, FL.

Notas:
Valores tomados a presión atmosférica
1.0 lb = 1000 mlb; 1.0 N = 1000 mN.

TABLA 1.6 Tensión superficial de algunos líquidos comunes.

	Tensión superficial a la temperatura indicada									
Líquido	10 °C (mN/m)	50 °F (mlb/pies)	25 °C (mN/m)	77 °F (mlb/pies)	50 °C (mN/m)	122 °F (mlb/pies)	75 °C (mN/m)	167 °F (mlb/pies)	100 °C (mN/m)	212 °F (mlb/pies)
Agua	74.2	5.08	72.0	4.93	67.9	4.65	63.6	4.36	58.9	4.04
Metanol	23.2	1.59	22.1	1.51	20.1	1.38				
Etanol	23.2	1.59	22.0	1.51	19.9	1.36				
Etilenglicol			48.0	3.29	45.8	3.14	43.5	2.98	41.3	2.83
Acetona	23.5	1.61	20.7	1.42						
Benceno			28.2	1.93	25.0	1.71	21.8	1.49		
Mercurio	488	33.4	485	33.2	480	32.9	475	32.5	470	32.2

Fuente: Adaptado con autorización a partir de datos de *CRC Handbook of Chemistry and Physics,* CRC Press LLC, Boca Ratón, FL.

Notas:
Valores tomados a presión atmosférica
1.0 lb = 1000 mlb; 1.0 N = 1000 mN.

REFERENCIAS

1. Taylor, Barry N., ed. 2001. *The International System of Units (SI)* (NIST Special Publication 330). Washington, DC: National Institute of Standards and Technology, U.S. Department of Commerce.
2. ASTM International 2000. *Standard D 287(2000)e: Standard Test Method for* API *Gravity of Crude Petroleum and Petroleum Products (Hydrometer Method).* West Conshohocken, PA: Author.
3. ______. 1997. *Standard D 1217-93: Standard Test Method for Density and Relative Density (Specific Gravity) of Liquids by Bingham Pycnometer.* West Conshohocken, PA: Author.
4. ______. 2002. *Standard D 6822-02: Standard Test Method for Density, Relative Density (Specific Gravity), or* API *Gravity of Crude Petroleum and Liquid Petroleum Products by Hydrometer Method.* West Conshohocken, PA: Author.
5. ______. 2002. *Standard D 1480-02: Standard Test Method for Density and Relative Density (Specific Gravity) of Viscous Materials by Bingham Pycnometer.* West Conshohocken, PA: Author.
6. ______. 2002. *Standard D 1481-02: Standard Test Method for Density and Relative Density (Specific Gravity) of Viscous Materials by Lipkin Bicapillary Pycnometer.* West Conshohocken, PA: Author.
7. Avallone, Eugene A. y Theodore Baumeister III, eds. 1996. *Marks' Standard Handbook for Mechanical Engineers,* 10th. ed. New York: McGraw-Hill.
8. Bolz, Ray E. y George L. Tuve, eds. 1973. *CRC Handbook of Tables for Applied Engineering Science,* 2nd ed. Boca Ratón, FL: CRC Press.
9. Heald, C. C., ed. 2002. *Cameron Hydraulic Data,* 19th ed. Irving, TX: Flowserve. [Ediciones anteriores fueron publicadas por Ingersoll-Dresser Pump Co., Liberty Corner, NJ.]
10. Lide, David R., ed 2003. *CRC Handbook of Chemistry and Physics,* 84th ed. Boca Ratón, FL: CRC Press.

SITIOS DE INTERNET

1. Hydraulic Institute (HI) *www.pumps.org* HI es una asociación no lucrativa que atiende la industria del bombeo. Proporciona estándares para productos en Estados Unidos y en todo el mundo.
2. ASTM International *www.astm.org* ASTM establece estándares para varios campos, inclusive la mecánica de fluidos. En este libro citamos bastantes estándares de ASTM relacionados con métodos de prueba y propiedades de los fluidos.
3. Flow Control Network *www.flowcontrolnetwork.com* El sitio web de *Flow Control Magazine* es una fuente de información sobre la tecnología del flujo de fluidos, aplicaciones de la mecánica de fluidos y productos para medir, controlar y contener líquidos, gases y polvos. También incluye enlaces con organizaciones de estándares importantes para la industria de los fluidos.
4. GlobalSpec *www.globalspec.com* Este sitio posee una base de datos para la búsqueda de una variedad amplia de productos técnicos para bombas, y control y medición de flujos.

PROBLEMAS

Factores de conversión

1.1 Convierta 1250 milímetros en metros.

1.2 Convierta 1600 milímetros cuadrados en metros cuadrados.

1.3 ¿Cuál es el equivalente de 3.65×10^3 milímetros cúbicos en metros cúbicos?

1.4 Convierta 2.05 metros cuadrados en milímetros cuadrados.

1.5 Convierta 0.391 metros cúbicos en milímetros cúbicos.

1.6 Convierta 55.0 galones en metros cúbicos.

1.7 Un automóvil se mueve a 80 kilómetros por hora. Calcule su velocidad en metros por segundo.

1.8 Convierta una longitud de 25.3 pies en metros.

1.9 Convierta una distancia de 1.86 millas en metros.

1.10 Convierta una longitud de 8.65 pulgadas en milímetros.

1.11 Convierta 2580 pies en metros.

1.12 Convierta un volumen de 480 pies cúbicos en metros cúbicos.

1.13 Convierta un volumen de 7390 centímetros cúbicos en metros cúbicos.

1.14 Convierta un volumen de 6.35 litros en metros cúbicos.

1.15 Convierta 6.0 pies por segundo en metros por segundo.

1.16 Convierta 2500 pies cúbicos por minuto en metros cúbicos por segundo.

(*Nota:* En todos los problemas y ejercicios de este libro se manejarán unidades tanto del SI como del Sistema Tradicional de Estados Unidos. Si empleamos unidades del SI aparecerá una "M" después del número del problema, y éste se hallará impreso en letras *cursivas*. Si manejamos unidades del Sistema Tradicional de Unidades de Estados Unidos, al número del problema seguirá una "E". En caso de que se emplee una combinación de ambos sistemas de unidades en un problema, al número de éste seguirá una "C".)

Unidades consistentes en una ecuación

Un cuerpo que se mueva a velocidad constante obedece la relación $s = vt$, donde s = distancia, v = velocidad y t = tiempo.

1.17M *Un carro recorre 0.50 km en 10.6 s. Calcule su velocidad promedio en m/s.*

1.18M *En un intento por romper un récord de velocidad, un automóvil recorre 1.50 km en 5.2 s. Calcule su velocidad promedio en km/h.*

1.19E Un coche recorre 1000 pies en 14 s. Calcule su velocidad promedio en mi/h.

1.20E Al tratar de romper un récord de velocidad, un automóvil viaja 1 mi en 5.7 s. Calcule su velocidad promedio en mi/h.

Un cuerpo que parta del reposo, con aceleración constante, se mueve de acuerdo con la relación $s = {}^1/_2at^2$, donde s = distancia, a = aceleración y t = tiempo.

1.21M *Si un cuerpo recorre 3.2 km en 4.7 min con aceleración constante, calcule su aceleración en m/s^2.*

1.22M *Se deja caer un cuerpo desde una altura de 13 m. Si se ignora la resistencia del aire, ¿cuánto tiempo tomaría al cuerpo llegar al piso? Use un valor de $a = g = 9.81$ m/s^2.*

1.23C Si un cuerpo recorre 3.2 km en 4.7 min con aceleración constante, calcule su aceleración en pies/s^2.

1.24E Se deja caer un objeto desde una altura de 53 pulg. Ignore la resistencia del aire y calcule el tiempo que pasaría antes de que el cuerpo llegara al suelo. Use $a = g =$ 32.2 pies/s^2.

La fórmula para calcular la energía cinética es $EC = {}^1/_2mv^2$, donde m = masa y v = velocidad.

1.25M *Calcule la energía cinética en N•m de una masa de 15 kg si tiene una velocidad de 1.20 m/s.*

1.26M *Calcule la energía cinética en N•m de un camión de 3600 kg que se mueve a 16 km/h.*

1.27M Calcule *la energía cinética en N•m de una caja de 75 kg, en una banda transportadora que se mueve a 6.85 m/s.*

1.28M *Calcule la masa de un cuerpo en kg, si tiene una energía cinética de 38.6 N•m, cuando se mueve a 31.5 km/h.*

1.29M *Calcule la masa de un cuerpo en gramos, si cuando se mueve a 2.25 m/s tiene una energía cinética de 94.6 mN•m.*

1.30M *Calcule la velocidad en m/s de un objeto de 12 kg, si tiene una energía cinética de 15 N•m.*

1.31M *Calcule la velocidad en m/s de un cuerpo de 175 gramos, si tiene una energía cinética de 212 mN•m.*

1.32E Calcule la energía cinética en pie-lb de una masa de 1 slug, si tiene una velocidad de 4 pies/s.

1.33E Calcule la energía cinética en pie-lb de un camión de 8000 lb que se mueve a 10 mi/h.

1.34E Calcule la energía cinética en pie-lb de una caja de 150 lb que va en una banda transportadora que se mueve a 20 pies/s.

1.35E Calcule la masa de un cuerpo en slugs, si tiene una energía cinética de 15 pie-lb cuando se mueve a 2.2 pies/s.

1.36E Calcule el peso de un cuerpo en lb, si tiene una energía cinética de 38.6 pie-lb cuando se mueve a 19.5 mi/h.

1.37E Calcule la velocidad en pies/s, de un objeto de 30 lb, si su energía cinética es de 10 pie-lb.

1.38E Calcule la velocidad en pies/s, de un cuerpo de 6 oz, si tiene una energía cinética de 30 pulg-oz.

Una forma de medir el rendimiento de un lanzador de béisbol es calcular su promedio de carreras otorgadas (ERA). Es el número promedio de carreras permitidas si todas las entradas lanzadas se convirtieran al equivalente de juegos de nueve entradas. Por tanto, las unidades de ERA son carreras por juego.

1.39 Si un lanzador permitió 30 carreras durante 141 entradas, calcule su ERA.

1.40 Un lanzador tiene un ERA de 3.12 carreras/juego, y ha lanzado 150 entradas. ¿Cuántas carreras ha permitido?

1.41 Un lanzador tiene un ERA de 2.79 carreras/juego, y ha permitido 40 carreras. ¿Cuántas entradas se han lanzado?

1.42 Un lanzador ha permitido 49 carreras durante 123 entradas. Calcule su ERA.

Definición de presión

1.43E Calcule la presión que ejerce un émbolo que aplica una fuerza de 2500 lb, en el aceite que se encuentra dentro de un cilindro cerrado. El émbolo tiene un diámetro de 3.00 pulg.

1.44E Un cilindro hidráulico debe ser capaz de aplicar una fuerza de 8700 lb. El diámetro del émbolo es de 1.50 pulg. Calcule la presión que requiere el aceite.

1.45M *Calcule la presión que produce un émbolo que aplica una fuerza de 12.0 kN, en el aceite contenido en un cilindro cerrado. El diámetro del émbolo es de 75 mm.*

1.46M *Un cilindro hidráulico debe poder ejercer una fuerza de 38.8 kN. El émbolo tiene un diámetro de 40 mm. Calcule la presión que necesita el aceite.*

1.47E El elevador hidráulico de un taller de servicio de automóviles tiene un cilindro cuyo diámetro es de 8.0 pulg. ¿Cuál es la presión que debe tener el aceite para poder levantar 6000 lb?

1.48E Una prensa de monedas se emplea para producir medallas conmemorativas con las efigies de todos los presidentes de Estados Unidos. El proceso de acuñamiento requiere que se aplique una fuerza de 18 000 lb. El cilindro hidráulico tiene un diámetro de 2.50 pulg. Calcule la presión que necesita el aceite.

1.49M *La presión máxima que cierto cilindro con fluido de potencia puede desarrollar es de 20.5 MPa. Calcule la fuerza que ejerce su émbolo, si tiene un diámetro de 50 mm.*

1.50E La presión máxima que cierto cilindro con fluido de potencia puede ejercer es de 6000 psi. Calcule la fuerza que aplica si el diámetro de su émbolo es de 2.00 pulg.

1.51E La presión máxima que ha de ejercer un cilindro con fluido de potencia es de 5000 psi. Calcule el diámetro que requiere el émbolo, si el cilindro debe aplicar una fuerza de 20 000 lb.

1.52M *La presión máxima de cierto cilindro con fluido de potencia es de 15.0 MPa. Calcule el diámetro que ha de tener el émbolo, si el cilindro debe ejercer una fuerza de 30 kN.*

1.53E Una línea de cilindros con fluido de potencia tiene un rango de diámetros con incrementos de 1.00 pulg, y van de 1.00 a 8.00 pulg. Calcule la fuerza que podría ejercer cada cilindro con una presión de fluido de 500 psi. Dibuje una gráfica de la fuerza *versus* el diámetro del cilindro.

1.54E Una línea de cilindros con fluido de potencia tiene un rango de diámetros con incrementos de 1.0 pulg, y van de 1.00 a 8.00 pulg. Calcule la presión requerida por cada cilindro, si éste debe ejercer una fuerza de 5000 lb. Dibuje una gráfica de la presión *versus* el diámetro del cilindro.

1.55C Calcule su propio peso corporal en newtons. Después, calcule en pascales la presión que se generaría sobre el aceite de un cilindro de 20 mm de diámetro, si usted se parara en el émbolo. Convierta la presión resultante en psi.

1.56C Para la presión que se calculó en el problema 1.55, calcule en newtons la fuerza que podría ejercer sobre un émbolo de 250 mm de diámetro. Luego, convierta la fuerza resultante en libras.

Módulo volumétrico

1.57C Calcule el cambio de presión necesario para ocasionar una disminución de 1.00%, en un volumen de alcohol etílico. Exprese el resultado, en psi y en MPa.

1.58C Calcule el cambio de presión necesario para hacer que un volumen de mercurio disminuya el 1.00%. Exprese el resultado en psi y en MPa.

1.59C Encuentre el cambio de presión necesario para hacer que el volumen de aceite en una máquina disminuya el 1.00%. Exprese el resultado en psi y en MPa.

1.60E Bajo las condiciones que se describen en el problema 1.59, suponga que el cambio de 1.00% en el volumen ocurrió en un cilindro con diámetro interior de 1.00 pulg y longitud de 12.00 pulg. Calcule la distancia axial que recorrería el émbolo conforme ocurriera el cambio de volumen.

1.61E Cierto sistema hidráulico opera a 3000 psi. Calcule el cambio porcentual en el volumen del aceite del sistema, conforme la presión se incrementa de cero a 3000 psi, si el aceite de la máquina es similar al que se menciona en la tabla 1.4.

1.62M *Cierto sistema hidráulico opera a 20.0 MPa. Calcule el cambio porcentual del volumen del aceite del sistema, si el aceite de la máquina es similar al que se presenta en la tabla 1.4.*

1.63E La medición de la rigidez de un sistema actuador lineal es la cantidad de fuerza requerida para ocasionar cierta deflexión lineal. Calcule la rigidez en lb/pulg de un actuador lleno de aceite de máquina, cuyo diámetro interior es de 0.50 pulg y tiene una longitud de 42.0 pulg.

1.64E Vuelva a resolver el problema 1.63, pero cambie la longitud del cilindro a 10.0 pulg. Compare ambos resultados.

1.65E Repita el problema 1.63, pero cambie el diámetro del cilindro a 2.00 pulg. Compare ambos resultados.

1.66E Con los resultados de los problemas 1.63, 1.64 y 1.65, genere un enunciado acerca del enfoque general de diseño para lograr un sistema muy rígido.

Fuerza y masa

1.67M *Calcule la masa de una lata de aceite que pesa 610 N.*

1.68M *Calcule la masa de un tanque de gasolina cuyo peso es de 1.35 kN.*

1.69M *Calcule el peso de 1 m^3 de keroseno si su masa es de 825 kg.*

1.70M *Calcule el peso de una jarra de aceite de ricino que tiene una masa de 450 g.*

1.71E Calcule la masa de 1 gal de aceite que pesa 7.8 lb.

1.72E Calcule la masa de 1 pie^3 de gasolina, si su peso es de 42.0 lb.

1.73E Calcule el peso de 1 pie^3 de keroseno cuya masa es de 1.58 slugs.

1.74E Calcule el peso de 1 gal de agua si tiene una masa de 0.258 slug.

1.75C Suponga que un hombre pesa 160 lb (fuerza).
- **a.** Calcule su masa en slugs.
- **b.** Calcule su peso en N.
- **c.** Calcule su masa en kg.

1.76C En Estados Unidos, la carne para hamburguesas, y otras carnes, se venden por libra. Suponga que ésa sea de 1.00 lb fuerza, calcule la masa en slugs, la masa en kg y el peso en N.

1.77M *La tonelada métrica es igual a 1000 kg (masa). Calcule la fuerza en newtons necesaria para levantarla.*

1.78C Convierta en lb la fuerza obtenida en el problema 1.77M.

1.79C Determine su propio peso corporal en lb y N, y su masa en slugs y kg.

Densidad, peso específico y gravedad específica

1.80M *La gravedad específica del benceno es de 0.876. Calcule su peso específico y su densidad, en unidades del SI.*

1.81M *El peso específico del aire a 16 °C y presión atmosférica estándar es de 12.02 N/m^3. Calcule su densidad.*

1.82M *El dióxido de carbono tiene una densidad de 1.964 kg/m^3, a 0 °C. Calcule su peso específico.*

1.83M *Cierto aceite medio de lubricación tiene un peso específico de 8.860 kN/m^3 a 5 °C, y 8.483 kN/m^3 a 50 °C. Calcule su gravedad específica en cada temperatura.*

1.84M *A 100 °C, el mercurio tiene un peso específico de 130.4 kN/m^3. ¿Cuál sería el volumen de mercurio que tuviera un peso de 2.25 kN?*

1.85M *Una lata cilíndrica de 150 mm de diámetro contiene 100 mm de aceite combustible. El aceite tiene una masa de 1.56 kg. Calcule su densidad, peso específico y gravedad específica.*

1.86M *La glicerina tiene una gravedad específica de 1.258. ¿Cuánto pesaría 0.50 m^3 de ella? ¿Cuál sería su masa?*

1.87M *El tanque de combustible de un automóvil tiene una capacidad de 0.095 m^3. Si se llena de gasolina, cuya gravedad específica es de 0.68, ¿cuál sería el peso de ésta?*

1.88M *La densidad del ácido muriático es de 1200 kg/m^3. Calcule su peso específico y gravedad específica.*

1.89M *El amoniaco líquido tiene una gravedad específica de 0.826. Calcule el volumen que tendría una cantidad que pesara 22.0 N.*

1.90M *La densidad del vinagre es de 1080 kg/m^3. Calcule su peso específico y gravedad específica.*

1.91M *El alcohol metílico tiene una gravedad específica de 0.789. Calcule su densidad y peso específico.*

1.92M *El diámetro de un contenedor cilíndrico es de 150 mm, y su peso, cuando está vacío, es de 2.25 N. Si se llena con cierto tipo de aceite hasta una profundidad de 200 mm pesa 35.4 N. Calcule la gravedad específica del aceite.*

1.93M *Un recipiente para almacenar gasolina (sg = 0.68) es un cilindro vertical de 10 m de diámetro. Si se llena hasta una profundidad de 6.75 m, calcule el peso y la masa de la gasolina.*

1.94M *¿Cuál sería el volumen de mercurio (sg = 13.54) que tendría un peso igual al de 0.023 m^3 de aceite de ricino, cuyo peso específico es de 9.42 kN/m^3?*

1.95M *Una roca tiene una gravedad específica de 2.32 y un volumen de 1.42 × 10^{-4} m^3. ¿Cuánto pesa?*

1.96E La gravedad específica del benceno es de 0.876. Calcule su peso específico y su densidad en unidades del Sistema Tradicional de Estados Unidos.

1.97E El aire a 59 °F y con presión atmosférica estándar tiene un peso específico de 0.0765 lb/pie^3. Calcule su densidad.

1.98E El dióxido de carbono tiene una densidad de 0.00381 slug/pie^3, a 32 °F. Calcule su peso específico.

1.99E Cierto aceite medio de lubricación tiene un peso específico de 56.4 lb/pie^3 a 40 °F, y 54.0 lb/pie^3 a 120 °F. Calcule su gravedad específica en cada temperatura.

1.100E El mercurio a 212 °F tiene un peso específico de 834 lb/pie^3. ¿Cuál sería el volumen de mercurio que pesara 500 lb?

1.101E Un galón de cierto tipo de aceite combustible pesa 7.50 lb. Calcule su peso específico, su densidad y su gravedad específica.

1.102E La glicerina tiene una gravedad específica de 1.258. ¿Cuánto pesarían 50 gal de glicerina?

1.103E El tanque de combustible de un automóvil tiene capacidad para 25.0 gal. Si se llena con gasolina cuya densidad es de 1.32 slug/pie^3, calcule el peso que tendría la gasolina.

1.104C La densidad del ácido muriático es de 1.20 g/cm^3. Calcule su densidad en slugs/pie^3, su peso específico en lb/pie^3 y su gravedad específica. Observe que la gravedad específica y la densidad en g/cm^3 son iguales numéricamente.

1.105C El amoniaco líquido tiene una gravedad específica de 0.826. Calcule el volumen en cm^3 que tendría un peso de 5.0 lb.

1.106C La densidad del vinagre es de 1.08 g/cm^3. Calcule su peso específico en lb/pie^3.

1.107C El alcohol tiene una gravedad específica de 0.79. Calcule su densidad en slugs/pie^3 y en g/cm^3.

1.108E Un contenedor cilíndrico tiene un diámetro de 6.0 pulg y pesa 0.50 lb cuando está vacío. Si se llena con cierto aceite a una profundidad de 8.0 pulg pesa 7.95 lb, calcule la gravedad específica del aceite.

1.109E Un recipiente para almacenar gasolina (sg = 0.68) es en un cilindro vertical de 30 pies de diámetro. Si se llena a una profundidad de 22 pies, calcule el número de galones que hay en el tanque y el peso de la gasolina.

1.110E ¿Cuántos galones de mercurio (sg = 13.54) pesarían lo mismo que 5 gal de aceite de ricino, el cual tiene un peso específico de 59.69 lb/pie^3?

1.111E Una roca tiene una gravedad específica de 2.32 y un volumen de 8.64 pulg^3. ¿Cuánto pesa?

TAREA DE PROGRAMACIÓN DE COMPUTADORAS

1. Con los datos del apéndice A, diseñe un programa de computadora que calcule el peso específico del agua para una temperatura dada. Este programa será parte de otro más amplio que se elaborará posteriormente. Podrían manejarse las opciones siguientes:

a. Introducir en un arreglo la tabla de datos de peso específico, como función de la temperatura. Después, para la temperatura que se especifique, buscar el arreglo para el peso específico correspondiente. Interpolar las temperaturas entre los valores dados en la tabla.

b. Incluir datos en unidades del SI y del Sistema Tradicional de Estados Unidos.
c. Incluir la densidad.
d. Incluir comprobaciones en el programa, para garantizar que la temperatura especificada esté dentro del rango de las tablas (esto es, por arriba del punto de congelación y debajo del de ebullición).
e. En lugar de usar la tabla con un enfoque de observación, emplear una técnica de ajuste de curvas para obtener ecuaciones de las propiedades del agua *versus* la temperatura. Después, calcular el valor de la propiedad deseada para cualquier temperatura que se especifique.

2. Diseñe una hoja de cálculo que muestre los valores del peso específico y la densidad del agua que aparecen en el apéndice A. Luego, construya ecuaciones de ajuste de curvas para el peso específico *versus* la temperatura, y la densidad *versus* la temperatura, por medio de la opción *Tendencia,* en la herramienta de graficación de la hoja de cálculo. Agregue esta ecuación a la hoja de cálculo, para generar los valores calculados del peso específico y la densidad para cualquier temperatura dada. Calcule la diferencia porcentual entre los valores de la tabla y los valores calculados. Finalmente, en la hoja de cálculo obtenga las gráficas del peso específico *versus* la temperatura y de la densidad *versus* la temperatura, en las que se muestren las ecuaciones manejadas.

2 Viscosidad de los fluidos

2.1 Panorama

Mapa de aprendizaje

- Un indicador de la viscosidad de un fluido es la facilidad con que fluye.
- El aceite fluye más despacio que el agua porque tiene una viscosidad mayor.
- El aceite frío gotea más despacio que el caliente debido a que la viscosidad se incrementa conforme la temperatura disminuye.
- En los capítulos 8 y 9 utilizaremos la viscosidad para predecir la pérdida de energía de un fluido cuando pasa por una tubería, un tubo o un conducto de otra forma.
- Es importante que usted aprenda a medir la viscosidad y sus estándares, para fluidos como los aceites y lubricantes para motores.

Descubrimientos

Lleve a cabo algunos experimentos que demuestren un rango amplio de viscosidades para diferentes clases de fluidos a temperaturas distintas.

- Obtenga muestras de tres fluidos diferentes con viscosidades muy distintas. Podrían ser muestras de agua, aceite (de cocina o lubricante), detergente líquido u otras clases de fluido limpiador y alimentos fluidos como el jugo de tomate o la salsa *catsup*.
- Meta un poco de cada fluido en el refrigerador y deje otra cantidad a temperatura ambiente.
- Consiga un contenedor pequeño y desechable para usarlo como recipiente de ensayo, y haga un orificio pequeño en su fondo. Tápelo.
- Coloque la misma cantidad de cada fluido (el que estuvo en el refrigerador y el que dejó a temperatura ambiente) en el recipiente de ensayo.
- Destape el agujero y deje que el fluido salga, mientras usted registra el tiempo que tarda en quedar vacío el recipiente.
- Compare los tiempos de los fluidos diferentes a cada temperatura y la cantidad de cambio del tiempo entre las dos temperaturas.

Estudie estos resultados con sus compañeros estudiantes y con su profesor.

En este capítulo describimos la naturaleza física de la viscosidad y definimos la viscosidad dinámica y la viscosidad cinemática; además, estudiamos las unidades de la viscosidad y varios métodos para medir la viscosidad de los fluidos. También presentamos los estándares para probar y clasificar las viscosidades de los lubricantes, desarrollados por SAE International y por la International Standards Organization (ISO).

2.2 OBJETIVOS

Al terminar este capítulo podrá:

1. Definir *viscosidad dinámica*.
2. Definir *viscosidad cinemática*.
3. Identificar las unidades de la viscosidad, tanto en el SI como en el Sistema Tradicional de Estados Unidos.

4. Describir la diferencia entre un *fluido newtoniano* y otro *no newtoniano*.
5. Describir los métodos de medición de la viscosidad por medio del *viscosímetro de tambor rotatorio*, el *viscosímetro de tubo capilar*, el *viscosímetro de bola descendente* y el *viscosímetro de Saybolt Universal*.
6. Describir la variación de la viscosidad según la temperatura, tanto en líquidos como en gases.
7. Definir el *índice de viscosidad*.
8. Describir la viscosidad de los lubricantes por medio de los grados SAE y los grados ISO de viscosidad.

2.3 VISCOSIDAD DINÁMICA

Conforme un fluido se mueve, dentro de él se desarrolla un esfuerzo cortante, cuya magnitud depende de la viscosidad del fluido. Se define al *esfuerzo cortante*, denotado con la letra griega τ (tau), como la fuerza que se requiere para que una unidad de área de una sustancia se deslice sobre otra. Entonces, τ es una fuerza dividida entre un área, y se mide en las unidades de N/m^2 (Pa) o lb/pie^2. En fluidos como el agua, el alcohol u otros líquidos comunes, la magnitud del esfuerzo cortante es directamente proporcional al cambio de velocidad entre las posiciones diferentes del fluido.

La figura 2.1 ilustra el concepto de cambio de velocidad en un fluido con el esquema de una capa delgada de fluido entre dos superficies, una de las cuales es estacionaría, en tanto que la otra está en movimiento. Una condición fundamental, cuando un fluido real está en contacto con una superficie de frontera, es que el fluido tenga la misma velocidad que ésta. Entonces, en la figura 2.1 la parte del fluido en contacto con la superficie inferior tiene una velocidad igual a cero, y aquélla en contacto con la superficie superior tiene una velocidad v. Si la distancia entre las dos superficies es pequeña, entonces la tasa de cambio de la velocidad con posición y es lineal. Es decir, varía en forma lineal. El *gradiente de velocidad* es una medida del cambio de velocidad, y se define como $\Delta v/\Delta y$. También se le denomina *tasa cortante*.

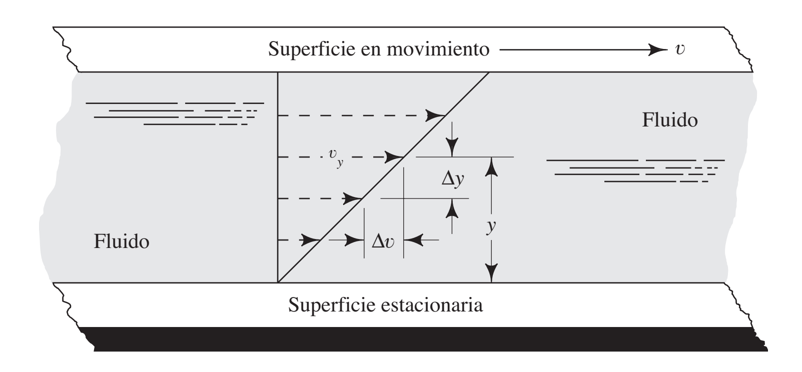


FIGURA 2.1 Gradiente de velocidad de un fluido en movimiento.

El hecho de que el esfuerzo cortante en el fluido sea directamente proporcional al gradiente de velocidad se enuncia en forma matemática así:

$$\tau = \eta(\Delta v/\Delta y) \quad \textbf{(2–1)}$$

donde a la constante de proporcionalidad η (letra eta, en griego) se le denomina *viscosidad dinámica* del fluido. En ocasiones se emplea el término *viscosidad absoluta*.

Usted puede visualizar la interpretación física de la ecuación (2-1) si mueve un fluido con una vara. La acción de moverlo hace que en éste se cree un gradiente de

velocidad. Se requiere una fuerza mayor para agitar un aceite frío que tenga viscosidad elevada (valor elevado de η), que la que se necesita para mover agua, cuya viscosidad es menor. Éste es un indicador del esfuerzo cortante mayor en el aceite frío.

La aplicación directa de la ecuación (2-1) se emplea en ciertos tipos de dispositivos para medir la viscosidad, como se explicará después.

2.3.1 Unidades de la viscosidad dinámica

Para expresar la viscosidad empleamos varios sistemas de unidades diferentes. En esta sección describimos los sistemas que se usan con mayor frecuencia para la viscosidad dinámica. En la siguiente, describiremos los propios para la viscosidad cinemática. El apéndice K contiene tablas resumen que listan varios factores de conversión.

La definición de viscosidad dinámica se obtiene al despejar a η la ecuación (2-1):

VISCOSIDAD DINÁMICA

$$\eta = \frac{\tau}{\Delta v/\Delta y} = \tau\left(\frac{\Delta y}{\Delta v}\right) \qquad (2\text{–}2)$$

Las unidades para η se obtienen si sustituimos aquéllas del SI en la ecuación (2-2):

$$\eta = \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \times \frac{\text{m}}{\text{m/s}} = \frac{\text{N}\cdot\text{s}}{\text{m}^2}$$

Debido a que Pa es otro nombre para los N/m^2, η puede expresarse también como

$$\eta = \text{Pa}\cdot\text{s}$$

A veces, cuando las unidades para η se combinan con otros términos —en especial con la densidad— conviene expresarlas en términos de kg en vez de N. Debido a que $1\ \text{N} = 1\text{kg}\cdot\text{m/s}^2$, η se expresa como

$$\eta = \text{N} \times \frac{\text{s}}{\text{m}^2} = \frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}^2} \times \frac{\text{s}}{\text{m}^2} = \frac{\text{kg}}{\text{m}\cdot\text{s}}$$

Así, en el SI, η se expresa en $\text{N}\cdot\text{s/m}^2$, Pa·s o kg/m·s.

En la tabla 2.1 listamos las unidades para la viscosidad dinámica en los tres sistemas más empleados. En cada uno de ellos se aprecia la dimensión de la fuerza multiplicada por el tiempo y dividida entre la longitud al cuadrado. En la tabla mencionamos las unidades del poise y el centipoise, porque muchos de los datos contenidos en diversas publicaciones se expresan en ellas. Estas unidades forman parte del obsoleto sistema métrico llamado cgs, el cual se deriva de sus unidades base (centímetro, dina, gramo y segundo). En el apéndice K presentamos los factores de conversión.

TABLA 2.1

Sistema de unidades	Unidades para la viscosidad dinámica
Sistema Internacional (SI)	$\text{N}\cdot\text{s/m}^2$, Pa·s o kg/(m·s)
Sistema Tradicional de Estados Unidos	$\text{lb}\cdot\text{s/pie}^2$ o slug/(pie·s)
Sistema cgs (obsoleto)	poise = $\text{dina}\cdot\text{s/cm}^2$ = g/(cm·s) = 0.1 Pa·s
	centipoise = poise/100 = 0.001 Pa·s = 1.0 mPa·s

En los apéndices A-D de la sección 2.8 listamos las viscosidades dinámicas de algunos líquidos industriales comunes, las cuales varían aproximadamente de 1.0×10^{-4} Pa·s a 60.0 Pa·s. Debido a que este rango es común, muchas fuentes de datos de propiedades

de fluidos, así como los instrumentos para medir la viscosidad, la expresan en unidades de mPa·s, más convenientes, donde

$$1.0 \text{ mPa·s} = 1.0 \times 10^{-3} \text{ Pa·s}$$

Observe que la unidad antigua del centipoise equivale numéricamente a mPa·s. Entonces, el rango anterior, expresado en mPa·s, va de

$$1.0 \times 10^{-4} \text{ Pa·s} = 0.10 \times 10^{-3} \text{ Pa·s} = 0.10 \text{ mPa·s}$$

a

$$60.0 \text{ Pa·s} = 60\,000 \times 10^{-3} \text{ Pa·s} = 60\,000 \text{ mPa·s}$$

Observe que el valor de 60 000 mPa·s corresponde al aceite lubricante de motores a temperaturas bajas en extremo, como se aprecia en la tabla 2.4 de la sección 2.8, donde se estudia las mediciones de la viscosidad SAE de aceites para motores. Ésta es la viscosidad dinámica máxima que se acepta en condiciones iniciales de frío, para asegurar que el aceite pueda fluir hacia su bomba en el motor.

2.4 VISCOSIDAD CINEMÁTICA

Muchos cálculos de la dinámica de fluidos involucran la razón de la viscosidad dinámica en la densidad del fluido. Por conveniencia, la viscosidad cinemática ν (letra nu, en griego) se define como

VISCOSIDAD CINEMÁTICA

$$\nu = \eta/\rho \tag{2–3}$$

Debido a que η y ρ son propiedades del fluido, ν también es una propiedad.

2.4.1 Unidades de la viscosidad cinemática

Las unidades para la viscosidad cinemática en el SI se obtienen con la sustitución de las unidades antes desarrolladas para η y ρ:

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} = \eta\left(\frac{1}{\rho}\right)$$

$$\nu = \frac{\text{kg}}{\text{m·s}} \times \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

$$\nu = \text{m}^2/\text{s}$$

La tabla 2.2 lista las unidades de la viscosidad cinemática en los tres sistemas más empleados. En cada uno de ellos se aprecia las dimensiones fundamentales de longitud al cuadrado dividida entre el tiempo. Las unidades de stoke y centistoke son obsoletas, pero aparecen aquí porque es frecuente que ciertas publicaciones las empleen. En el apéndice K presentamos los factores de conversión.

TABLA 2.2

Sistema de unidades	Unidades de la viscosidad cinemática
Sistema Internacional (SI)	m^2/s
Sistema Tradicional de Estados Unidos	pie^2/s
Sistema cgs (obsoleto)	$\text{stoke} = \text{cm}^2/\text{s} = 1 \times 10^{-4}\ \text{m}^2/\text{s}$
	$\text{centistoke} = \text{stoke}/100 = 1 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s} = 1\ \text{mm}^2/\text{s}$

Las viscosidades cinemáticas de líquidos industriales comunes, como los mencionados en los apéndices A-D en la sección 2.8, varían aproximadamente entre 1.0×10^{-7} m^2/s y 7.0×10^{-2} m^2/s. Es frecuente que valores más convenientes se expresen en mm^2/s, donde

$$1.0 \times 10^{6} \text{ mm}^2/\text{s} = 1.0 \text{ m}^2/\text{s}$$

Observe que la unidad antigua del centistoke equivale numéricamente a mm²/s. Entonces, el rango que se mencionó, expresado en mm²/s, va de

$$1.0 \times 10^{-7}\ \mathrm{m^2/s} = (0.10 \times 10^{-6}\ \mathrm{m^2/s})(10^6\ \mathrm{mm^2/1.0\ m^2}) = 0.10\ \mathrm{mm^2/s}$$

a

$$7.0 \times 10^{-2}\ \mathrm{m^2/s} = (70\,000 \times 10^{-6}\ \mathrm{m^2/s})(\mathrm{mm^2/1.0\ m^2}) = 70\,000\ \mathrm{mm^2/s}$$

Otra vez, el valor mayor es para el aceite de motores, frío en extremo.

2.5 FLUIDOS NEWTONIANOS Y NO NEWTONIANOS

El estudio de la deformación y las características del flujo de las sustancias se denomina *reología* (campo que estudia la viscosidad de los fluidos). Es importante saber si un fluido es *newtoniano* o *no newtoniano*. A cualquier fluido que se comporte de acuerdo con la ecuación (2-1) se le llama *fluido newtoniano*. La viscosidad η sólo es función de la condición del fluido, en particular de su temperatura. La magnitud del gradiente de velocidad $\Delta v/\Delta y$ no tiene ningún efecto sobre la magnitud η. A los fluidos más comunes como el agua, aceite, gasolina, alcohol, keroseno, benceno y glicerina, se les clasifica como newtonianos. Consulte en los apéndices A-E los datos de viscosidad del agua, de otros fluidos newtonianos, del aire y de otros gases. (Consulte también la referencia 12.)

A la inversa, a un fluido que no se comporte de acuerdo con la ecuación (2-1) se le denomina *fluido no newtoniano*. En la figura 2.2 se muestra la diferencia entre ambos. La viscosidad del fluido no newtoniano depende del gradiente de velocidad, además de la condición del fluido.

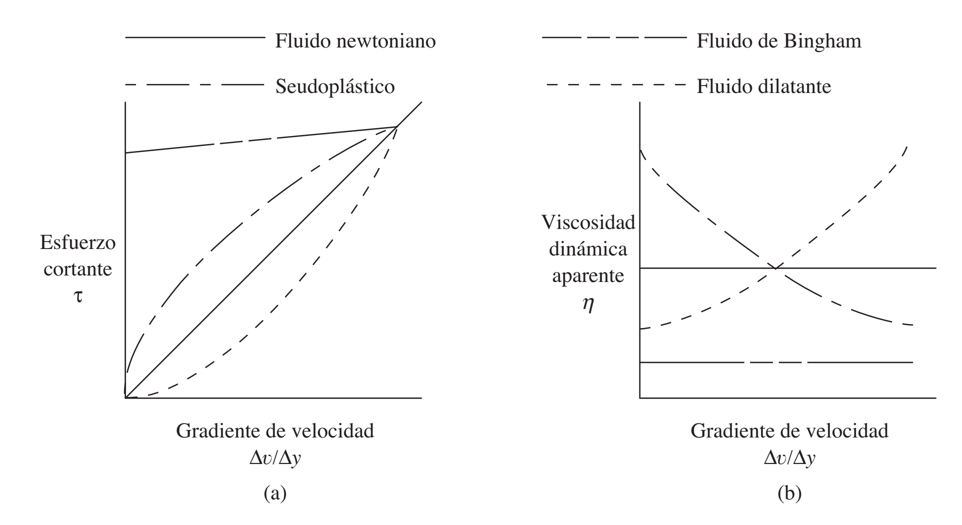


FIGURA 2.2 Fluidos newtonianos y no newtonianos.

Observe en la figura 2.2(a) que la pendiente de la curva del esfuerzo cortante versus el gradiente de velocidad es una medida de la *viscosidad aparente* del fluido. Entre más pronunciada es la pendiente, mayor es la viscosidad aparente. Debido a que los fluidos newtonianos tienen una relación lineal entre el esfuerzo cortante y el gradiente de velocidad, la pendiente es constante y, por tanto, la viscosidad es constante también. La pendiente de las curvas para los fluidos no newtonianos varía. En la figura 2.2(b) se aprecia cómo cambia la viscosidad con el gradiente de velocidad.

Es importante clasificar los fluidos no newtonianos en *independientes del tiempo* o *dependientes del tiempo*. Como su nombre lo dice, los fluidos independientes tienen una viscosidad que no varía con el tiempo, a cualquier esfuerzo cortante dado. Sin embargo, la viscosidad de los fluidos dependientes del tiempo cambia si varía éste.

Definición de tres tipos de fluidos independientes del tiempo:

- *Seudoplásticos o tixotrópicos* La gráfica del esfuerzo cortante versus el gradiente de velocidad queda por arriba de la línea recta (de pendiente constante) de los fluidos newtonianos, como se observa en la figura 2.2. La curva comienza con mucha pendiente, lo cual indica una viscosidad aparente elevada. Después, la pendiente disminuye con el incremento del gradiente de velocidad. Ejemplos de estos fluidos son el plasma sanguíneo, polietileno fundido, látex, almíbares, adhesivos, melazas y tintas.
- *Fluidos dilatantes* La gráfica del esfuerzo cortante versus el gradiente de velocidad queda por debajo de la línea recta para fluidos newtonianos. La curva comienza con poca pendiente, lo que indica viscosidad aparente baja. Después, la pendiente se incrementa conforme crece el gradiente de velocidad. Algunos ejemplos de fluidos dilatantes son los compuestos acuosos con concentraciones altas de sólidos: el almidón de maíz en etilenglicol, almidón en agua y el dióxido de titanio, un ingrediente de las pinturas.
- *Fluidos de Bingham* En ocasiones reciben el nombre de *fluidos de inserción*, y requieren la aplicación de un nivel significativo de esfuerzo cortante antes de que comience el flujo, como se ilustra en la figura 2.2. Una vez que el flujo se inicia, la pendiente de la curva es lineal, en esencia, lo que indica una viscosidad aparente constante. Algunos ejemplos de fluidos de Bingham son el chocolate, salsa catsup, mostaza, mayonesa, pasta de dientes, pintura, asfalto, ciertas grasas y suspensiones de agua y ceniza o fango del drenaje.

Los fluidos que dependen del tiempo son muy difíciles de analizar porque la viscosidad aparente varía con el tiempo, así como con el gradiente de velocidad y la temperatura. Ejemplos de fluidos que dependen del tiempo son ciertos petróleos crudos a temperaturas bajas, tinta para impresoras, nylon, ciertas gelatinas, mezcla de harina y varias soluciones de polímeros. Dichos fluidos también son tixotrópicos.

- *Fluidos electrorreológicos* Están en desarrollo fluidos que poseen propiedades únicas, controlables por medio de la aplicación de una corriente eléctrica. A veces se les conoce como fluidos ER, y son suspensiones de partículas finas como almidón, polímeros y cerámicas, en un aceite no conductor (como el aceite mineral o de silicón). Si no se les aplica corriente se comportan como otros líquidos. Pero si se les aplica, se convierten en un gel y se comportan más bien como un sólido. El cambio ocurre en menos de $^{1}/_{1000}$ s. Algunas aplicaciones potenciales de estos fluidos las encontramos en la sustitución de válvulas convencionales, en embragues, en sistemas de suspensión para vehículos y maquinaria y en actuadores automáticos.
- *Fluidos magnetorreológicos (MR)* Son similares a los fluidos ER, y contienen partículas suspendidas en una base de fluido. Sin embargo, en este caso, las partículas son polvos finos de fierro. El fluido base puede ser un aceite de petróleo, de silicón o agua. Cuando no hay un campo magnético presente, el fluido MR se comporta en forma muy parecida a otros, con una viscosidad que varía entre 0.2 Pa·s y 0.3 Pa·s a 25 °C. La presencia de un campo magnético hace que el fluido MR se convierta, virtualmente, en un sólido tal que soporte un esfuerzo cortante de hasta 100 kPa. El cambio se controla por medios electrónicos con mucha rapidez. Vislumbramos eventuales aplicaciones en amortiguadores de choques, embragues, frenos, amortiguadores de vibración, válvulas servo y en dispositivos de freno y bloqueo. (Consulte el sitio de Internet 1.)

2.5.1 Viscosidad de polímeros líquidos

Los polímeros líquidos son objeto de muchos estudios industriales, debido a su importancia en el diseño de productos, manufactura, lubricación y cuidado de la salud. En definitiva, no son newtonianos, y para describir su comportamiento se necesita cierta terminología adicional de viscosidad. (Consulte los sitios de Internet 2, 5 y 7 a 10, para saber acerca de los equipos comerciales empleados para caracterizar los polímeros líquidos

en el laboratorio y en la producción. Algunos equipos están diseñados para tomar muestras del polímero fundido justo antes de su extrusión o inyección en un molde.)

Es normal que se mida o calcule cada uno de los cinco factores adicionales de la viscosidad de los polímeros que a continuación presentamos:

1. *Viscosidad relativa*.
2. *Viscosidad inherente*.
3. *Viscosidad reducida*.
4. *Viscosidad específica*.
5. *Viscosidad intrínseca* (también se le llama *número limitante de viscosidad*).

Antes de realizar algunas pruebas y hacer los cálculos finales, agregamos un solvente al polímero líquido. Veamos algunos ejemplos de combinaciones de polímeros con solvente:

1. Nylon en ácido fórmico.
2. Nylon en ácido sulfúrico.
3. Resinas epóxicas en metanol.
4. Acetato de celulosa en acetona y cloruro metílico.
5. Policarbonato en cloruro metílico.

Debemos conocer la concentración (C) del polímero, medida en gramos por 100 ml. Después, resolvemos los cálculos siguientes:

***Viscosidad relativa*, η_{rel}.** Relación de las viscosidades de la solución del polímero y el solvente puro a la misma temperatura.

***Viscosidad inherente*, η_{inh}.** Relación del logaritmo natural de la viscosidad relativa y la concentración C.

***Viscosidad específica*, η_{spec}.** Viscosidad relativa de la solución del polímero menos 1.

***Viscosidad reducida*, η_{red}.** Viscosidad específica dividida entre la concentración.

***Viscosidad intrínseca*, η_{intr}.** Relación de la viscosidad específica a la concentración, extrapolada a la concentración cero. La viscosidad relativa se mide a varias concentraciones, y la línea de tendencia que resulta de las viscosidades específicas se extrapola a la concentración cero. La viscosidad intrínseca es una medida del peso molecular del polímero o el grado de polimerización.

Debemos elegir con cuidado los procedimientos de prueba para polímeros líquidos, debido a su naturaleza no newtoniana. La figura 2.2(a) muestra que la viscosidad aparente cambia conforme el gradiente de velocidad varía. Además, la tasa del cortante dentro del fluido también cambia con el cambio del gradiente de velocidad. Por tanto, es importante controlar la tasa de corte (también llamado *tasa de deformación*) en el fluido durante la realización de las pruebas. La referencia 13 incluye un análisis extenso sobre la importancia de controlar la tasa del cortante y los tipos de reómetros recomendables para tipos diferentes de fluidos.

Muchos polímeros líquidos y otros fluidos no newtonianos muestran características viscoelásticas, además de la viscosidad básica. Algunos ejemplos de éstos son los plásticos extruidos, adhesivos, pinturas, recubrimientos y emulsiones. Es importante medir el comportamiento de estos materiales durante la elongación, a fin de controlar los procesos de manufactura o de aplicación. A esta prueba se le llama *reometría de extensión.* (Consulte el sitio de Internet 9.)

2.6 VARIACIÓN DE LA VISCOSIDAD CON LA TEMPERATURA

Es probable que usted esté familiarizado con algunos ejemplos de la variación de la viscosidad de un fluido con la temperatura. Por lo general, es muy difícil hacer que el aceite para motores escurra si está frío, lo que indica que tiene viscosidad elevada. Conforme aumenta la temperatura del aceite, su viscosidad disminuye en forma notable.

Todos los fluidos muestran este comportamiento en cierto grado. El apéndice D presenta dos gráficas de la viscosidad dinámica versus la temperatura para muchos líquidos comunes. Observe que la viscosidad se grafica en escala logarítmica, debido al rango amplio de valores numéricos. En la tabla 2.3 listamos algunos ejemplos para que compruebe su habilidad de interpretación de estas gráficas.

TABLA 2.3

Fluido	Temperatura (°C)	Viscosidad dinámica ($N \cdot s/m^2$ o $Pa \cdot s$)
Agua	20	1.0×10^{-3}
Gasolina	20	3.1×10^{-4}
Aceite SAE 30	20	3.5×10^{-1}
Aceite SAE 30	80	1.9×10^{-2}

Los gases se comportan distinto de los líquidos, ya que su viscosidad se incrementa conforme la temperatura crece. Asimismo, por lo general, su cambio es menor que el de los líquidos.

2.6.1 Índice de viscosidad

El índice de viscosidad de un fluido (en ocasiones conocido como *VI*) nos indica cuánto cambia ésta con la temperatura. Es especialmente útil cuando se trabaja con aceites lubricantes y fluidos hidráulicos utilizados en equipos que deben operar a extremos amplios de temperatura.

> ***Un fluido con índice de viscosidad alto muestra un cambio pequeño en su viscosidad con la temperatura. Un fluido con índice de viscosidad bajo muestra un cambio grande en su viscosidad con la temperatura.***

En la figura 2.3 se muestran curvas comunes para aceites con valores *VI* de 50, 100, 150, 200, 250 y 300. En ella se emplea papel para graficar, diseñado especialmente para el índice de viscosidad, lo que da como resultado que las curvas se transformen en líneas rectas. El índice de viscosidad está determinado por la medición de la viscosidad cinemática de la muestra de fluido a 40 °C y a 100 °C (104 °F y 212 °F), y con la comparación de estos valores con los de ciertos fluidos de referencia a los que se asignó valores *VI* de 0 y 100. El estándar ASTM D 2270 proporciona el método completo. (Consulte la referencia 3.)

La forma general de la ecuación para calcular el índice de viscosidad de un aceite con valor *VI* menor o igual a 100 es la siguiente (Todos los valores de viscosidad cinemática tienen la unidad de mm^2/s):

$$VI = \frac{L - U}{L - H} \times 100 \qquad (2\text{–}4)$$

donde

U = Viscosidad cinemática del aceite de prueba a 40 °C.

L = Viscosidad cinemática de un aceite estándar a 40 °C con *VI* de cero, y que a 100 °C tiene la misma viscosidad que el aceite de prueba.

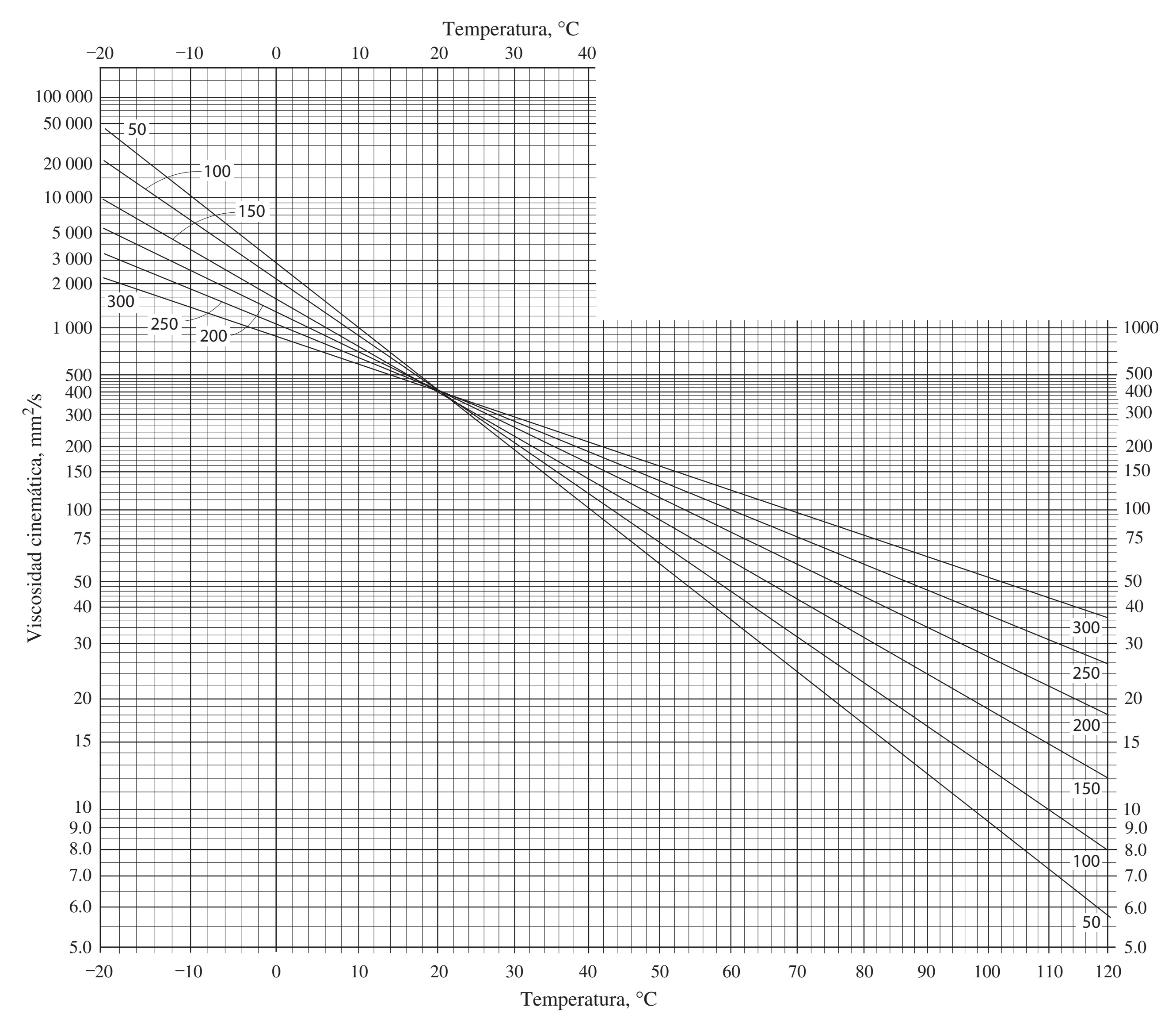


FIGURA 2.3 Curvas de índices de viscosidad comunes.

$H =$ Viscosidad cinemática de un aceite estándar a 40 °C con *VI* de 100, y que a 100 °C tiene la misma viscosidad que el aceite de prueba.

Los valores de *L* y *H* se encuentran en una tabla del estándar ASTM D 2270, para aceites con viscosidades cinemáticas entre 2.0 mm^2/s y 70.0 mm^2/s, a 100 °C. Este rango comprende la mayor parte de los aceites prácticos que se utilizan como combustible o lubricante.

Para aceites con $VI > 100$, el estándar ASTM D 2270 proporciona un método de cálculo alterno, que también depende de la obtención de valores en la tabla del estándar.

Observe con más detenimiento las curvas del *VI* en la figura 2.3. Están graficadas para el caso especial en que cada aceite tiene el mismo valor de viscosidad cinemática de 400 mm^2/s a 20 °C (68 °F), que es parecida a la temperatura ambiente. Los datos siguientes dan la viscosidad cinemática a −20 °C (−4 °F) y a 100 °C (212 °F).

Índice de viscosidad, *VI*	Viscosidad cinemática, ν (mm^2/s)		
	A −20 °C	A 20 °C	A 100 °C
50	47 900	400	9.11
100	21 572	400	12.6
150	9985	400	18.5
200	5514	400	26.4
250	3378	400	37.1
300	2256	400	51.3

Observe el rango enorme de valores. El aceite con *VI* de 50 tiene una viscosidad muy alta a temperatura fría, y puede ser difícil hacerlo fluir en superficies críticas para lubricarlas. Por el contrario, a temperatura elevada la viscosidad disminuye a un valor tan bajo que tal vez no tenga una capacidad adecuada para lubricar.

Deben usarse lubricantes y fluidos hidráulicos con *VI* alto en motores, maquinaria y equipo para la construcción utilizados en los exteriores, donde las temperaturas varían en rangos amplios. En un día cualquiera, el aceite podría pasar por el rango mencionado, de −20 °C a 100 °C.

Los valores altos de *VI* se obtienen con la mezcla de aceites seleccionados que tienen contenido elevado de parafina, o al agregar polímeros especiales que incrementan el *VI*, y mantienen buenas propiedades de lubricación, así como un rendimiento adecuado en motores, bombas, válvulas y actuadores.

2.7 MEDICIÓN DE LA VISCOSIDAD

Los procedimientos y equipo para medir la viscosidad son numerosos. Algunos utilizan principios fundamentales de la mecánica de fluidos para expresar la viscosidad en sus unidades fundamentales. Otros, indican solo valores relativos de la viscosidad, usados para comparar fluidos diferentes. En esta sección describiremos varios métodos comunes empleados para medir la viscosidad. Los dispositivos para caracterizar el comportamiento del flujo de los líquidos se llaman *viscosímetros* o *reómetros*.

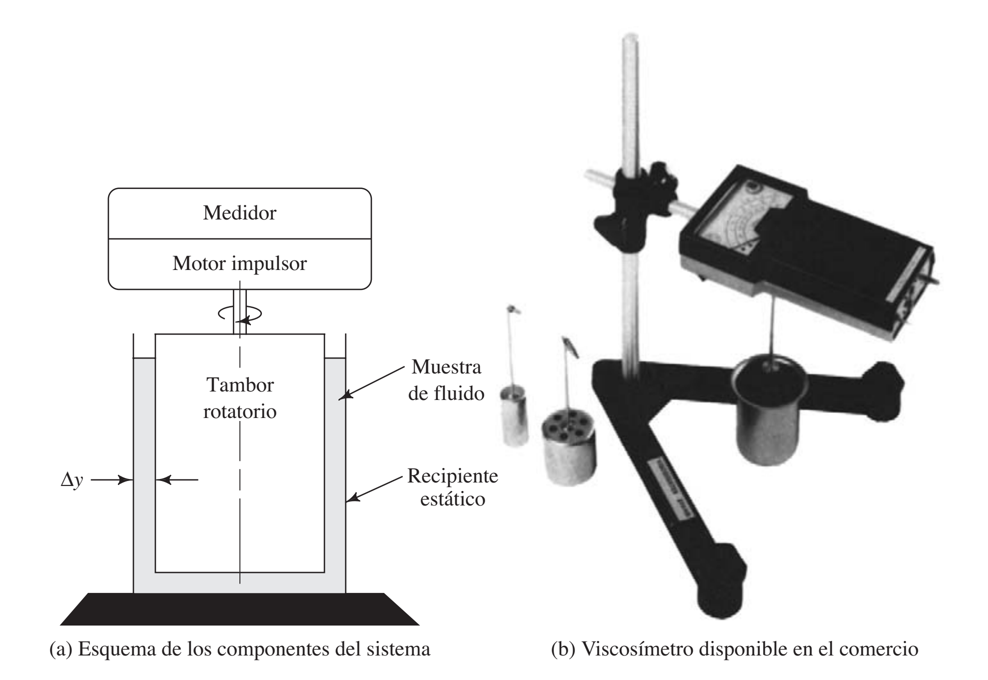
ASTM International produce estándares para medir y reportar mediciones de viscosidad. En las secciones siguientes se mencionan estándares específicos.

2.7.1 Viscosímetro de tambor rotatorio

El aparato que aparece en la figura 2.4(a) mide la viscosidad por medio de la definición de viscosidad dinámica que se da en la ecuación (2-2), y que puede escribirse

$$\eta = \tau/(\Delta v/\Delta y)$$

El recipiente exterior se mantiene estático mientras que el motor acoplado al medidor hace girar el tambor rotatorio. El espacio Δy entre el tambor rotatorio y el recipiente es pequeño. La parte del fluido que está en contacto con éste es estacionaria, mientas que el fluido en contacto con la superficie del tambor interior se mueve a una velocidad similar a dicha superficie. Por tanto, en el fluido se establece un gradiente de velocidad conocido $\Delta v/\Delta y$. La viscosidad del fluido ocasiona en él un esfuerzo cortante τ que ejerce un torque de arrastre sobre el tambor rotatorio. El medidor detecta el arrastre e indica la viscosidad directamente en la pantalla analógica. Damos especial énfasis al fluido en contacto con la parte inferior del tambor, porque su velocidad varía desde cero, en el centro, al valor más elevado, en el diámetro externo. Los distintos modelos del aparato de prueba disponible en el comercio [ver la figura 2.4(b)] y los rotores diferentes para cada uno, permiten la medición de un rango amplio de viscosidades, desde 2.0 a 4.0×10^5 mPa·s o 400 Pa·s. Este probador se usa para fluidos muy variados:



(a) Esquema de los componentes del sistema (b) Viscosímetro disponible en el comercio

FIGURA 2.4 Viscosímetro de tambor rotatorio. (Fuente de la fotografía: Extech Instruments Corporation, Waltham, MA.)

pintura, tinta, comida, derivados del petróleo, cosméticos y adhesivos. Opera con baterías y se monta en un mueble o se lleva solo, para instalarlo en la planta. (Consulte los sitios de Internet 2 y del 5 al 10.)

Una variación del viscosímetro de tambor rotatorio la especifica el estándar *ASTM D 5293: Standard Test Method for Apparent Viscosity of Engine Oils Between −5 and −30 °C Using the Cold-Cranking Simulator.* En este aparato, un motor universal hace girar un rotor ajustado en forma estrecha en el estator interior. La velocidad del rotor se relaciona con la viscosidad del aceite de prueba que llena el espacio entre el estator y el rotor, debido al arrastre viscoso que produce el aceite. La medición de la velocidad se correlaciona con la viscosidad en mPa·s por medio de una gráfica de calibración que se elabora con un conjunto de al menos cinco calibraciones de aceite estándar, cuya viscosidad es reconocida por el aparato utilizado. Los datos obtenidos los emplean los ingenieros de diseño y otros usuarios, para garantizar que los motores operen en forma adecuada a temperaturas frías. (Vea la referencia 5.)

SAE International especifica cuáles son los requerimientos de viscosidad para el bombeo de aceites para motores, por medio del estándar ASTM D 4684 (vea la referencia 9). Como se describe más adelante, en la sección 2.8, se utiliza un viscosímetro rotatorio pequeño y el aceite se enfría a temperaturas muy bajas.

También se recomienda emplear el estándar ASTM D 3829 (vea la referencia 7), para determinar la temperatura límite de bombeo de aceites para motores, cuando se especifiquen formulaciones para aceites nuevos.

Un diseño novedoso, llamado viscosímetro Stabinger, utiliza una variación del principio del tambor rotatorio. El aparato incluye un tubo pequeño con un rotor cilíndrico ligero suspendido en el interior. Se aplican fuerzas magnéticas para mantener el rotor en su posición. Se hace girar el tubo exterior a velocidad constante y específica, y el arrastre viscoso hace que el rotor interno gire con una velocidad que depende de la viscosidad del fluido. Un imán pequeño sobre el rotor crea un campo magnético

giratorio que es percibido fuera del tubo exterior. La viscosidad dinámica del fluido se calcula por medio de esta sencilla ecuación:

$$\eta = \frac{K}{(n_2/n_1 - 1)}$$

donde n_2 es la velocidad del tubo exterior y n_1 la velocidad del rotor interno. K es una constante de calibración que proporciona el fabricante del instrumento. (Consulte el sitio de Internet 11.)

2.7.2 Viscosímetro de tubo capilar

En la figura 2.5 mostramos dos depósitos conectados por un tubo largo de diámetro pequeño llamado *tubo capilar*. Conforme el fluido pasa por el tubo a velocidad constante, el sistema pierde alguna energía, lo que ocasiona una caída de presión que se mide por medio de manómetros. La magnitud de la caída de presión se relaciona con la viscosidad del fluido en la ecuación siguiente (Desarrollada en el capítulo 8):

$$\eta = \frac{(p_1 - p_2)D^2}{32vL} \qquad \textbf{(2–5)}$$

donde D es el diámetro interior del tubo, v la velocidad del fluido y L la longitud del tubo entre los puntos 1 y 2, en los que se mide la presión.

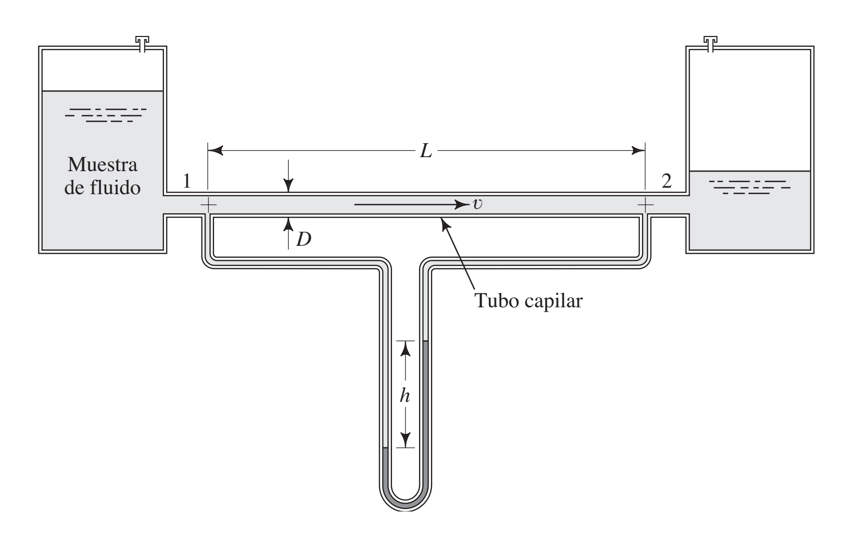


FIGURA 2.5 Viscosímetro de tubo capilar.

2.7.3 Viscosímetros de vidrio capilar estándar calibrados

Los estándares ASTM D 445 y D 446 (vea las referencias 1 y 2) describen el uso de viscosímetros de vidrio capilar estándar, para medir la viscosidad cinemática de líquidos transparentes y opacos. Las figuras 2.6 y 2.7 muestran 2 de los 17 tipos de viscosímetros estudiados en dichos estándares. La figura 2.8 ilustra un baño (disponible comercialmente) para guardar los tubos y mantener las temperaturas de prueba dentro de 0.01 °C (0.02 °F) durante el proceso de bañado. (Consulte los sitios de Internet 2 y 5.)

Al preparar la prueba de viscosidad, el tubo del viscosímetro se carga con una cantidad específica de fluido de prueba.

Después de estabilizar la temperatura de prueba, se aplica una succión para hacer pasar el fluido por el bulbo, ligeramente por arriba de la marca superior del tiempo. Se suspende la succión y se permite que el fluido circule por gravedad. La sección de

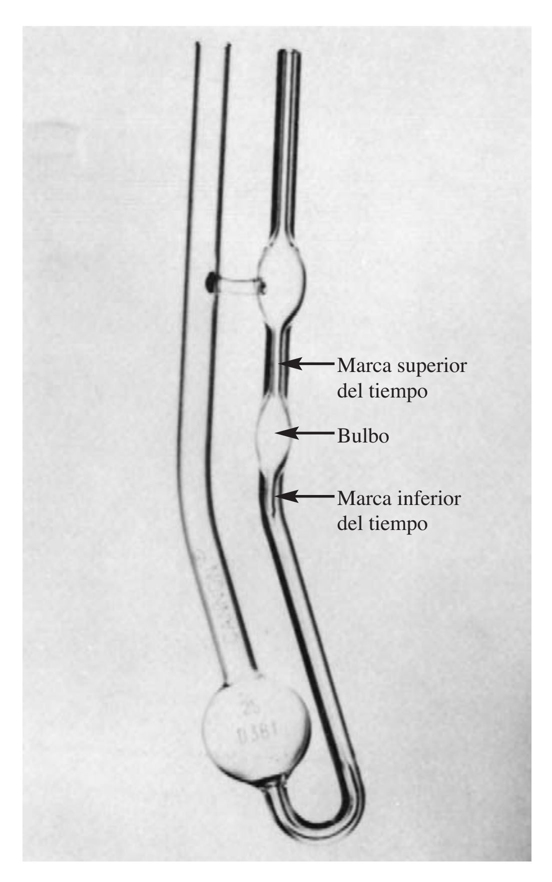


FIGURA 2.6 Viscosímetro de rutina Cannon-Fenske. (Fuente: Fisher Scientific, Pittsburgh, PA.)

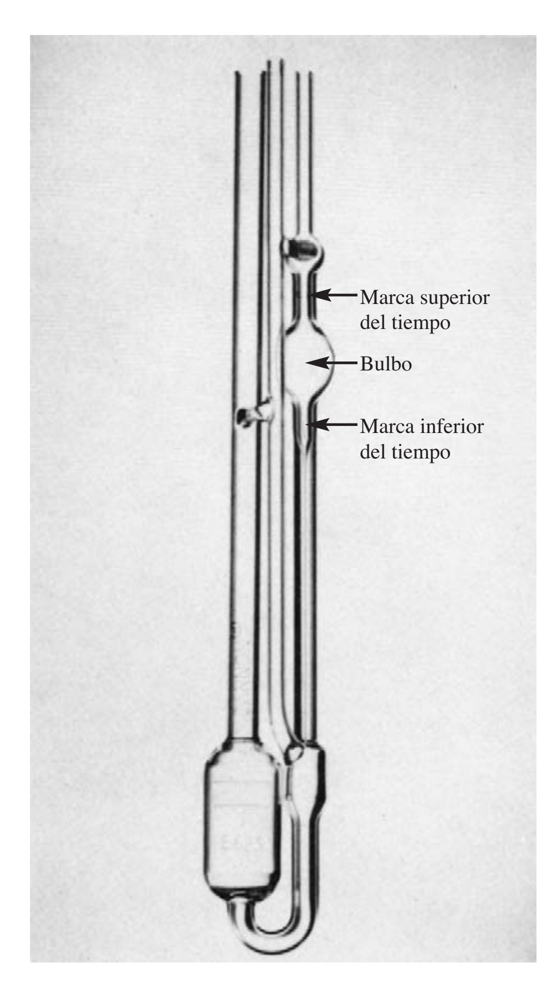


FIGURA 2.7 Viscosímetro Ubbelohde. (Fuente: Fisher Scientific, Pittsburgh, PA.)

trabajo del tubo es la capilar por debajo de la marca inferior del tiempo. Se registra el tiempo requerido para que el borde superior del menisco pase de la marca superior del tiempo a la inferior. La viscosidad cinemática se calcula con la multiplicación del tiempo de flujo por la constante de calibración del viscosímetro, la cual suministra el fabricante de éste. La unidad de viscosidad empleada para estas pruebas es el centistoke (cSt), equivalente a mm^2/s. Este valor debe multiplicarse por 10^{-6} para obtener la unidad estándar en m^2 del SI, la cual se emplea en este libro para hacer los cálculos.

2.7.4 Viscosímetro de bola que cae

Conforme un cuerpo cae en un fluido solamente bajo la influencia de la gravedad, acelerará hasta que la fuerza hacia abajo (su peso) quede equilibrada con la fuerza de flotación y la de arrastre viscoso que actúan hacia arriba. La velocidad que alcanza en ese tiempo se denomina *velocidad terminal*. El viscosímetro de bola que cae (ilustrado en la figura 2.9) hace uso de este principio para ocasionar que una bola esférica tenga una caída libre a través del fluido, y se mida el tiempo que requiere para recorrer una distancia conocida. Así, es posible calcular la velocidad. En la figura 2.10 se muestra un diagrama de cuerpo libre de la bola, donde w es el peso de la bola, F_b la fuerza de

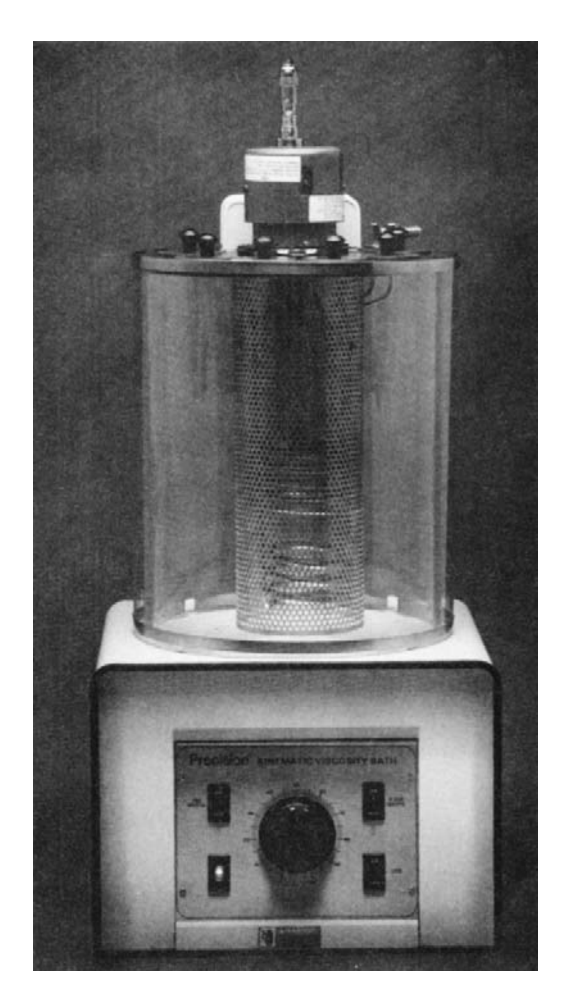


FIGURA 2.8 Baño que guarda viscosímetros capilares de vidrio estándar para determinar la viscosidad cinemática. (Fuente: Precision Scientific Petroleum Instruments Company. Division of Petroleum Analyzer Co., Pasadena TX.)

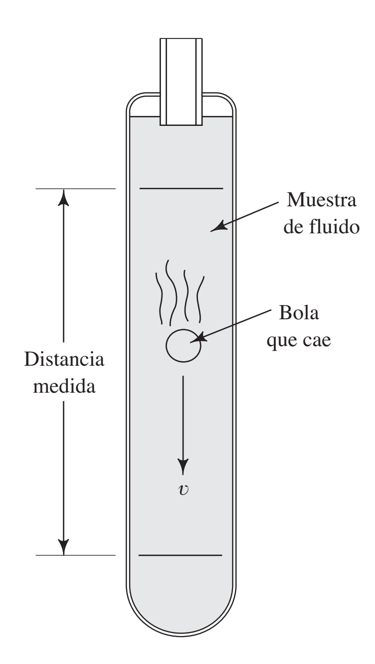


FIGURA 2.9 Viscosímetro de bola que cae.

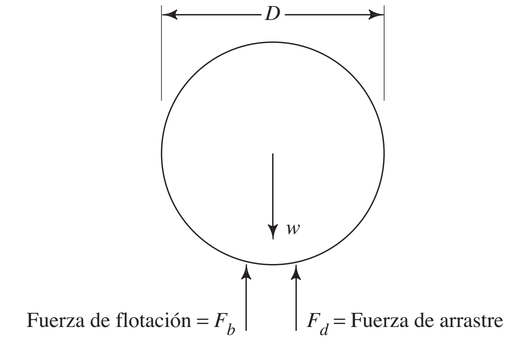


FIGURA 2.10 Diagrama de cuerpo libre de la bola que cae en un viscosímetro.

flotación y F_d la fuerza de arrastre viscoso sobre la bola. Cuando alcanza su velocidad terminal, la bola está en equilibrio. Por tanto, se tiene

$$w - F_b - F_d = 0. \tag{2–6}$$

Si γ_s es el peso específico de la esfera, γ_f el peso específico del fluido, V el volumen de la esfera y D el diámetro de la esfera, se tiene

$$w = \gamma_s V = \gamma_s \pi D^3/6 \tag{2–7}$$

$$F_b = \gamma_f V = \gamma_f \pi D^3/6 \tag{2–8}$$

Para fluidos muy viscosos y una velocidad pequeña, la fuerza de arrastre sobre la esfera es

$$F_d = 3\pi\eta v D \tag{2–9}$$

(Esta ecuación se estudiará en el capítulo 17.) Entonces, la ecuación (2-6) se convierte en

$$\eta = \frac{(\gamma_s - \gamma_f)D^2}{18v} \tag{2–10}$$

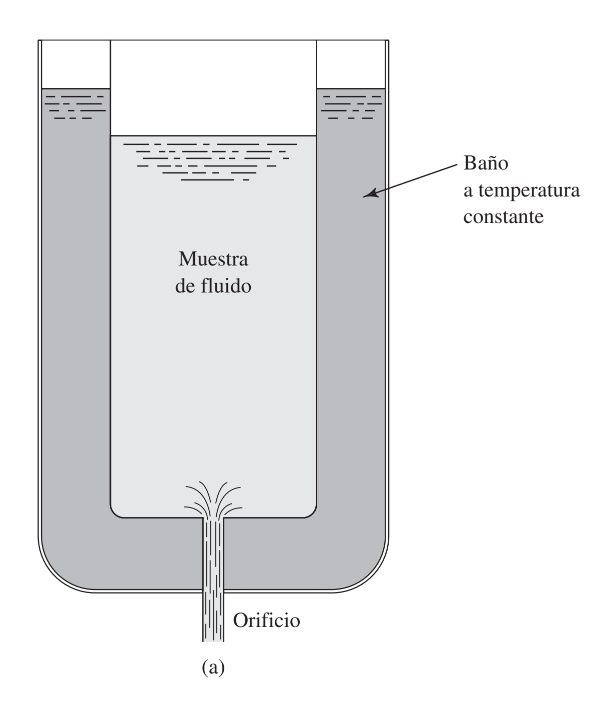
Para tomar el tiempo de descenso de la bola en forma visual, es necesario que el fluido sea transparente, para que pueda observarse y permita el registro. Sin embargo, algunos viscosímetros que están disponibles comercialmente disponen de un sensor automático que registra la posición de la bola, de modo que es posible utilizar fluidos opacos. Algunos viscosímetros de bola que cae emplean un tubo que tiene una inclinación ligera respecto de la vertical, por lo que el movimiento es una combinación de rodar y deslizarse. El fabricante proporciona la calibración entre el tiempo que dura el recorrido y la viscosidad. Para que el viscosímetro se utilice con fluidos de viscosidades en un rango amplio, por lo general entre 0.5 mPa·s y 10^5 mPa·s, se dispone de varios tipos y tamaños de bola. La esfera está hecha de acero inoxidable, una aleación de níquel y hierro y vidrio. (Consulte el sitio de Internet 10.)

2.7.5 Viscosímetro de Saybolt universal

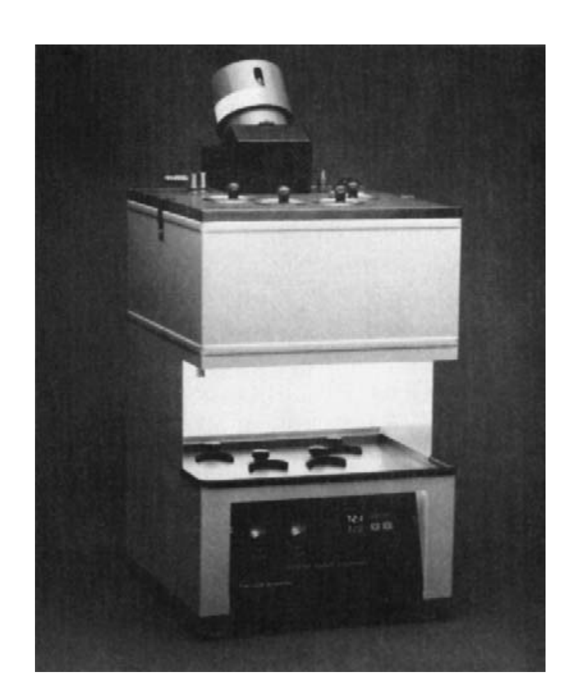
La facilidad con que un fluido pasa por un orificio de diámetro pequeño es un indicador de su viscosidad. Éste es el principio en que se basa el viscosímetro de Saybolt. La muestra de fluido se coloca en un aparato similar al que se ilustra en la figura 2.11(a). Después de que se establece el flujo se mide el tiempo que se requiere para reunir 60 ml del fluido. El tiempo resultante se reporta como la viscosidad del fluido en segundos Universal (SUS). Los resultados son relativos, debido a que la medida no se basa en la definición fundamental de la viscosidad. Sin embargo, sirven para comparar las viscosidades de fluidos diferentes. La ventaja de este procedimiento es su sencillez, además de que no requiere equipo complejo, relativamente. Las figuras 2.11(b) y (c) ilustran un viscosímetro de Saybolt, disponible comercialmente, y el matraz de 60 ml que se usa para recabar la muestra. (Consulte el sitio de Internet 10.)

El uso del viscosímetro de Saybolt lo avala el estándar ASTM D 88 (vea la referencia 10). Sin embargo, dicho estándar recomienda que se utilicen otros métodos para medir la viscosidad, como los mencionados en las referencias 1 y 2, las cuales describen el empleo de viscosímetros capilares de vidrio. Además, se recomienda que la viscosidad cinemática se reporte en la unidad del SI apropiada, mm^2/s. El estándar ASTM 2161 (vea la referencia 11) describe los métodos de conversión preferibles entre las mediciones de la viscosidad en SUS y la viscosidad cinemática en mm^2/s. En la figura 2.12 se muestra la gráfica de los SUS versus la viscosidad cinemática ν en mm^2/s, para un fluido con temperatura de 100 °F. Por arriba de $\nu = 75\ mm^2/s$ la curva se hace recta, y tiene la ecuación

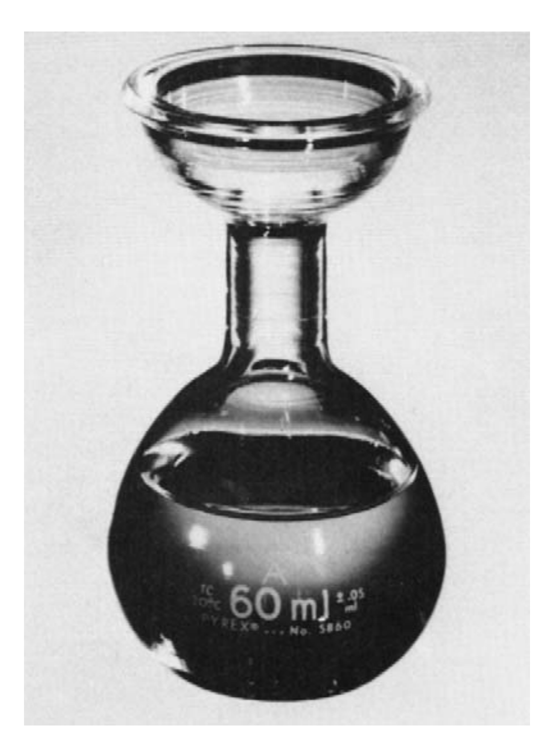
$$\text{SUS} = 4.632\nu \tag{2–11}$$



(a)



(b) Viscosímetro de Saybolt Universal



(c) Matraz de 60 ml, para recolectar la muestra de Saybolt

FIGURA 2.11 Viscosímetro de Saybolt. [Fuentes de las fotografías: (b) Precision Scientific Petroleum Instruments Co., Division of Petroleum Analyzer Co., Pasadena, TX; (c) Corning, Inc., Corning, NY.]

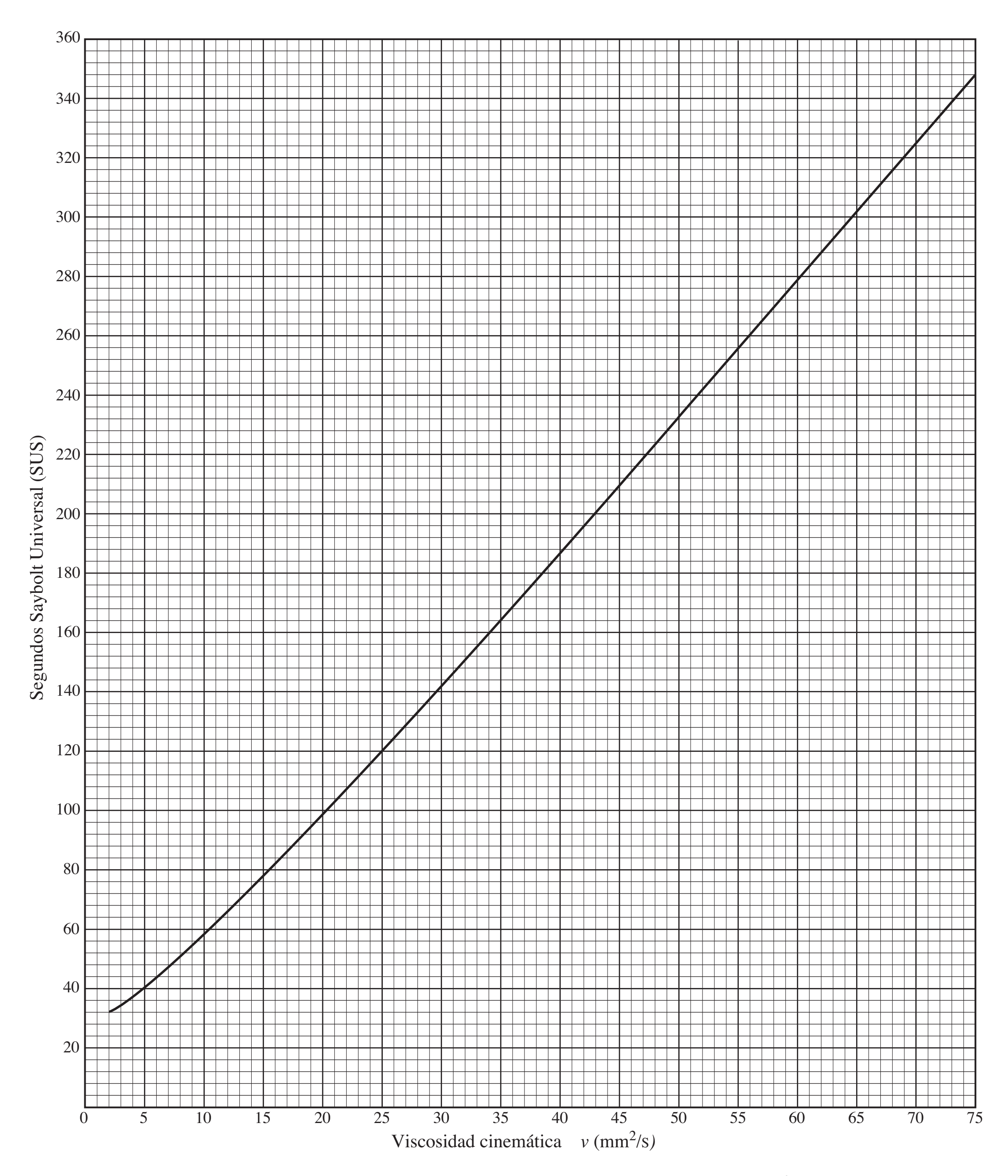


FIGURA 2.12 Viscosidad cinemática ν expresada en SUS *versus* la expresada en mm^2/s a 100 °F.

Para un fluido a temperatura de 210 °F, la ecuación para la parte de la línea recta es

$$SUS = 4.664\nu \tag{2–12}$$

Estas ecuaciones se utilizan por debajo de aproximadamente $\nu = 50\ mm^2/s$ con un margen de error menor a 0.5%, y por debajo de aproximadamente $\nu = 38\ mm^2/s$ con un margen de error de menos del 1.0% (<1.0 SUS).

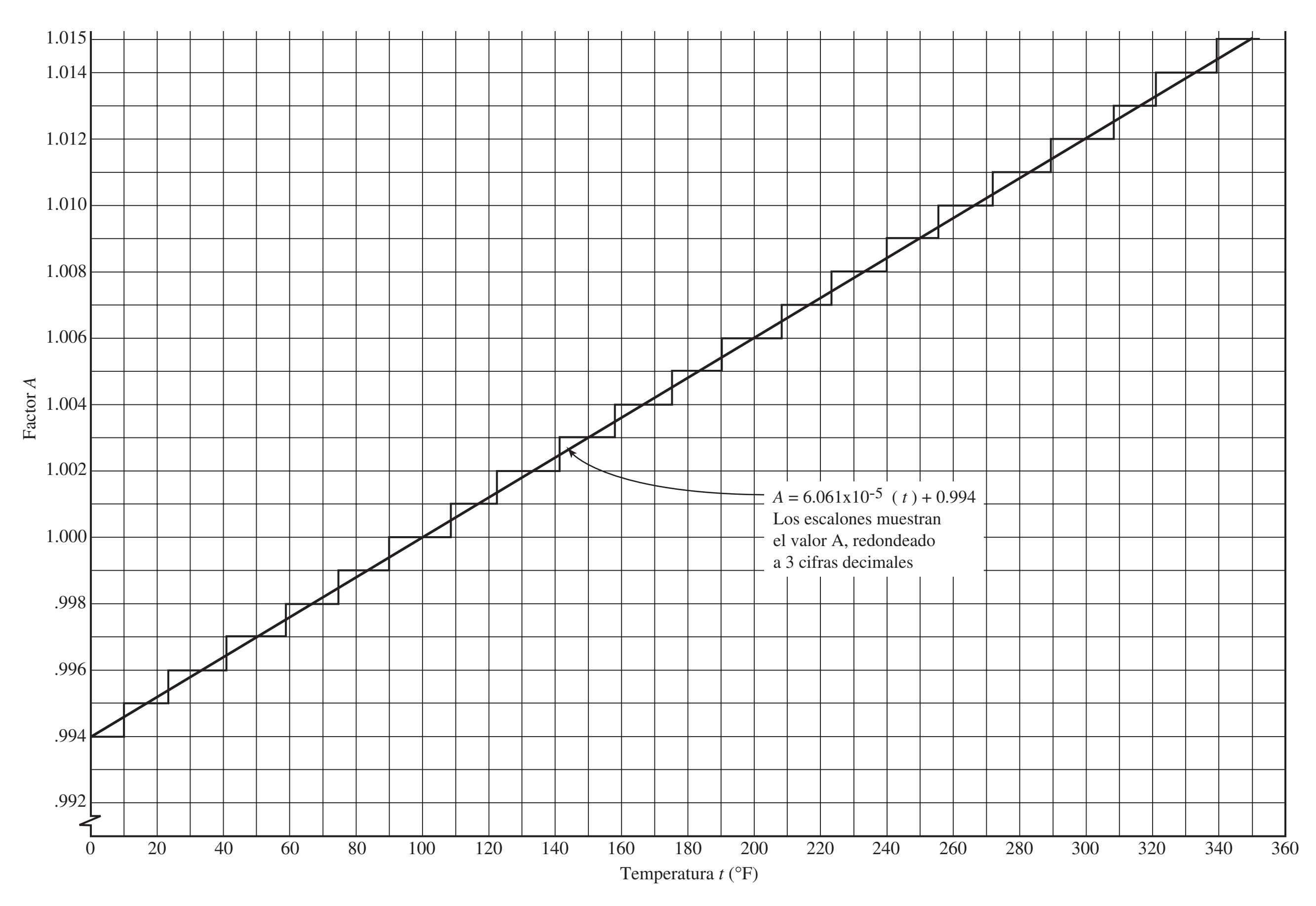


FIGURA 2.13 Factor *A versus* la temperatura *t* en grados Fahrenheit, que se usa para determinar la viscosidad cinemática en SUS para cualquier temperatura.

El valor SUS para cualquier otra temperatura en grados Fahrenheit se encuentra con la multiplicación del valor SUS para 100 °F por el factor *A* que se aprecia en la figura 2.13. El factor *A* se calcula con la ecuación

$$A = 6.061 \times 10^{-5}t + 0.994 \text{ (redondeado a tres decimales)} \qquad \text{(2–13)}$$

☐ **PROBLEMA MODELO 2.1** Dado que un fluido a 100 °F tiene una viscosidad cinemática de 30.0 mm^2/s, calcule el valor SUS equivalente a 100 °F.

Solución Debido a que $v < 75\ mm^2/s$, se emplea la figura 2.12 para encontrar $v = 141.5$ SUS.

☐ **PROBLEMA MODELO 2.2** Dado que un fluido a 100 °F tiene una viscosidad cinemática de 220 mm^2/s, determine el valor SUS equivalente a 100 °F.

Solución Debido a que $v > 75\ mm^2/s$, se emplea la ecuación (2-11):

$$\text{SUS} = 4.632\nu = 4.632(220) = 1019\ \text{SUS}$$

☐ **PROBLEMA MODELO 2.3** Dado que un fluido a 260 °F tiene una viscosidad cinemática de 145 mm^2/s, determine su viscosidad cinemática en SUS a 260 °F.

Solución Se utiliza la ecuación (2-13) para calcular el factor A:

$$A = 6.061 \times 10^{-5}t + 0.994 = 6.061 \times 10^{-5}(260) + 0.994 = 1.010$$

Ahora se encuentra la viscosidad cinemática a 100 °F por medio de la ecuación (2-11):

$$\text{SUS} = 4.632\nu = 4.632(145) = 671.6\ \text{SUS}$$

Por último, se multiplica este valor por A para obtener el valor SUS a 260 °F:

$$\text{SUS} = A(671.6) = 1.010(671.6) = 678\ \text{SUS}$$

■

2.8 GRADOS SAE DE VISCOSIDAD

SAE International desarrolló un sistema de clasificación de aceites para motores (tabla 2.4) y lubricantes de engranes automotrices (tabla 2.5) que indica la viscosidad de los aceites a temperaturas específicas (referencias 14 y 15). Observe los estándares ASTM de las pruebas que se mencionan en las notas al pie de las tablas 2.4 y 2.5, y que se listan como referencias 1 a 11.

Los aceites con el sufijo W se basan en la viscosidad dinámica máxima a temperaturas frías, especificadas en condiciones que simulan tanto el cigüeñal de un motor como el bombeo del aceite por parte de la bomba. También deben presentar una viscosidad cinemática por arriba de un mínimo especificado de 100 °C, con un viscosímetro capilar de vidrio. Aquéllos sin el sufijo W se clasifican a temperaturas más elevadas con dos métodos diferentes. La viscosidad cinemática en condiciones de poco esfuerzo cortante a 100 °C, debe estar en el rango que se indica en la tabla 2.4. La viscosidad dinámica en condiciones de esfuerzo cortante alto a 150 °F, debe ser mayor que el mínimo que se aprecia en la última columna de la tabla 2.4. Esta clasificación simula las condiciones en rodamientos y para superficies deslizantes. Observe las dos clasificaciones diferentes para el grado SAE 40. El primero es común en los aceites con viscosidad multigrado que se emplean en motores ligeros. El segundo es normal en los aceites con viscosidad de grado único SAE 40, y los de viscosidad multigrado que se usan en motores pesados. Los aceites con viscosidad multigrado, como el SAE 10W-40, deben satisfacer los estándares en condiciones de temperatura baja y alta.

Las especificaciones de valores de viscosidad máxima a temperatura baja para los aceites, se relacionan con la capacidad de éstos para fluir hacia las superficies que necesitan lubricación, a las velocidades del motor durante el arranque a temperaturas bajas. La viscosidad de bombeo indica la capacidad del aceite para fluir hacia la entrada de la bomba de aceite de un motor. El rango de especificaciones de viscosidad a temperatura alta se relaciona con la capacidad que tiene el aceite de proporcionar una película satisfactoria, que maneje las cargas esperadas sin tener una viscosidad muy alta que incrementara la fricción y pérdidas de energía generadas por las partes móviles.

Observe que los aceites diseñados para operar en rangos amplios de temperatura tienen aditivos especiales para incrementar el índice de viscosidad. Un ejemplo de esto es el aceite de viscosidad multigrado para motor, el cual debe satisfacer límites estrechos de viscosidad a temperatura baja, al mismo tiempo que mantiene una viscosidad suficientemente alta a temperaturas de operación elevadas del motor, para producir una lubricación eficaz. Además, los aceites para sistemas hidráulicos automotrices que deben operar con rendimiento similar en climas fríos y cálidos, y aquéllos para sistemas hidráulicos de máquinas herramienta que operan tanto en el exterior como en el interior deben tener índices altos de viscosidad. El logro de un índice de viscosidad elevado en un aceite, con frecuencia requiere una mezcla de polímeros y petróleo. La mezcla resultante podría tener características no newtonianas, en particular a temperaturas bajas.

Consulte el apéndice C para conocer las propiedades comunes de los aceites lubricantes derivados del petróleo, utilizados en sistemas hidráulicos y aplicaciones de máquinas herramienta.

TABLA 2.4 Grados de viscosidad SAE en aceites para motor.

	Temperatura baja-viscosidad dinámica		Temperatura alta Viscosidad cinemática a 100 °C (cSt)+		
Grado de viscosidad SAE	**Condición de cigüeñal* (cP) Máx. a (°C)**	**Condición de bombeo# (cP) Máx. a (°C)**	**Mín.**	**Máx.**	**Temperatura alta, tasa cortante elevada Viscosidad dinámica◇ a 150 °C (cP) Mín.**
0W	6200 a −35	60 000 a −40	3.8	—	—
5W	6600 a −30	60 000 a −35	3.8	—	—
10W	7000 a −25	60 000 a −30	4.1	—	—
15W	7000 a −20	60 000 a −25	5.6	—	—
20W	9500 a −15	60 000 a −20	5.6	—	—
25W	13 000 a −10	60 000 a −15	9.3	—	—
20	—	—	5.6	<9.3	2.6
30	—	—	9.3	<12.5	2.9
40	—	—	12.5	<16.3	2.9⊥
40	—	—	12.5	<16.3	3.7⌈
50	—	—	16.3	<21.9	3.7
60	—	—	21.9	<26.1	3.7

Fuente: Reimpreso con autorización de SAE J300, © 2004 por SAE International. (Consulte la referencia 14.)

Nota: 1 cP = 1 mPa·s ; 1 cSt = 1 mm^2/s.

* Con el Estándar ASTM D 5293.

\# Con el Estándar ASTM D 4684.

\+ Con el Estándar ASTM D 445.

◇ Con los Estándares ASTM D 4683, D 4741 o D 5481.

⊥ Cuando se usa en estos grados de viscosidad múltiple: 0W-40, 5W-40 y 10W-40.

⌈ Cuando se emplea en grado único SAE 40 y en estos grados de viscosidad múltiple: 15W-40, 20W-40 y 25W-40.

TABLA 2.5 Grados SAE de viscosidad para lubricantes de engranes automotrices.

		Viscosidad cinemática a 100°C (cSt)#	
Grado de viscosidad SAE	**Temperatura máxima para viscosidad dinámica de 150 000 cP* (°C)**	**Mín.**	**Máx.**
70W	−55	4.1	—
75W	−40	4.1	—
80W	−26	7.0	—
85W	−12	11.0	—
80	—	7.0	<11.0
85	—	11.0	<13.5
90	—	13.5	<24.0
140	—	24.0	<41.0
250	—	41.0	—

Fuente: Reimpreso con autorización de SAE J306, © 1998 SAE International. (Consulte la referencia 15.)

Nota: 1 cP = 1 mPa·s; 1 cSt = 1 mm^2/s.

* Con el ASTM D 2983.

\# Con el ASTM D 445.

2.9 GRADOS ISO DE VISCOSIDAD

Los lubricantes empleados en aplicaciones industriales deben estar disponibles en un rango amplio de viscosidad, para satisfacer las necesidades de la maquinaria de producción, rodamientos, arreglos de engranes, máquinas eléctricas, ventiladores y sopladores, sistemas de fluidos de potencia, equipo móvil y muchos otros dispositivos. Los diseñadores de estos sistemas deben asegurarse de que el lubricante tolere las temperaturas a que se expondrá, al mismo tiempo que proporcione suficiente capacidad de carga. El resultado es la necesidad de un rango amplio de viscosidades.

Para cumplir con los requerimientos y contar con cierto número de opciones económicas y factibles, el estándar ASTM D 2422 (referencia 4) define un conjunto de 20 grados de viscosidad ISO. La designación del estándar incluye el prefijo ISO VG seguido de un número que representa la viscosidad cinemática en cSt (mm^2/s) para una temperatura de 40 °C. La tabla 2.6 proporciona los datos. Los valores máximo y mínimo son ±10% del valor nominal. Aunque adoptar el estándar es voluntario, se intenta estimular a los productores y usuarios de lubricantes a concordar en la especificación de las viscosidades de la lista. Este sistema está ganando aceptación en los mercados de todo el mundo.

TABLA 2.6 Grados de viscosidad ISO.

Grado ISO VG	Viscosidad cinemática a 40 °C (cSt) o (mm^2/s)		
	Nominal	Mínimo	Máximo
2	2.2	1.98	2.40
3	3.2	2.88	3.52
5	4.6	4.14	5.06
7	6.8	6.12	7.48
10	10	9.00	11.0
15	15	13.5	16.5
22	22	19.8	24.2
32	32	28.8	35.2
46	46	41.4	50.6
68	68	61.2	74.8
100	100	90.0	110
150	150	135	165
220	220	198	242
320	320	288	352
460	460	414	506
680	680	612	748
1000	1000	900	1100
1500	1500	1350	1650
2200	2200	1980	2420
3200	3200	2880	3520

Fuente: Reimpreso con autorización del estándar ASTM 2422. Copyright ASTM. (Consulte la referencia 4.)

2.10 FLUIDOS HIDRÁULICOS PARA SISTEMAS DE FLUIDO DE POTENCIA

Los sistemas de fluido de potencia utilizan fluidos a presión para impulsar dispositivos lineales o rotatorios, empleados en equipo para construcción, sistemas de automatización industrial, equipo agrícola, sistemas hidráulicos para la aviación, sistemas de frenado de automóviles y muchos otros más. El fluido de potencia incluye tanto sistemas de tipo

aire (por lo general llamados *neumáticos*) como de tipo líquido (comúnmente llamados sistemas hidráulicos). Esta sección estudiará los sistemas de tipo líquido.

Existen varios tipos de fluidos hidráulicos de uso común:

- Aceites derivados del petróleo.
- Fluidos de aguaglicol.
- Fluidos con base de agua elevada (HWBF).
- Fluidos de silicón.
- Aceites sintéticos.

Las características principales de dichos fluidos en los sistemas de fluido de potencia son:

- Viscosidad adecuada para el propósito en cuestión.
- Capacidad alta de lubricación, a veces llamada *lubricidad*.
- Limpieza.
- Estabilidad química a temperaturas de operación.
- No son corrosivos con los materiales que se usan en los sistemas de fluido de potencia.
- No permiten el crecimiento de bacterias.
- Aceptables en lo ecológico.
- Módulo volumétrico elevado (compresibilidad baja).

Debe examinarse con cuidado el ambiente en que se va a usar el sistema de fluido de potencia y seleccionar el fluido óptimo para la aplicación. Es común que se requiera negociar entre las propiedades a fin de obtener una combinación aceptable. Debe consultarse a los proveedores de componentes, en particular de bombas y válvulas, para utilizar los fluidos apropiados en sus productos.

La viscosidad es una de las propiedades más importantes porque relaciona la lubricidad con la capacidad del fluido para ser bombeado y pasar a través de la tubería, tubos, actuadores, válvulas y otros dispositivos de control que se encuentran en los sistemas de fluido de potencia.

Los sistemas industriales comunes de fluido de potencia requieren fluidos cuyas viscosidades estén en el rango de los grados ISO 32, 46 o 68. (Vea la tabla 2.6 para conocer los rangos de viscosidad cinemática de estos fluidos.) En general, el número de grado ISO es la viscosidad cinemática en la unidad de mm^2/s.

Se necesita tener cuidado especial si se encuentran los extremos de temperatura. Considere el caso del sistema de fluido de potencia en un elemento del equipo para la construcción que se guarda en el exterior durante todo el año. En invierno, la temperatura podría bajar hasta −20 °F (−29 °C). Al arrancar el sistema a esa temperatura debe tenerse en cuenta la capacidad del fluido para pasar a través de los puertos de las bombas, hacia los sistemas de tubería y por las válvulas de control. La viscosidad del fluido podría ser mayor de 800 mm^2/s. Después, cuando el sistema se caliente a aproximadamente 150 °F (66 °C), la viscosidad del fluido tal vez fuera tan baja como 15 mm^2/s. Es probable que el rendimiento de las bombas y válvulas sea muy diferente en ese rango de condiciones. Asimismo, como se verá en el capítulo 8, la propia naturaleza del flujo podría cambiar con el cambio de viscosidad. Es probable que a temperaturas frías el flujo fuera laminar, mientras que con temperaturas altas y con las viscosidades en disminución sería turbulento. Para que los fluidos hidráulicos operen en estos rangos de temperaturas deben tener un índice de viscosidad elevado, como se describió en una parte anterior de este capítulo.

Los *aceites derivados del petróleo* son similares a los aceites de motores de automóviles que estudiamos en este capítulo. Son apropiados los que tienen SAE 10W y SAE 20W-20. Sin embargo, se necesitan varios aditivos para inhibir el crecimiento de bacterias, y garantizar la compatibilidad con los sellos y otras partes de los componentes del sistema de fluido de potencia, a fin de mejorar su desempeño ante el desgaste en las bombas, y para mejorar su índice de viscosidad. Debe consultarse a los proveedores de fluidos en busca de sus recomendaciones para formulaciones específicas. Algunos de

los aditivos utilizados para mejorar la viscosidad son materiales de polímeros que pueden cambiar mucho las características del flujo, bajo ciertas condiciones de presión elevada que se presentan dentro de las válvulas y bombas. Los aceites se comportarían tal vez como fluidos no newtonianos.

Los *fluidos de silicón* son deseables bajo temperaturas altas, como en los lugares de trabajo cercanos a las calderas, en procesos con calor y en algunos sistemas de frenado de vehículos. Dichos fluidos poseen estabilidad térmica muy alta. Debe verificarse su compatibilidad con las bombas y válvulas del sistema.

Los *fluidos con base de agua elevada* (HWBF) resultan deseables si se busca resistencia al fuego. Las emulsiones de agua y aceite contienen aproximadamente 40% de aceite mezclado con agua, con una variedad y cantidad significativas de aditivos, a fin de adecuar las propiedades del fluido con el trabajo en cuestión. Hay una clase diferente de fluidos, llamados emulsiones de aceite y agua, que contienen de 90 a 95% de agua, con un balance que consiste en aceite y aditivos. Es común que dichas emulsiones tengan apariencia lechosa, debido a que el aceite se encuentra disperso en forma de gotas muy pequeñas.

Los *fluidos de aguaglicol* también son resistentes al fuego y contienen entre 35 y 50% de agua, aproximadamente, con un balance que consiste en cualesquiera de varios glicoles junto con aditivos apropiados para el ambiente en que va a operar el sistema.

REFERENCIAS

1. ASTM International. 2003. *ASTM D 445-03: Standard Test Method for Kinematic Viscosity of Transparent and Opaque Liquids*. West Conshohocken, PA: Author.
2. ______. 2000. *ASTM D 446-00: Standard Specifications for Glass Capillary Kinematic Viscometers*. West Conshohocken, PA: Author.
3. ______. 1998. *ASTM D 2270-93(1998) Standard Practice for Calculating Viscosity Index from Kinematic Viscosity at 40 and 100°C*. West Conshohocken, PA: Author.
4. ______. 2002. *ASTM D 2422-97(2002): Standard Classification of Industrial Lubricants by Viscosity System*. West Conshohocken, PA: Author.
5. ______. 2002. *ASTM D 5293-02: Standard Test Method for Apparent Viscosity of Engine Oils Between −5 y −30 °C Using the Cold-Cranking Simulator*. West Conshohocken, PA: Author.
6. ______. 2003. *ASTM D 2983-03: Standard Test Method for Low-Temperature Viscosity of Automotive Fluid Lubricants Measured by Brookfield Viscometer*. West Conshohocken, PA: Author.
7. ______. 2002. *ASTM D 3829-02: Standard Test Method for Predicting the Borderline Pumping Temperature of Engine Oil*. West Conshohocken, PA: Author.
8. ______. 1996. *ASTM D 4683-96: Standard Test Method for Measuring Viscosity at High Temperature and High Shear Rate by Tapered Bearing Simulator*. West Conshohocken, PA: Author.
9. ______. 2002. *ASTM D 4684-02a: Standard Test Method for Determination of Yield Stress and Apparent Viscosity of Engine Oils at Low Temperature*. West Conshohocken, PA: Author.
10. ______. 1999. *ASTM D 88-94(1999): Standard Test Method for Saybolt Viscosity*. West Conshohocken, PA: Author.
11. ______. 1999. *ASTM D 2161-93(1999): Standard Practice for Conversion of Kinematic Viscosity to Saybolt Universal Viscosity or to Saybolt Furol Viscosity*. West Conshohocken, PA: Author.
12. Heald, C. C., ed. 2002. *Cameron Hydraulic Data*, 19th ed. Irving, TX: Flowserve. (Ingersoll-Dresser Pump Co, publicó ediciones anteriores, Liberty Corner, NJ.)
13. Schramm, Gebhard. 2002. *A Practical Approach to Rheology and Rheometry*. Karlsruhe, Alemania: Thermo Haake.
14. SAE International (SAE). 2004. *SAE Standard J300: Engine Oil Viscosity Classification*. Warrendale, PA: Author.
15. ______. 1998. *SAE Standard J306: Automotive Gear Lubricant Viscosity Classification*. Warrendale, PA: Author.

SITIOS DE INTERNET

1. Lord Corporation *www.frictiondamper.com* Productor de una variedad amplia de dispositivos montables y amortiguadores de vibración, inclusive de fluidos magnetorreológicos y sus aplicaciones.
2. Cannon Instrument Co. *www.cannoninstrument.com* Productor de varios tipos de viscosímetros y otros instrumentos para medir las propiedades de fluidos.
3. SAE International *www.sae.org* Sociedad de ingeniería para el avance de la movilidad en tierra, mar, aire y el espacio. Editor de estándares industriales numerosos, inclusive para lubricantes y combustibles.
4. ASTM International *www.astm.org* Desarrolla y publica estándares para procedimientos de prueba y propiedades de clases numerosas de materiales, inclusive fluidos.

5. Fisher Scientific *www.fishersci.com* Proveedor de instrumentos y materiales numerosos para laboratorio y trabajos científicos, inclusive viscosímetros de la marca Fisher y muchas otras.
6. Extech Instruments Corporation *www.extech.com* Proveedor de instrumentos y materiales numerosos para usos industriales, de laboratorio y científicos, inclusive viscosímetros.
7. Brookfield Engineering Laboratories *www.brookfieldengineering. com* Fabricante líder mundial de equipos de medición de la viscosidad para aplicaciones en laboratorio y control de procesos.
8. Rheometric Scientific, Inc. *www.laboratorynetwork.com/storefronts/rheometricsci.html* La compañía diseña, fabrica y vende instrumentos para caracterizar materiales, inclusive reómetros, viscosímetros, analizadores térmicos y monitores de control de procesos.
9. Thermo Electron Corporation *www.thermo.com* Productor de muchos equipos de medición para la industria, laboratorios científicos y operaciones de producción. Haake Division produce varios tipos de viscosímetros y reómetros.
10. Precision Scientific Petroleum Instruments (PSPI) *www.paclp.com/profile/product/pspi.htm* PSPI forma parte de PAC (Petroleum Analyzer Company), y produce varios tipos de viscosímetros y reómetros para laboratorio y procesos de aplicación.
11. Anton Paar *www.anton-paar.com* Fabricante de instrumentos para medir la viscosidad, densidad, concentración y otras propiedades de los fluidos.
12. C. I. Chen *www.geocities.com/CapeCanaveral/3655/VI.html* Este sitio contiene una herramienta de cálculo muy útil para obtener el índice de viscosidad y determinar la viscosidad de un aceite derivado del petróleo, a cualquier temperatura, si se dispone de datos para el índice de viscosidad a cualquier otra temperatura.

PROBLEMAS

2.1 Defina *esfuerzo cortante* según se aplica a un fluido en movimiento.

2.2 Defina *gradiente de velocidad*.

2.3 Enuncie la definición matemática de la *viscosidad dinámica*.

2.4 ¿Cuál fluido tendría la mayor viscosidad dinámica: un aceite lubricante frío o el agua dulce? ¿Por qué?

2.5 Mencione las unidades estándar de la viscosidad dinámica en el SI.

2.6 ¿Cuáles son las unidades estándar de la viscosidad dinámica en el Sistema Tradicional de Estados Unidos?

2.7 Establezca las unidades equivalentes del *poise* en términos de las cantidades fundamentales en el sistema cgs.

2.8 ¿Por qué son consideradas obsoletas las unidades del poise y centipoise?

2.9 ¿Cuál es la definición matemática de *viscosidad cinemática*?

2.10 Mencione las unidades estándar de la viscosidad cinemática en el sistema SI.

2.11 Establezca las unidades estándar de la viscosidad cinemática en el Sistema Tradicional de Estados Unidos.

2.12 ¿Cuáles son las unidades equivalentes del *stoke* en términos de las cantidades básicas en el sistema cgs?

2.13 ¿Por qué son consideradas obsoletas las unidades del stoke y centistoke?

2.14 Defina un *fluido newtoniano*.

2.15 Defina un *fluido no newtoniano*.

2.16 Mencione cinco ejemplos de fluidos newtonianos.

2.17 Mencione cuatro ejemplos de fluidos no newtonianos.

En el apéndice D se da la viscosidad dinámica de varios fluidos en función de la temperatura. Con dicho apéndice, proporcione el valor de la viscosidad de los fluidos siguientes:

2.18M *Agua a 40 °C.*

2.19M *Agua a 5 °C.*

2.20M *Aire a 40 °C.*

2.21M *Hidrógeno a 40 °C.*

2.22M *Glicerina a 40 °C.*

2.23M *Glicerina a 20 °C.*

2.24E Agua a 40 °F.

2.25E Agua a 150 °F.

2.26E Aire a 40 °F.

2.27E Hidrógeno a 40 °F.

2.28E Glicerina a 60 °F.

2.29E Glicerina a 110 °F.

2.30E Mercurio a 60 °F.

2.31E Mercurio a 210 °F.

2.32E Aceite SAE 10 a 60 °F.

2.33E Aceite SAE 10 a 210 °F.

2.34E Aceite SAE 30 a 60 °F.

2.35E Aceite SAE 30 a 210 °F.

2.36 Defina *índice de viscosidad* (*VI*).

2.37 Si deseara elegir un fluido con un cambio pequeño en la viscosidad conforme cambia la temperatura, ¿escogería alguno con *VI* alto o bajo?

2.38 ¿Cuál es el tipo de medición de la viscosidad que utiliza la definición básica de viscosidad dinámica para hacer el cálculo directo?

2.39 Describa cómo se crea el gradiente de velocidad en el fluido que va a medirse en el *viscosímetro de tambor rotatorio*.

2.40 ¿Cómo se mide la magnitud del esfuerzo cortante en el *viscosímetro de tambor rotatorio*?

2.41 ¿Qué medición debe hacerse para determinar la viscosidad dinámica cuando se usa un *viscosímetro de tubo capilar*?

2.42 Defina el término *velocidad terminal*, según se aplica al *viscosímetro de bola que cae*.

2.43 ¿Cuáles son las mediciones que debe hacerse para determinar la viscosidad dinámica, al emplear el *viscosímetro de bola que cae*?

2.44 Describa las características básicas del *viscosímetro Saybolt Universal.*

2.45 ¿Son mediciones directas de la viscosidad los resultados de las pruebas en el viscosímetro de Saybolt?

2.46 ¿El viscosímetro de Saybolt arroja datos relacionados con la viscosidad dinámica o la viscosidad cinemática de un fluido?

2.47 ¿En qué tipo de viscosímetro se basa el sistema de numeración SAE a 100 °C?

2.48 Describa la diferencia entre un aceite SAE 20 y otro SAE 20W.

2.49 ¿Qué grados SAE de aceite son apropiados para lubricar las cajas de los cigüeñales de los motores?

2.50 ¿Qué grados SAE de aceite son apropiados para lubricar engranes utilizados en las transmisiones?

2.51 Si se le pidiera que verificara la viscosidad de un aceite SAE 40 ¿a qué temperaturas haría las mediciones?

2.52 Si se le pidiera que comprobara la viscosidad de un aceite SAE 10W ¿a qué temperaturas debería hacer las mediciones?

2.53 ¿Cómo se determina la viscosidad de un aceite clasificado como SAE 5W-40, para hacer la comparación con los estándares SAE?

2.54C La viscosidad de un aceite lubricante es de 500 SUS a 100 °F. Calcule la viscosidad en m^2/s y pie^2/s.

2.55M *Con el empleo de los datos de la tabla 2.4, reporte los valores estándar de la viscosidad en unidades del SI para un aceite SAE 10W-30 (sg = 0.88), en los puntos de baja y alta temperatura.*

2.56C Convierta una medición de viscosidad dinámica de 4500 cP en Pa·s y $lb{\cdot}s/pie^2$.

2.57C Convierta una medición de viscosidad cinemática de 5.6 cSt en m^2/s y pie^2/s.

2.58C La viscosidad de un aceite es de 80 SUS a 100 °F. Calcule la viscosidad en m^2/s.

2.59C Convierta una medición de viscosidad de 6.5×10^{-3} Pa·s en las unidades de $lb{\cdot}s/pie^2$.

2.60C Un contenedor de aceite indica que éste tiene una viscosidad de 0.12 poise a 60 °C. En el apéndice D ¿cuál aceite tiene una viscosidad similar?

2.61M *En un viscosímetro de bola que cae se permite que una bola de acero de 1.6 mm de diámetro caiga libremente en un aceite pesado, cuya gravedad específica es de 0.94. El acero tiene un peso específico de 77 kN/m^3. Si se observa que la bola cae 250 mm en 10.4 s, calcule la viscosidad del aceite.*

2.62M *Se usa un viscosímetro de tubo capilar, similar al que se aprecia en la figura 2.5, para medir la viscosidad de un aceite con gravedad específica de 0.90. Se establecen los datos siguientes:*

Diámetro interior del tubo = 2.5 mm = D.
Longitud entre las tomas del manómetro = 300 mm = L.
Fluido del manómetro = mercurio.
Deflexión del manómetro = 177 mm = h.
Velocidad de flujo = 1.58 m/s = v.

Determine la viscosidad del aceite.

2.63E En un viscosímetro de bola que cae se permite que una bola de 0.063 pulg de diámetro caiga libremente en un aceite pesado, cuya gravedad específica es de 0.94. El acero pesa 0.283 $lb/pulg^3$. Si se observa que la bola cae 10.0 pulg en 10.4 s, calcule la viscosidad dinámica del aceite en $lb{\cdot}s^2/pie$.

2.64E Un viscosímetro de tubo capilar como el que se muestra en la figura 2.5 va a usarse para medir la viscosidad de un aceite, cuya gravedad específica es de 0.90. Se aplican los datos siguientes:

Diámetro interior del tubo = 0.100 pulg = *D.*
Longitud entre las tomas del manómetro = 12.0 pulg = *L.*
Fluido del manómetro = mercurio.
Deflexión del manómetro = 7.00 pulg = *h.*
Velocidad de flujo = 4.82 pies/s = *v.*

Calcule la viscosidad dinámica del aceite en $lb{\cdot}s^2/pie$.

2.65 Un fluido tiene una viscosidad cinemática de 15.0 mm^2/s a 100 °F. Calcule su viscosidad equivalente en SUS a dicha temperatura.

2.66 Un fluido tiene una viscosidad cinemática de 55.3 mm^2/s a 100 °F. Calcule su viscosidad equivalente en SUS a esa temperatura.

2.67 Un fluido tiene una viscosidad cinemática de 188 mm^2/s a 100 °F. Calcule su viscosidad equivalente en SUS a la temperatura mencionada.

2.68 Un fluido tiene una velocidad cinemática de 244 mm^2/s a 100 °F. Calcule su viscosidad equivalente en SUS a esa temperatura.

2.69 Un fluido tiene una viscosidad cinemática de 153 mm^2/s a 40 °F. Calcule su viscosidad equivalente en SUS a esa temperatura.

2.70 Un fluido tiene una viscosidad cinemática de 205 mm^2/s a 190 °F. Calcule su viscosidad equivalente en SUS a dicha temperatura.

2.71 Se probó un aceite por medio de un viscosímetro Saybolt, y su viscosidad fue de 6250 SUS a 100 °F. Calcule la viscosidad cinemática del fluido en mm^2/s a esa temperatura.

2.72 Se probó un aceite en un viscosímetro Saybolt, y su viscosidad fue de 438 SUS a 100 °F. Calcule la viscosidad cinemática del aceite en mm^2/s a dicha temperatura.

2.73 Se sometió a prueba un aceite en un viscosímetro Saybolt, y su viscosidad fue de 68 SUS a 100 °F. Calcule la viscosidad cinemática del aceite en mm^2/s a dicha temperatura.

2.74 Se probó un aceite en un viscosímetro Saybolt y su viscosidad fue de 176 SUS a 100 °F. Calcule la viscosidad cinemática del aceite en mm^2/s a esa temperatura.

2.75 Se probó un aceite en un viscosímetro Saybolt y su viscosidad fue de 4690 SUS a 80 °C. Calcule la viscosidad cinemática del aceite en mm^2/s a dicha temperatura.

2.76 Se probó un aceite en un viscosímetro Saybolt y su viscosidad fue de 526 SUS a 40 °C. Calcule su viscosidad cinemática en mm^2/s a esa temperatura.

2.77 Convierta todos los datos SAE de viscosidad cinemática de la tabla 2.4, de aceites para motor, de mm^2/s (cSt) a SUS.

2.78 Transforme todos los datos SAE de viscosidad cinemática de la tabla 2.5, de lubricantes para engranes automotrices, de mm^2/s (cSt) a SUS.

2.79 Convierta todos los datos ISO de grados de viscosidad cinemática de la tabla 2.6, de mm^2/s (cSt) a SUS.

TAREA DE PROGRAMACIÓN DE COMPUTADORAS

1. Diseñe un programa para convertir unidades de viscosidad de un sistema dado a otro, por medio de los factores de conversión y las técnicas del apéndice K.

2. Diseñe un programa que calcule la viscosidad del agua a una temperatura dada, con la ayuda de los datos del apéndice A. Dicho programa podría integrarse con el que ya elaboró en el capítulo 1, donde usó otras propiedades del agua. Utilice las mismas opciones descritas en el capítulo 1.

3. Diseñe una hoja de cálculo que muestre los valores de viscosidad cinemática y viscosidad dinámica del agua, con ayuda del apéndice A. Después, construya ecuaciones de ajuste de curvas para ambos tipos de viscosidad versus temperatura, por medio de la herramienta *Tendencias* de la hoja de cálculo. En ésta, elabore las gráficas de ambas viscosidades *versus* la temperatura, donde se muestren las ecuaciones que manejó.

3 Medición de la presión

3.1 Panorama

Mapa de aprendizaje

- Repasar la definición de *presión* que se dio en el capítulo 1:

$$p = F/A \qquad (3\text{–}1)$$

- La presión es igual a fuerza entre área.
- La unidad estándar de la presión en el SI es el N/m^2, llamada pascal (Pa). Una unidad conveniente en el estudio de la mecánica de fluidos es el kPa.
- La lb/pie^2 es la unidad estándar de la presión en el Sistema Tradicional de Estados Unidos. La $lb/pulg^2$ (llamada con frecuencia psi) es la unidad conveniente en el estudio de la mecánica de fluidos.
- Si ha visto una medición de la presión, trate de recordar su magnitud, cómo se medía, y el equipo que generaba la presión.

Descubrimientos

¿Qué ejemplos de medición de la presión puede recordar? A continuación mencionamos algunos.

- ¿Ha medido la presión en llantas de automóviles o bicicletas?
- ¿Alguna vez ha observado la lectura de la presión en una caldera de vapor o agua caliente?
- ¿Ha hecho la medición de la presión en un sistema de suministro de agua u observado lugares en los que la presión era particularmente baja o alta?
- ¿Ha visto los medidores de presión que se montan en bombas u otros componentes clave de los sistemas hidráulicos o neumáticos de fluidos de potencia?

Estudie estos sistemas y otros que recuerde con sus compañeros estudiantes y con el profesor o asesor del curso.

En este capítulo aprenderá acerca de la presión absoluta (la que se mide en relación con un vacío perfecto) y la presión manométrica (la que se mide en relación con la presión atmosférica local). Aprenderá a calcular el cambio de presión que se da con los cambios de la elevación de un fluido estático, y a aplicar este principio a un dispositivo para medir la presión llamado *manómetro*. También aprenderá acerca de otros equipos medidores de presión, como los manómetros y transductores de presión. Por último, aprenderá acerca de los barómetros (aparatos utilizados para medir la presión atmosférica, a veces denominada presión barométrica).

3.2 OBJETIVOS

Al terminar este capítulo podrá:

1. Definir la relación entre *presión absoluta*, *presión manométrica* y *presión atmosférica.*
2. Describir el grado de variación de la presión atmosférica cerca de la superficie de la Tierra.
3. Describir las propiedades del aire a presión atmosférica estándar.
4. Describir las propiedades de la atmósfera a elevaciones que van desde el nivel del mar hasta 30 000 m.
5. Definir la relación que existe entre un cambio en la elevación de un fluido y el cambio en la presión.

6. Describir cómo funciona un *manómetro* y la forma en que se emplea para medir la presión.
7. Describir los distintos tipos de manómetros: U, diferencial, tubo y tubo inclinado.
8. Describir un *barómetro* y la manera en que indica el valor de la presión atmosférica local.
9. Describir distintos tipos de medidores y transductores de presión.

3.3 PRESIÓN ABSOLUTA Y MANOMÉTRICA

Al hacer cálculos que involucren la presión de un fluido, se deben efectuar en relación con alguna presión de referencia. Es normal que la atmósfera sea la presión de referencia. Así, la presión que arroja la medición del fluido se llama *presión manométrica*. La presión que se mide en relación con un vacío perfecto se denomina *presión absoluta*. Tiene importancia extrema que se conozca la diferencia entre estas dos maneras de medir la presión, para poder convertir una en la otra.

Una ecuación sencilla que relaciona los dos sistemas de medición de la presión es:

PRESIÓN ABSOLUTA Y MANOMÉTRICA

$$p_{abs} = p_{man} + p_{atm} \quad (3\text{–}2)$$

donde

p_{abs} = Presión absoluta

p_{man} = Presión manométrica

p_{atm} = Presión atmosférica

La figura 3.1 muestra una interpretación gráfica de esta ecuación. Los conceptos básicas siguientes ayudarán a entender la ecuación:

1. Un vacío perfecto es la presión más baja posible. Por tanto, una presión absoluta siempre será positiva.
2. Una presión manométrica superior a la presión atmosférica siempre es positiva.
3. Una presión manométrica inferior a la presión atmosférica es negativa y en ocasiones se le llama *vacío*.
4. Una presión manométrica se expresará en las unidades de Pa(man) o psig.
5. La presión absoluta ha de expresarse en las unidades de Pa(abs) o psia.
6. La magnitud de la presión atmosférica varía con la ubicación y condiciones climáticas. La presión barométrica, como la que se emite en los reportes del clima, es un indicador de la variación continua de la presión atmosférica.
7. El rango de variación normal de la presión atmosférica cerca de la superficie de la Tierra es de 95 kPa(abs) a 105 kPa(abs) aproximadamente, o bien de 13.8 psia a 15.3 psia. Al nivel del mar, la presión atmosférica estándar es de 101.3 kPa(abs) o 14.69 psia. A menos que se dé la presión atmosférica prevaleciente, en este libro se supondrá que es de 101 kPa(abs) o 14.7 psia.

☐ **PROBLEMA MODELO 3.1**

Exprese una presión de 155 kPa(man) como presión absoluta. La presión atmosférica local es de 98 kPa(abs).

Solución

$$p_{abs} = p_{man} + p_{atm}$$

$$p_{abs} = 155\,\text{kPa(man)} + 98\,\text{kPa(abs)} = 253\,\text{kPa(abs)}$$

Observe que en este cálculo las unidades son kilopascales (kPa) para cada término, y son, además, consistentes. La indicación de manométrica o absoluta es por conveniencia y claridad.

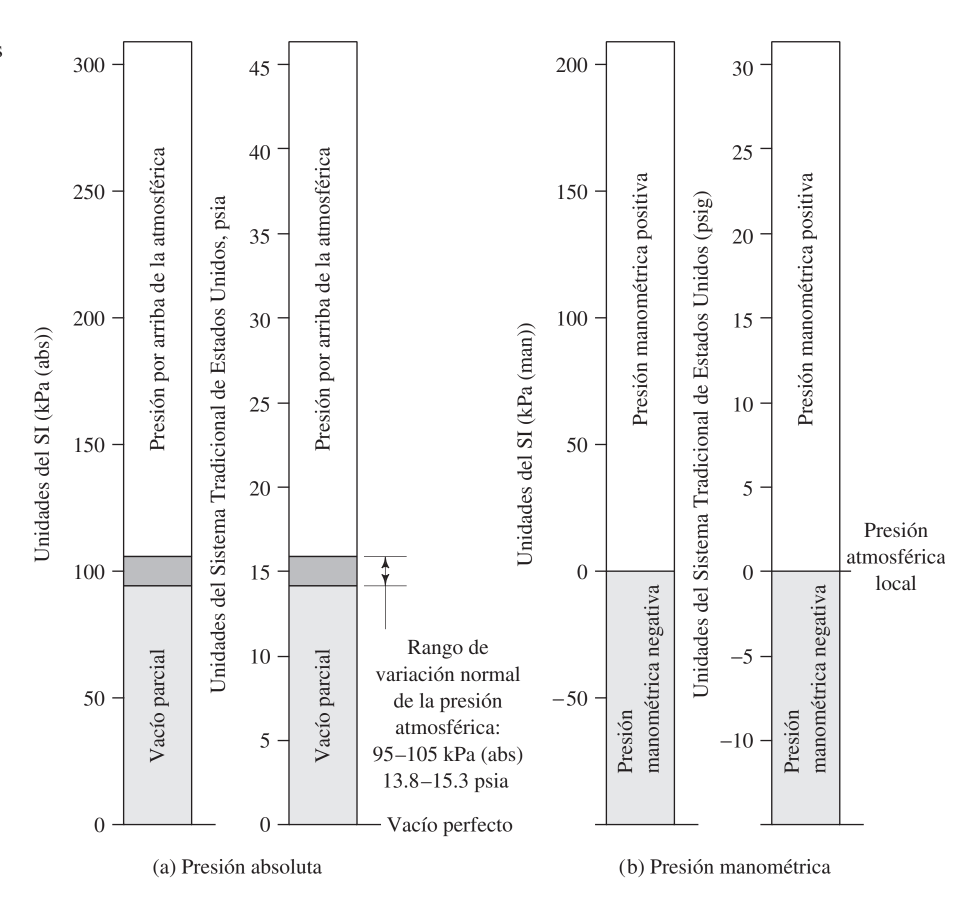


FIGURA 3.1 Comparación entre las presiones absoluta e manométrica.

☐ **PROBLEMA MODELO 3.2** Exprese una presión de 225 kPA(abs) como presión manométrica. La presión atmosférica local es de 101 kPa(abs).

Solución

$$p_{abs} = p_{man} + p_{atm}$$

Al despejar en forma algebraica a p_{man} queda

$$p_{man} = p_{abs} - p_{atm}$$
$$p_{man} = 225\text{ kPa(abs)} - 101\text{ kPa(abs)} = 124\text{ kPa(man)}$$

☐ **PROBLEMA MODELO 3.3** Exprese una presión de 10.9 psia como presión manométrica. La presión atmosférica local es 15.0 psia.

Solución

$$p_{abs} = p_{man} + p_{atm}$$
$$p_{man} = p_{abs} - p_{atm}$$
$$p_{man} = 10.9\text{ psia} - 15.0\text{ psia} = -4.1\text{ psig}$$

Observe que el resultado es negativo. Esto también puede leerse como “4.1 psi por debajo de la presión atmosférica” o “4.1 psi de vacío”.

☐ **PROBLEMA MODELO 3.4** Exprese una presión de −6.2 psig como presión absoluta.

Solución

$$p_{abs} = p_{man} + p_{atm}$$

Debido a que no se da un valor para la presión atmosférica, se manejará $p_{atm} = 14.7$ psia.

$$p_{abs} = -6.2\ \text{psig} + 14.7\ \text{psia} = 8.5\ \text{psia}$$

■

3.4 RELACIÓN ENTRE LA PRESIÓN Y LA ELEVACIÓN

Quizá esté familiarizado con el hecho de que conforme se sumerge en un fluido, una alberca por ejemplo, la presión se incrementa. Existen circunstancias en las que es importante saber cómo varía la presión con un cambio en la profundidad o elevación.

En este libro, el término *elevación* significa la distancia vertical entre un nivel de referencia y un punto de interés que se denotará como z. Un *cambio* en la elevación entre dos puntos se llama h. La elevación siempre se mide en forma positiva en dirección hacia arriba. En otras palabras, un punto más elevado tiene una elevación mayor que otro más bajo.

El nivel de referencia puede ser cualquiera, como se ilustra en la figura 3.2, donde se muestra a un submarino bajo el agua. En la parte (a) de la figura, se toma como referencia el fondo del mar, mientras que en la parte (b), el nivel de referencia es la posición del submarino. Debido a que los cálculos de la mecánica de fluidos por lo general toman en cuenta las diferencias de elevación, es aconsejable que se elija al punto más bajo de interés en un problema como el nivel de referencia, a fin de eliminar el uso de valores negativos para z. Esto tendrá importancia especial más adelante.

En un líquido homogéneo en reposo el cambio de presión, debido a un cambio en la elevación, se calcula por medio de:

$$\Delta p = \gamma h \tag{3–3}$$

donde

Δp = Cambio en la presión
γ = Peso específico del líquido
h = Cambio en la elevación

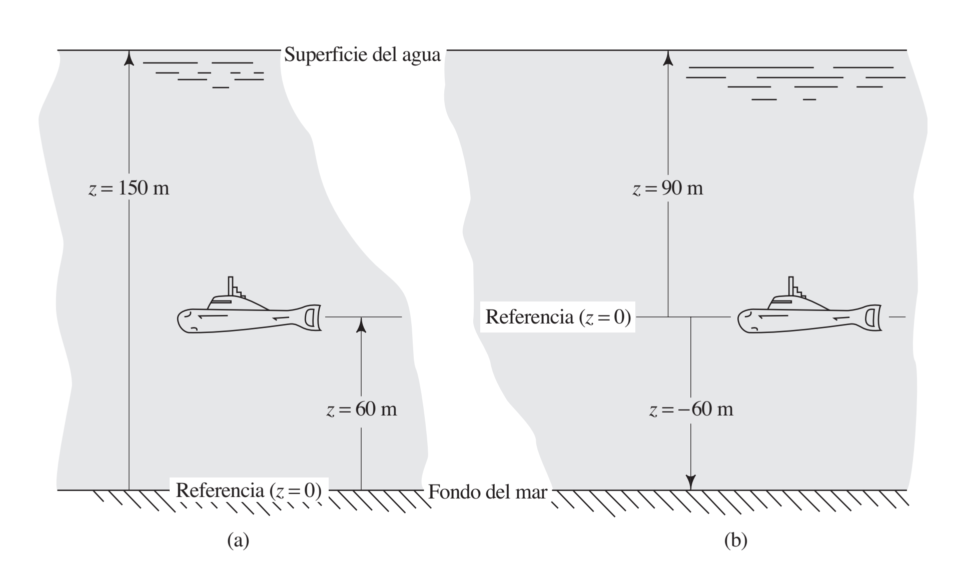


FIGURA 3.2 Ilustración del nivel de referencia respecto de la elevación.

Algunas conclusiones generales que surgen de la ecuación (3-3) ayudarán a que se aplique correctamente:

1. La ecuación sólo es válida para un líquido homogéneo en reposo.
2. Los puntos en el mismo nivel horizontal tienen la misma presión.
3. El cambio en la presión es directamente proporcional al peso específico del líquido.
4. La presión varía en forma lineal con el cambio en la elevación o profundidad.
5. Una disminución de la elevación ocasiona un incremento de la presión. (Esto es lo que ocurre cuando alguien se sumerge en una alberca.)
6. Un incremento en la elevación provoca una disminución de la presión.

La ecuación (3-3) no se aplica a los gases porque el peso específico de un gas cambia con el cambio de la presión. Sin embargo, para producir un cambio significativo en la presión de un gas se requiere un cambio grande en la elevación. Por ejemplo, un incremento de 300 m en la elevación (alrededor de 1000 pies) en la atmósfera hace que la presión disminuya tan solo 3.4 kPa (cerca de 0.5 psi). *En este libro se supone que la presión de un gas es uniforme, a menos que se especifique otra cosa.*

☐ PROBLEMA MODELO 3.5 Calcule el cambio en la presión del agua, de la superficie a una profundidad de 5 m.

Solución Se maneja la ecuación (3-3), $\Delta p = \gamma h$, con $\gamma = 9.81\ \text{kN/m}^3$ para el agua y $h = 5$ m. Entonces:

$$\Delta p = (9.81\ \text{kN/m}^3)(5.0\ \text{m}) = 49.05\ \text{kN/m}^2 = 49.05\ \text{kPa}$$

Si la superficie del agua se encuentra abierta a la atmósfera, la presión ahí es de 0 Pa(manométrica). Al descender en el agua (la elevación disminuye) se produce un incremento de la presión. Por tanto, la presión a 5 m es de 49.05 kPa(manométrica).

☐ PROBLEMA MODELO 3.6 Calcule el cambio en la presión del agua, de la superficie a una profundidad de 15 pies.

Solución Se emplea la ecuación (3-3), $\Delta p = \gamma h$, con $\gamma = 62.4\ \text{lb/pie}^3$ para el agua y $h = 15$ pies. Entonces:

$$\Delta p = \frac{62.4\ \text{lb}}{\text{pie}^3} \times 15\ \text{pies} \times \frac{1\ \text{pie}^2}{144\ \text{pulg}^2} = 6.5\ \frac{\text{lb}}{\text{pulg}^2}$$

Si la superficie del agua está expuesta a la atmósfera, la presión ahí es de 0 psig. Al descender en el agua (la elevación disminuye) se produce un incremento de la presión. Por tanto, la presión a 15 pies es de 6.5 psig.

☐ PROBLEMA MODELO 3.7 La figura 3.3 ilustra un tanque de aceite con un lado abierto a la atmósfera y otro sellado en el que hay aire sobre el aceite. El aceite tiene una gravedad específica de 0.90. Calcule la presión manométrica en los puntos A, B, C, D, E y F, y la presión del aire en el lado derecho del tanque.

Solución *Punto A* En este punto el aceite se encuentra expuesto a la atmósfera, por lo que

$$p_A = 0\ \text{Pa(manométrica)}$$

Punto B El cambio en la elevación entre el punto A y el B es de 3.0 m, con B por debajo de A. Para utilizar la ecuación (3-3) se necesita puntualizar el peso específico del aceite Así:

$$\gamma_{aceite} = (sg)_{aceite}(9.81\ \text{kN/m}^3) = (0.90)(9.81\ \text{kN/m}^3) = 8.83\ \text{kN/m}^3$$

Tenemos entonces:

$$\Delta p_{A-B} = \gamma h = (8.83\ \text{kN/m}^3)(3.0\ \text{m}) = 26.5\ \text{kN/m}^2 = 26.5\ \text{kPa}$$

Ahora, la presión en B es:

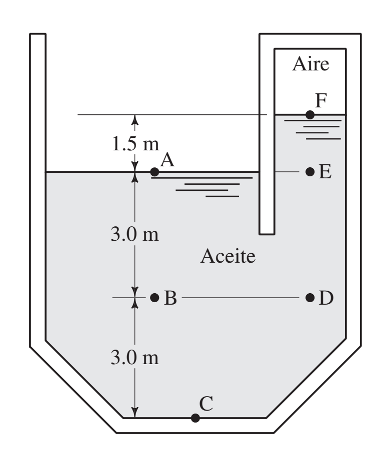


FIGURA 3.3 Tanque del problema modelo 3.7.

$$p_B = p_A + \Delta p_{A-B} = 0\,\text{Pa(manométrica)} + 26.5\,\text{kPa} = 26.5\,\text{kPa(manométrica)}$$

Punto C El cambio en la elevación del punto A al C es de 6.0 m, con C por debajo de A. Por tanto, la presión en el punto C es:

$$\Delta p_{A-C} = \gamma h = (8.83\,\text{kN/m}^3)(6.0\,\text{m}) = 53.0\,\text{kN/m}^2 = 53.0\,\text{kPa}$$
$$p_C = p_A + \Delta p_{A-C} = 0\,\text{Pa(manométrica)} + 53.0\,\text{kPa} = 53.0\,\text{kPa(manométrica)}$$

Punto D Como el punto D se encuentra al mismo nivel que el punto B, la presión es la misma. Es decir:

$$p_D = p_B = 26.5\,\text{kPa(manométrica)}$$

Punto E Debido a que el punto E está al mismo nivel que el punto A, la presión es la misma. Es decir:

$$p_E = p_A = 0\,\text{Pa(manométrica)}$$

Punto F El cambio en la elevación entre el punto A y el F es de 1.5 m, y F está por arriba de A. Por esto, la presión en F es:

$$\Delta p_{A-F} = -\gamma h = (-8.83\,\text{kN/m}^3)(1.5\,\text{m}) = -13.2\,\text{kN/m}^2 = -13.2\,\text{kPa}$$
$$p_F = p_A + \Delta p_{A-F} = 0\,\text{Pa(manométrica)} + (-13.2\,\text{kPa}) = -13.2\,\text{kPa}$$

Presión del aire Debido a que el aire en el lado derecho del tanque está expuesto a la superficie del aceite, donde $p_F = -13.2$ kPa, la presión del aire también es de -13.2 kPa o 13.2 kPa por debajo de la presión atmosférica.

Los resultados del problema 3.7 ilustran las conclusiones generales que se listan enseguida de la ecuación (3-3):

3.4.1 Resumen de observaciones sobre el problema modelo

a. La presión se incrementa conforme aumenta la profundidad en el fluido. Este resultado puede verse a partir de que $p_C > p_B > p_A$.

b. La presión varía en forma lineal con un cambio en la elevación; es decir, p_C es dos veces más grande que p_B, y C está al doble de la profundidad de B.

c. La presión en el mismo nivel horizontal es la misma. Observe que $p_E = p_A$ y $p_D = p_B$.

d. La disminución en la presión de E a F ocurre porque el punto F está a una elevación mayor que el punto E. Observe que p_F es negativa; es decir, está por debajo de la presión atmosférica que existe en A y E.

3.5 DESARROLLO DE LA RELACIÓN PRESIÓN-ELEVACIÓN

La relación entre un cambio en la elevación en un líquido, h, y un cambio en la presión, Δp, es la siguiente:

$$\Delta p = \gamma h \qquad (3\text{–}3)$$

donde γ es el peso específico del líquido. En esta sección se presenta la base de esta ecuación.

La figura 3.4 ilustra un cuerpo de fluido estático con peso específico γ. Considere un volumen pequeño del fluido en algún punto por debajo de la superficie. En la figura 3.4 el volumen pequeño aparece como cilindro, pero la forma real es arbitraria.

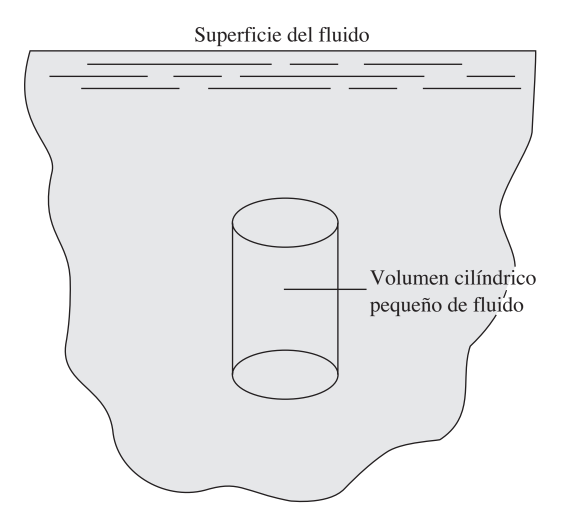


FIGURA 3.4 Volumen pequeño de fluido dentro de un cuerpo de fluido estático.

Debido a que todo el cuerpo de fluido es estacionario y se encuentra en equilibrio, el cilindro pequeño del fluido también está en equilibrio. Los conceptos de la física establecen que para que un cuerpo se halle en equilibrio estático, la suma de fuerzas que actúan sobre él en todas direcciones debe ser igual a cero.

En primer lugar, considere las fuerzas que actúan en dirección horizontal. En la figura 3.5 se aprecia un anillo delgado alrededor del cilindro, a una elevación arbitraria. Los vectores que actúan sobre el anillo representan las fuerzas horizontales que ejercen sobre él la presión del fluido. Hay que recordar, según lo explicado, que la presión en cualquier nivel horizontal en un fluido estático es la misma. Asimismo, recuerde que la presión en una frontera y, por tanto, la fuerza que se debe a ella, actúa en forma perpendicular a dicha frontera. Entonces, las fuerzas están balanceadas por completo alrededor de los lados del cilindro.

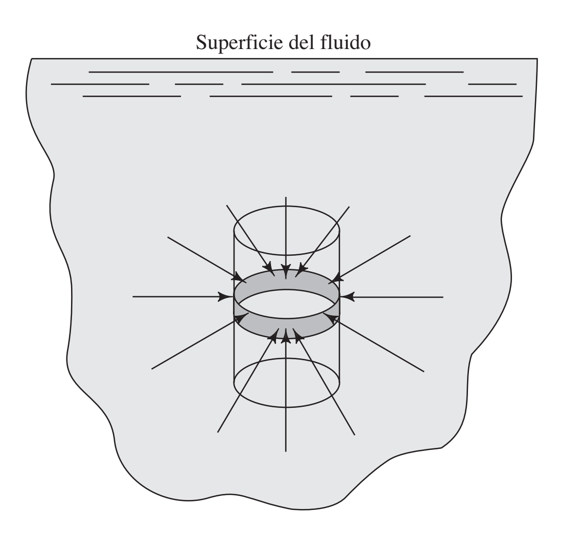
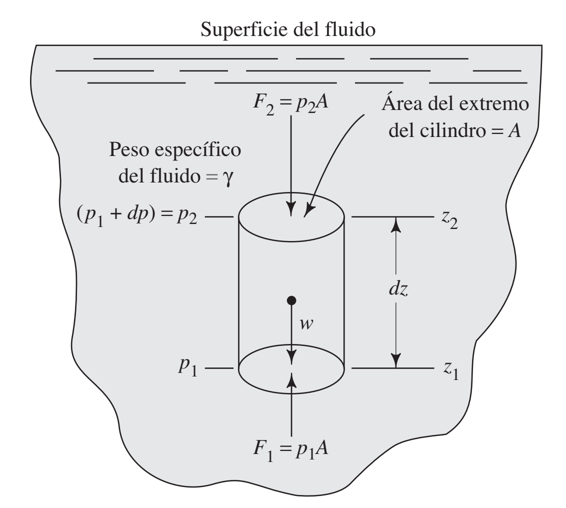


FIGURA 3.5 Fuerzas de la presión que actúan en un plano horizontal sobre un anillo delgado.

Ahora, considere la figura 3.6. En ella apreciamos las fuerzas que actúan sobre el cilindro en la dirección vertical. En dicha figura ilustramos los conceptos siguientes:

1. La presión del fluido a nivel del fondo del cilindro se denomina p_1.
2. La presión del fluido a nivel de la parte superior del cilindro se llama p_2.

FIGURA 3.6 Fuerzas que actúan en dirección vertical.



3. A la diferencia de elevación entre las partes superior e inferior del cilindro se le denota como dz, donde $dz = z_2 - z_1$.
4. Al cambio de presión en el fluido entre el nivel del fondo y el nivel de la parte superior del cilindro se le denota como dp. Por tanto, $p_2 = p_1 + dp$.
5. El área de la parte superior e inferior recibe el nombre de A.
6. El volumen del cilindro es el producto del área A por la altura del cilindro dz. Es decir, $V = A(dz)$.
7. El peso del fluido dentro del cilindro es el producto del peso específico del fluido γ por el volumen del cilindro. Es decir, $w = \gamma V = \gamma A(dz)$. El peso es una fuerza que actúa sobre el cilindro en dirección hacia abajo a través del centroide del volumen cilíndrico.
8. La fuerza que actúa sobre la parte inferior del cilindro, debido a la presión del fluido p_1, es el producto de la presión por el área A. Es decir, $F_1 = p_1A$. Esta fuerza actúa en forma vertical hacia arriba, perpendicular al fondo del cilindro.
9. La fuerza que actúa sobre la parte superior del cilindro debido a la presión del fluido p_2, es el producto de la presión por el área A. Es decir, $F_2 = p_2A$. Esta fuerza actúa en forma vertical hacia abajo, perpendicular a la tapa del cilindro. Debido a que $p_2 = p_1 + dp$, otra expresión para la fuerza F_2 es:

$$F_2 = (p_1 + dp)A \tag{3–4}$$

Ahora es posible aplicar el principio del equilibrio estático, que establece que la suma de las fuerzas en dirección vertical debe ser igual a cero. Se define que las fuerzas hacia arriba son positivas, y se obtiene:

$$\sum F_v = 0 = F_1 - F_2 - w \tag{3–5}$$

Al sustituir, de acuerdo con los pasos 7 a 9, se obtiene:

$$p_1A - (p_1 + dp)A - \gamma(dz)A = 0 \tag{3–6}$$

Observe que el área A aparece en todos los términos del lado izquierdo de la ecuación (3-6). Se elimina si se divide todos los términos entre A. El resultado es:

$$p_1 - p_1 - dp - \gamma(dz) = 0 \tag{3–7}$$

Ahora, el término p_1 se cancela. Al despejar a dp queda:

$$dp = -\gamma(dz) \qquad (3\text{–}8)$$

La ecuación (3-8) representa la relación que rige un cambio en la elevación y un cambio en la presión. Sin embargo, el empleo de la ecuación (3-8) depende del tipo de fluido. Hay que recordar que la ecuación se desarrolló para un elemento muy pequeño del fluido. El proceso de integración amplía la ecuación (3-8) a cambios grandes en la elevación, como sigue:

$$\int_{p_1}^{p_2} dp = \int_{z_1}^{z_2} -\gamma(dz) \qquad (3\text{–}9)$$

La ecuación (3-9) se desarrolla en forma diferente para líquidos y para gases, debido a que el peso específico es constante para los líquidos y varía con los cambios en la presión para los gases.

3.5.1 Líquidos

Se considera que un líquido es incompresible. Así, su peso específico γ es constante. Esto permite que γ salga del signo de la integral de la ecuación (3-9). Entonces,

$$\int_{p_1}^{p_2} dp = -\gamma \int_{z_1}^{z_2} (dz) \qquad (3\text{–}10)$$

Al efectuar el proceso de integración y aplicar los límites de ésta, se obtiene que:

$$p_2 - p_1 = -\gamma(z_2 - z_1) \qquad (3\text{–}11)$$

Por conveniencia, definimos $\Delta p = p^2 - p_1$ y $h = z_1 - z_2$. La ecuación (3-11) se transforma en:

$$\Delta p = \gamma h$$

que es idéntica a la ecuación (3-3). Los signos de Δp y h se asignan en el momento de usar la fórmula, pero hay que recordar que la presión se incrementa con la profundidad en el fluido, y viceversa.

3.5.2 Gases

Debido a que un gas es incompresible, su peso específico cambia conforme la presión también cambia. Para llevar a cabo el proceso de integración de la ecuación (3-9), se debe conocer la relación entre el cambio en la presión y el cambio en peso específico. La relación es diferente para gases distintos, pero el análisis completo de estas relaciones está fuera del alcance de este libro y requiere el estudio de la termodinámica.

3.5.3 Atmósfera estándar

El apéndice E describe las propiedades del aire en la *atmósfera estándar*, según la define la U.S. National Oceanic and Atmospheric Administration (NOAA).

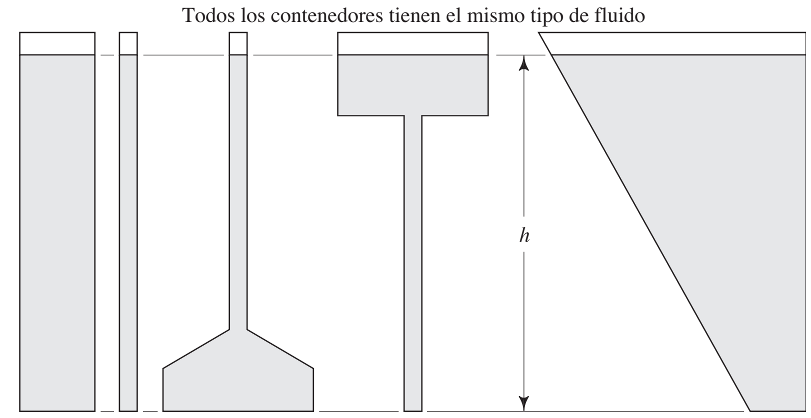
Las tablas E1 y E2 proporcionan las propiedades del aire a presión atmosférica estándar conforme la temperatura varía. La atmósfera estándar se toma al nivel del mar y a temperatura de 15 °C, como se lista en la tabla E1. El cambio en la densidad y peso específico es sustancial aun dentro de los cambios normales que experimenta la temperatura en los climas templados, aproximadamente de −30 °C (−22 °F) a 40 °C (104 °F).

La tabla E3 y las gráficas de la figura E1 brindan las propiedades de la atmósfera como función de la elevación. Los cambios son significativos si se viaja desde una ciudad costera cerca del nivel del mar, donde la presión nominal es de 101 kPa (14.7 psi), a otra en la montaña a una altitud de 3000 m (9850 pies) o más, donde la presión es sólo de 70 kPa (10 psi), lo que significa una reducción alrededor de 31%. La densidad del aire disminuye aproximadamente 26%. Es frecuente que los aviones comerciales vuelen a 10 000 m (32 800 pies) o más alto, donde la presión es de 27 kPa (4.0 psi) aproximadamente, lo que requiere que el fuselaje se presurice. Aquí la densidad del aire es de sólo 0.4 kg/m^3, y si se compara con la que tiene al nivel del mar, de 1.23 kg/m^3, afecta mucho las fuerzas de sustentación sobre las alas de la aeronave.

3.6 PARADOJA DE PASCAL

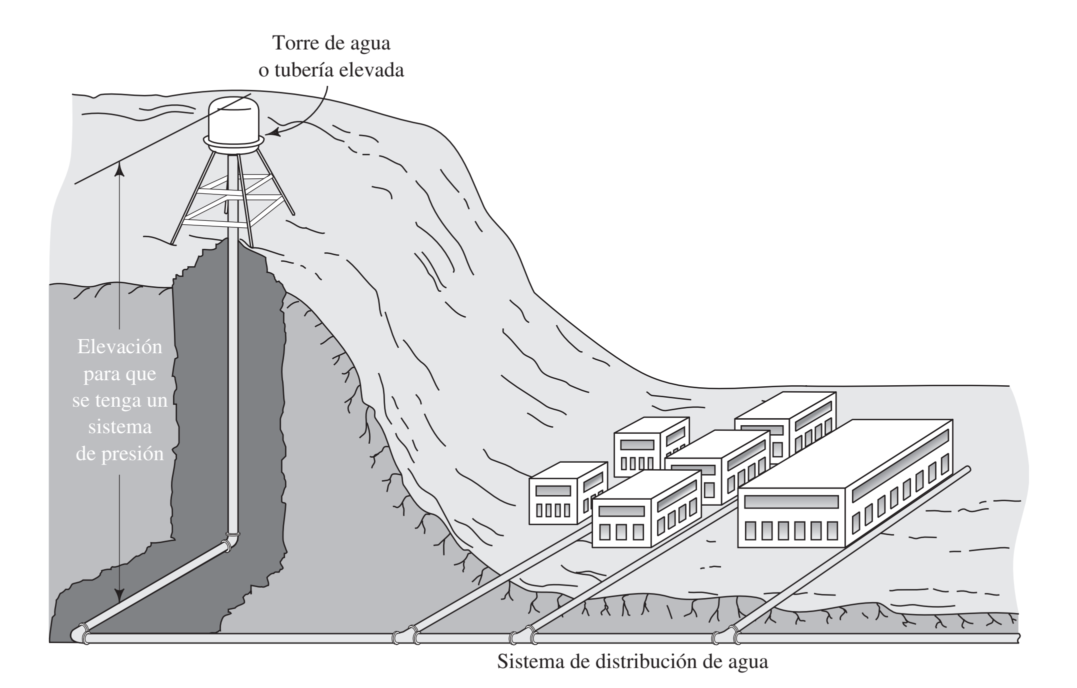
En el desarrollo de la relación $\Delta p = \gamma h$, el tamaño del volumen pequeño de fluido no afecta el resultado. El cambio en la presión sólo depende del cambio en la elevación y el tipo de fluido, no del tamaño del contenedor del fluido. Por tanto, todos los contenedores mostrados en la figura 3.7 tendrían la misma presión en su fondo, aun si contuvieran cantidades muy diferentes de fluido. A este fenómeno se le conoce como *paradoja de Pascal,* en honor de Blas Pascal, científico del siglo XVII, quien contribuyó al conocimiento del tratado de los fluidos.

FIGURA 3.7 Ilustración de la paradoja de Pascal.



Este fenómeno es útil cuando se trata de producir una consistente presión elevada en un sistema de tuberías y tanques interconectados. Es frecuente que los sistemas hidráulicos urbanos incluyan torres de agua ubicadas en colinas altas, como se muestra en la figura 3.8. Además de proporcionar una reserva de agua para el suministro, el propósito esencial es mantener una presión lo suficientemente alta en el sistema hidráulico para lograr una distribución satisfactoria del agua a los usuarios residenciales, comerciales e industriales.

FIGURA 3.8 Uso de una torre de agua o tubería elevada para mantener la presión en el sistema hidráulico.



En aplicaciones industriales o de laboratorio se usa una tubería elevada que contiene un líquido estático, con objeto de crear una presión estable sobre un proceso o sistema en particular. Se coloca en una posición elevada en relación con el sistema y se conecta a éste por medio de tubos. Al aumentar o disminuir el nivel de fluido en la tubería elevada se cambia la presión del sistema. A veces se instalan tuberías elevadas sobre los techos de las construcciones para mantener la presión de agua en sistemas locales contra incendios.

3.7 MANÓMETROS

En esta sección y en las siguientes describimos varios dispositivos medidores de la presión. El primero es el *manómetro,* el cual emplea la relación entre un cambio en la presión y un cambio en la elevación en un fluido estático, $\Delta p = \gamma h$ (vea las secciones 3.4 y 3.5). En las figuras 3.9, 3.12 y 3.13 presentamos fotografías de manómetros disponibles comercialmente (consulte el sitio 1 de Internet).

El tipo más simple de manómetro es el de tubo en U (vea la figura 3.9). Un extremo del tubo en U está conectado a la presión que va a medirse, y el otro se deja abierto a la atmósfera. El tubo contiene un líquido llamado *fluido manométrico*, el cual no se mezcla con aquel cuya presión se va a medir. Los fluidos manométricos comunes son el agua, mercurio y aceites ligeros coloreados.

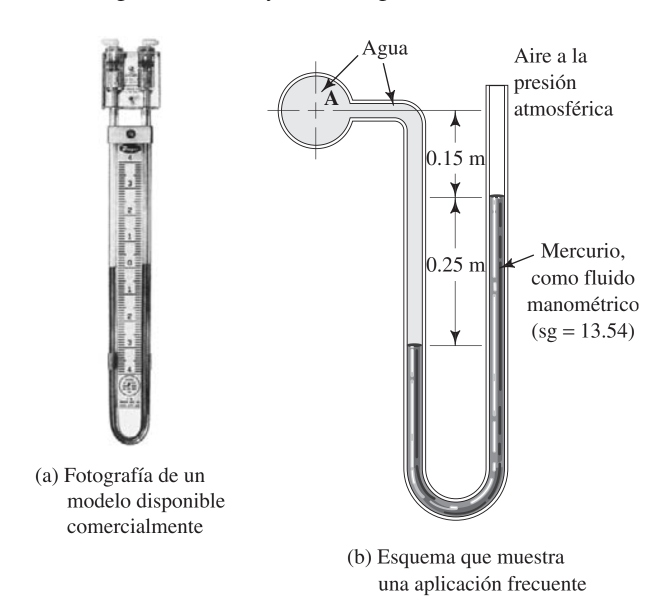


FIGURA 3.9 Manómetro de tubo en U. (Fuente de la fotografía: Dwyer Instruments, Inc., Michigan City, IN.)

El fluido del instrumento se ve desplazado de su posición normal por la acción de la presión que se mide. Debido a que los fluidos en el manómetro están en reposo, manejamos la ecuación $\Delta p = \gamma h$ para escribir expresiones de los cambios de la presión en el manómetro. Después, se combina y resuelve con álgebra dichas expresiones para la presión que se desea. Debido a que usamos los manómetros en situaciones reales como las descritas en este libro, usted deberá aprender el procedimiento siguiente paso a paso:

PROCEDIMIENTO PARA ESCRIBIR LA ECUACIÓN PARA UN MANÓMETRO

1. Comience a partir de un extremo del manómetro y exprese la presión en forma simbólica (por ejemplo, p_A se refiere a la presión en el punto A). Si un extremo se encuentra abierto, como se aprecia en la figura 3.9, la presión es atmosférica, y se toma como la presión manométrica cero.
2. Sume términos que representan los cambios en la presión, con $\Delta p = \gamma h$. Para esto, se procede desde el punto inicial e incluyendo cada columna de cada fluido por separado.

3. Cuando el movimiento de un punto a otro es hacia abajo, la presión se incrementa y se suma el valor de Δp. A la inversa, cuando el movimiento de un punto al siguiente es hacia arriba, la presión disminuye y se resta Δp.
4. Este proceso continúa hasta que se alcanza el otro punto extremo. El resultado es una expresión para la presión en ese punto extremo. Iguale esta expresión con el símbolo para la presión en el punto final, lo que da la ecuación completa para el manómetro.
5. Resuelva la ecuación en forma algebraica para la presión deseada en un punto dado o la diferencia de presión entre dos puntos de interés.
6. Introduzca los datos conocidos y despeje para la presión deseada.

Resolver varios problemas de práctica le ayudará para que aplique este procedimiento en forma correcta. Los problemas siguientes están escritos en formato de enseñanza programada. Para resolver el programa cubra el material abajo del encabezado Problemas modelo programados y después descubra un panel a la vez.

PROBLEMAS MODELO PROGRAMADOS

☐ **PROBLEMA MODELO 3.8** De acuerdo con la figura 3.9, calcule la presión en el punto A. Ejecute el paso 1 del procedimiento antes de pasar al panel siguiente.

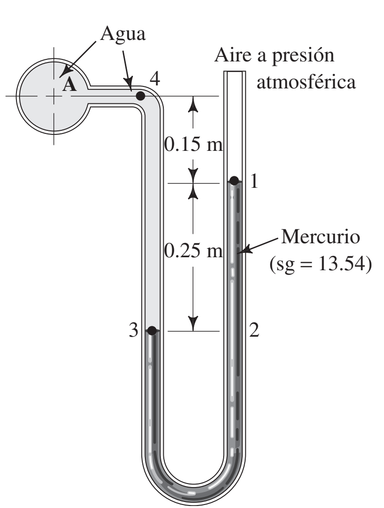


FIGURA 3.10 Manómetro de tubo en U.

La figura 3.10 es idéntica a la figura 3.9(b), excepto en la numeración de ciertos puntos clave para usarlos en la solución del problema.

El único punto para el que se conoce la presión es la superficie del mercurio en la rama derecha del manómetro (punto 1). Ahora, ¿cómo escribir una expresión para la presión dentro del mercurio, a 0.25 m por debajo de esta superficie, en el punto 2?

La expresión es:

$$p_1 + \gamma_m(0.25\ \text{m})$$

El término $\gamma_m(0.25\ \text{m})$ es el cambio en la presión entre los puntos 1 y 2, debido a un cambio en la elevación, donde γ_m es el peso específico del mercurio (fluido manométrico). Este cambio de presión se suma a p_1 porque al descender en un fluido hay un incremento de la presión.

Hasta este momento se tiene la expresión para la presión en el punto 2 de la rama derecha del manómetro. Ahora, escribimos la expresión para el punto 3, en la rama izquierda.

La expresión es:

$$p_1 + \gamma_m(0.25\ \text{m})$$

Debido a que los puntos 2 y 3 están al mismo nivel en el mismo fluido en reposo, sus presiones son iguales.

Continúe y escriba la expresión para la presión en el punto 4.

$$p_1 + \gamma_m(0.25\ \text{m}) - \gamma_w(0.40\ \text{m})$$

donde γ_w es el peso específico del agua. Recuerde que entre los puntos 3 y 4 hay una disminución de presión, por lo que este último término debe restarse de la expresión anterior.

¿Qué debe hacerse para obtener una expresión para la presión en el punto A?

Nada. Como los puntos A y 4 están al mismo nivel, sus presiones son iguales. Ahora ejecute el paso 4 del procedimiento.

Debe obtener lo siguiente:

$$p_1 + \gamma_m(0.25 \text{ m}) - \gamma_w(0.40 \text{ m}) = p_A$$

o bien:

$$p_A = p_1 + \gamma_m(0.25 \text{ m}) - \gamma_w(0.40 \text{ m})$$

Asegúrese de escribir la ecuación completa para la presión en el punto A. Lleve a cabo los pasos 5 y 6.

Aquí necesitamos realizar varios cálculos:

$$p_1 = p_{atm} = 0 \text{ Pa(man)}$$

$$\gamma_m = (sg)_m(9.81 \text{ kN/m}^3) = (13.54)(9.81 \text{ kN/m}^3) = 132.8 \text{ kN/m}^3$$

$$\gamma_w = 9.81 \text{ kN/m}^3$$

Tenemos entonces:

$$p_A = p_1 + \gamma_m(0.25 \text{ m}) - \gamma_w(0.40 \text{ m})$$

$$= 0 \text{ Pa(man)} + (132.8 \text{ kN/m}^3)(0.25 \text{ m}) - (9.81 \text{ kN/m}^3)(0.40 \text{ m})$$

$$= 0 \text{ Pa(man)} + 33.20 \text{ kN/m}^2 - 3.92 \text{ kN/m}^2$$

$$p_A = 29.28 \text{ kN/m}^2 = 29.28 \text{ kPa(man)}$$

Recuerde incluir las unidades de los cálculos. Repase el problema hasta que esté seguro de entender cada paso antes de continuar al panel siguiente, donde presentaremos otro problema.

☐ PROBLEMA MODELO 3.9

Calcule la diferencia en la presión entre los puntos A y B de la figura 3.11, y exprésela en la forma $p_B - p_A$.

A este manómetro se le conoce como *manómetro diferencial* porque indica la diferencia entre la presión en dos puntos, pero no el valor real en alguno de ellos. Ejecute el paso 1 del procedimiento, con objeto de escribir la ecuación para el manómetro.

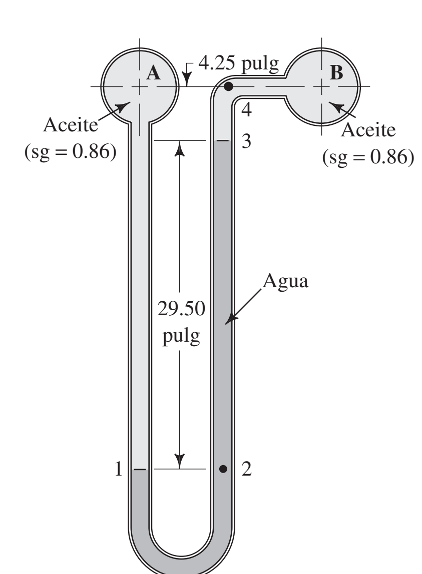


FIGURA 3.11 Manómetro diferencial.

Puede comenzar en el punto A o en el B. Iniciaremos en el A y la presión ahí se denotará como p_A. Ahora escriba la expresión para la presión en el punto 1, en la rama izquierda del manómetro.

Se debe tener:

$$p_A + \gamma_o(33.75 \text{ pulg})$$

donde γ_o es el peso específico del aceite.

¿Cuál es la presión en el punto 2?

Es la misma que en el punto 1, porque los dos puntos están al mismo nivel. Vaya al punto 3 del manómetro.

Ahora la expresión debe ser:

$$p_A + \gamma_o(33.75 \text{ pulg}) - \gamma_w(29.5 \text{ pulg})$$

Escriba la expresión para la presión en el punto 4.

La expresión que se busca es:

$$p_A + \gamma_o(33.75 \text{ pulg}) - \gamma_w(29.5 \text{ pulg}) - \gamma_o(4.25 \text{ pulg})$$

Ésta es también la expresión para la presión en B, ya que los puntos 4 y B se encuentran al mismo nivel. Ahora lleve a cabo los pasos 4 a 6 del procedimiento.

La expresión final debe ser la ecuación completa del manómetro,

$$p_A + \gamma_o(33.75 \text{ pulg}) - \gamma_w(29.5 \text{ pulg}) - \gamma_o(4.25 \text{ pulg}) = p_B$$

o bien, si se resuelve para la presión diferencial $p_B - p_A$ se tiene:

$$p_B - p_A = \gamma_o(33.75 \text{ pulg}) - \gamma_w(29.5 \text{ pulg}) - y_o(4.25 \text{ pulg})$$

Los valores conocidos son

$$\gamma_o = (sg)_o(62.4 \text{ lb/pie}^3) = (0.86)(62.4 \text{ lb/pie}^3) = 53.7 \text{ lb/pie}^3$$

$$\gamma_w = 62.4 \text{ lb/pie}^3$$

En este caso, ayuda simplificar la expresión antes de sustituir los valores conocidos. Debido a que los términos están multiplicados por γ_o, se agrupan así:

$$p_B - p_A = \gamma_o(29.5 \text{ pulg}) - \gamma_w(29.5 \text{ pulg})$$

Se factoriza el término en común y queda:

$$p_B - p_A = (29.5 \text{ pulg})(\gamma_o - \gamma_w)$$

Ésta se ve más sencilla que la ecuación original. La diferencia entre p_B y p_A es función de la *diferencia* entre los pesos específicos de los dos fluidos.

Entonces, la presión en B es:

$$p_B - p_A = (29.5 \text{ pulg})(53.7 - 62.4)\frac{\text{lb}}{\text{pie}^3} \times \frac{1 \text{ pie}^3}{1728 \text{ pulg}^3}$$

$$= \frac{(29.5)(-8.7)\text{lb/pulg}^2}{1728}$$

$$p_B - p_A = -0.15 \text{ lb/pulg}^2$$

El signo negativo indica que la magnitud de p_A es mayor que la de p_B. Observe que si empleamos un fluido manométrico con peso específico muy cercano al del fluido en el sistema se hace del manómetro un instrumento muy sensible. Una presión diferencial pequeña ocasiona un desplazamiento grande de la columna del fluido del instrumento, y esto permite una lectura muy exacta.

■

La figura 3.12 muestra otro manómetro: el *manómetro tipo pozo*. Cuando se aplica una presión sobre este instrumento, el nivel del fluido en el pozo baja una pequeña distancia, en tanto que el de la rama derecha sube más, en proporción a la razón de las áreas del pozo y del tubo. Se coloca una escala a lo largo del tubo, de modo que la deflexión se lee en forma directa. La escala se calibra para tomar en cuenta la caída pequeña en el nivel del pozo.

El *manómetro tipo pozo inclinado*, ilustrado en la figura 3.13, tiene las mismas características que el anterior, pero ofrece sensibilidad mayor al colocar la escala a lo largo del tubo inclinado. La longitud de la escala se incrementa como función del ángulo

FIGURA 3.12 Manómetro tipo pozo. (Fuente de la fotografía: Dwyer Instruments, Inc., Michigan City, IN.)

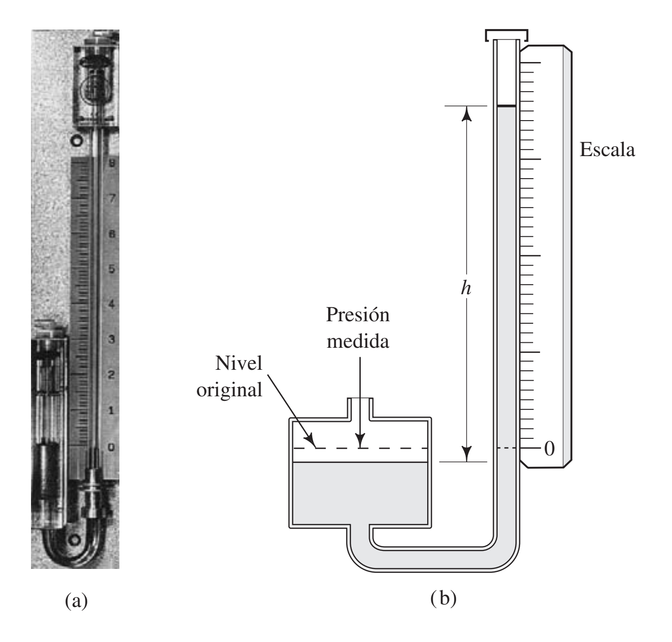
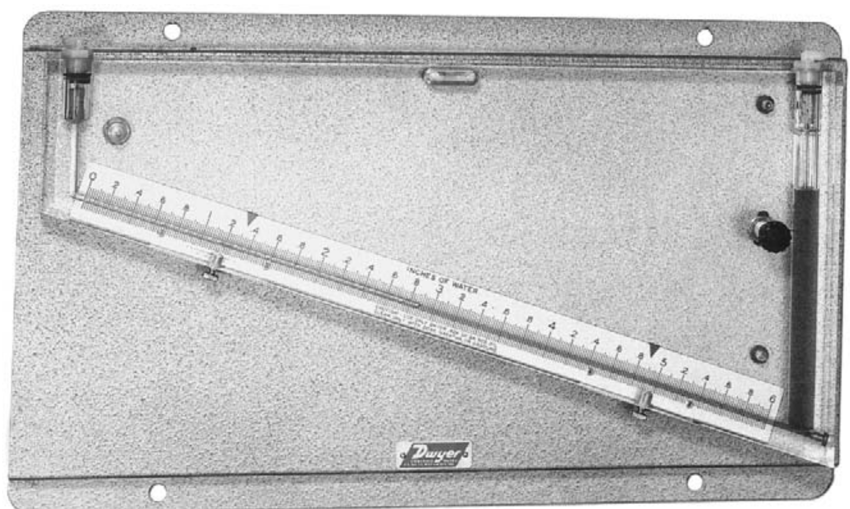
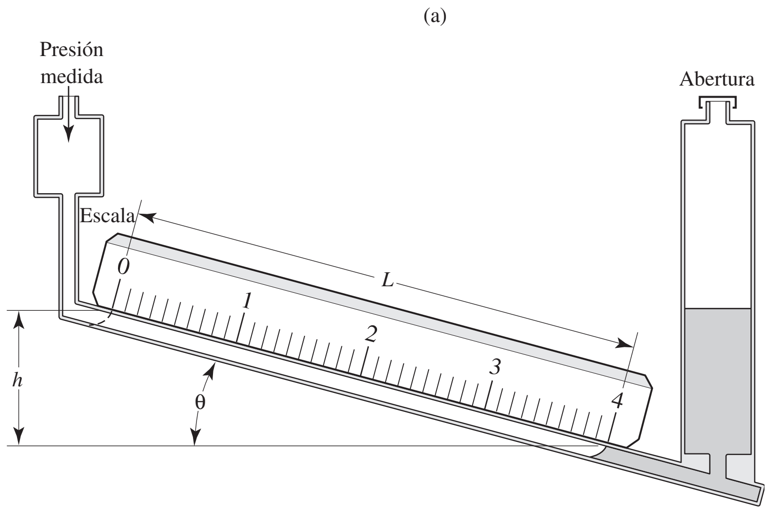


FIGURA 3.13 Manómetro tipo pozo inclinado. (Fuente: Dwyer Instruments, Inc., Michigan City, IN.)





de inclinación del tubo (θ). Por ejemplo, si en la figura 3.13(b) el ángulo θ es de 15°, la relación de la longitud de la escala L a la deflexión del manómetro h es:

$$\frac{h}{L} = \operatorname{sen}\theta$$

o bien

$$\frac{L}{h} = \frac{1}{\operatorname{sen}\theta} = \frac{1}{\operatorname{sen}15°} = \frac{1}{0.259} = 3.86$$

La escala se calibra para que la deflexión se lea en forma directa.

3.8 BARÓMETROS

El *barómetro* es un dispositivo para medir la presión atmosférica. En la figura 3.14 se muestra un tipo sencillo. Consiste en un tubo largo cerrado en uno de sus extremos y se llena al inicio con mercurio. Después, se sumerge el extremo abierto bajo la super-

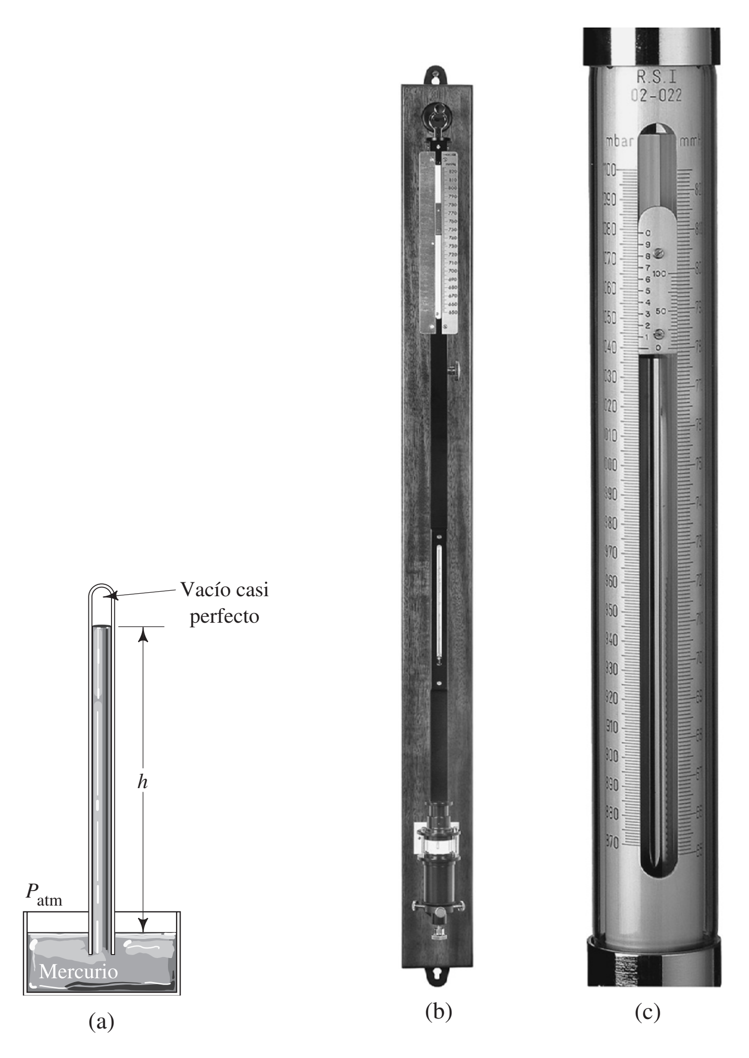


FIGURA 3.14 Barómetros. (Fuente: Cortesía de Russell Scientific Instruments, Ltd., Norfolk, Inglaterra.)

ficie del mercurio que se encuentra en un contenedor y se permite que alcance el equilibrio, como se ilustra en la figura 3.14. En el extremo superior del tubo se produce un vacío casi perfecto, que contiene vapor de mercurio a una presión de sólo 0.17 Pa a 20 °C. Si se comienza en este punto y se escribe una ecuación similar a la de los manómetros, se tiene:

$$0 + \gamma_m h = p_{atm}$$

o bien:

$$p_{atm} = \gamma_m h \tag{3–12}$$

Debido a que el peso específico del mercurio es aproximadamente constante, un cambio en la presión atmosférica ocasionará un cambio en la altura de la columna de mercurio. Es frecuente que esta altura se reporte como la presión barométrica. Para obtener la presión atmosférica verdadera es necesario multiplicar h por γ_m.

La medición precisa de la presión atmosférica por medio de un manómetro de mercurio requiere que se ajuste el peso específico de éste para los cambios de temperatura. En este libro manejaremos los valores que aparecen en el apéndice K.

En unidades del SI:

$$\gamma = 133.3 \text{ kN/m}^3$$

En unidades del Sistema Tradicional de Estados Unidos:

$$\gamma = 848.7 \text{ lb/pie}^3$$

La presión atmosférica varía de tiempo en tiempo, lo que se observa en los reportes del clima. También varía con la altitud. Por cada 1000 pies de incremento en la altitud ocurre una disminución de aproximadamente 1.0 pulg de mercurio. En unidades del SI, la disminución es aproximadamente de 85 mm de mercurio por cada 1000 m. Consulte también el apéndice E para estudiar las variaciones de la presión atmosférica con la altitud.

El desarrollo del barómetro data del siglo XVII, cuando el científico italiano Evangelista Torricelli publicó su obra en 1643. La figura 3.14(b) ilustra un tipo de barómetro científico en el que la presión atmosférica actúa directamente sobre la superficie del mercurio que está en el contenedor de la base (cisterna). La longitud total del barómetro es de 900 mm (36 pulg), y el tubo de mercurio tiene un diámetro interior de 7.7 mm (0.31 pulg). Las lecturas se toman en la parte superior de la columna de mercurio, como se aprecia en la figura 3.14(c), por medio de un vernier que permite hacerlas con una aproximación de 0.1 milibares (mb), donde 1.0 bar es igual a 100 kPa, aproximadamente la presión atmosférica normal. Así, la presión atmosférica normal es de alrededor de 1000 mb. En ocasiones, la unidad de mb se maneja como hPa (hectopascal), que es igual a 100 Pa. Las escalas también se encuentran en forma de mmHg y pulgHg. Consulte el sitio 6 de Internet para estudiar otros tipos de barómetros de mercurio usados en los laboratorios y oficinas meteorológicas. Deben manejarse con precaución, debido al peligro potencial que representa el mercurio para el medio ambiente. Los rangos de las escalas de los barómetros comerciales son aproximadamente:

870 a 1100 mb

650 a 825 mmHg

25.5 a 32.5 inHg

Un barómetro que se encuentra con frecuencia es el *aneroide*, inventado por Lucien Vidie en Francia, alrededor de 1840. Este instrumento mecánico proporciona la lectura de la presión barométrica por medio de un apuntador en una escala circular, como se puede ver en los barómetros de uso doméstico. Su mecanismo incorpora una cámara de vacío sellada y flexible que cambia su altura según se modifica la presión atmosférica

local en el exterior. El movimiento actúa por medio de una unión que guía al apuntador. (Consulte el sitio 6 de Internet.)

☐ **PROBLEMA MODELO 3.10** Un noticiario de la televisión reporta que la presión barométrica es de 772 mm de mercurio. Calcule la presión atmosférica en kPa(abs).

Solución En la ecuación (3-12),

$$p_{atm} = \gamma_m h$$
$$\gamma_m = 133.3 \text{ kN/m}^3$$
$$h = 0.772 \text{ m}$$

Por tanto, se tiene que

$$p_{atm} = (133.3 \text{ kN/m}^3)(0.772 \text{ m}) = 102.9 \text{ kN/m}^2 = 102.9 \text{ kPa(abs)}$$

☐ **PROBLEMA MODELO 3.11** La presión atmosférica estándar es de 101.325 kPa. Calcule la altura de la columna de mercurio equivalente a esta presión.

Solución Comenzamos con la ecuación (3-12), $p_{atm} = \gamma_m h$, y se escribe:

$$h = \frac{p_{atm}}{\gamma_m} = \frac{101.325 \times 10^3 \text{ N}}{\text{m}^2} \times \frac{\text{m}^3}{133.3 \times 10^3 \text{ N}} = 0.7600 \text{ m} = 760.0 \text{ mm}$$

☐ **PROBLEMA MODELO 3.12** Un noticiario televisivo informa que la presión barométrica es de 30.40 pulg de mercurio. Calcule la presión en psia.

Solución De acuerdo con la ecuación (3-12) se tiene:

$$\gamma_m = 848.7 \text{ lb/pie}^3$$
$$h = 30.40 \text{ pulg}$$

Por tanto, tenemos:

$$p_{atm} = \frac{848.7 \text{ lb}}{\text{pie}^3} \times 30.40 \text{ pulg} \times \frac{1 \text{ pie}^3}{1728 \text{ pulg}^3} = 14.93 \text{ lb/pulg}^2$$
$$p_{atm} = 14.93 \text{ psia}$$

☐ **PROBLEMA MODELO 3.13** La presión atmosférica estándar es de 14.696 psia. Calcule la altura de la columna de mercurio equivalente a esta presión.

Solución La ecuación (3.12) se escribe así:

$$h = \frac{p_{atm}}{\gamma_m} = \frac{14.696 \text{ lb}}{\text{pulg}^2} \times \frac{\text{pie}^3}{848.7 \text{ lb}} \times \frac{1728 \text{ pulg}^3}{\text{pie}^3} = 29.92 \text{ pulg}$$

■

3.9 LA PRESIÓN EXPRESADA COMO ALTURA DE UNA COLUMNA DE LÍQUIDO

Con frecuencia, cuando se miden presiones en sistemas de flujo de fluidos como el del aire en ductos de calefacción, la magnitud de aquéllas es pequeña. En ocasiones se utilizan manómetros para medirlas, y las lecturas se toman en unidades como las *pulgadas de agua* (pulg H_2O o pulg CA, que significa *pulgadas de columna de agua*), en lugar de las unidades convencionales de psi o Pa.

Para pasar de unidades de ese tipo a las que se necesitan para efectuar cálculos, se emplea la relación de la presión con la elevación. Por ejemplo, una presión de 1.0 pulg H_2O expresada en unidades psi está dada por $p = \gamma h$. Así:

$$p = \frac{62.4 \text{ lb}}{\text{pie}^3}(1.0 \text{ pulg } H_2O)\frac{1 \text{ pie}^3}{1728 \text{ pulg}^3} = 0.0361 \text{ lb/pulg}^2 = 0.0361 \text{ psi}$$

Por lo que se puede manejar el siguiente factor de conversión,

$$1.0 \text{ pulg } H_2O = 0.0361 \text{ psi}$$

Que al convertirse en Pa resulta:

$$1.0 \text{ pulg } H_2O = 249.1 \text{ Pa}$$

De manera similar, las presiones más elevadas se miden con un manómetro de mercurio. Se desarrollan factores de conversión por medio de $\gamma = 133.3 \text{ kN/m}^3$ o $\gamma = 848.7 \text{ lb/pie}^3$, así:

$$1.0 \text{ pulg Hg} = 1.0 \text{ pulg de mercurio} = 0.491 \text{ psi}$$
$$1.0 \text{ mm Hg} = 1.0 \text{ mm de mercurio} = 0.01934 \text{ psi}$$
$$1.0 \text{ mm Hg} = 1.0 \text{ mm de mercurio} = 133.3 \text{ Pa}$$

Hay que recordar que la temperatura del fluido del instrumento puede llegar a afectar su peso específico, y con ello la exactitud de estos factores. (Consulte el apéndice K.)

3.10 MEDIDORES Y TRANSDUCTORES DE PRESIÓN

Hay apremiante necesidad para medir la presión, como se mencionó en la sección Panorama, al principio de este capítulo. Para aquellas situaciones en que sólo es necesaria una indicación visual en el sitio de medición se utiliza un *medidor de presión*. En otros casos hay la necesidad de medir la presión en un punto y mostrar el valor en otro. El término general para un dispositivo así es el de *transductor de presión*, lo que significa que la presión que se detecta produce una señal eléctrica que se transmite a un lugar lejano, como alguna estación central de control, donde se presenta digitalizada. De manera alternativa, la señal puede formar parte de un sistema de control automático. En esta sección describimos algunos de los abundantes tipos de medidores y transductores de presión.

3.10.1 Medidores de presión

El *medidor de presión de tubo Bourdon** es un dispositivo utilizado con frecuencia para medir la presión (vea la figura 3.15). La presión que se va a medir se aplica al tubo interior aplanado, el cual normalmente tiene forma de segmento de círculo o espiral. El incremento de la presión dentro del tubo hace que se estire un poco. El movimiento del extremo del tubo se transmite por medio de una unión que hace girar el puntero.

La escala del medidor por lo general tiene una lectura de cero cuando está abierto a la presión atmosférica, y se calibra en pascales (Pa) u otras unidades superiores a cero. Por tanto, este medidor lee la *presión manométrica* en forma directa. Algunos medidores son capaces de leer presiones por debajo de la atmosférica. (Para tener más información consulte el sitio 2 de Internet.)

La figura 3.16 ilustra un medidor de presión que utiliza un actuador denominado *Magnehelic*®.† El puntero está unido a una hélice hecha con un material que tiene permeabilidad magnética elevada, apoyada en rodamientos de zafiro. Un resorte de hoja es llevado hacia arriba y hacia abajo por el movimiento de un diagrama flexible, que no aparece en la figura. En el extremo del resorte hay un elemento en forma de C que con-

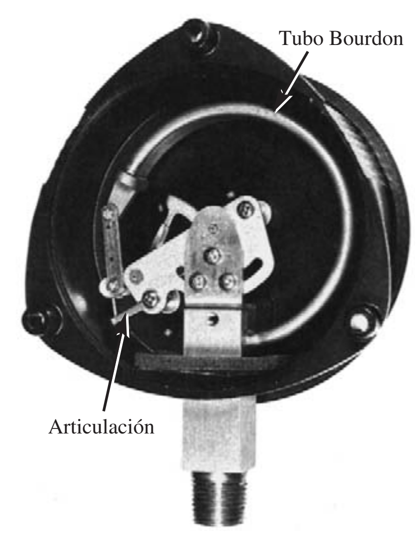
---

*En inglés se manejan en forma indistinta las dos grafías: *gage* y *gauge*, para medidor, entre otros significados.

†*Magnehelic* es una marca registrada por Dwyer Instruments, Inc., Michigan City, IN.

FIGURA 3.15 Medidor de presión de tubo Bourdon. (Fuente de las fotografías: Ametek/U.S. Gauge, Feasterville, PA.)

(a) Vista frontal



(b) Vista posterior (se retiró la cubierta)

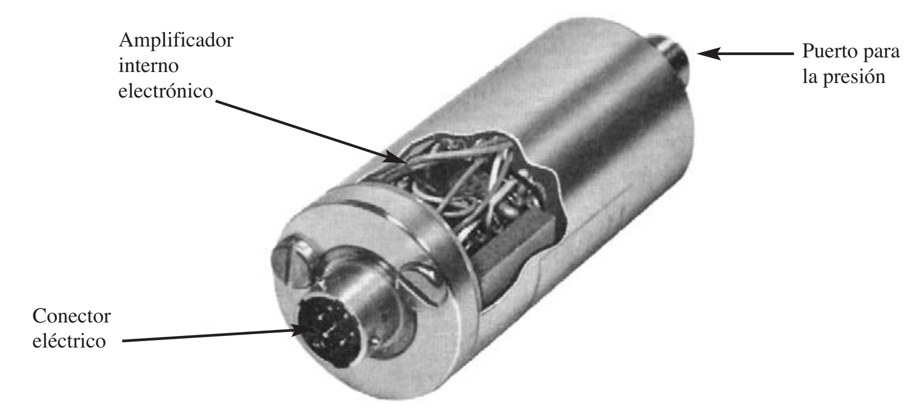
FIGURA 3.16 Medidor magnético de presión. (Fuente: Dwyer Instruments, Inc., Michigan City, IN.)

(a)

(b)

(c)

FIGURA 3.17 Transductor e indicador de presión que mide por medio de tensión. (Fuente de las fotografías: Honeywell Sensotec, Inc., Columbus OH.)



(a) Transductor de presión medidor de tensión

(b) Amplificador/indicador electrónico digital

tiene un imán poderoso muy cerca de la superficie exterior de la hélice. Conforme el resorte de hoja se mueve hacia arriba y hacia abajo, la hélice gira para seguir al imán, lo que desplaza al puntero. Observe que no existe contacto físico entre el imán y la hélice. La calibración del instrumento se efectúa al ajustar la longitud del resorte en el extremo por el que está sujeto. (Consulte el sitio 1 de Internet.)

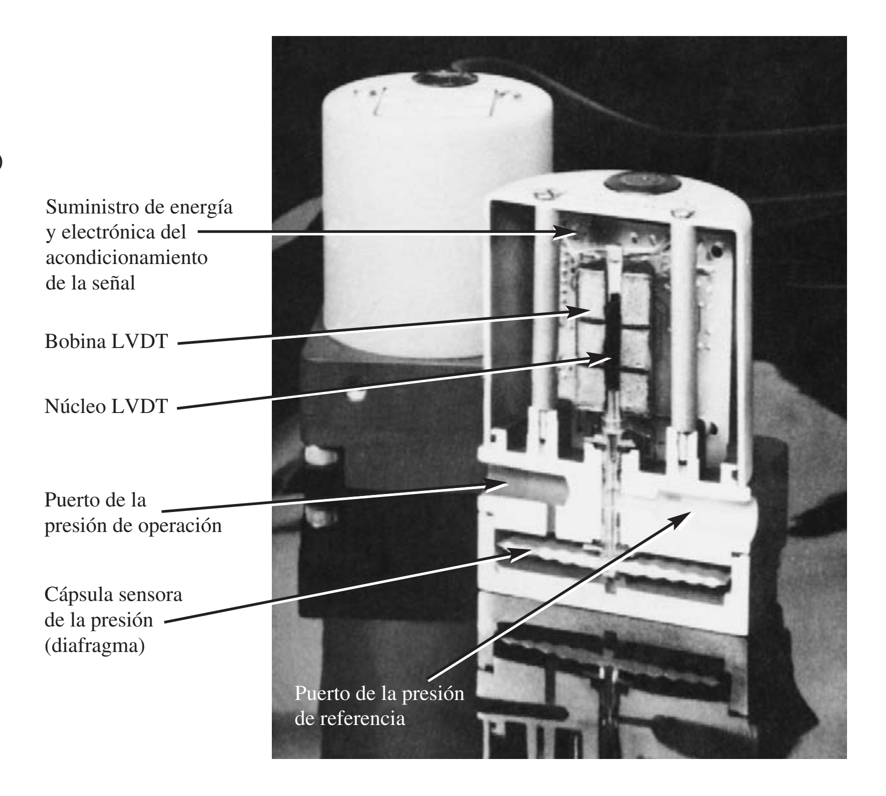
3.10.2 Transductor de presión medidor de tensión

La figura 3.17 ilustra un *transductor de presión medidor de tensión*. La presión que va a medirse se introduce a través de un puerto y actúa sobre un diafragma al que están unidos medidores de tensión. Conforme los medidores de tensión detectan la deformación del diafragma su resistencia cambia. El paso de una corriente eléctrica por los medidores y su conexión a una red, denominada *puente Wheatstone*, ocasiona un cambio en el voltaje eléctrico producido. El dispositivo de lectura por lo general es un voltímetro digital, calibrado en unidades de presión. (Consulte los sitios 3 a 5 de Internet.)

3.10.3 Transductor de presión tipo LVDT

Un *transformador diferencial lineal variable* (LVDT) está compuesto por una bobina eléctrica cilíndrica con un núcleo móvil en forma de rodillo. Conforme el núcleo se mueve a lo largo del eje de la bobina, ocurre un cambio de voltaje en relación con la posición de aquél. Este tipo de transductor se aplica a la medición de la presión al unir el rodillo del núcleo a un diafragma flexible (vea la figura 3.18). Para mediciones de presión manométrica se expone un lado del diafragma a la presión atmosférica, mientras que el otro lo está a la presión por medir. Los cambios de presión hacen que el diafragma se mueva, lo que desplaza el rodillo del LVDT. El cambio de voltaje resultante se registra o se indica en un medidor calibrado en unidades de presión. Las mediciones

FIGURA 3.18 Transductor de presión del tipo de transformador diferencial lineal variable (LVDT). (Fuente de la fotografía: Polaron-Schaevitz Ltd., Watford, Herts, UK.)



de presión diferencial se realizan con la introducción de dos presiones a los lados opuestos del diafragma. (Consulte el sitio 5 de Internet.)

3.10.4 Transductores de presión piezoeléctricos

Ciertos cristales como el cuarzo y el titanato de bario muestran un *efecto piezoeléctrico*, consistente en que una carga eléctrica a través del cristal varía con la tensión que se ejerza sobre él. Al hacer que la presión ejerza una fuerza en forma directa o indirecta sobre el cristal, se ocasiona un cambio en el voltaje relacionado con el cambio de presión.

La figura 3.19 ilustra un medidor de presión (disponible comercialmente) que incorpora un transductor de presión piezoeléctrico. Es posible que la presión o vacío se muestre en cualesquiera de las 18 unidades diferentes, con solo oprimir el botón de *unidades*. El medidor también incorpora una señal de calibración que indica una lectura de corriente directa en miliamperes, para calibrar en el campo los transmisores remotos. La tecla *cero* permite establecer en el campo la presión de referencia. (Consulte el sitio 3 de Internet.)

3.10.5 Transductores de presión de resonador de cuarzo

Un cristal de cuarzo resuena con una frecuencia que depende de la tensión en el cristal. La frecuencia de resonancia se incrementa conforme la tensión aumenta. Por el contrario, la frecuencia a que resuena el cuarzo disminuye con la compresión. Los cambios de la frecuencia se miden con mucha precisión por medio de sistemas electrónicos digitales. Los transductores de presión aprovechan este fenómeno uniendo fuelles, diafragmas o tubos de Bourdon a los cristales de cuarzo. Tales dispositivos proporcionan mediciones de la presión con una exactitud de 0.01% o mayor. (Referencias 2 y 6.)

3.10.6 Sensores de presión de estado sólido

La tecnología de estado sólido permite que se fabriquen sensores de presión muy pequeños elaborados con silicio. Para un sistema de tipo puente de Wheatstone pueden ocuparse resistores de película delgada de silicio, en lugar de medidores de tensión. Otro tipo utiliza placas cuyas superficies están compuestas por un patrón grabado en silicón.

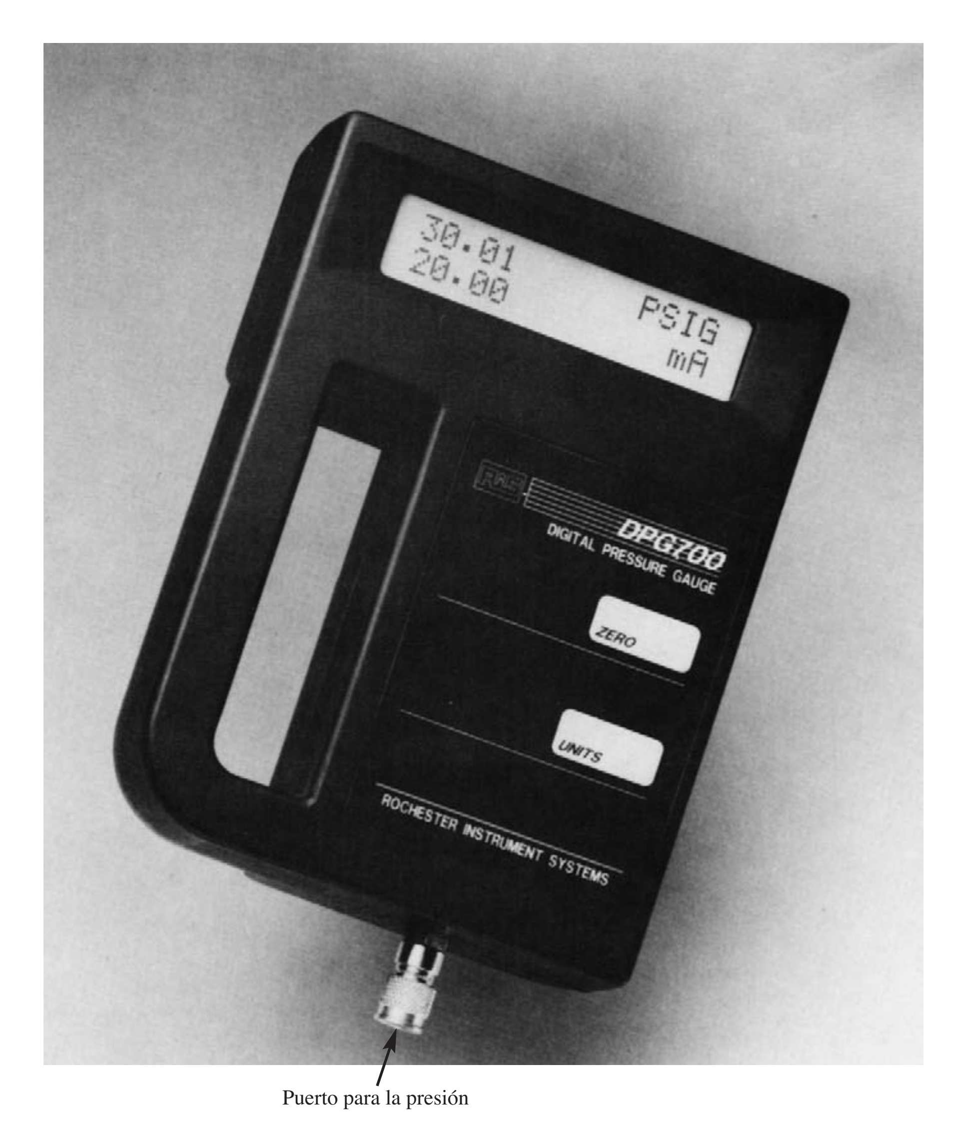


FIGURA 3.19 Medidor digital de presión. (Fuente: Rochester Scientific Columbus, Ametek Power Instruments, Wilmington, MA.)

La presión aplicada a una placa ocasiona su deflexión, lo que cambia la brecha de aire entre las placas. El cambio que resulta en la capacitancia se detecta por medio de un circuito oscilador. (Consulte el sitio 3 de Internet.)

REFERENCIAS

1. Avallone, Eugene A. y Theodore Baumeister III, eds. 1996. *Marks' Standard Handbook for Mechanical Engineers,* 10th ed. New York: McGraw-Hill.
2. Busse, Donald W. 1987 (marzo). Quartz Transducers for Precision under Pressure. *Mechanical Engineering Magazine* 109(5): 52-56.
3. Gillum, Donald R. 1995. *Industrial Pressure, Level, and Density Measurement.* Research Triangle Park, NC:ISA-The Instrumentation, Systems, and Automation Society.
4. Holman, Jack P. y J. P. Holman. 2000. *Experimental Methods for Engineers,* 7th ed. New York: McGraw-Hill.
5. Walters, Sam. 1987 (marzo). Inside Pressure Measurement. *Mechanical Engineering Magazine* (109(5): 41-47.
6. Worden, Roy D. 1987 (marzo). Designing a Fused-Quartz Pressure Transducer. *Mechanical Engineering Magazine* 109(5): 48-51.

SITIOS DE INTERNET

1. Dwyer Instruments, Inc. *www.dwyer-inst.com* Fabricante de instrumentos para medir la presión, flujo, velocidad del aire, nivel, temperatura y humedad. También abastece válvulas, sistemas de adquisición de datos y pruebas de combustión.
2. Ametek U.S. Gauge, Inc. *www.ametekusg.com* Fabricante de una variedad amplia de medidores y transductores de presión de estado sólido, medidores de tensión y tecnología LVDT. También proporciona sensores de nivel, transmisores de presión y controladores neumáticos.
3. Ametek Power Instruments *www.ametekpower.com* Fabricante de sensores, instrumentos y sistemas de monitoreo para los mercados de generación de energía, transmisión, distribución, aceite y petroquímicos, inclusive de sensores de temperatura, transductores de presión y transmisores.
4. Honeywell Sensotec *www.sensotec.com* Fabricante de transductores de presión de tipo medidor de tensión, medidores e indicadores digitales de presión, así como de una variedad de sensores para cargas mecánicas, vibración, movimiento y temperatura. Forma parte de la unidad Honeywell Sensing and Control Unit, de Honeywell International, Inc.
5. Polaron Components Group *www.polaron.co.uk* Fabricante de interruptores, sensores de presión, monitores de vibración, motores, sensores de movimiento y otros dispositivos. Polaron-Schaevits, Ltd., productora de transductores de presión, es una de cuatro divisiones.
6. Russell Scientific Instruments *www.russell-scientific.co.uk* Fabricante de barómetros de precisión, termómetros y otros instrumentos científicos para usos en la industria, meteorología y el hogar, entre otros

PROBLEMAS

Presiones absoluta y manométrica

3.1 Escriba la expresión para calcular la presión en un fluido.

3.2 Defina *presión absoluta*.

3.3 Defina *presión del instrumento*.

3.4 Defina *presión atmosférica*.

3.5 Escriba la expresión que relaciona la presión manométrica con la absoluta y la atmosférica.

Diga si las afirmaciones 3.6 a 3.10 son (o podrían ser) verdaderas o falsas. Para las falsas, explique por qué lo son.

3.6 El valor de la presión absoluta siempre será más grande que la presión manométrica.

3.7E Mientras se esté en la superficie de la Tierra, la presión atmosférica será de 14.7 psia.

3.8M *La presión en cierto tanque es de −55.8 Pa(abs).*

3.9E La presión en cierto tanque es de −4.65 psig

3.10M *La presión en cierto tanque es de −150 kPa(man).*

3.11E Si fuera a viajar en un aeroplano de cabina abierta a una elevación de 4000 pies sobre el nivel del mar ¿cuál sería la presión atmosférica de acuerdo con la atmósfera estándar?

3.12E El pico de cierta montaña está a 13 500 pies sobre el nivel del mar. ¿Cuál es la presión atmosférica aproximada?

3.13 Si se expresa como presión manométrica ¿cuál es la presión en la superficie de un vaso de leche?

Para resolver los problemas 3.14 a 3.33 es necesario que usted convierta la presión, de manométrica a absoluta o de absoluta a manométrica, según se le pida. El valor de la presión atmosférica está dado.

Problema	Presión dada	p_{atm}	Exprese el resultado como:
3.14M	*583 kPa(abs)*	*103 kPa(abs)*	*Presión manométrica*
3.15M	*157 kPa(abs)*	*101 kPa(abs)*	*Presión manométrica*
3.16M	*30 kPa(abs)*	*100 kPa(abs)*	*Presión manométrica*
3.17M	*74 kPa(abs)*	*97 kPa(abs)*	*Presión manométrica*
3.18M	*101 kPa(abs)*	*104 kPa(abs)*	*Presión manométrica*
3.19M	*284 kPa(man)*	*100 kPa(abs)*	*Presión absoluta*
3.20M	*128 kPa(man)*	*98.0 kPa(abs)*	*Presión absoluta*
3.21M	*4.1 kPa(man)*	*101.3 kPa(abs)*	*Presión absoluta*
3.22M	−29.6 *kPa(man)*	*101.3 kPa(abs)*	*Presión absoluta*
3.23M	−86.0 *kPa(man)*	*99.0 kPa(abs)*	*Presión absoluta*
3.24E	84.5 psia	14.9 psia	Presión manométrica
3.25E	22.8 psia	14.7 psia	Presión manométrica
3.26E	4.3 psia	14.6 psia	Presión manométrica
3.27E	10.8 psia	14.0 psia	Presión manométrica
3.28E	14.7 psia	15.1 psia	Presión manométrica
3.29E	41.2 psig	14.5 psia	Presión absoluta
3.30E	18.5 psig	14.2 psia	Presión absoluta
3.31E	0.6 psig	14.7 psia	Presión absoluta
3.32E	−4.3 psig	14.7 psia	Presión absoluta
3.33E	−12.5 psig	14.4 psia	Presión absoluta

Relación entre la presión y la elevación

3.34M *Si la leche tiene una gravedad específica de 1.08 ¿cuál es la presión en el fondo de una lata de 550 mm de profundidad?*

3.35E Se mide la presión en un fluido desconocido a una profundidad de 4.0 pies, y resulta ser de 1.820 psig. Calcule la gravedad específica del fluido.

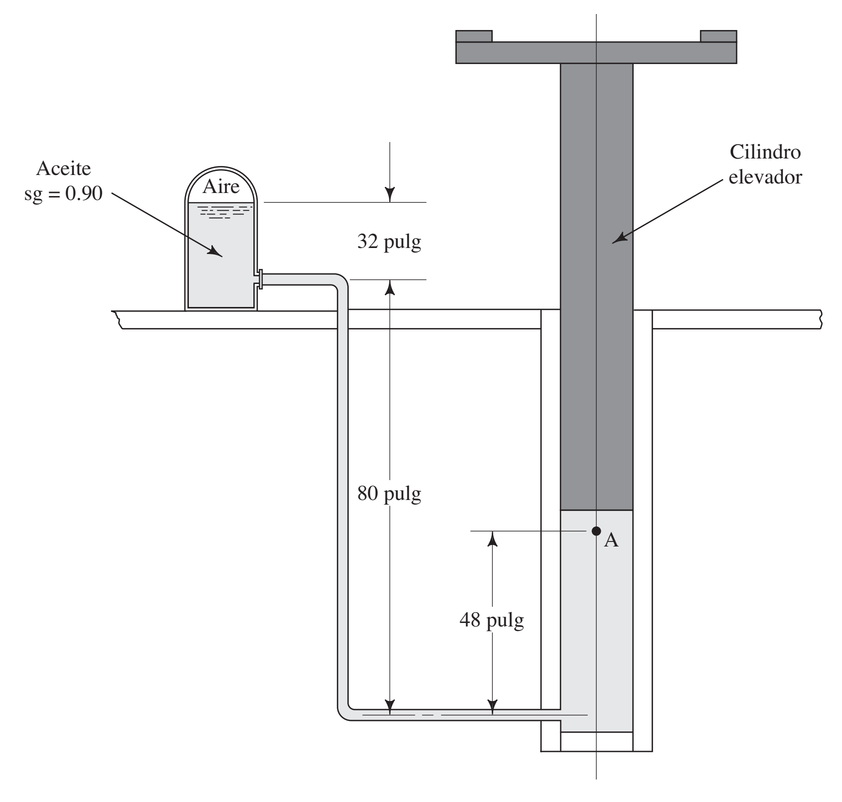


FIGURA 3.20 Elevador de vehículos, para el problema 3.41.

3.36M *La presión en el fondo de un tanque de alcohol de propileno a 25 °C debe mantenerse a 52.75 kPa(manométrica). ¿Cuál es la profundidad que debe mantenerse para el alcohol?*

3.37E Si se bucea a 12.50 pies de profundidad en el océano ¿cuál es la presión?

3.38E Un tanque de almacenamiento de agua se encuentra en el techo del edificio de una fábrica, y la superficie del agua está a 50.0 pies por arriba del piso de la fábrica. Si se conecta el tanque con el nivel del piso por medio de un tubo y se mantiene lleno de agua estática ¿cuál es la presión en el tubo al nivel del piso?

3.39M *Un tanque abierto contiene etilenglicol a 25 °C. Calcule la presión a una profundidad de 3.0 m.*

3.40M *Para el tanque de etilenglicol que se describe en el problema 3.39, calcule la presión a una profundidad de 12.0 m.*

3.41E La figura 3.20 muestra el diagrama de un sistema hidráulico para levantar vehículos. Un compresor de aire mantiene la presión arriba del aceite en el depósito. ¿Cuál debe ser la presión del aire si en el punto A debe haber al menos una de 180 psig?

3.42E La figura 3.21 ilustra una máquina para lavar ropa. La bomba saca el fluido de la tina y la traslada al desagüe. Calcule la persión en la entrada de la bomba cuando el agua se encuentra estática (no hay flujo). La solución de agua jabonosa tiene una gravedad específica de 1.15.

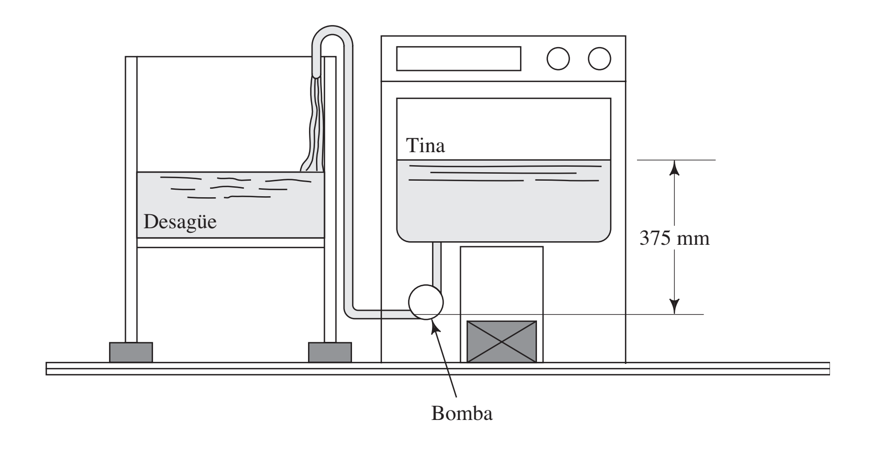


FIGURA 3.21 Máquina lavadora de ropa del problema 3.42.

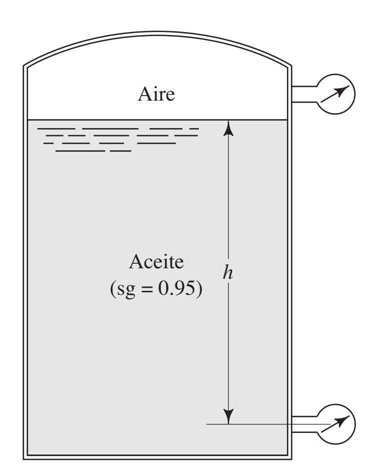


FIGURA 3.22 Problemas 3.44 a 3.47.

3.43M *Un aeroplano vuela a 10.6 km de altitud. En su cabina de carga sin presurizar se encuentra un contenedor de mercurio de 325 mm de profundidad. El contenedor está abierto a la la atmósfera local. ¿Cuál es la presión absoluta en la superficie del mercurio y en el fondo del contenedor? Suponga que prevalecen las condiciones de la atmósfera estándar en lo que respecta a la presión. Utilice sg = 13.54 para el mercurio.*

3.44E Para el tanque que se muestra en la figura 3.22, calcule la lectura en psig del medidor de presión que se encuentra en el fondo, si la parte superior del tanque tiene contacto con la atmósfera y la profundidad del aceite *h* es de 28.50 pies.

3.45E Para el tanque de la figura 3.22, calcule la lectura en psig del medidor de presión que se halla en el fondo si la parte superior del tanque está sellada, el medidor de presión de la parte superior muestra una lectura de 50.0 psig y la profundidad del aceite *h* es de 28.50 pies.

3.46E Para el tanque de la figura 3.22, calcule la lectura del medidor de presión del fondo, en psig, si el tanque tiene sellada su parte superior, en el medidor de la parte de arriba se lee −10.8 psig, y la profundidad del aceite, *h*, es de 6.25 pies.

3.47E Para el tanque de la figura 3.22, calcule la profundidad *h* del aceite si la lectura que da el medidor del fondo es de 35.5 psig, la parte de arriba del tanque se encuentra sellada y el medidor superior tiene una lectura de 30.0 psig.

3.48M *Para el tanque de la figura 3.23, calcule la profundidad del aceite si la profundidad del agua es de 2.80 m y el medidor del fondo del tanque da una lectura de 52.3 kPa(manométrica).*

3.49M *Para el tanque de la figura 3.23, calcule la profundidad del agua si la profundidad del aceite es de 6.90 m y el medidor de la parte inferior del tanque registra una lectura de 125.3 kPa(manométrica).*

3.50M *La figura 3.23 representa un tambor para almacenar aceite, abierto a la atmósfera en su parte superior. Se bombeó por accidente algo de agua hacia el tanque y se fue al fondo, como se muestra en la figura. Calcule la profundidad del agua h_2 si el medidor de presión del fondo indica que hay 158 kPa(manométrica). La profundidad total h_T es de 18.0 m.*

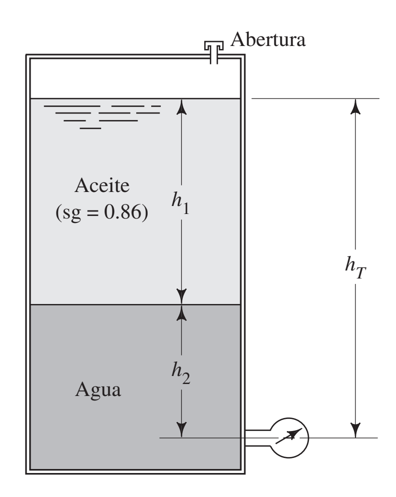


FIGURA 3.23 Problemas 3.48 a 3.50.

3.51M *Un tanque para almacenar ácido sulfúrico tiene 1.5 m de diámetro y 4.0 m de altura. Si el ácido tiene una gravedad específica de 1.80, calcule la presión en el fondo del tanque. Éste se encuentra abierto a la atmósfera en su parte superior.*

3.52E Un tambor para almacenar petróleo crudo (sg = 0.89) tiene una profundidad de 32 pies y está abierto por arriba. Calcule la presión en el fondo.

3.53M *La profundidad mayor que se conoce en los océanos es de 11.0 km, aproximadamente. Suponga que el peso específico del agua es constante a 10.0 kN/m^3, y calcule la presión a esa profundidad.*

3.54M *La figura 3.24 muestra un tanque cerrado que contiene gasolina flotando sobre el agua. Calcule la presión del aire por arriba de la gasolina.*

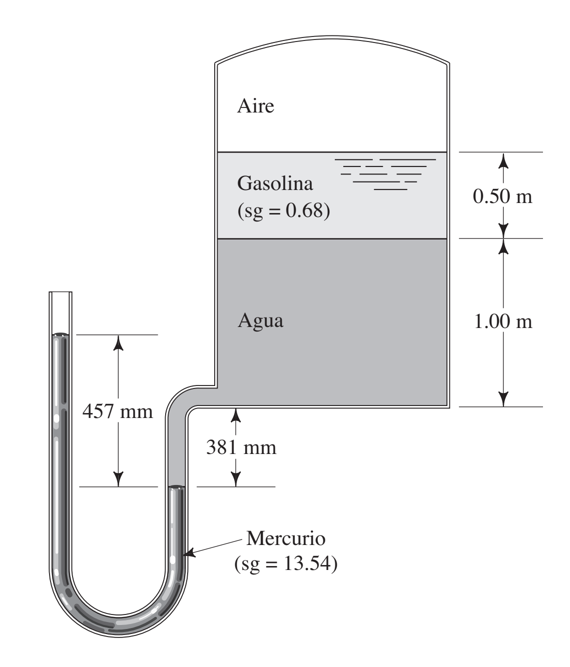
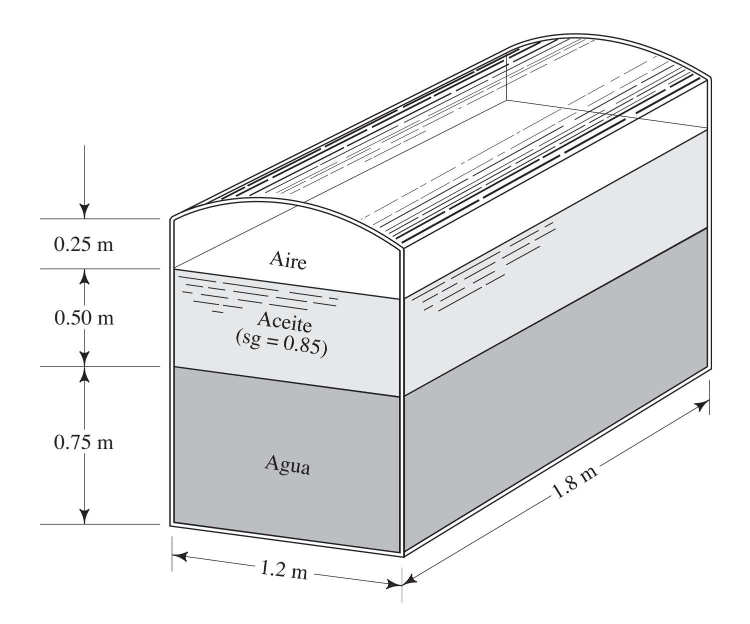


FIGURA 3.24 Problema 3.54.

FIGURA 3.25 Problema 3.55.



3.55M *La figura 3.25 muestra un recipiente cerrado que contiene agua y aceite. El aire está a 34 kPa por debajo de la presión atmosférica y se encuentra arriba del aceite. Calcule la presión que hay en el fondo del contenedor, en kPa(manométrica).*

3.56M *Determine la presión que existe en el fondo del tanque de la figura 3.26.*

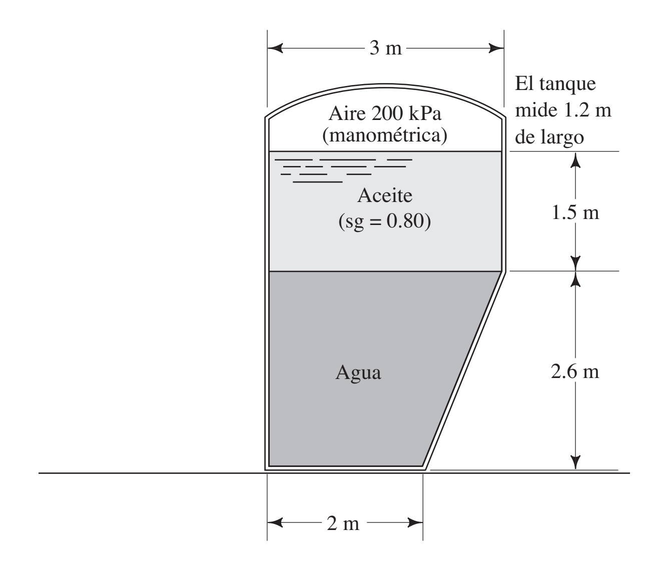


FIGURA 3.26 Problema 3.56.

Manómetros

3.57E Describa un manómetro de tubo en U sencillo.

3.58E Describa un manómetro diferencial de tubo en U.

3.59E Describa un manómetro tipo pozo.

3.60E Describa un manómetro tipo pozo inclinado.

3.61E Describa un manómetro compuesto.

3.62M *En el tubo que se muestra en la figura 3.27 hay agua. Calcule la presión en el punto A, en kPa(manométrica).*

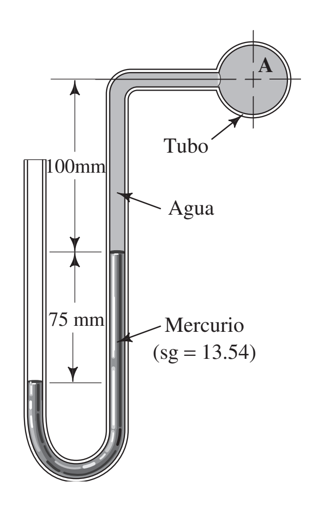


FIGURA 3.27 Problema 3.62.

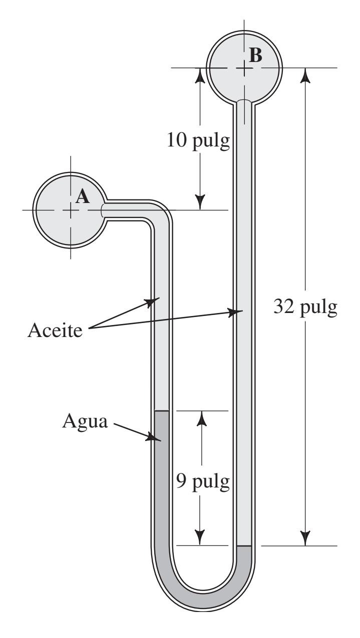


FIGURA 3.28 Problema 3.63.

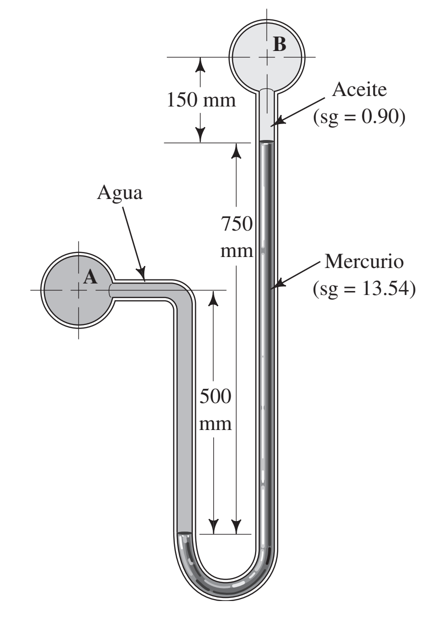


FIGURA 3.30 Problema 3.65.

3.63E Para el manómetro diferencial de la figura 3.28, calcule la diferencia de presiones entre los puntos A y B. La gravedad específica del aceite es de 0.85.

3.64E Para el manómetro de la figura 3.29, Calcule $(p_A - p_B)$.

3.65M *Para el manómetro de la figura 3.30, calcule* $(p_A - p_B)$.

3.66M *Para el manómetro de la figura 3.31, calcule* $(p_A - p_B)$.

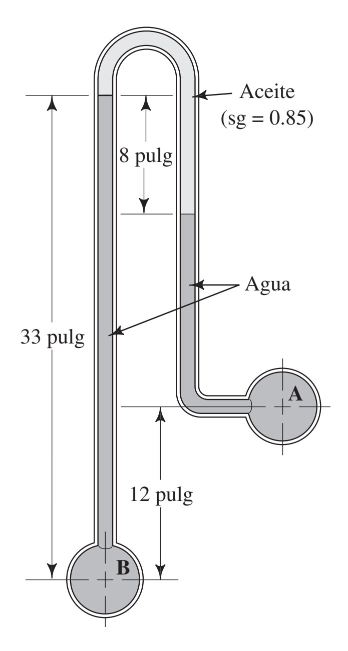


FIGURA 3.29 Problema 3.64.

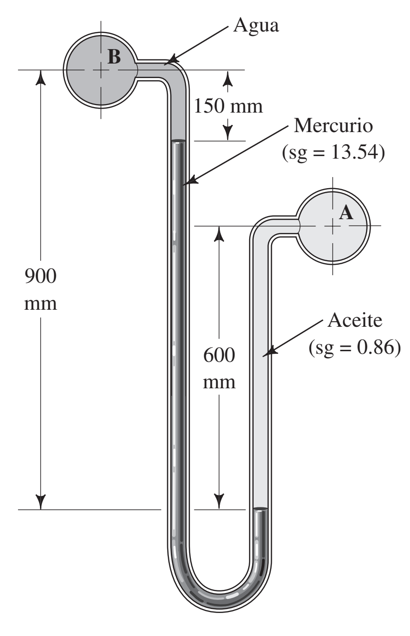


FIGURA 3.31 Problema 3.66.

3.67M *Para el manómetro compuesto de la figura 3.32, calcule la presión en el punto A.*

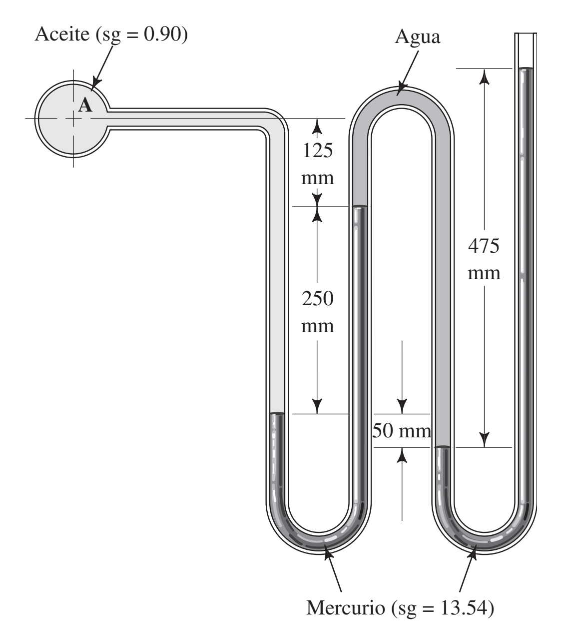


FIGURA 3.32 Problema 3.67.

3.68E Para el manómetro diferencial compuesto de la figura 3.33, calcule ($p_A - p_B$).

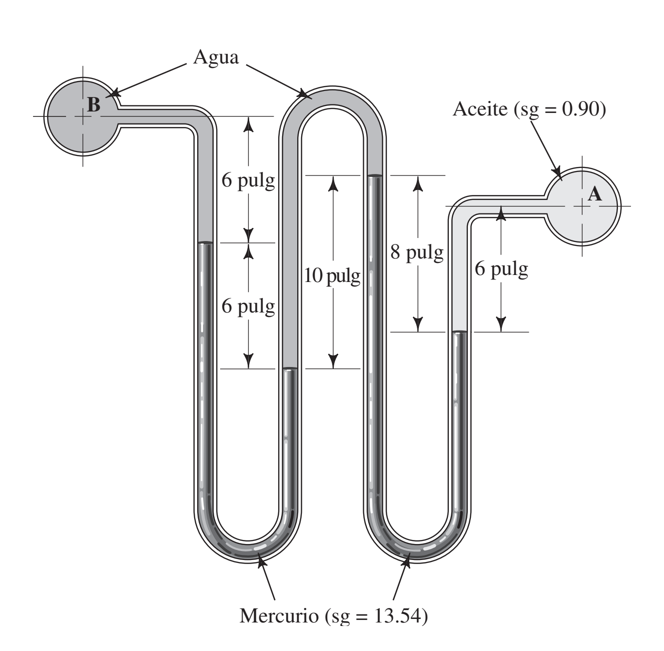


FIGURA 3.33 Problema 3.68.

3.69E La figura 3.34 muestra un manómetro que se utiliza para conocer la diferencia de presiones en una tubería. Calcule ($p_A - p_B$).

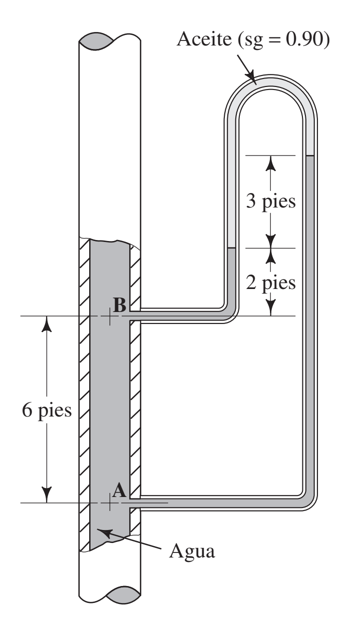


FIGURA 3.34 Problema 3.69.

3.70E Para el manómetro tipo pozo de la figura 3.35, calcule p_A.

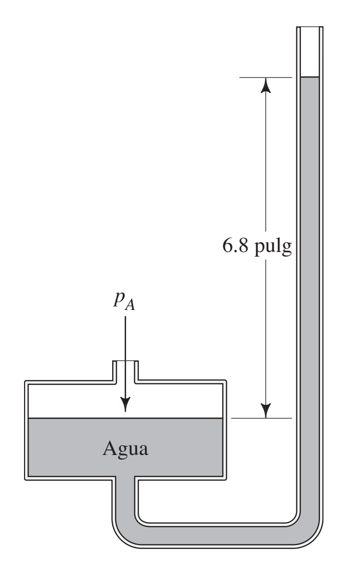
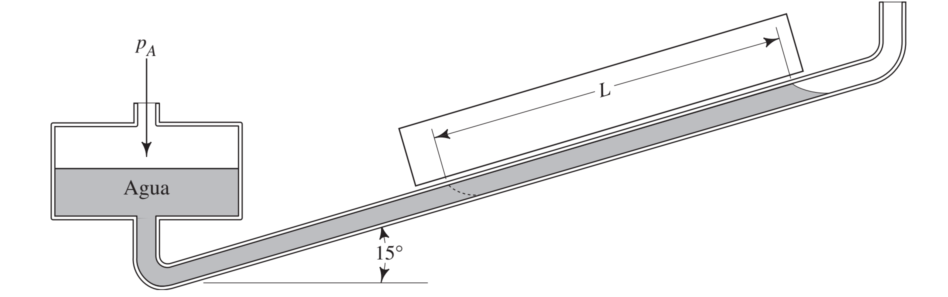


FIGURA 3.35 Problema 3.70.

FIGURA 3.36 Problema 3.71.



3.71M *La figura 3.36 muestra un manómetro tipo pozo inclinado, en el que la distancia L indica el movimiento en el nivel del fluido del instrumento conforme se aplica la presión p_A en el tubo. El fluido manométrico tiene una gravedad específica de 0.87 y L = 115 mm. Ignore el descenso del nivel del fluido en el tubo y calcule p_A.*

3.72M **a.** *Determine la presión manométrica en el punto A la figura 3.37.*
b. *Si la presión barométrica es de 737 mm de mercurio, exprese la presión en el punto A en kPa(abs).*

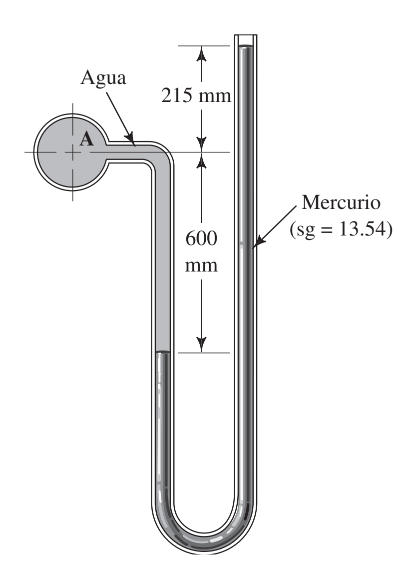


FIGURA 3.37 Problema 3.72.

Barómetros

3.73 ¿Cuál es la función de un barómetro?

3.74 Describa la construcción de un barómetro.

3.75 ¿Por qué el mercurio es un fluido conveniente para usarlo en un barómetro?

3.76 Si en lugar de mercurio se usara agua en un barómetro ¿qué tan alta sería la columna?

3.77E ¿Cuál es la lectura de la presión barométrica en pulgadas de mercurio que corresponde a 14.696 psia?

3.78M *¿Cuál es la lectura de la presión barométrica en milímetros de mercurio que corresponde a 101.325 kPa(abs)?*

3.79 ¿Por qué debe corregirse una lectura de la presión barométrica para tener en cuenta la temperatura?

3.80E ¿En cuánto disminuiría una lectura de presión barométrica desde su valor al nivel del mar si se elevara a 1250 pies?

3.81C A Denver, Colorado, se le llama la Ciudad de una milla de altitud, debido a que se encuentra a una altitud de 5200 pies, aproximadamente. Suponga que la presión en el nivel del mar es de 101.3 kPa(abs) ¿cuál sería la presión atmosférica aproximada en Denver?

3.82E Se informa que la presión barométrica es de 28.6 pulg de mercurio. Calcule la presión atmosférica, en psia.

3.83E Un barómetro indica que la presión atmosférica es de 30.65 pulgadas de mercurio. Calcule la presión atmosférica, en psia.

3.84E ¿Cuál sería la lectura en pulgadas de mercurio que diera un barómetro, correspondiente a una presión atmosférica de 14.2 psia?

3.85M *La lectura de un barómetro es de 745 mm de mercurio. Calcule la lectura barométrica en kPa(abs).*

La presión expresada como altura de una columna de líquido

3.86 Se midió la presión en un ducto de calefacción y fue de 5.37 pulg H_2O. Exprese la presión en psi y en Pa.

3.87 Se midió la presión en un ducto de ventilación en la entrada de la hélice y fue de −3.68 pulg H_2O. Exprese la presión en psi y en Pa.

3.88 Se midió la presión en un ducto de aire acondicionado y fue de 3.24 mm Hg. Exprese la presión en Pa y en psi.

3.89 Se midió la presión en una línea de gas natural comprimido y fue de 21.6 mm Hg. Exprese la presión en Pa y en psi.

3.90 En una cámara de vacío hay una presión de −68.2 kPa. Exprese la presión en mm Hg.

3.91 En una cámara de vacío hay una presión de −12.6 psig. Exprese la presión en pulg Hg.

3.92 Se midió el rendimiento de un ventilador a una presión diferencial de 12.4 pulg CA. Exprese la presión en psi y en Pa.

3.93 Se midió la presión diferencial en un calefactor de presión y fue de 115 pulg CA. Exprese la presión en psi y en Pa.

Medidores y transductores de presión

3.94 Describa un medidor de presión de tubo Bourdon.

3.95 Describa un transductor de presión del tipo de medición por tensión.

3.96 Describa un transductor de presión de cristal de cuarzo que aprovecha el efecto piezoeléctrico.

3.97 Describa un transductor de presión de cristal de cuarzo que aprovecha el efecto de frecuencia resonante.

4 Fuerzas debidas a fluidos estáticos

4.1 Panorama

Mapa de aprendizaje

- Recuerde que la presión es una fuerza dividida entre el área sobre la que actúa: $p = F/A$.
- Ahora nos interesa la fuerza que produce la presión en un fluido y que actúa sobre las paredes de los contenedores.
- Si la presión es uniforme sobre toda el área de interés, la fuerza sólo es: $F = pA$.
- Si la presión varía sobre la superficie de interés, deben utilizarse otros métodos para valorar dicha variación antes de calcular la magnitud de la fuerza resultante sobre aquella superficie.
- También debe encontrarse la localización de la fuerza resultante, denominada *centro de presión*, para que sea posible realizar el análisis de los efectos de dicha fuerza.

Descubrimientos

Identifique varios ejemplos en los que la fuerza ejercida por un fluido sobre la superficie que lo contiene sea de importancia. Estudie dichos sistemas y otros que recuerde con sus compañeros estudiantes y con el profesor o asesor del curso, con el enfoque en estas preguntas:

- ¿Cómo actúa la fuerza sobre su contenedor?
- ¿La presión varía en puntos diferentes del fluido? Si es así, ¿cómo varía?
- ¿Cómo afecta la fuerza que ejerce la presión del fluido al diseño del contenedor?
- ¿Qué consecuencias habría si las fuerzas excedieran la capacidad del contenedor para resistirlas? ¿Cómo fallaría el contenedor?

Este capítulo le ayudará a descubrir los principios que gobiernan la generación de fuerzas resultantes por la acción de los fluidos sobre superficies planas (lisas) o curvas. Algunos de los procedimientos de solución se destinarán para casos especiales como superficies horizontales planas, superficies que contienen gases o paredes rectangulares expuestas a la superficie libre del fluido. En otros casos se analizarán situaciones más generales en las que deben considerarse las variaciones de la presión, y debe calcularse la magnitud y la ubicación de la fuerza resultante.

Conceptos introductorios

En este capítulo consideramos los efectos de la presión de un fluido, que actúa sobre superficies planas (lisas) y curvas, en aplicaciones como las ilustradas en la figura 4.1. En cada caso, el fluido ejerce una fuerza que actúa en forma perpendicular a la superficie de interés, según la definición fundamental de presión $p = F/A$, y la forma correspondiente $F = pA$.

Aplicamos estas ecuaciones en forma directa solo si la presión es uniforme sobre toda el área de interés. Un ejemplo de esto lo tenemos cuando el fluido es un gas, para el cual se considera que la presión es igual en todo el cuerpo gaseoso debido a su peso específico bajo. La figura 4.1(a) lo muestra si el fluido es aire en un sistema neumático de fluido de potencia. Además, si el diámetro del émbolo es pequeño, sería razonable ignorar la variación de la presión sobre la cara de éste. Tenemos otro ejemplo del empleo de la ecuación $F = pA$, cuando un líquido ejerce presión sobre una superficie plana y horizontal, como la del fondo de los tanques que aparecen en las figuras 4.1(b), (c) y (f).

En otros casos en los que la superficie de interés es vertical, inclinada o curva, se debe tomar en cuenta la variación de la presión con la profundidad. Al respecto, en este capítulo

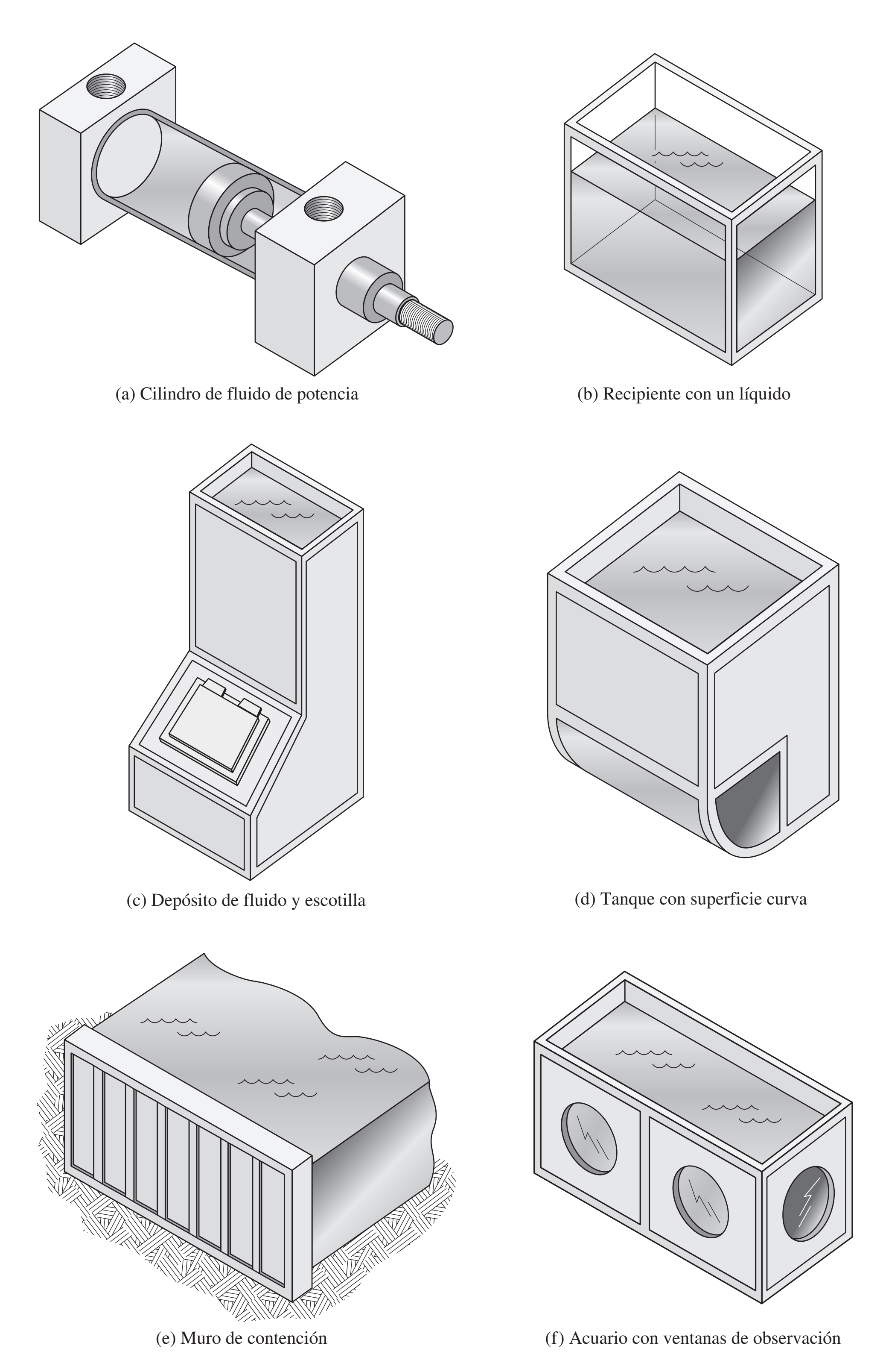


FIGURA 4.1 Ejemplos de casos en que debe calcularse las fuerzas sobre las áreas sumergidas.

desarrollamos algunos métodos especiales de análisis. Se aconseja que repase en el capítulo 3 los temas acerca de la presión manométrica y absoluta, la variación de la presión con la elevación y la carga piezométrica. Mostraremos métodos de cálculo de la *fuerza resultante* sobre la superficie y la ubicación del *centro de presión* en que se supone actúa dicha fuerza, con objeto de calcular el efecto de la fuerza distribuida.

Considere las paredes laterales de los tanques, la escotilla en la pared inclinada del depósito de fluido, el muro de contención y las ventanas del acuario. El muro de contención es un ejemplo de caso especial denominado de *paredes rectangulares*, en el que la presión varía en forma lineal desde cero (manométrica) en la superficie superior del fluido, a otra mayor en el fondo del muro. La escotilla del depósito de fluido y las ventanas del acuario requieren un enfoque más general, debido a que ninguna parte del área de interés involucra una presión igual a cero.

4.2 OBJETIVOS

Al terminar este capítulo podrá:

1. Calcular la fuerza que ejerce sobre un área plana un gas presurizado.
2. Encontrar la fuerza ejercida por cualquier fluido estático que actúe sobre un área plana horizontal.
3. Hallar la fuerza resultante que un líquido estático ejerce sobre una pared rectangular.
4. Definir el término *centro de presión*.
5. Determinar la fuerza resultante que ejerce un líquido estático sobre cualquier área plana sumergida.
6. Mostrar el vector que representa la fuerza resultante sobre cualquier área plana sumergida, con su dirección y ubicación apropiadas.
7. Visualizar la distribución de fuerza sobre una superficie curva sumergida.
8. Calcular la fuerza resultante total sobre la superficie curva.
9. Calcular la dirección en que actúa la fuerza resultante y mostrar su línea de acción en un diagrama de la superficie.
10. Incluir el efecto de una carga de presión sobre el líquido, en la fuerza sobre una superficie plana o curva.

4.3 GASES BAJO PRESIÓN

La figura 4.2 muestra un cilindro neumático utilizado en una maquinaria automatizada. La presión del aire actúa sobre la cara del émbolo, lo que produce una fuerza que ocasiona el movimiento lineal de la varilla. La presión también actúa sobre el extremo del cilindro y tiende a alejarlo. Ésta es la razón de que haya cuatro sujeciones en las tapas del extremo del cilindro. La distribución de la presión dentro de un gas es casi uniforme. Por tanto, es posible calcular la fuerza sobre el émbolo y los extremos del cilindro directamente con la ecuación $F = pA$.

□ PROBLEMA MODELO 4.1

Si el cilindro de la figura 4.2 tiene un diámetro interno de 2 pulg y opera a una presión de 300 psig, calcule la fuerza sobre sus extremos.

Solución

$$F = pA$$

$$A = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi(2\ \text{pulg})^2}{4} = 3.14\ \text{pulg}^2$$

$$F = \frac{300\ \text{lb}}{\text{pulg}^2} \times 3.14\ \text{pulg}^2 = 942\ \text{lb}$$

Observe que en el cálculo de la fuerza usamos la presión manométrica en lugar de la absoluta. La fuerza adicional que se debe a la presión atmosférica actúa sobre ambos lados del área, por lo que se encuentra balanceada. Si la presión sobre la superficie exterior no es la atmosférica, entonces debe considerarse a todas las fuerzas externas, a fin de determinar la fuerza neta sobre el área. ■

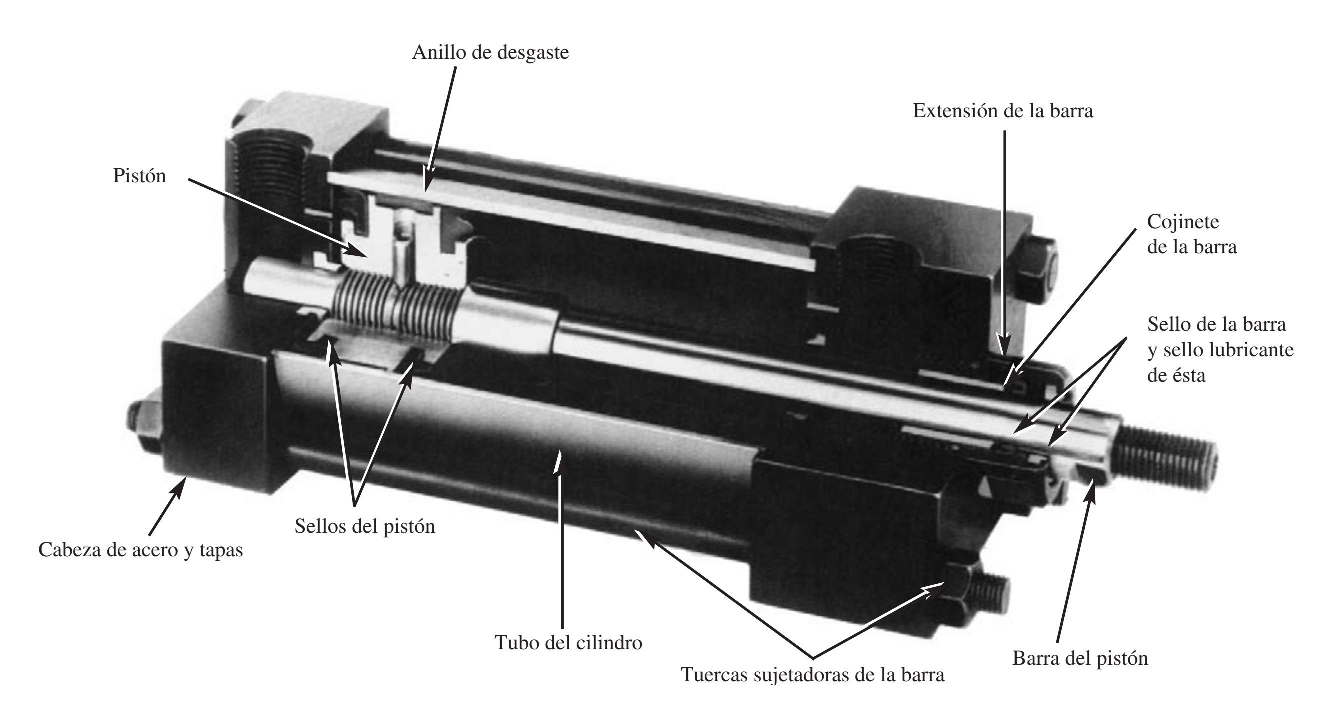


FIGURA 4.2 Cilindro de fluido de potencia. (Fuente de la fotografía: Norgren Actuators, Brookville, OH.)

4.4 SUPERFICIES PLANAS HORIZONTALES BAJO LÍQUIDOS

La figura 4.3 muestra un tambor cilíndrico que contiene aceite y agua. En el fondo del tambor la presión del agua es uniforme en toda el área porque ésta es un plano horizontal en un fluido en reposo. De nuevo, para calcular la fuerza en el fondo utilizamos la ecuación $F = pA$.

☐ **PROBLEMA MODELO 4.2**

Si el tambor de la figura 4.3 está abierto a la atmósfera en su parte superior, calcule la fuerza que actúa sobre el fondo.

Solución

Para emplear $F = pA$, primero debe calcularse la presión en el fondo del tambor p_B, y el área del fondo, así:

$$p_B = p_{atm} + \gamma_o(2.4\text{ m}) + \gamma_w(1.5\text{ m})$$

$$\gamma_o = (sg)_o(9.81\text{ kN/m}^3) = (0.90)(9.81\text{ kN/m}^3) = 8.83\text{ kN/m}^3$$

$$p_B = 0\text{ Pa(manométrica)} + (8.83\text{ kN/m}^3)(2.4\text{ m}) + (9.81\text{ kN/m}^3)(1.5\text{ m})$$

$$= (0 + 21.2 + 14.7)\text{ kPa} = 35.9\text{ kPa(manométrica)}$$

$$A = \pi D^2/4 = \pi(3.0\text{ m})^2/4 = 7.07\text{ m}^2$$

$$F = p_B A = (35.9\text{ kN/m}^2)(7.07\text{ m}^2) = 253.8\text{ kN}$$

☐ **PROBLEMA MODELO 4.3**

¿Habría alguna diferencia entre la fuerza que actúa en el fondo del tambor de la figura 4.3 y aquélla sobre el fondo del contenedor en forma de cono de la figura 4.4?

Solución

La fuerza sería la misma porque la presión en el fondo depende sólo de la profundidad y el peso específico del fluido en el contenedor. El peso total del fluido no es el factor de control. Hay que recordar la paradoja de Pascal, mencionada en la sección 3.5.

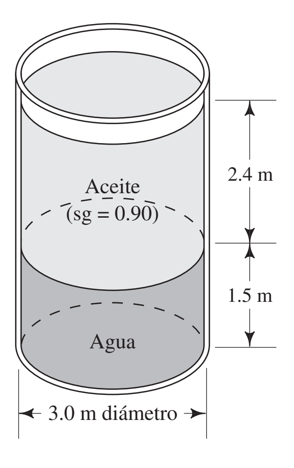


FIGURA 4.3 Tambor cilíndrico para el problema modelo 4.2.

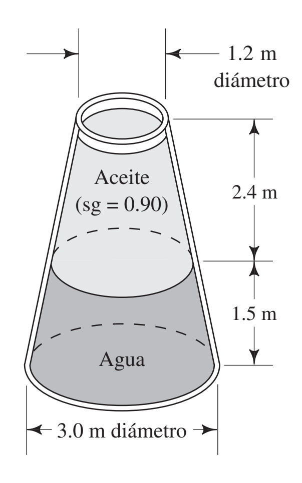


FIGURA 4.4 Contenedor en forma de cono para el problema modelo 4.3.

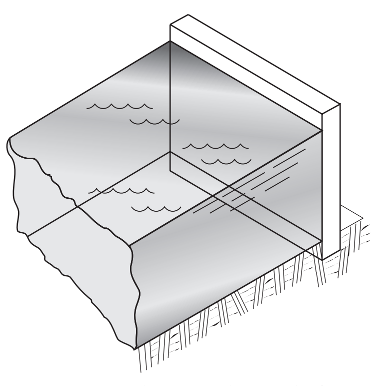
Comentario: La fuerza calculada en estos dos problemas modelo, es la que el fluido ejerce sobre el fondo interior del contenedor. Por supuesto, si se diseñara una estructura para sostener al contenedor, tendría que considerarse el peso total de éste y los fluidos. Para efectos de diseño estructural, el contenedor en forma de cono sería más ligero que el cilíndrico.

■

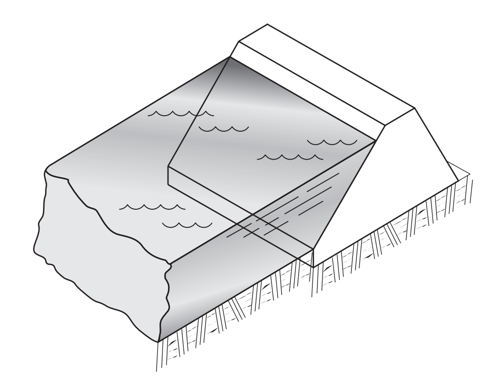
4.5 PAREDES RECTANGULARES

Los muros de contención que aparecen en las figuras 4.1(e) y 4.5 son ejemplos clásicos de paredes rectangulares expuestas a una presión que varía desde cero, en la superficie del fluido, a un máximo en el fondo de la pared. La fuerza ejercida por la presión del fluido tiende a hacer girar la pared o romperla en el sitio en que está fija al fondo.

FIGURA 4.5 Paredes rectangulares.



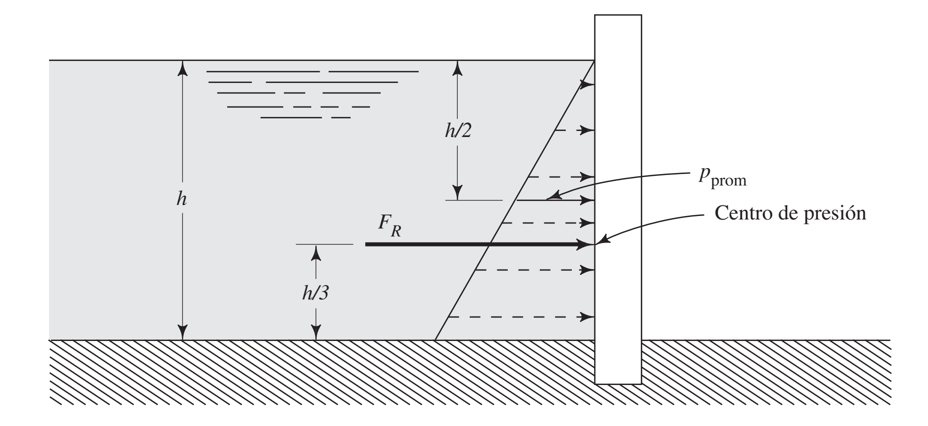
(a) Muro de contención vertical



(b) Muro inclinado (presa)

La fuerza real se distribuye sobre toda la pared, pero para el propósito del análisis es deseable determinar la fuerza resultante y el lugar en que actúa, el cual se denomina *centro de presión.* Es decir, si toda la fuerza se concentrara en un solo punto ¿dónde estaría éste y cuál sería la magnitud de la fuerza?

FIGURA 4.6 Pared vertical rectangular.



La figura 4.6 muestra la distribución de la presión sobre el muro vertical de contención. Como lo indica la ecuación $\Delta p = \gamma h$, la presión varía en forma lineal (a la manera de una línea recta) con la profundidad del fluido. Las longitudes de las flechas punteadas representan la magnitud de la presión del fluido en puntos diferentes sobre muro. Debido a que la presión varía en forma lineal, la fuerza resultante total se calcula por medio de la ecuación

$$F_R = p_{prom} \times A \tag{4–1}$$

donde p_{prom} es la presión promedio y A el área total del muro. Pero la presión promedio es la que se ejerce en la mitad del muro, por lo que se calcula por medio de la ecuación

$$p_{prom} = \gamma(h/2) \tag{4–2}$$

donde h es la profundidad total del fluido.

Por tanto, tenemos

FUERZA RESULTANTE SOBRE UNA PARED RECTANGULAR

$$F_R = \gamma(h/2)A \tag{4–3}$$

La distribución de la presión mostrada en la figura 4.6 indica que sobre la parte inferior de la pared actúa una porción de fuerza mayor que sobre la parte superior. El centro de presión está en el centroide del triángulo de distribución de la presión, a un tercio de la distancia desde el fondo de la pared. En ese punto, la fuerza resultante F_R actúa en forma perpendicular a la pared.

A continuación presentamos el procedimiento para calcular la magnitud de la fuerza resultante debido a la presión del fluido, y la localización del centro de presión sobre una pared rectangular, como las ilustradas en la figura 4.5. El procedimiento se aplica en una pared vertical o inclinada.

PROCEDIMIENTO PARA CALCULAR LA FUERZA SOBRE UNA PARED RECTANGULAR

1. Calcule la magnitud de la fuerza resultante F_R, por medio de la ecuación

$$F_R = \gamma(h/2)A$$

donde

γ = Peso específico del fluido
h = Profundidad total del fluido
A = Área total de la pared

2. Localice el centro de presión a la distancia vertical de $h/3$, a partir del fondo de la pared.
3. Muestre la fuerza resultante que actúa en el centro de presión, en forma perpendicular a la pared.

☐ **PROBLEMA MODELO 4.4** En la figura 4.6 el fluido es gasolina (sg = 0.68) y su profundidad total es de 12 pies. La pared tiene 40 pies de ancho. Calcule la magnitud de la fuerza resultante sobre la pared y la ubicación del centro de presión.

Solución *Paso 1.*

$$F_R = \gamma(h/2)A$$

$$\gamma = (0.68)(62.4\ \text{lb/pie}^3) = 42.4\ \text{lb/pie}^3$$

$$A = (12\ \text{pies})(40\ \text{pies}) = 480\ \text{pies}^2$$

$$F_R = \frac{42.4\ \text{lb}}{\text{pie}^3} \times \frac{12\ \text{pies}}{2} \times 480\ \text{pies}^2 = 122\,000\ \text{lb}$$

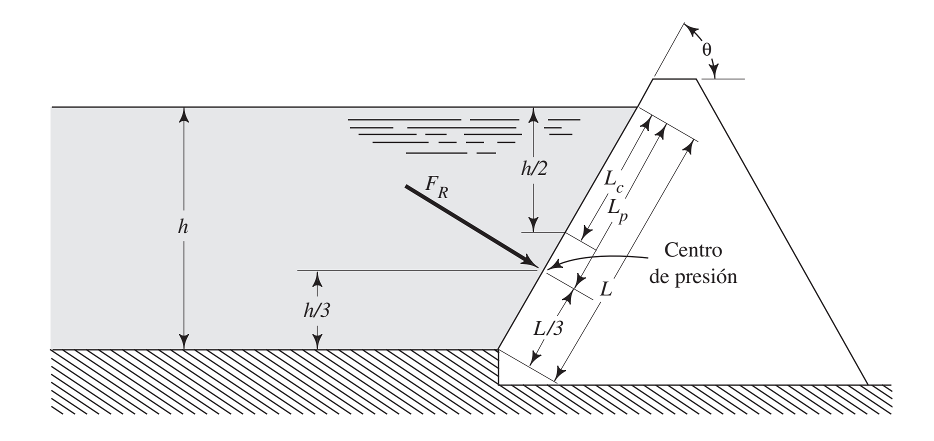
Paso 2. El centro de presión está a la distancia de

$$h/3 = 12\ \text{pie}/3 = 4\ \text{pies}$$

a partir del fondo de la pared.
Paso 3. La fuerza F_R actúa de manera perpendicular a la pared, en el centro de presión, como se ilustra en la figura 4.6.

☐ **PROBLEMA MODELO 4.5** La figura 4.7 muestra una presa de 30.5 m de ancho que contiene agua dulce con un tirante de 8 m, la cortina de la presa está inclinada con un ángulo θ de 60 °. Calcule la magnitud de la fuerza resultante sobre la presa, así como la localización del centro de presión.

FIGURA 4.7 Pared rectangular inclinada.



Solución *Paso 1.*

$$F_R = \gamma(h/2)A$$

Para calcular el área de la presa se necesita conocer la longitud de su cara, denominada L, según se indica en la figura 4.7:

$$\text{sen}\ \theta = h/L$$

$$L = h/\text{sen}\ \theta = 8\ \text{m}/\text{sen}\ 60\ ° = 9.24\ \text{m}$$

Por tanto, el área de la presa es

$$A = (9.24\ \text{m})(30.5\ \text{m}) = 281.8\ \text{m}^2$$

Ahora se calcula la fuerza resultante:

$$F_R = \gamma(h/2)A = \frac{9.81\ \text{kN}}{\text{m}^3} \times \frac{8\ \text{m}}{2} \times 281.8\ \text{m}^2$$
$$= 11\,060\ \text{kN} = 11.06\ \text{MN}$$

Paso 2. El centro de presión se localiza a una distancia vertical de

$$h/3 = 8\ \text{m}/3 = 2.67\ \text{m}$$

a partir del fondo de la presa, o bien, si se mide desde el fondo y sobre la longitud de su cara, se encuentra en:

$$L/3 = 9.24\ \text{m}/3 = 3.08\ \text{m}$$

Al medir a lo largo de la cara de la presa se define lo siguiente:

$L_p =$ Distancia desde la superficie libre del fluido hasta centro de presión

$L_p = L - L/3$

$L_p = 9.24\ \text{m} - 3.08\ \text{m} = 6.16\ \text{m}$

Se observa que F_R actúa en el centro de presión, perpendicular a la pared.

■

4.6 ÁREAS PLANAS SUMERGIDAS —EN GENERAL

El procedimiento que se estudiará en esta sección se aplica a problemas que tienen que ver con áreas planas, verticales o inclinadas, sumergidas por completo en el fluido. Igual que en los problemas anteriores, el procedimiento nos permitirá calcular la magnitud de la fuerza resultante sobre el área, y la ubicación del centro de presión en el que es válido suponer que actúa.

En la figura 4.8 vemos un tanque que tiene una ventana rectangular en una pared inclinada. En ella se presentan las dimensiones y símbolos estándar manejados en el procedimiento. Así, definimos:

F_R	Fuerza resultante sobre el área debido a la presión del fluido.
—	El *centro de presión* del área es el punto en el que se considera que actúa la fuerza resultante.
—	El *centroide* del área es el punto en donde el área estaría equilibrada si fuera suspendida desde él; es equivalente al centro de gravedad de un cuerpo sólido.
θ	Ángulo de inclinación del área.
h_c	Profundidad del fluido desde la superficie libre al centroide del área.
L_c	Distancia del nivel de la superficie libre del fluido al centroide del área, medida a lo largo del ángulo de inclinación de ésta.
L_p	Distancia del nivel de la superficie libre del fluido al centro de presión del área, se mide a lo largo del ángulo de inclinación de ésta.
h_p	Distancia de la superficie libre al centro de presión del área.
B, H	Dimensiones del área.

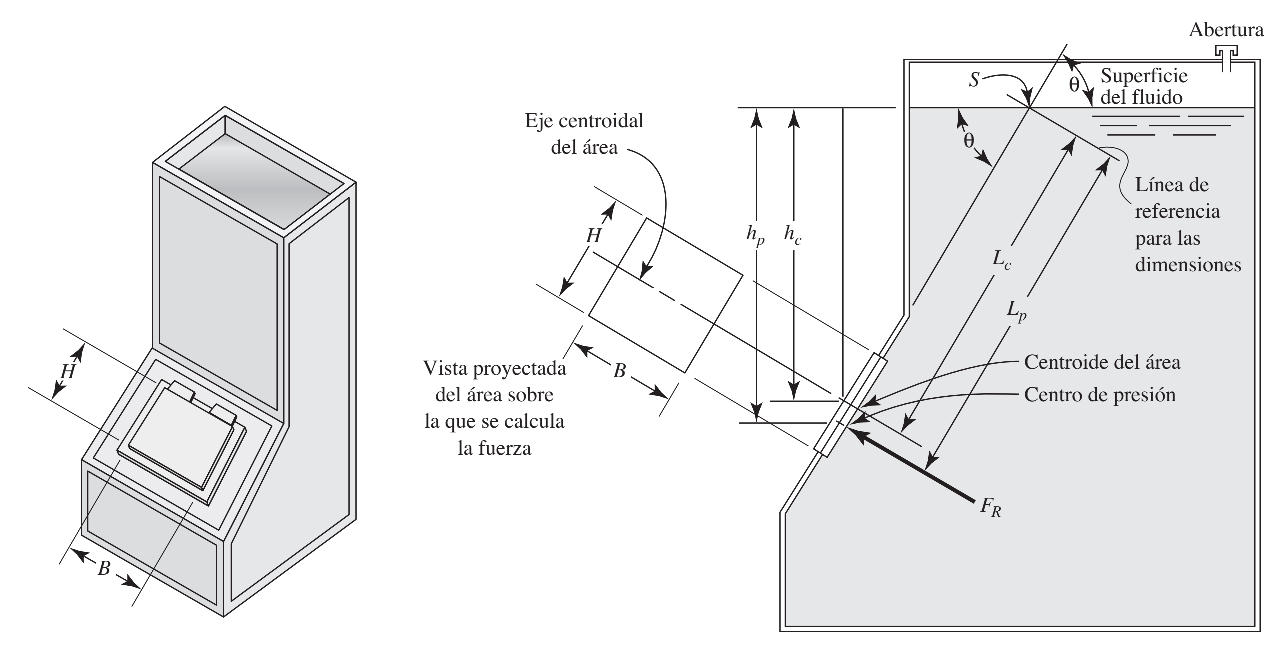


FIGURA 4.8 Fuerza sobre un área plana sumergida.

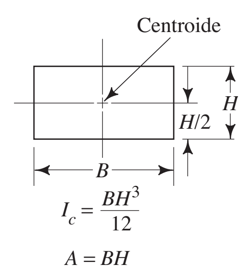


FIGURA 4.9 Propiedades de un rectángulo.

La figura 4.9 muestra la ubicación del centroide de un rectángulo. En el apéndice *L* aparecen otras formas.

El procedimiento siguiente le ayudará a calcular la magnitud de la fuerza resultante sobre un área plana sumergida provocada por la presión del fluido y la ubicación del centro de presión.

PROCEDIMIENTO PARA CALCULAR LA FUERZA SOBRE UN ÁREA PLANA SUMERGIDA

1. Identifique el punto en que el ángulo de inclinación del área de interés intercepta el nivel de la superficie libre del fluido. Esto tal vez requiera que se extienda de la superficie inclinada o la línea de la superficie del fluido. Se denominará punto *S*.
2. Localice el centroide del área, a partir de su geometría.
3. Determine h_c como la distancia *vertical* entre el nivel de la superficie libre y el centroide del área.
4. Determine L_c como la distancia *inclinada* del nivel de la superficie libre al centroide del área. Ésta es la distancia *S* al centroide. Oserve que h_c y L_c están relacionadas por la ecuación

$$h_c = L_c \text{ sen } \theta$$

5. Calcule el área total *A* sobre la que va a determinarse la fuerza.
6. Calcule la fuerza resultante por medio de la ecuación

FUERZA RESULTANTE SOBRE UN ÁREA PLANA SUMERGIDA

$$F_R = \gamma h_c A \tag{4–4}$$

donde γ es el peso específico del fluido. Esta ecuación establece que la fuerza resultante es el producto de la presión en el centroide del área por el área total.

7. Calcule I_c, el momento de inercia del área respecto de su eje centroidal.

8. Calcule la ubicación del centro de presión con la ecuación siguiente:

LOCALIZACIÓN DEL CENTRO DE PRESIÓN

$$L_p = L_c + \frac{I_c}{L_c A} \tag{4–5}$$

Observe que el centro de presión siempre está abajo del centroide de un área inclinada respecto de la horizontal. En algunos casos resulta de interés calcular sólo la diferencia entre L_p y L_c, por medio de la ecuación

$$L_p - L_c = \frac{I_c}{L_c A} \tag{4–6}$$

9. Dibuje la fuerza resultante F_R que actúa en el centro de presión en forma perpendicular al área.
10. En el dibujo anterior muestre la dimensión L_p, en forma similar a la hecha en la figura 4.8.
11. Dibuje líneas para las dimensiones L_c y L_p a partir de una línea de referencia dibujada a través del punto S y perpendicular al ángulo de inclinación del área.
12. Si desea calcular la profundidad vertical al centro de presión h_p puede usar cualesquiera de dos métodos. Si ya obtuvo la distancia L_p se maneja la ecuación

$$h_p = L_p \text{ sen } \theta$$

En forma alternativa, podría evitarse el paso 8 y directamente calcular h_p con la ecuación

$$h_p = h_c + \frac{I_c \text{ sen}^2\theta}{h_c A}$$

Ahora se empleará el enfoque de enseñanza programada para ilustrar la aplicación de este procedimiento.

PROBLEMA MODELO PROGRAMADO

☐ **PROBLEMA MODELO 4.6**

El tanque ilustrado en la figura 4.8 contiene un aceite lubricante con gravedad específica de 0.91. En su pared inclinada ($\theta = 60\,°$) se coloca una compuerta rectangular con dimensiones $B = 4$ pies y $H = 2$ pies. El centroide de la compuerta se encuentra a una profundidad de 5 pies de la superficie del aceite. Calcule (a) la magnitud de la fuerza resultante F_R sobre la compuerta y (b) la ubicación del centro de presión.

Ejecute los pasos 1 y 2 del procedimiento descrito antes de pasar al panel siguiente.

En la figura 4.8 se muestra el punto S.

El área de interés es la puerta rectangular dibujada en la figura 4.10. El centroide se localiza en la intersección de los ejes de simetría del rectángulo.

Ahora, para el paso 3, ¿cuál es la distancia h_c?

Por el enunciado del problema se sabe que $h_c = 5$ pies, que es la profundidad vertical de la superficie libre del aceite al centroide de la compuerta.

Ahora se calcula L_c. Vea el paso 4.

En este caso, los términos L_c y h_c están relacionados por la ecuación

$$h_c = L_c \text{ sen } \theta$$

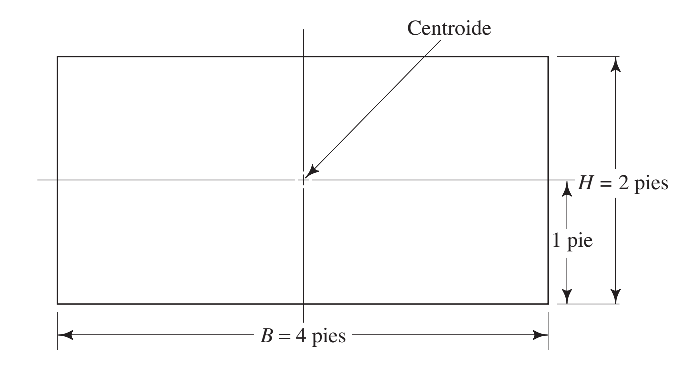


FIGURA 4.10 Compuerta rectangular para el problema modelo 4.6.

Por tanto, tenemos

$$L_c = h_c/\text{sen }\theta = 5 \text{ pies}/\text{sen } 60° = 5.77 \text{ pies}$$

Para cálculos posteriores se necesitará tanto h_c como L_c.

Ahora vaya al paso 5.

Debido a que el área del rectángulo es BH, tenemos,

$$A = BH = (4 \text{ pies})(2 \text{ pies}) = 8 \text{ pies}^2$$

Continúe con el paso 6.

En la ecuación $F_R = \gamma h_c A$ se necesita el peso específico del aceite:

$$\gamma_o = (\text{sg})_o(62.4 \text{ lb/pie}^3) = (0.91)(62.4 \text{ lb/pie}^3)$$
$$= 56.8 \text{ lb/pie}^3$$

Entonces tenemos

$$F_R = \gamma_o h_c A = \frac{56.8 \text{ lb}}{\text{pie}^3} \times 5 \text{ pies} \times 8 \text{ pies}^2 = 2270 \text{ lb}$$

El paso siguiente tiene que ver con la localización del centro de presión. Vaya al paso 7.

Por la figura 4.9 encontramos que para un rectángulo,

$$I_c = BH^3/12 = (4 \text{ pies})(2 \text{ pies})^3/12 = 2.67 \text{ pies}^4$$

Ahora contamos con todos los datos necesarios para continuar con el paso 8.

Debido a que $I_c = 2.67 \text{ pies}^4$, $L_c = 5.77$ pies, y $A = 8 \text{ pies}^2$,

$$L_p = L_c + \frac{I_c}{L_c A} = 5.77 \text{ pies} + \frac{2.67 \text{ pies}^4}{(5.77 \text{ pies})(8 \text{ pies}^2)}$$

$$L_p = 5.77 \text{ pies} + 0.058 \text{ pies} = 5.828 \text{ pies}$$

El resultado es $L_p = 5.828$ pies.

Esto significa que el centro de presión está a 0.058 pies (o 0.70 pulg) por debajo del centroide de la compuerta.

Los pasos 9 a 11 están en la figura 4.8. Usted debe asegurarse de haber asimilado cómo se dibuja la dimensión L_p a partir de la línea de referencia.

■

4.7 DESARROLLO DEL PROCEDIMIENTO GENERAL PARA FUERZAS EN ÁREAS PLANAS SUMERGIDAS

En la sección 4.6 mostramos el uso de los principios para calcular la fuerza resultante sobre un área plana sumergida y para encontrar la ubicación del centro de presión. Con la ecuación (4-4) obtenemos la fuerza resultante, y con la (4-6) la distancia entre el centroide del área de interés y el centro de presión. La figura 4.8 ilustra los términos diversos. En esta sección presentamos el desarrollo de aquellas relaciones.

4.7.1 Fuerza resultante

Definimos la *fuerza resultante* como la suma de fuerzas sobre los elementos pequeños de interés. La figura 4.11 ilustra este concepto con el empleo de la misma ventana rectangular utilizada en la figura 4.8. En realidad, la forma del área es arbitraria. En cualquier área pequeña dA existe una fuerza dF que actúa de modo perpendicular al área, debido a la presión p del fluido. Pero la magnitud de la presión a cualquier profundidad h en un líquido estático de peso específico γ es $p = \gamma h$. Entonces, la fuerza es

$$dF = p(dA) = \gamma h(dA) \tag{4–7}$$

Debido a que el área está inclinada con un ángulo θ, es conveniente trabajar en su plano y usar y para denotar la posición sobre el área a cualquier profundidad h. Observe que

$$h = y \text{ sen } \theta \tag{4–8}$$

donde y se mide a partir del nivel de la superficie libre del fluido, a lo largo del ángulo de inclinación del área. Entonces,

$$dF = \gamma(y \text{ sen } \theta)(dA) \tag{4–9}$$

La suma de las fuerzas en toda la superficie se obtiene por medio del proceso matemático de integración,

$$F_R = \int_A dF = \int_A \gamma(y \text{ sen } \theta)(dA) = \gamma \text{ sen } \theta \int_A y(dA)$$

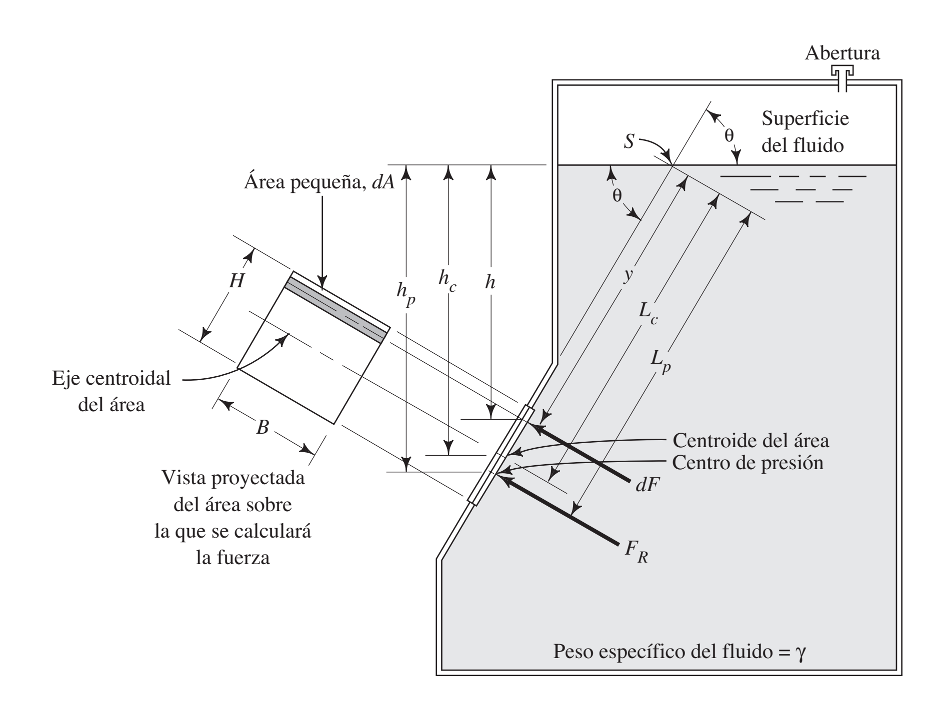


FIGURA 4.11 Desarrollo del procedimiento general para las fuerzas sobre áreas planas sumergidas.

De la mecánica se sabe que $\int y(dA)$ es igual al producto del área total por la distancia al centroide del área desde el eje de referencia. Es decir,

$$\int_A y(dA) = L_c A$$

Por tanto, la fuerza resultante F_R es

$$F_R = \gamma \text{ sen } \theta(L_c A) \tag{4–10}$$

Ahora, al hacer la sustitución $h_c = L_c \text{ sen } \theta$ encontramos que

$$F_R = \gamma h_c A \tag{4–11}$$

Esta forma es similar a la ecuación (4-4). Debido a que cada una de las fuerzas pequeñas dF actúa de manera perpendicular al área, la fuerza resultante también actúa perpendicular a ésta.

4.7.2 Centro de presión

El *centro de presión* es el punto sobre el área donde se supone que actúa la fuerza resultante, en forma tal que tiene el mismo efecto que la fuerza distribuida en toda el área debido a la presión del fluido. Este efecto se expresa en términos del momento de una fuerza con respecto de un eje, a través de S perpendicular a la página.

Vea la figura 4.11. El momento de cada fuerza pequeña dF con respecto a dicho eje es:

$$dM = dF \cdot y$$

Pero $dF = \gamma(y \text{ sen } \theta)(dA)$. Entonces,

$$dM = y[\gamma(y \text{ sen } \theta)(dA)] = \gamma \text{ sen } \theta(y^2 dA)$$

Podemos encontrar el momento de todas las fuerzas sobre el área total integrando toda el área. Ahora, si suponemos que la fuerza resultante F_R actúa en el centro de presión, su momento con respecto al eje a través de S es $F_R L_p$. Entonces,

$$F_R L_p = \int \gamma \text{ sen } \theta(y^2 dA) = \gamma \text{ sen } \theta \int (y^2 dA)$$

Otra vez, de la mecánica se sabe que el momento de inercia I de toda el área con respecto al eje desde el que se mide y, se define como $\int (y^2 dA)$. Entonces,

$$F_R L_p = \gamma \text{ sen } \theta(I)$$

Al despejar para L_p obtenemos

$$L_p = \frac{\gamma \text{ sen } \theta(I)}{F_R}$$

Al sustituir F_R, de acuerdo con la ecuación (4-10) tenemos

$$L_p = \frac{\gamma \text{ sen } \theta(I)}{\gamma \text{ sen } \theta(L_c A)} = \frac{I}{L_c A} \tag{4–12}$$

Si manejamos el teorema de transferencia del momento de inercia logramos desarrollar una expresión más conveniente. Esto es,

$$I = I_c + AL_c^2$$

donde I_c es el momento de inercia del área de interés con respecto de su propio eje centroidal, y L_c es la distancia del eje de referencia al centroide. Así, la ecuación (4-12) se convierte en

$$L_p = \frac{I}{L_c A} = \frac{I_c + AL_c^2}{L_c A} = \frac{I_c}{L_c A} + L_c \tag{4–13}$$

Una vez reordenada, obtenemos la misma forma que la ecuación (4-6):

$$L_p - L_c = \frac{I_c}{L_c A}$$

Continuamos el desarrollo al crear una expresión para la profundidad vertical al centro de presión h_p. Al comenzar a partir de la ecuación (4-13), observamos las relaciones siguientes:

$$h_p = L_p \operatorname{sen}\theta$$
$$L_c = h_c/\operatorname{sen}\theta$$

Por tanto,

$$h_p = L_p \operatorname{sen}\theta = \operatorname{sen}\theta\left[\frac{h_c}{\operatorname{sen}\theta} + \frac{I_c}{(h_c/\operatorname{sen}\theta)A}\right]$$

$$h_p = h_c + \frac{I_c \operatorname{sen}^2\theta}{h_c A}$$

4.8 CARGA PIEZOMÉTRICA

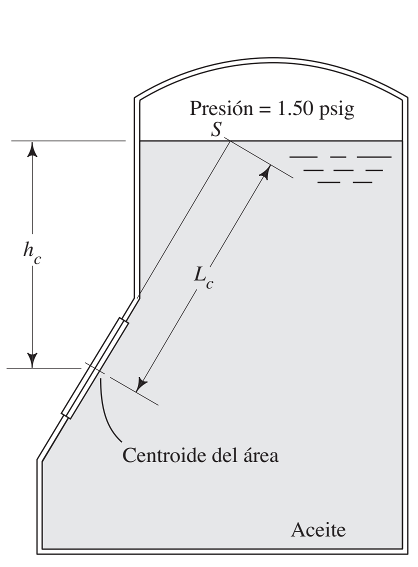
En todos los problemas presentados hasta este momento, la superficie libre del fluido ha estado expuesta a la presión ambiental, en la que $p = 0$ (manométrica). Por tanto, nuestros cálculos de la presión dentro del fluido también han sido presiones manométricas. Debido a que la presión ambiental también actúa fuera del área, resultó apropiado utilizar presiones manométricas para calcular la magnitud de la fuerza neta sobre las áreas de interés.

Si la presión arriba de la superficie libre del fluido es diferente de la presión ambiental fuera del área, es necesario hacer un cambio en nuestro procedimiento. Un método conveniente maneja el concepto *carga piezométrica*, donde la presión real sobre el fluido p_a se convierte en una profundidad equivalente de dicho fluido h_a, lo cual crearía la misma presión (figura 4-12):

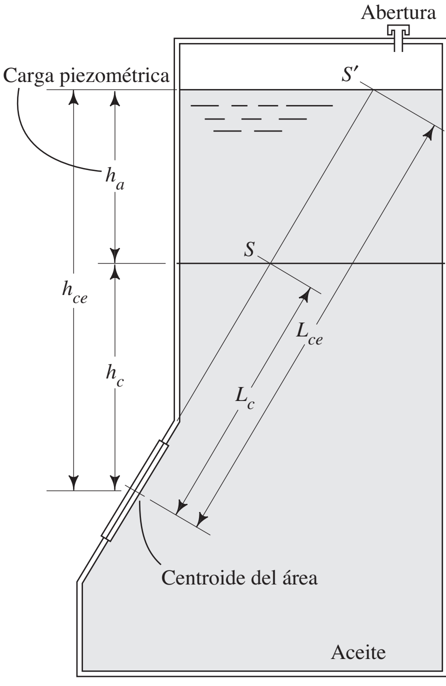
CARGA PIEZOMÉTRICA

$$h_a = p_a/\gamma \tag{4–14}$$

FIGURA 4.12 Ilustración de la carga piezométrica del problema modelo 4.7.



(a) Tanque de la figura 4.8 con presión sobre el aceite



(b) Tanque mostrando la carga piezométrica equivalente debido a la presión sobre el aceite

Esta profundidad se agrega a cualquier profundidad h por debajo de la superficie libre, a fin de obtener una *profundidad equivalente* h_e. Es decir,

$$h_e = h + h_a \quad (4\text{–}15)$$

Entonces, h_e se maneja en cualquier cálculo que requiere una profundidad para determinar la presión. Por ejemplo, en la figura 4.12 la presión equivalente al centroide es

$$h_{ce} = h_c + h_a$$

☐ **PROBLEMA MODELO 4.7**

Repita el problema modelo 4.6, considerando que el tanque de la figura 4.8 está sellado en su parte superior, y que hay una presión de 1.50 psig sobre el aceite.

Solución

Para efectuar cálculos en la solución del problema modelo 4.6, manejamos la profundidad al centroide h_c, dada como 5.0 pies por debajo de la superficie del aceite. Con la presión por arriba del aceite debe agregarse la carga piezométrica h_a de la ecuación (4-14). Con un valor $\gamma = 56.8$ lb/pie^3 se obtiene

$$h_a = \frac{p_a}{\gamma} = \frac{1.5\text{ lb}}{\text{pulg}^2}\,\frac{144\text{ pulg}^2}{\text{pie}^2}\,\frac{\text{pie}^3}{56.8\text{ lb}} = 3.80\text{ pies}$$

Entonces, la profundidad equivalente al centroide es

$$h_{ce} = h_c + h_a = 5.00\text{ pies} + 3.80\text{ pies} = 8.80\text{ pies}$$

Por tanto, la fuerza resultante es:

$$F_R = \gamma h_{ce} A = (56.8\text{ lb/pie}^3)(8.80\text{ pies})(8.0\text{ pies}^2) = 4000\text{ lb}$$

Compare esto con el valor de 2270 lb encontrado antes, para el tanque abierto.

El centro de presión también cambia debido a que la distancia L_c cambia a L_{ce}, como sigue:

$$L_{ce} = h_{ce}/\text{sen}\,\theta = 8.80\text{ pies}/\text{sen}\,60° = 10.16\text{ pies}$$

$$L_{pe} - L_{ce} = \frac{I_c}{L_{ce}A} = \frac{2.67\text{ pies}^4}{(10.16\text{ pies})(8\text{ pies}^2)} = 0.033\text{ pies}$$

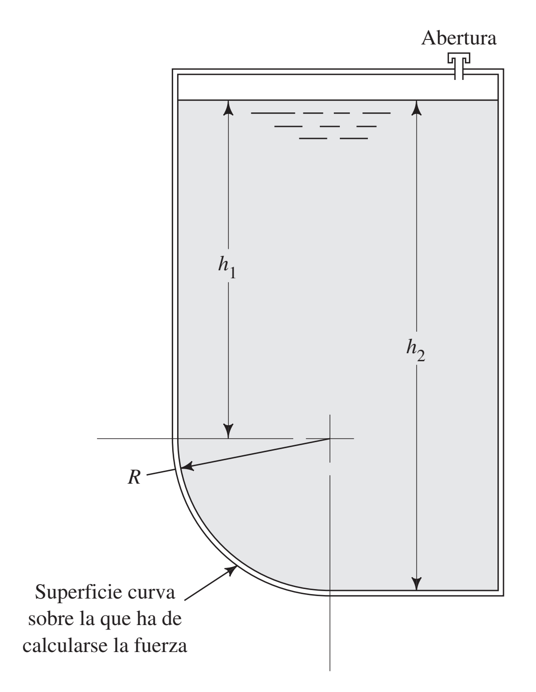
La distancia correspondiente en el problema modelo 4.6 fue de 0.058 pies.

■

4.9 DISTRIBUCIÓN DE LA FUERZA SOBRE UNA SUPERFICIE CURVA SUMERGIDA

La figura 4.13 ilustra un tanque con un líquido con su superficie abierta a la atmósfera. Una parte de la pared izquierda es vertical y la porción inferior es un segmento de cilindro. En este caso, interesa la fuerza debido a la presión del fluido que actúa sobre la superficie curva.

Una manera de visualizar el sistema de fuerza total involucrada es aislar el volumen de fluido que está directamente arriba de la superficie de interés, a manera de cuerpo libre, y mostrar todas las fuerzas que actúan sobre él, como se aprecia en la figura 4.14. Aquí, el objetivo es determinar la fuerza horizontal F_H y la fuerza vertical F_V, ejercidas sobre el fluido por la superficie curva y su fuerza resultante F_R. La línea de acción de la fuerza resultante actúa a través del centro de curvatura de la superficie curva. Esto se debe a que cada uno de los vectores de fuerza individuales ocasionados por la presión del fluido, actúa en forma perpendicular a la frontera, la cual se ubica a lo largo del radio de la curvatura. En la figura 4.14 presentamos los vectores de la fuerza resultante.



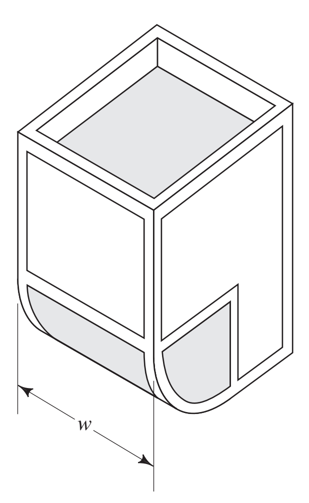


FIGURA 4.13 Tanque con una superficie curva conteniendo un fluido estático.

4.9.1 Componente horizontal

La pared vertical sólida de la izquierda ejerce fuerzas horizontales sobre el fluido en contacto con ella, como reacción a las fuerzas ocasionadas por la presión del fluido. Esta parte del sistema se comporta de la misma forma que las paredes verticales estudiadas con anterioridad. La fuerza resultante F_1 actúa a una distancia de $h/3$ del fondo de la pared.

La fuerza F_{2a} sobre el lado derecho de la parte superior a una profundidad de h, tiene una magnitud igual que la de F_1 y actúa en dirección opuesta. Así, éstas no tienen ningún efecto sobre la superficie curva.

Si sumamos las fuerzas en la dirección horizontal, vemos que F_H debe ser igual a F_{2b}, la cual actúa en la parte inferior del lado derecho. El área sobre la que actúa F_{2b} es la proyección de la superficie curva en un plano vertical.

La magnitud y ubicación de F_{2b} las encontramos por medio de los procedimientos desarrollados para las superficies planas. Es decir,

$$F_{2b} = \gamma h_c A \qquad \text{(4–16)}$$

donde h_c es la profundidad al centroide del área proyectada. Para la superficie mostrada en la figura 4.14, el área proyectada es un rectángulo. Si denotamos al área del rectángulo como s, vemos que $h_c = h + s/2$. Asimismo, el área es sw, donde w es el ancho de la superficie curva. Por tanto,

$$F_{2b} = F_H = \gamma sw(h + s/2) \qquad \text{(4–17)}$$

La ubicación de F_{2b} es el centro de presión del área proyectada. Otra vez, al usar los principios desarrollados anteriormente obtenemos

$$h_p - h_c = I_c/(h_c A)$$

Sin embargo, para el área rectangular proyectada tenemos,

$$I_c = ws^3/12$$
$$A = sw$$

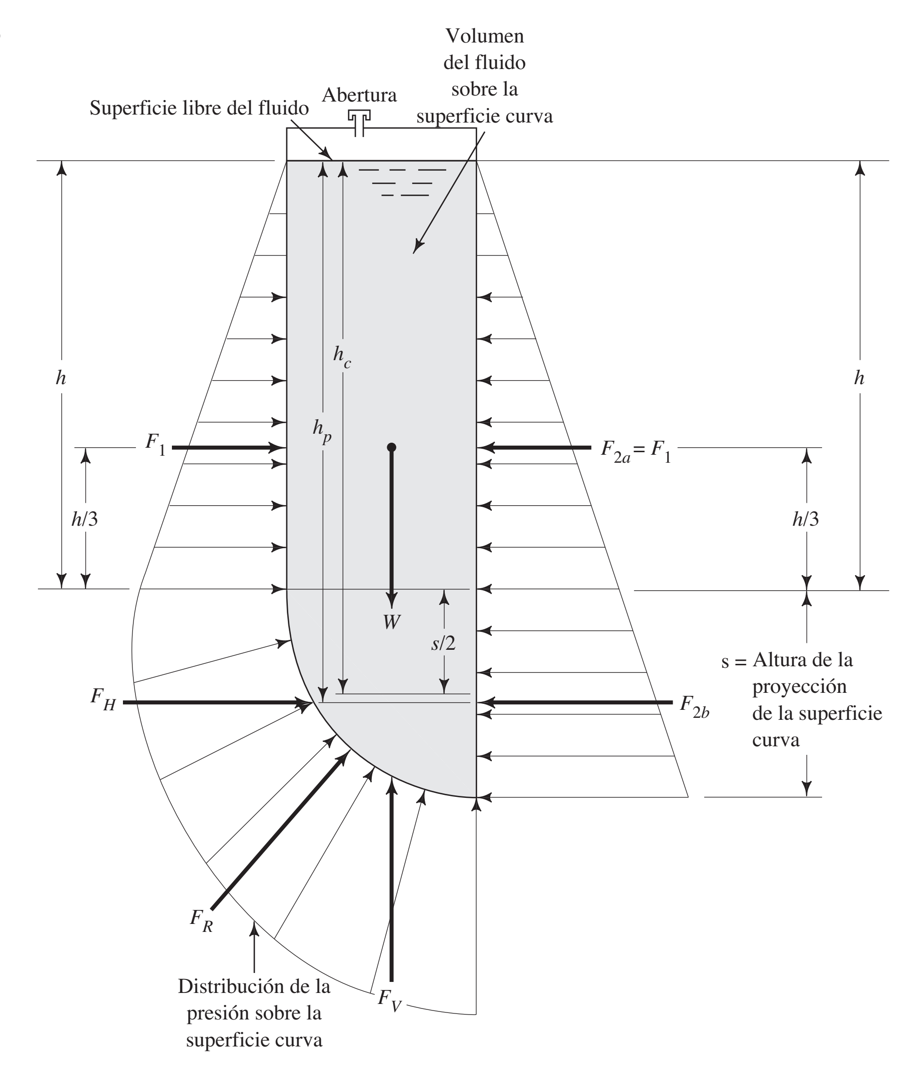


FIGURA 4.14 Diagrama de cuerpo libre de un volumen de fluido por arriba de la superficie curva.

Entonces,

$$h_p - h_c = \frac{ws^3}{12(h_c)(sw)} = \frac{s^2}{12h_c} \quad (4\text{–}18)$$

4.9.2 Componente vertical

La componente vertical de la fuerza que ejerce la superficie curva sobre el fluido se encuentra con la suma de fuerzas en dirección vertical. Hacia abajo sólo actúa el peso del fluido, y hacia arriba sólo la componente vertical F_V. Así, el peso y F_V deben ser iguales en magnitud. El peso del fluido sólo es el producto de su peso específico por el volumen del cuerpo aislado de fluido. El volumen es el producto del área de la sección transversal del volumen (mostrado en la figura 4.14) por la longitud de interés w. Es decir,

$$F_V = \gamma(\text{volumen}) = \gamma A w \quad (4\text{–}19)$$

4.9.3 Fuerza resultante

La fuerza total resultante F_R es

$$F_R = \sqrt{F_H^2 + F_V^2} \quad (4\text{–}20)$$

La fuerza resultante actúa a un ángulo ϕ en relación con la horizontal

$$\phi = \tan^{-1}(F_V/F_H) \qquad (4\text{–}21)$$

4.9.4 Resumen del procedimiento para calcular la fuerza sobre una superficie curva sumergida

Dada una superficie curva sumergida en un líquido estático, similar a la de la configuración presentada en la figura 4.13, utilizamos el procedimiento siguiente para calcular la magnitud, dirección y ubicación de la fuerza resultante sobre la superficie.

1. Aislar el volumen del fluido arriba de la superficie.
2. Calcular el peso del volumen aislado.
3. La magnitud de la componente vertical de la fuerza resultante es igual al peso del volumen aislado. Ésta actúa en la línea del centroide de dicho volumen.
4. Dibujar una proyección de la superficie curva sobre un plano vertical y determinar su altura, denotada como s.
5. Calcular la profundidad al centroide del área proyectada por medio de

$$h_c = h + s/2$$

donde h es la profundidad a la parte superior del área proyectada.

6. Calcular la magnitud de la componente horizontal de la fuerza resultante por medio de

$$F_H = \gamma sw(h + s/2) = \gamma swh_c$$

7. Calcular la profundidad a la línea de acción de la componente horizontal por medio de

$$h_p = h_c + s^2/(12h_c)$$

8. Calcular la fuerza resultante por medio de

$$F_R = \sqrt{F_V^2 + F_H^2}$$

9. Calcular el ángulo de inclinación de la fuerza resultante en relación con la horizontal por medio de

$$\phi = \tan^{-1}(F_V/F_H)$$

10. Mostrar la fuerza resultante que actúa sobre la superficie curva, en una dirección tal que su línea de acción pase a través del centro de curvatura de la superficie.

☐ **PROBLEMA MODELO 4.8**

Para el tanque de la figura 4.13, con las dimensiones siguientes:

$$h_1 = 3.00 \text{ m}$$
$$h_2 = 4.50 \text{ m}$$
$$w = 2.50 \text{ m}$$
$$\gamma = 9.81 \text{ kN/m}^3 \qquad \text{(agua)}$$

Calcule las componentes horizontal y vertical de la fuerza resultante sobre la superficie curva, así como la fuerza resultante. Muestre en un diagrama estos vectores de fuerza.

Solución Por medio de los pasos establecidos se tiene:

1. En la figura 4.15 mostramos el volumen sobre la superficie curva.
2. El peso del volumen aislado es el producto del peso específico del agua multiplicado por el volumen. El volumen es el producto del área por la longitud w.

$$\text{Área} = A_1 + A_2 = h_1 \cdot R + \tfrac{1}{4}(\pi R^2)$$

$$\text{Área} = (3.00 \text{ m})(1.50 \text{ m}) + \tfrac{1}{4}[\pi(1.50 \text{ m})^2] = 4.50 \text{ m}^2 + 1.767 \text{ m}^2$$

$$\text{Área} = 6.267 \text{ m}^2$$

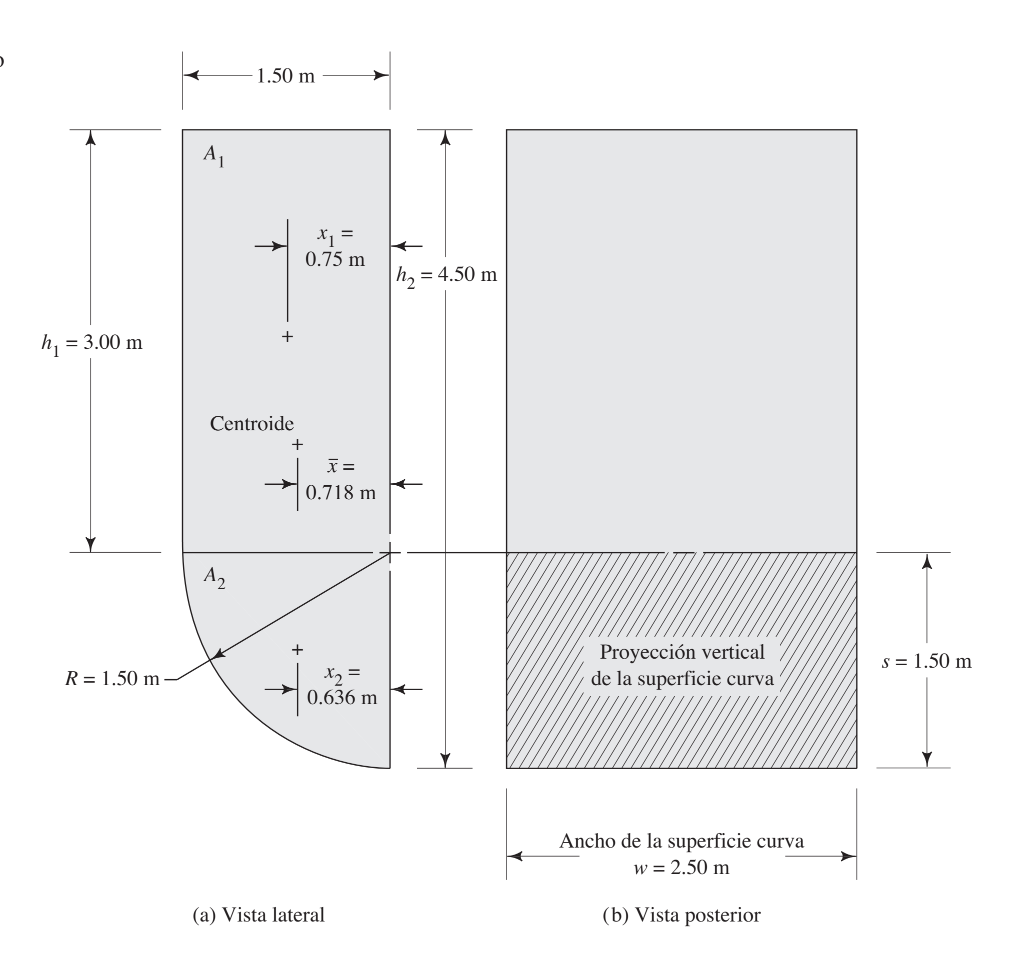


FIGURA 4.15 Volumen aislado sobre la superficie curva para el problema modelo 4.8.

$$\text{Volumen} = \text{área}\cdot w = (6.267\ \text{m}^2)(2.50\ \text{m}) = 15.67\ \text{m}^3$$

$$\text{Peso} = \gamma V = (9.81\ \text{kN/m}^3)(15.67\ \text{m}^3) = 153.7\ \text{kN}$$

3. Entonces, $F_V = 153.7$ kN, y actúa hacia arriba a través del centroide del volumen. La ubicación del centroide se encuentra por medio de la técnica del área compuesta. Consulte los datos en la figura 4.15. Cada valor debiera ser obvio, excepto x_2, que denota la ubicación del centroide del cuadrante. Del apéndice L se obtiene,

$$x_2 = 0.424R = 0.424(1.50\ \text{m}) = 0.636\ \text{m}$$

Así, la ubicación del centroide para el área compuesta es

$$\bar{x} = \frac{A_1x_1 + A_2x_2}{A_1 + A_2} = \frac{(4.50)(0.75) + (1.767)(0.636)}{4.50 + 1.767} = 0.718\ \text{m}$$

4. En la figura 4.15 mostramos la proyección vertical de la superficie curva. La altura s es igual a 1.50 m.

5. La profundidad al centroide del área proyectada es

$$h_c = h_1 + s/2 = 3.00\ \text{m} + (1.50\ \text{m})/2 = 3.75\ \text{m}$$

6. La magnitud de la fuerza horizontal es

$$F_H = \gamma sw(h_1 + s/2) = \gamma swh_c$$

$$F_H = (9.81\ \text{kN/m}^3)(1.50\ \text{m})(2.50\ \text{m})(3.75\ \text{m}) = 138.0\ \text{kN}$$

7. La profundidad a la línea de acción de la componente horizontal se encuentra con

$$h_p = h_c + s^2/(12h_c)$$
$$h_p = 3.75\ \text{m} + (1.50)^2/[(12)(3.75)] = 3.80\ \text{m}$$

8. La fuerza resultante se calcula con

$$F_R = \sqrt{F_V^2 + F_H^2}$$
$$F_R = \sqrt{(153.7\ \text{kN})^2 + (138.0\ \text{kN})^2} = 206.5\ \text{kN}$$

9. El ángulo de inclinación de la fuerza resultante en relación con la horizontal se calcula con

$$\phi = \tan^{-1}(F_V/F_H)$$
$$\phi = \tan^{-1}(153.7/138.0) = 48.1\,°$$

10. En la figura 4.16 mostramos las componentes horizontal y vertical, y la fuerza resultante. Observe que la línea de acción de F_R pasa a través del centro de curvatura de la superficie. Asimismo, hay que notar que la componte vertical actúa a través del centroide del volumen de líquido arriba de la superficie. La componente horizontal actúa a través del centro de presión del área proyectada a una profundidad de h_p, a partir del nivel de la superficie libre del fluido.

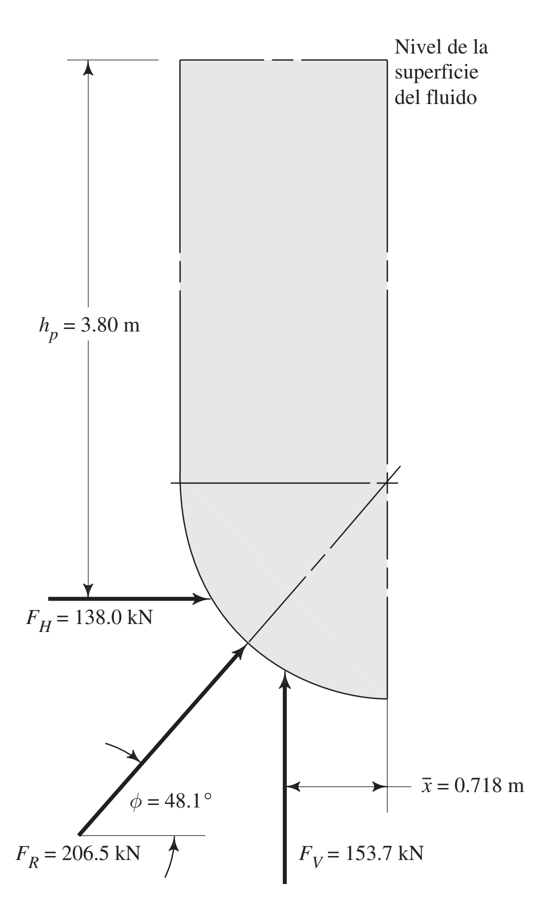


FIGURA 4.16 Resultados del problema modelo 4.8.

■

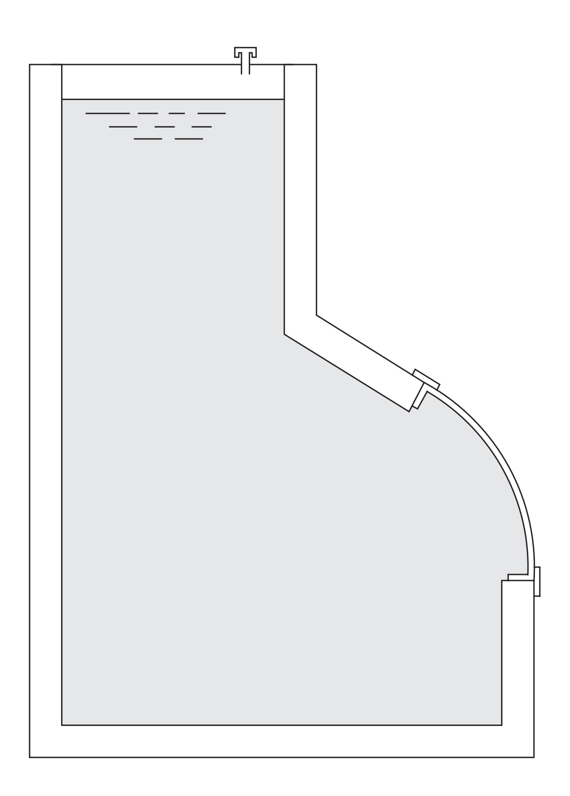


FIGURA 4.17 Superficie curva que detiene un fluido debajo de ella.

4.10 EFECTO DE UNA PRESIÓN SOBRE LA SUPERFICIE DEL FLUIDO

En el análisis precedente acerca de una fuerza sobre una superficie curva sumergida, la magnitud de esa fuerza dependía en forma directa del fluido estático arriba de la superficie de interés. Si sobre el fluido existiera una presión adicional o si el fluido mismo estuviera presurizado, como efecto se agregaría a la profundidad real una profundidad del fluido h_a equivalente a p/γ. Es el mismo procedimiento que denominamos *carga piezométrica* en la sección 4.8. La nueva profundidad equivalente se utilizó para calcular la fuerza vertical y la horizontal.

4.11 FUERZAS SOBRE UNA SUPERFICIE CURVA CON FLUIDO DEBAJO DE ELLA

Hasta este momento, en los problemas presentados hemos considerado superficies curvas con un fluido arriba. Un concepto importante consideraba que la fuerza vertical sobre la superficie curva era igual al peso del fluido arriba de ella.

Ahora, considere el tipo de superficie curva mostrado en la figura 4.17, donde se detiene un fluido debajo de la superficie. La presión del fluido en la superficie provoca fuerzas que tienden a empujar hacia arriba y a la derecha. Entonces, la superficie y sus conexiones tendrían que ejercer fuerzas de reacción hacia abajo y a la izquierda, sobre el fluido contenido.

La presión en cualquier punto del fluido depende de la profundidad del fluido a ese punto desde el nivel de la superficie libre. Esta situación es equivalente a aquélla en la que la superficie curva soportara un volumen de líquido *por arriba de ella*, excepto por la dirección de los vectores de fuerza. La figura 4.18 muestra que es posible visualizar un volumen imaginario de fluido que se extendiera a partir de la superficie de interés al nivel de la superficie libre, o a la línea piezométrica, si el fluido estuviera sujeto a una presión adicional. Así, igual que antes, la componente horizontal de la fuerza que ejerce la superficie curva sobre el fluido, es la fuerza sobre la proyección de dicha superficie en un plano vertical. La componente vertical es igual al peso del volumen imaginario del fluido sobre la superficie.

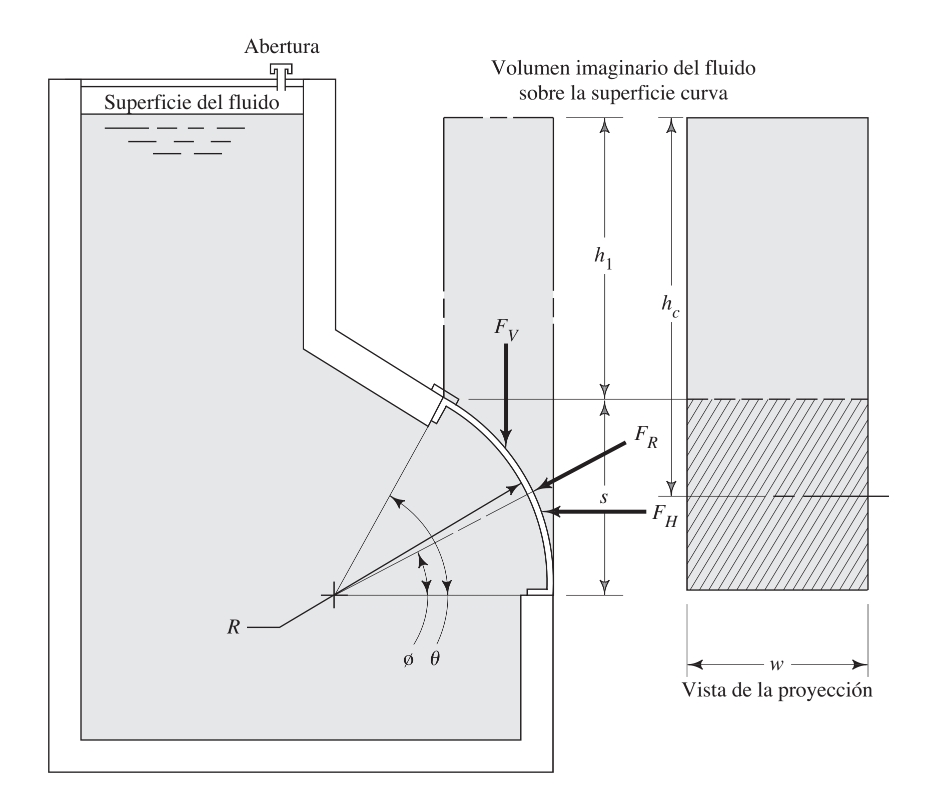


FIGURA 4.18 Fuerzas que ejerce una superficie curva sobre el fluido.

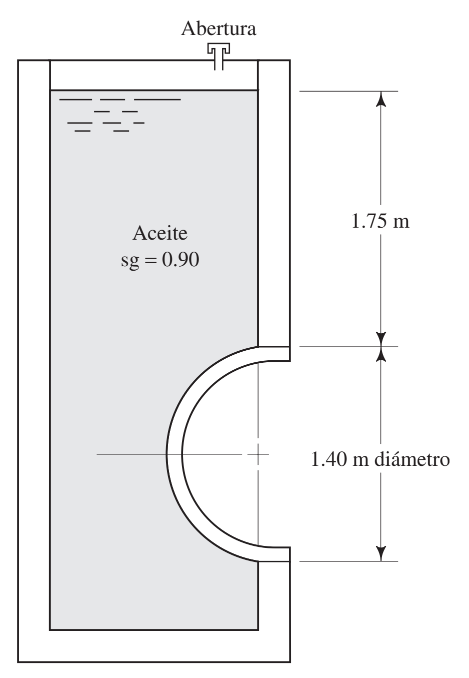
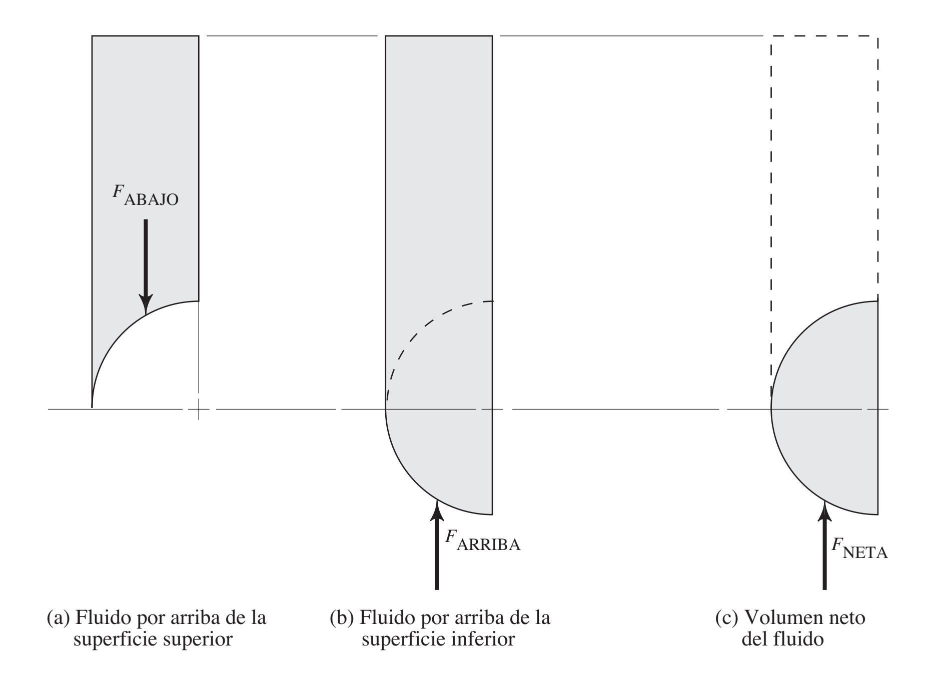


FIGURA 4.19 Compuerta semicilíndrica.

4.12 FUERZAS SOBRE SUPERFICIES CURVAS CON FLUIDO ARRIBA Y ABAJO

La figura 4.19 muestra una compuerta semicilíndrica que se proyecta hacia el interior de un tanque que contiene aceite. La fuerza producida por la presión del fluido tendría una componente horizontal que actúa a la derecha de la compuerta. Esta fuerza actúa sobre la proyección de la superficie sobre un plano vertical, y se calcula de la misma forma que en la sección 4.8.

FIGURA 4.20 Volúmenes utilizados para calcular la fuerza vertical neta sobre la compuerta.



En dirección vertical, la fuerza sobre la parte superior de la compuerta actuaría hacia abajo y sería igual al peso del aceite que se encuentra arriba de ella. Sin embargo, también hay una fuerza que actúa hacia arriba, sobre la superficie del fondo de la compuerta, y es igual al peso total del fluido (real o imaginario) que está sobre la superficie. La fuerza vertical neta es la diferencia entre las dos fuerzas, y es igual al peso del volumen semicilíndrico de fluido desplazado por la compuerta misma (figura 4.20).

PROBLEMAS

Fuerzas debidas a la presión de un gas

4.1E La figura 4.21 muestra un tanque de vacío que en un extremo tiene una ventana de observación circular. Si la presión en el tanque es de 0.12 psia cuando el barómetro indica 30.5 pulg de mercurio, calcule la fuerza total sobre la ventana.

4.2E En la figura 4.21 se muestra el extremo izquierdo plano del tanque, asegurado con una brida atornillada. Si el diámetro interior del tanque es de 30 pulg y la presión interna llega a +14.4 psig, calcule la fuerza total que deben resistir las tuercas del borde.

4.3E Un sistema de extracción de gases de una habitación crea un vacío parcial en ella de 1.20 pulg de agua en relación con la presión atmosférica de afuera. Calcule la fuerza neta que se ejerce sobre la puerta del cuarto, que mide 36 por 80 pulgadas.

4.4E Se utiliza un tramo de tubería de 14 pulg, cédula 40, como recipiente a presión al sellar sus extremos. Calcule la fuerza sobre las tapas si la presión en la tubería alcanza 325 psig. Consulte el apéndice F para obtener las dimensiones del tubo.

4.5M *Una válvula de presión de alivio está diseñada de modo que la presión del gas dentro del tanque actúe sobre un émbolo que tiene un diámetro de 30 mm. ¿Cuánta fuerza debe aplicarse en la parte externa del émbolo, a fin de mantener la válvula cerrada bajo una presión de 3.50 MPa?*

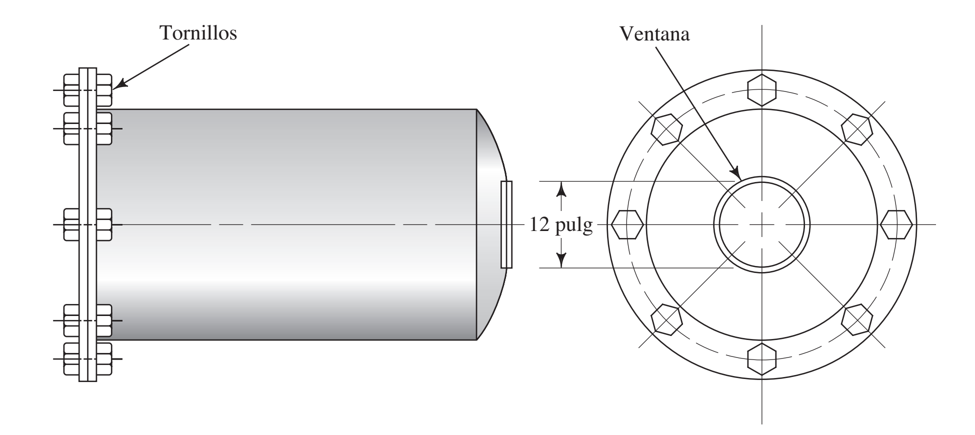
4.6M *Un cañón accionado con gas dispara proyectiles cuando introduce gas nitrógeno a 20.5 MPa en un cilindro que tiene diámetro interior de 50 mm. Calcule la fuerza que se ejerce sobre el proyectil.*

4.7M *La escotilla de salida de una nave espacial tripulada está diseñada de modo que la presión interna de la cabina aplica una fuerza que ayuda a conservar el sello. Si la presión interna es de 34.4 kPa(abs) y la presión externa es un vacío perfecto, calcule la fuerza sobre una escotilla cuadrada de 800 mm por lado.*

Fuerzas sobre superficies planas horizontales bajo líquidos

4.8E Un tanque que contiene amoniaco líquido a 77 °F tiene fondo horizontal plano. En este fondo se instala una puerta rectangular de 24 por 18 pulg, a fin de permitir

FIGURA 4.21 Tanque para los problemas 4.1 y 4.2.



el acceso para hacer la limpieza. Calcule la fuerza sobre la puerta si la profundidad del amoniaco es de 12.3 pies.

4.9E El fondo de un tanque de laboratorio tiene un agujero que permite que salga el mercurio líquido. El agujero se encuentra sellado por un anillo de caucho insertado en él y mantenido en su sitio mediante fricción. ¿Qué fuerza tiende a empujar al anillo de 0.75 pulg de diámetro fuera del agujero, si la profundidad del mercurio es de 28.0 pulg?

4.10M *Se diseñó una regadera sencilla para sitios remotos, con un tanque cilíndrico de 500 mm de diámetro y 1.800 m de altura, como se ilustra en la figura 4.22. El agua fluye a través de una válvula abatible en el fondo, con una abertura de 75 mm de diámetro. Debe empujarse la tapa hacia arriba para abrir la válvula. ¿Cuánta fuerza se necesita para abrir la válvula?*

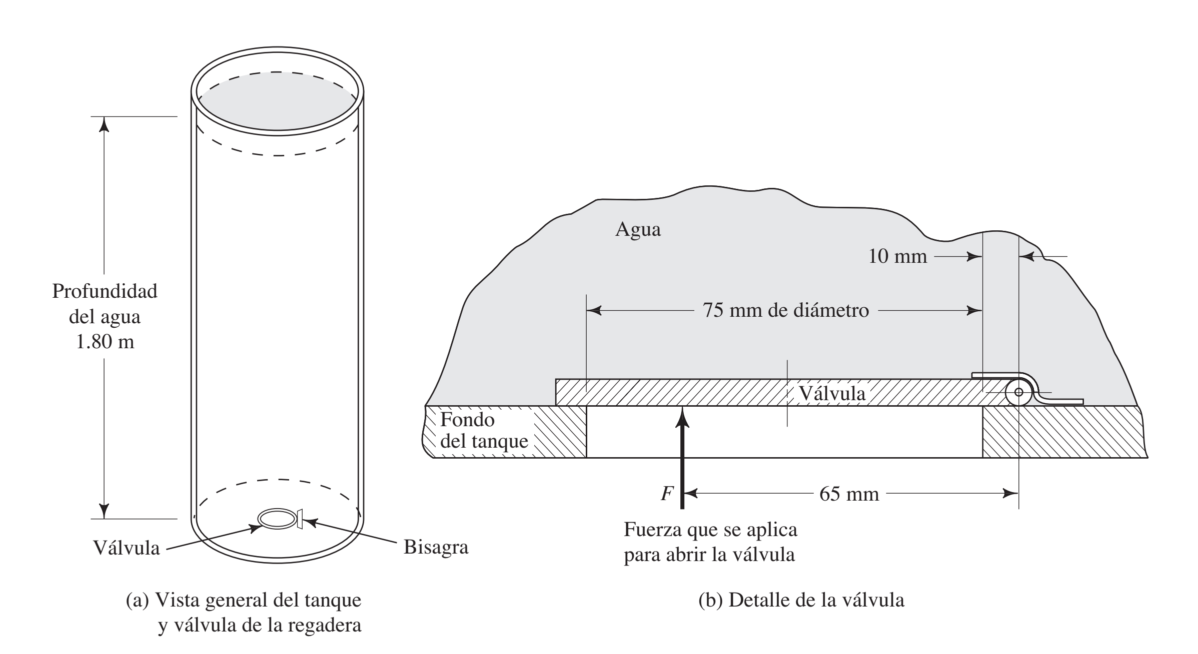
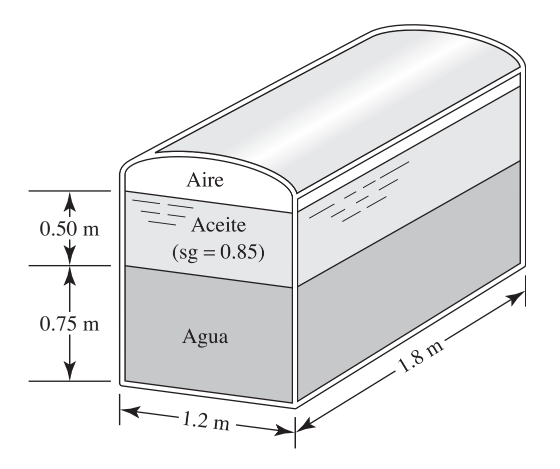


FIGURA 4.22 Tanque y válvula de la regadera, para el problema 4.10.

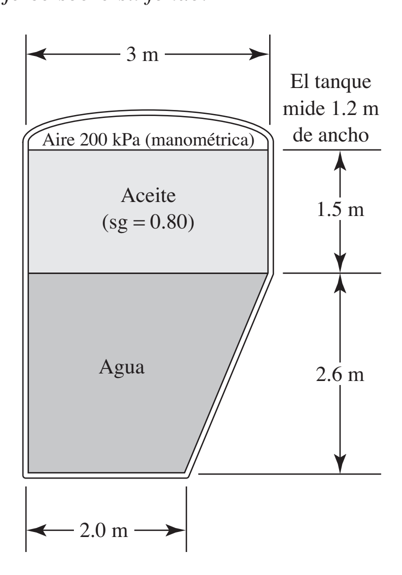
4.11M *Calcule la fuerza total sobre el tanque cerrado que se muestra en la figura 4.23, si la presión del aire es de 52 kPa(manométrica).*

FIGURA 4.23 Problema 4.11.



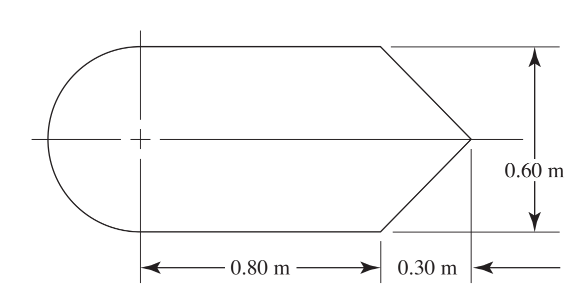
4.12M *Si la longitud del tanque de la figura 4.24 es de 1.2 m, calcule la fuerza total que se ejerce sobre su fondo.*

FIGURA 4.24 Problema 4.12.



4.13M *En un submarino pequeño hay un portillo de observación en una superficie horizontal. En la figura 4.25 se muestra la forma del portillo. Calcule la fuerza total que actúa sobre el portillo si la presión dentro del submarino es de 100 kPa(abs) y la nave opera a una profundidad de 175 m en el océano.*

FIGURA 4.25 Portillo de observación para el problema 4.13.



Fuerzas sobre paredes rectangulares

4.14E En la cortina vertical de un depósito hidráulico se instala una compuerta rectangular, como se ilustra en la figura 4.26. Calcule la magnitud de la fuerza resultante sobre la compuerta y la ubicación del centro de presión. Además, calcule la fuerza sobre cada uno de los dos pestillos mostrados.

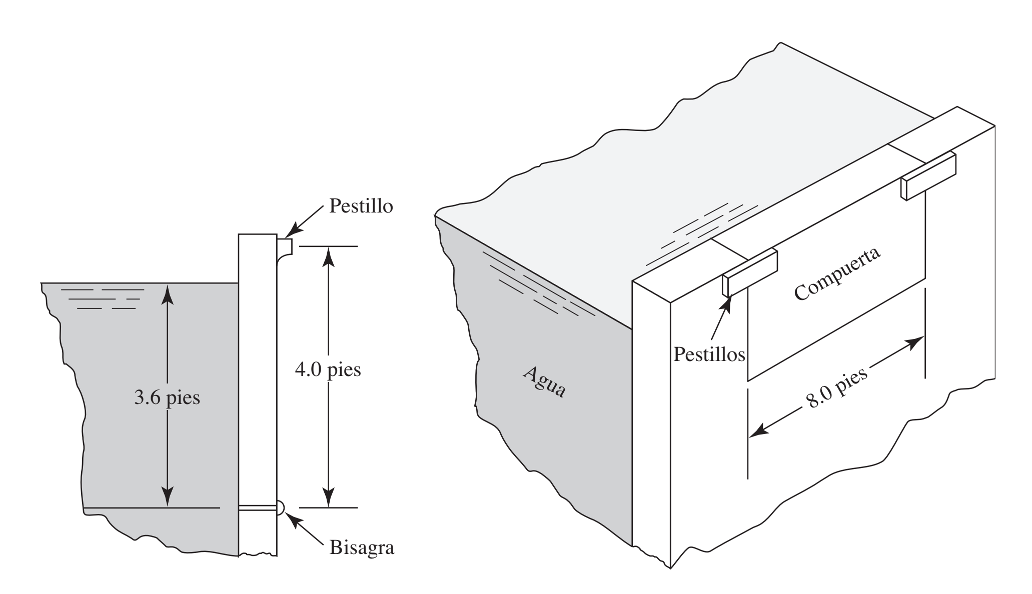
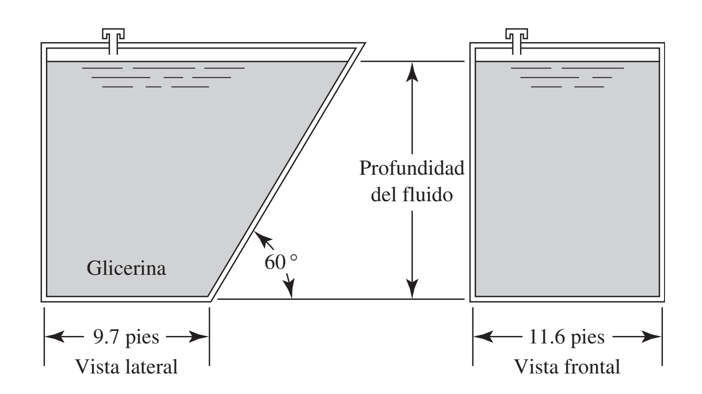


FIGURA 4.26 Compuerta en la pared de un depósito hidráulico, para el problema 4.14.

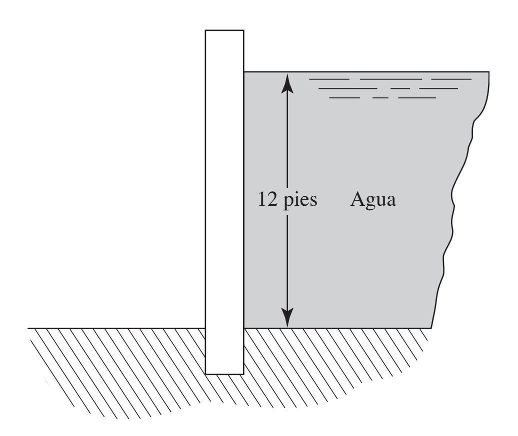
4.15E Un tanque tiene un lado con pendiente, como se aprecia en la figura 4.27. Calcule la fuerza resultante sobre ese lado si el tanque contiene 15.5 pies de glicerina. Además, encuentre la ubicación del centro de presión e indíquelo en un diagrama con la fuerza resultante.

FIGURA 4.27 Tanque para el problema 4.15.



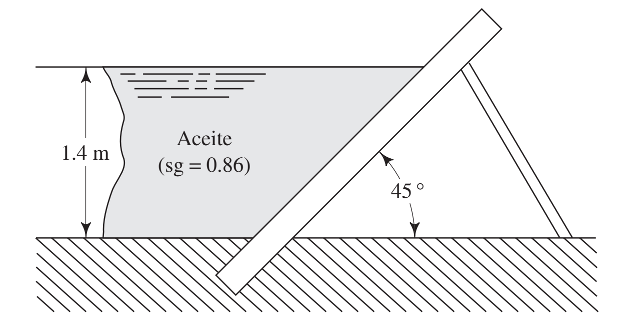
4.16E La pared mostrada en la figura 4.28 tiene 20 pies de ancho. (a) Calcule la fuerza total sobre la pared causada por la presión del agua, y localice el centro de presión; (b) determine el momento provocado por esta fuerza en la base de la pared.

FIGURA 4.28 Problema 4.16.



4.17M *Si la pared mostrada en la figura 4.29 tiene 4 m de ancho, calcule la fuerza total sobre la pared debida por la presión del aceite. Además, determine la ubicación del centro de presión y muestre la fuerza resultante sobre la pared.*

FIGURA 4.29 Problema 4.17.

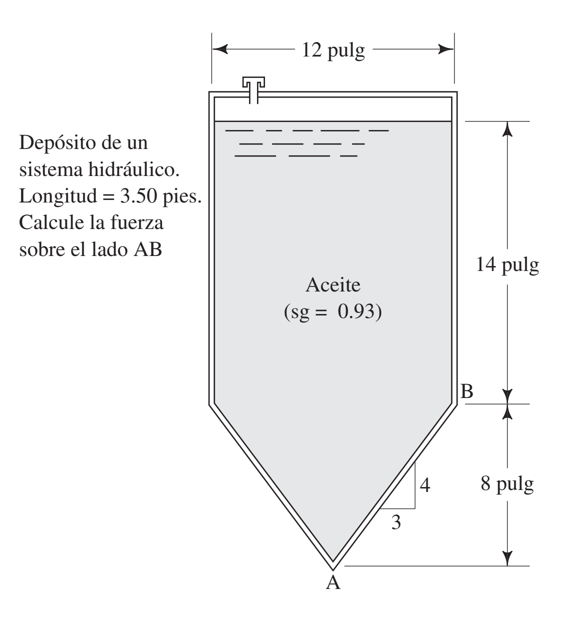


Fuerzas sobre áreas planas sumergidas

Para cada uno de los casos ilustrados en las figuras 4.30 a 4.41, calcule la magnitud de la fuerza resultante sobre el área indicada y la ubicación del centro de presión. Señale la fuerza resultante sobre el área y dimensione su ubicación con claridad.

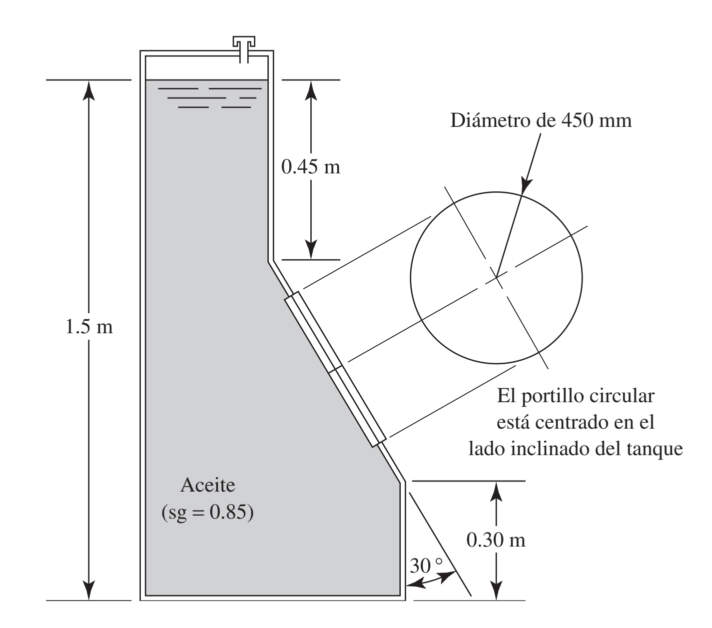
4.18E Consulte la figura 4.30.

FIGURA 4.30 Problema 4.18.



4.19M *Consulte la figura 4.31.*

FIGURA 4.31 Problemas 4.19 y 4.43.



4.20M *Consulte la figura 4.32.*

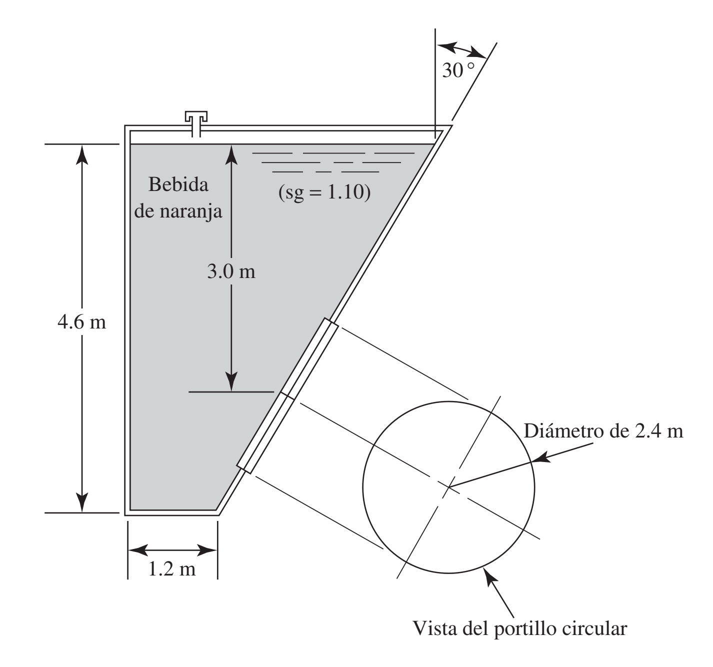


FIGURA 4.32 Problemas 4.20, 4.36, 4.37 y 4.44.

4.21E Consulte la figura 4.33.

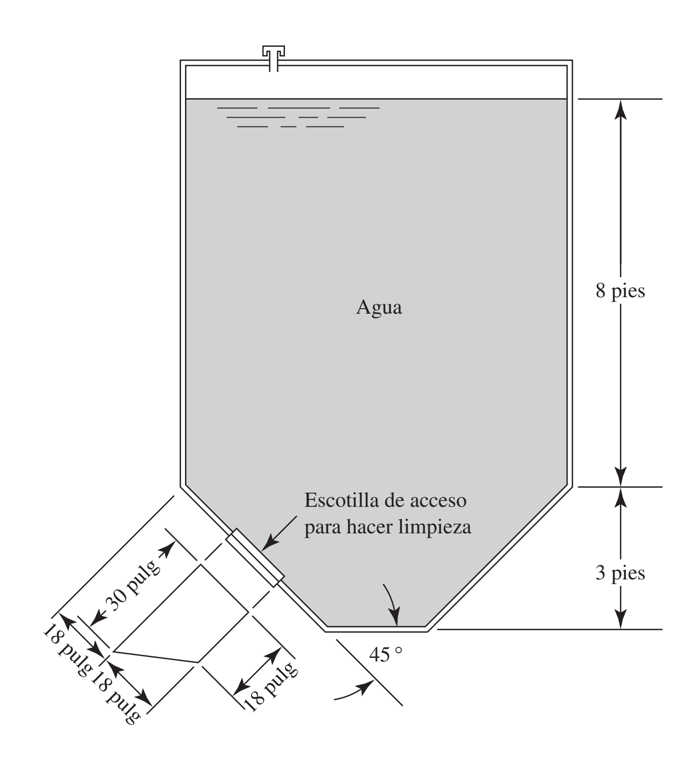


FIGURA 4.33 Problema 4.21.

4.22E Consulte la figura 4.34.

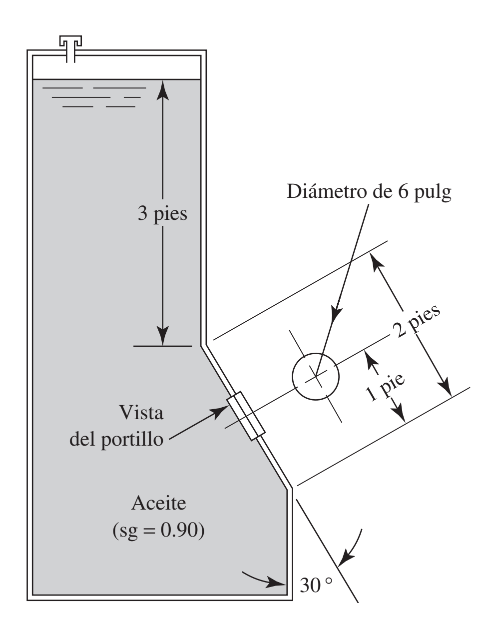


FIGURA 4.34 Problema 4.22.

4.23M *Consulte la figura 4.35.*

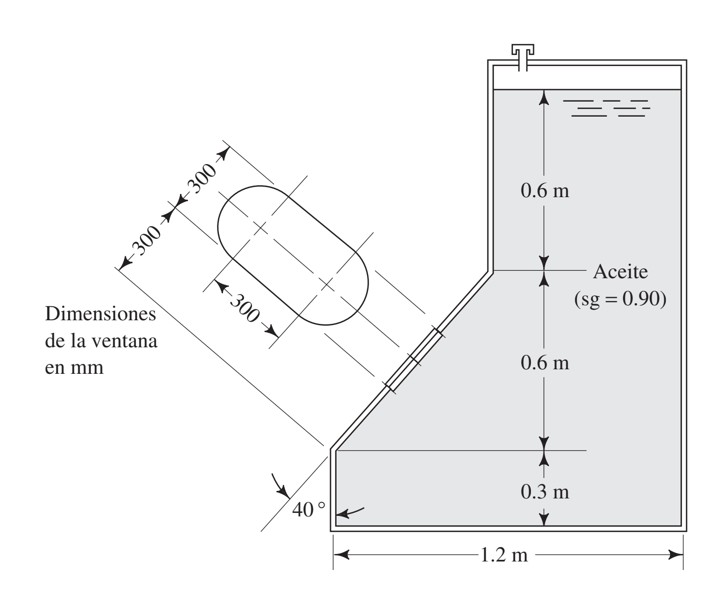


FIGURA 4.35 Problemas 4.23, 4.38 y 4.39.

4.24E Consulte la figura 4.36.

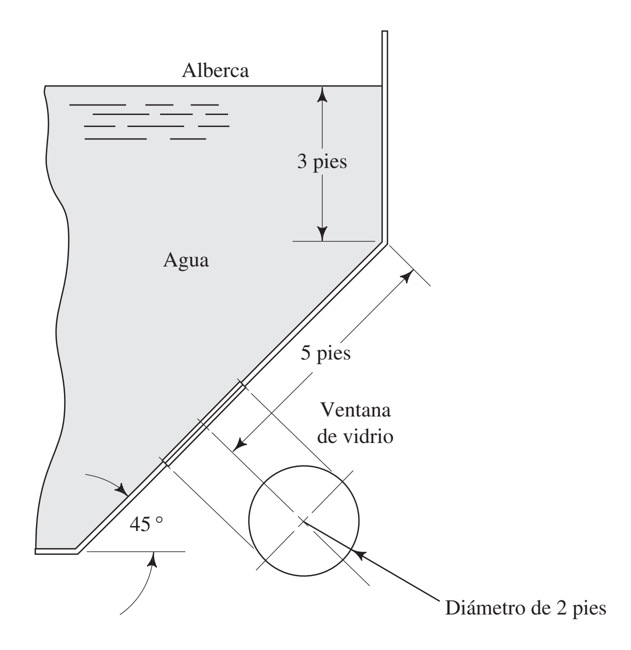


FIGURA 4.36 Problema 4.24.

4.25M *Consulte la figura 4.37.*

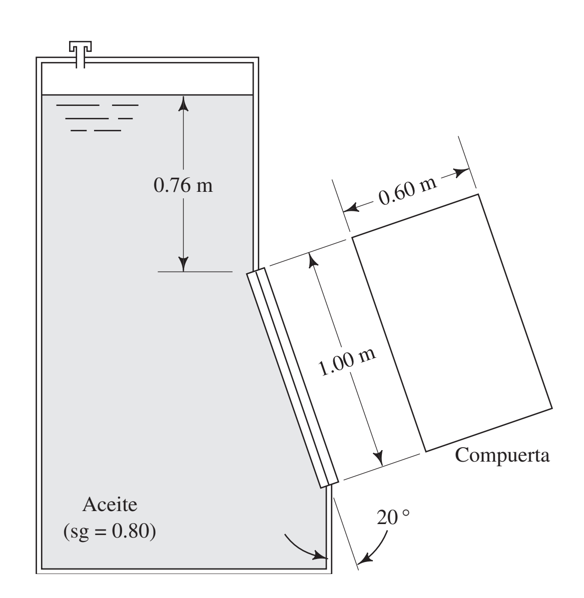


FIGURA 4.37 Problema 4.25.

4.26E Consulte la figura 4.38.

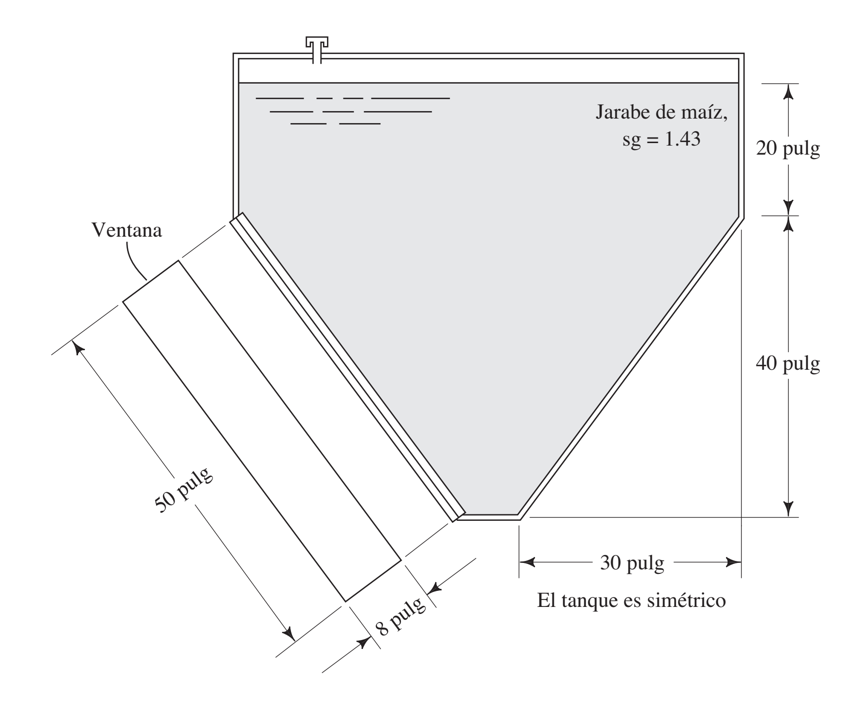


FIGURA 4.38 Problemas 4.26 y 4.45.

4.27M *Consulte la figura 4.39.*

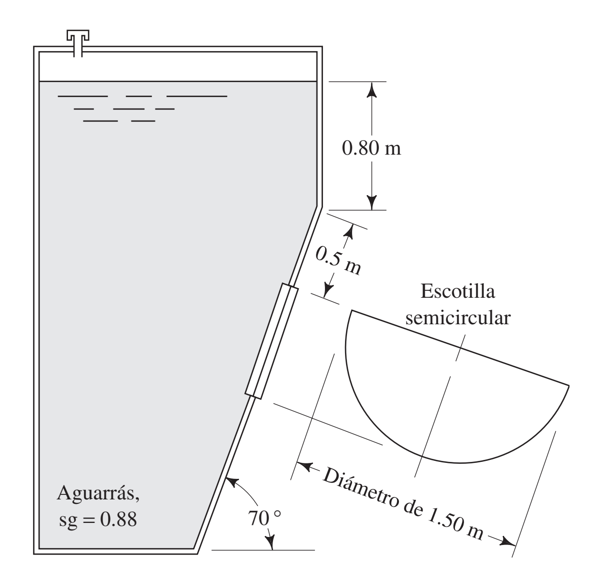


FIGURA 4.39 Problema 4.27.

4.28E Consulte la figura 4.40.

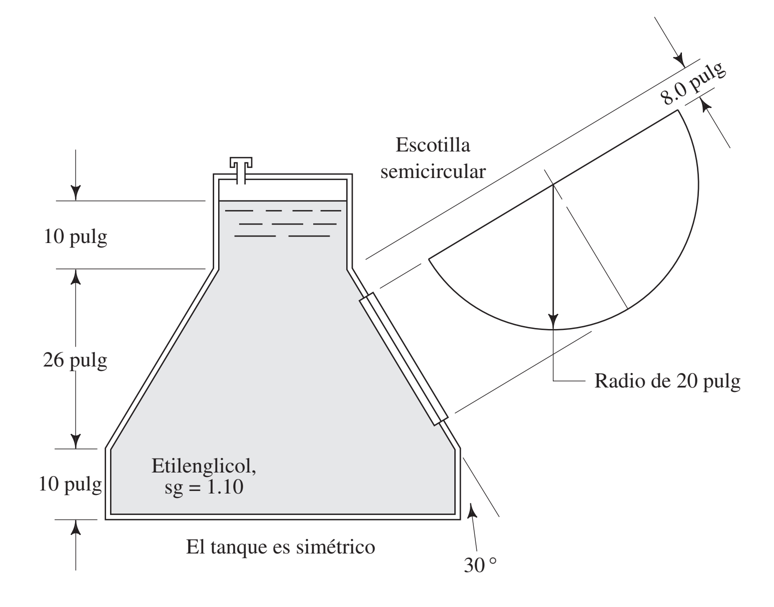


FIGURA 4.40 Problemas 4.28 y 4.46.

4.29E Consulte la figura 4.41.

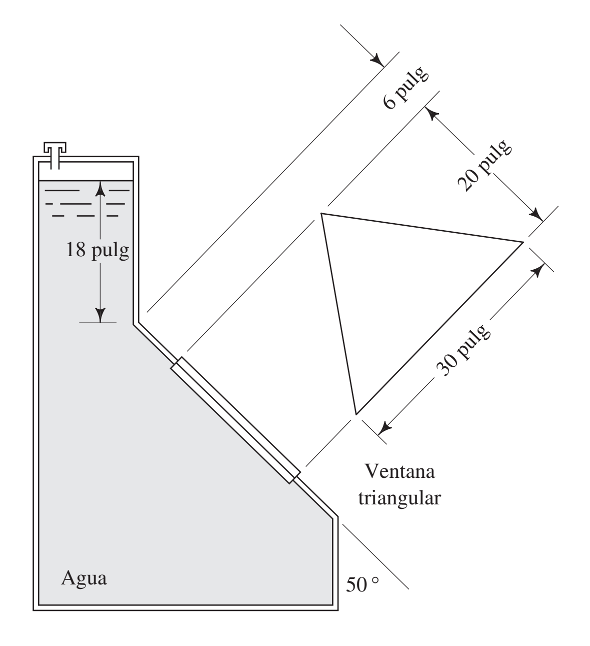


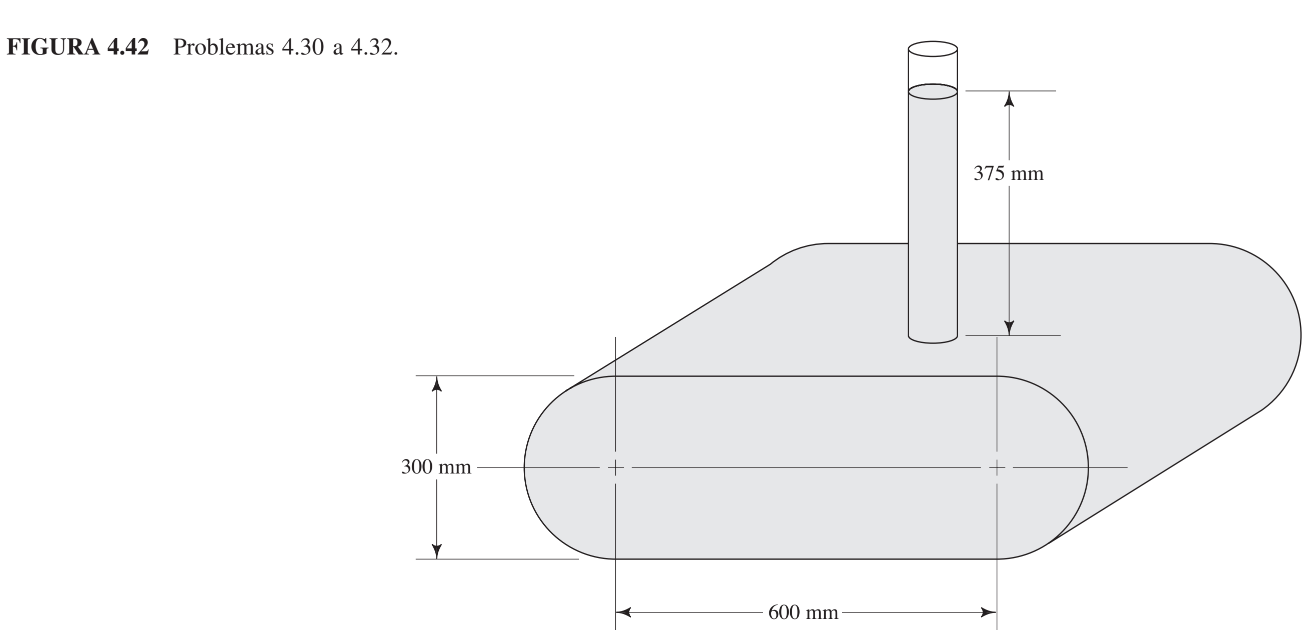
FIGURA 4.41 Problema 4.29.

4.30M *La figura 4.42 muestra un tanque de gasolina lleno hasta la toma. La gasolina tiene una gravedad específica de 0.67. Calcule la fuerza total que se ejerce sobre cada costado plano del tanque y determine la ubicación del centro de presión.*

4.31M *Si el tanque de la figura 4.42 se llenara con gasolina (sg = 0.67) sólo hasta la base del tubo de llenado, calcule la magnitud y ubicación de la fuerza resultante sobre el extremo plano.*

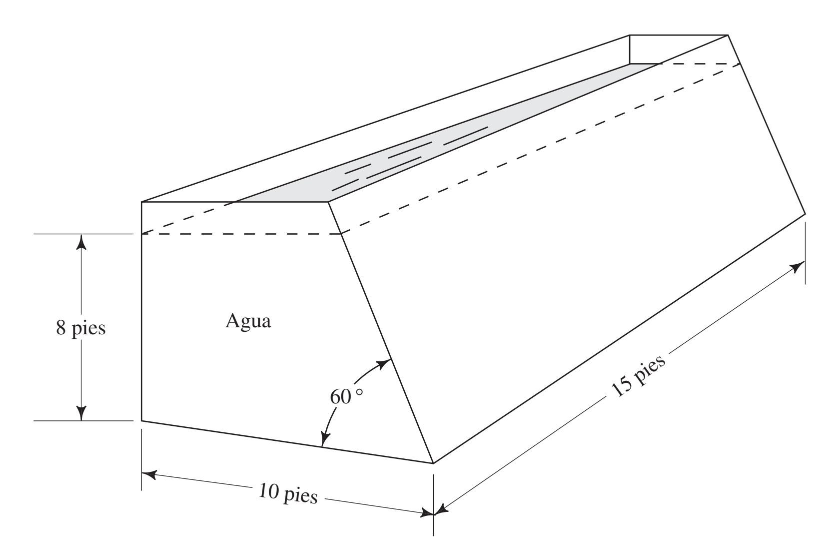
4.32M *Si el tanque de la figura 4.42 se llenara con gasolina (sg = 0.67) solo hasta la mitad, calcule la magnitud y ubicación de la fuerza resultante sobre el extremo plano.*

FIGURA 4.42 Problemas 4.30 a 4.32.



4.33E Para el tanque de agua mostrado en la figura 4.43, calcule la magnitud y ubicación de la fuerza total que se ejerce sobre la pared posterior vertical.

FIGURA 4.43 Problemas 4.33 a 4.35.



4.34E Para el tanque de agua mostrado en la figura 4.43, calcule la magnitud y ubicación de la fuerza total sobre cada pared vertical de los extremos.

4.35E Para el tanque de agua mostrado en la figura 4.43, calcule la magnitud y ubicación de la fuerza total sobre la pared inclinada.

4.36M *Para el tanque de bebida de naranja mostrado en la figura 4.32, calcule la magnitud y ubicación de la fuerza total sobre cada pared vertical de los extremos. El tanque mide 3.0 m de largo.*

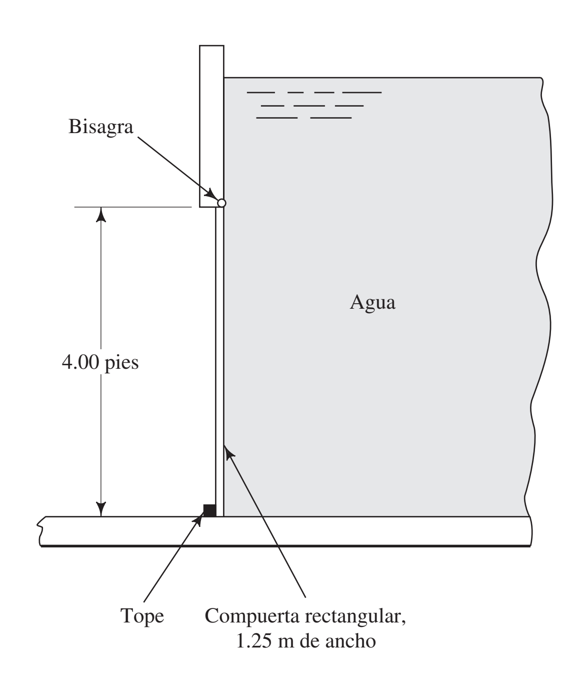
4.37M *Para el tanque de bebida de naranja mostrado en la figura 4.32, calcule la magnitud y ubicación de la fuerza total sobre la pared vertical trasera. El ancho del tanque es de 3.0 m.*

4.38M *Para el tanque de aceite mostrado en la figura 4.35, calcule la magnitud y ubicación de la fuerza total sobre cada pared vertical de los extremos. El tanque mide 1.2 m de ancho.*

4.39M *Para el tanque de aceite mostrado en la figura 4.35, calcule la magnitud y ubicación de la fuerza total sobre la pared vertical trasera. El ancho del tanque es de 1.2 m.*

4.40E La figura 4.44 muestra una compuerta rectangular que contiene agua tras ella. Si la profundidad del agua es de 6.00 pies, calcule la magnitud y ubicación de la fuerza resultante sobre la compuerta. Después calcule las fuerzas sobre la bisagra en la parte superior y sobre el tope en el fondo.

FIGURA 4.44 Problema 4.40.



4.41M *En la figura 4.45 se muestra una compuerta articulada en su parte inferior y sostenida con un apoyo simple en la superior. La compuerta separa dos fluidos. Calcule la fuerza neta sobre ella por la acción del fluido en cada uno de sus lados. Después calcule la fuerza ejercida sobre la bisagra y sobre el apoyo.*

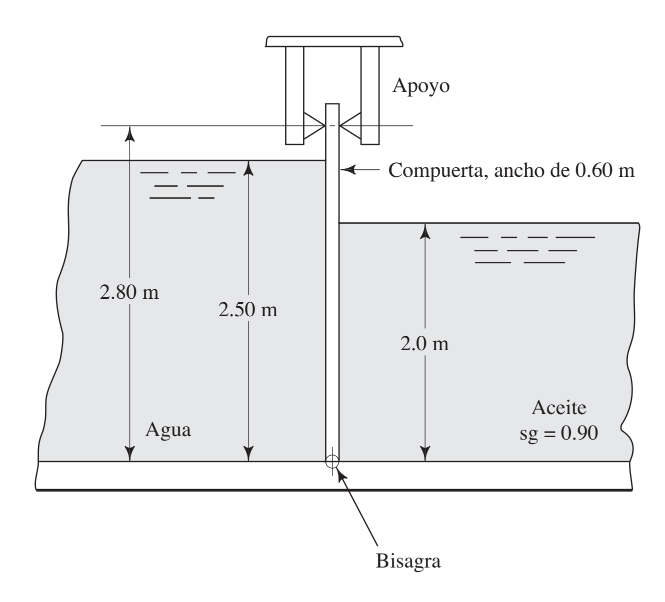


FIGURA 4.45 Problema 4.41.

4.42E La figura 4.46 muestra un tanque de agua con un tubo circular conectado en su fondo. Una compuerta circular sella la abertura del tubo para impedir el flujo. Para drenar el tanque se utiliza una polea que abre la compuerta. Calcule la cantidad de fuerza que debe ejercer el cable de la polea a fin de abrir la compuerta.

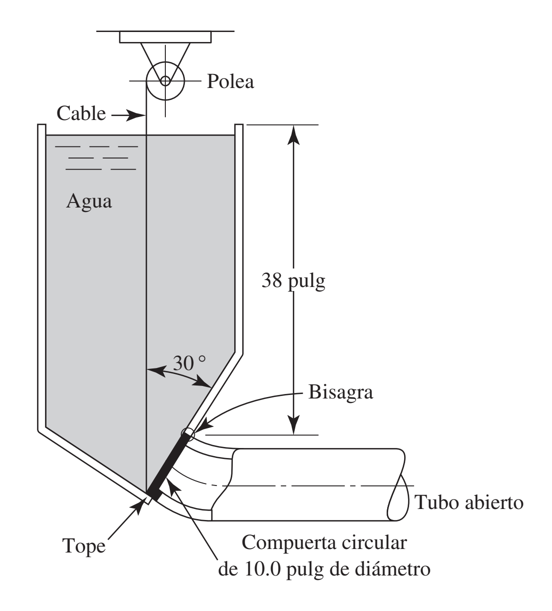


FIGURA 4.46 Problema 4.42.

Carga piezométrica

4.43M *Repita el problema 4.19M (figura 4.31), solo que ahora el tanque está sellado en la parte superior, y hay una presión de 13.8 kPa sobre el aceite.*

4.44M *Repita el problema 4.20M (figura 4.32), solo que ahora el tanque está sellado en la parte superior, y hay una presión de 25.0 kPa sobre el fluido.*

4.45E Repita el problema 4.26E (figura 4.38), solo que ahora el tanque está sellado en la parte superior, y hay una presión de 2.50 psig sobre el fluido.

4.46E Repita el problema 4.28E (figura 4.40), solo que ahora el tanque está sellado en su parte superior, y hay una presión de 4.0 psig sobre el fluido.

Fuerzas sobre superficies curvas

Nota general para los problemas 4.47 a 4.54. Para cada problema se muestra una superficie curva que detiene un cuerpo de fluido estático. Calcule la magnitud de las componentes horizontal y vertical de la fuerza que el fluido ejerce sobre dicha superficie. Después calcule la magnitud de la fuerza resultante, así como su dirección. Demuestre que la fuerza resultante actúa sobre la superficie curva. En cada caso, la superficie de interés es una porción de un cilindro con la misma longitud que la superficie dada en el enunciado del problema.

4.47M *Consulte la figura 4.47. La superficie mide 2.00 m de longitud.*

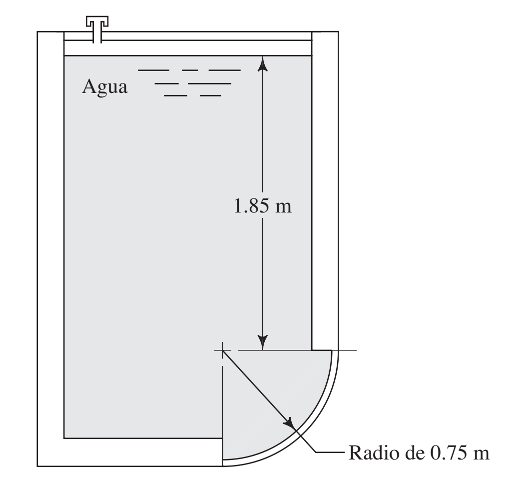


FIGURA 4.47 Problemas 4.47 y 4.55.

4.48M *Consulte la figura 4.48. La superficie mide 2.50 m de longitud.*

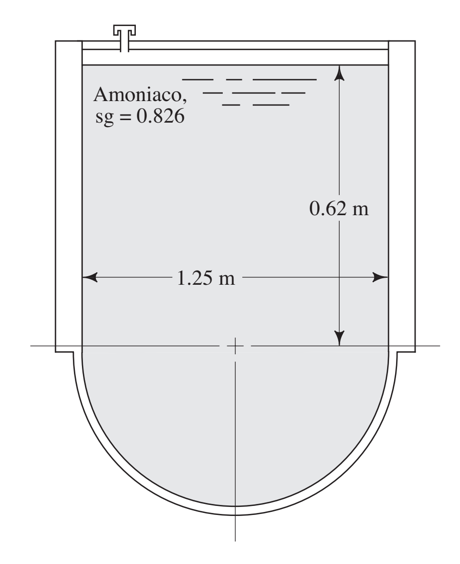


FIGURA 4.48 Problemas 4.48 y 4.56.

4.49E Consulte la figura 4.49. La superficie mide 5.00 pies de longitud.

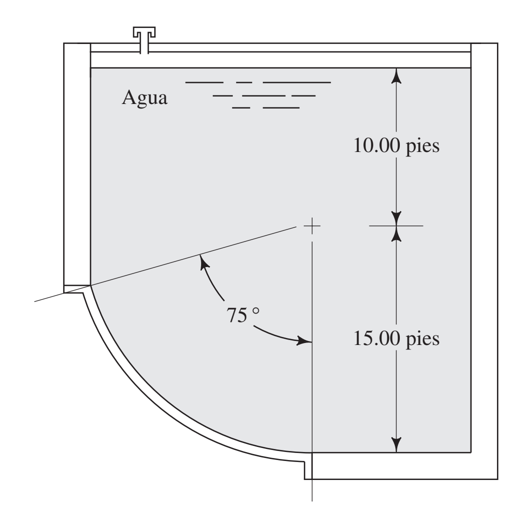


FIGURA 4.49 Problema 4.49.

4.50E Consulte la figura 4.50. La superficie mide 4.50 pies de longitud.

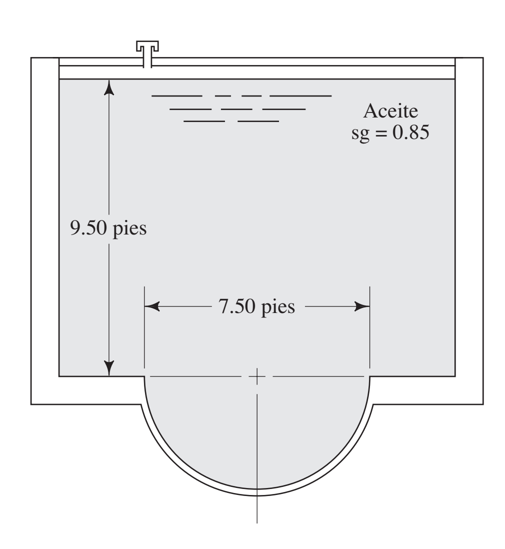


FIGURA 4.50 Problema 4.50.

4.51M *Consulte la figura 4.51. La superficie mide 4.00 m de longitud.*

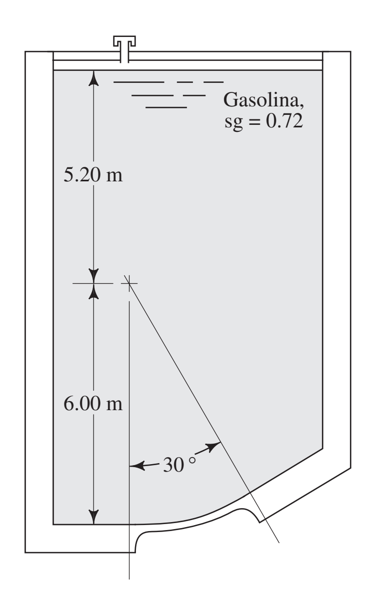


FIGURA 4.51 Problema 4.51.

4.52M *Consulte la figura 4.52. La superficie mide 1.50 m de longitud.*

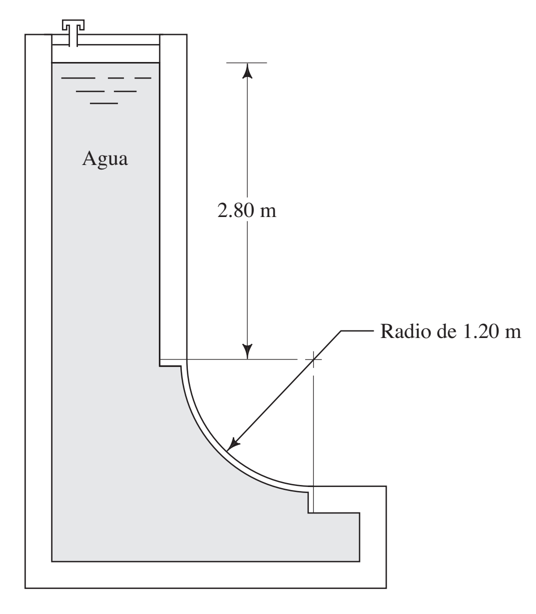


FIGURA 4.52 Problema 4.52.

4.53M *Consulte la figura 4.53. La superficie mide 1.50 m de longitud.*

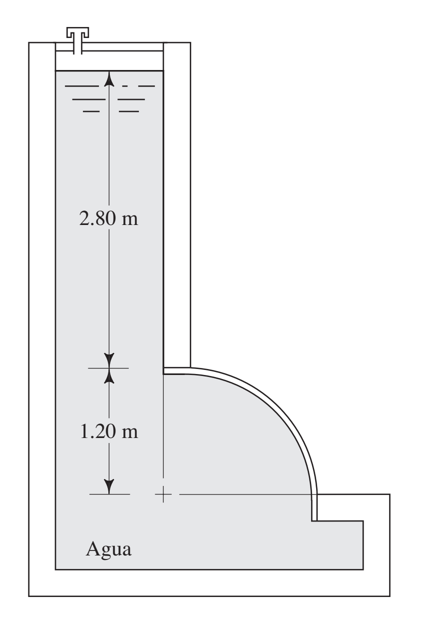


FIGURA 4.53 Problema 4.53.

4.54E Consulte la figura 4.54. La superficie mide 60 pulg de longitud.

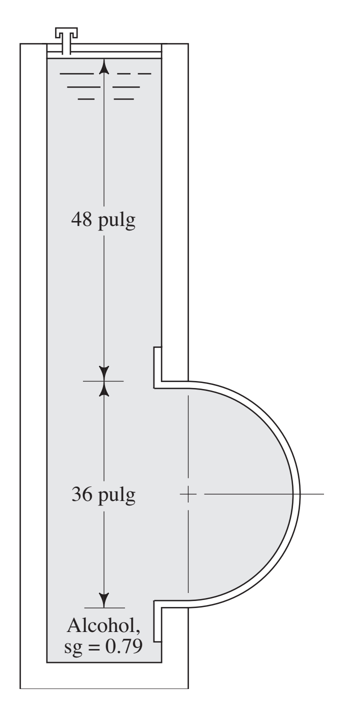


FIGURA 4.54 Problema 4.54.

4.55M *Repita el problema 4.47 (figura 4.47), solo que ahora hay una presión de aire de 7.50 kPa sobre el fluido.*

4.56M *Repita el problema 4.48 (figura 4.48), solo que ahora hay una presión de aire de 4.65 kPa sobre el fluido.*

4.57E La figura 4.55 muestra un cilindro sólido que se asienta sobre el fondo de un tanque que contiene un volumen estático de agua. Calcule la fuerza que ejerce el cilindro sobre el fondo del tanque con los datos siguientes: $D = 6.00$ pulg, $L = 10.00$ pulg, $\gamma_c = 0.284$ lb/pulg^3 (acero), $\gamma_f = 62.4$ lb/pie^3 (agua), $h = 30$ pulg.

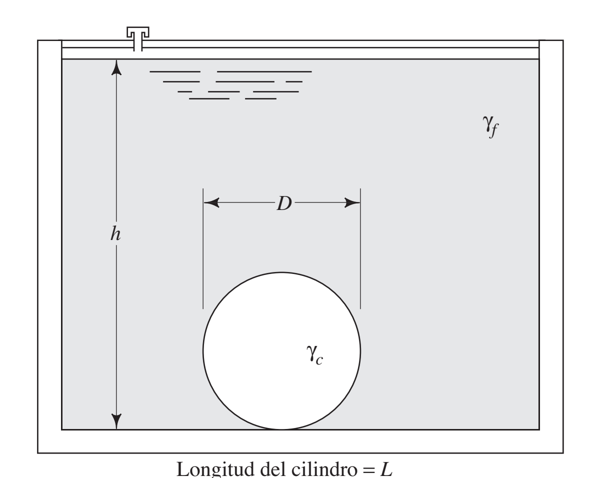


FIGURA 4.55 Problemas 4.57 a 4.63.

4.58E Repita el problema 4.57, solo que ahora valore $\gamma_c = 0.100$ lb/pulg^3 (aluminio).

4.59E Repita el problema 4.57, solo que ahora valore $\gamma_c = 30.00$ lb/pie^3 (madera).

4.60 Para la situación descrita en el problema 4.57, especifique la relación necesaria entre el peso específico del cilindro y la del fluido, de modo que no se ejerza ninguna fuerza sobre el fondo del tanque.

4.61E Repita el problema 4.57, para una profundidad de $h = 10.00$ pulg.

4.62E Repita el problema 4.57, para una profundidad de $h = 5.00$ pulg.

4.63E Para la situación descrita en el problema 4.57, calcule la fuerza que se ejerce sobre el fondo del tanque para profundidades variables del fluido (de $h = 30$ pulg a $h = 0$). Utilice cualesquiera incrementos de cambio convenientes en la profundidad, que además produzcan una curva bien definida de fuerza *versus* profundidad.

4.64 El tanque de la figura 4.56 tiene un portillo de observación en el lado inclinado. Calcule la magnitud de la fuerza resultante sobre el panel. Muestre con claridad la fuerza resultante sobre la puerta y dimensione su ubicación.

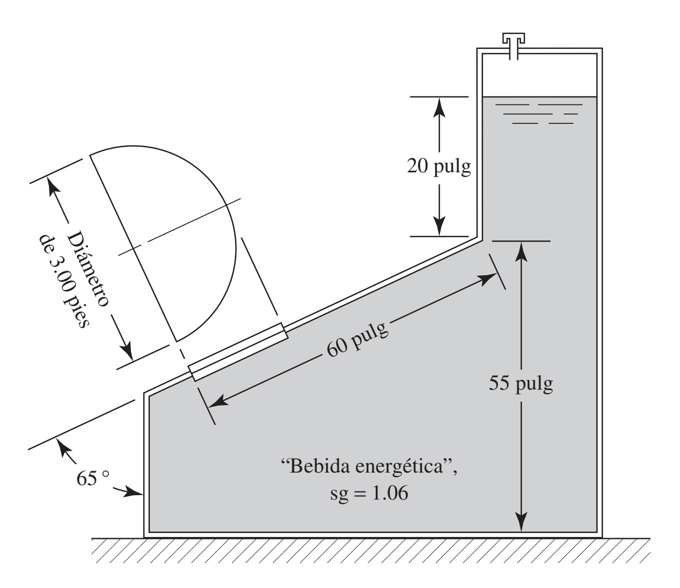


FIGURA 4.56 Problema 4.64.

TAREA DE PROGRAMACIÓN DE COMPUTADORAS

1. Diseñe un programa para resolver el problema 4.41, con cualquier combinación de datos para las variables de la figura 4.45, inclusive para la profundidad sobre cada lado de la compuerta y para la gravedad específica de los fluidos.
2. Diseñe un programa para resolver el problema 4.42 (figura 4.46), con cualquier combinación de datos, inclusive el tamaño y ángulo de inclinación de la compuerta, y la profundidad y gravedad específica del fluido.
3. Diseñe un programa para solucionar problemas de superficie curva del tipo mostrado en las figuras 4.47 a 4.51, para cualquier combinación de variables, inclusive la profundidad del fluido, tamaño angular del segmento curvo, gravedad específica del fluido y radio de la superficie.
4. Diseñe un programa para resolver el problema 4.57, con cualquier combinación de datos para las variables mostradas en la figura 4.55.
5. Para el programa 1, haga que la profundidad h varíe sobre algún rango especificado, y que proporcione resultados para cada valor.

5 Flotabilidad y estabilidad

5.1 Panorama

Mapa de aprendizaje

- Siempre que un objeto flota o está sumergido por completo en un fluido, está sujeto a una *fuerza de flotación.*
- La *flotabilidad* es la tendencia que tiene un fluido a ejercer una fuerza que da apoyo a un cuerpo que está sobre él.
- Usted también necesita aprender acerca de la *estabilidad* de los cuerpos que flotan o están sumergidos, para asegurarse de que permanecerán en la orientación apropiada.
- La *estabilidad* se refiere a la capacidad que tiene un cuerpo de regresar a su posición original después de inclinarse con respecto de un eje horizontal.

Descubrimientos

- ¿En dónde ha visto objetos que flotan en el agua u otros fluidos? Como ejemplo tenemos cualquier tipo de embarcación, una boya y usted mismo en una piscina o en un lago.
- ¿En dónde ha observado objetos sumergidos por completo en un fluido? Un submarino, trastos en un lavadero y un buceador son ejemplo de ello.
- Mencione al menos otras cinco situaciones en que haya observado o sentido la tendencia que tiene un fluido de dar apoyo a algo.
- Analice sus observaciones con sus compañeros estudiantes y con el profesor o asesor del curso.

Este capítulo aportará los principios fundamentales de la flotabilidad y de la estabilidad, para ayudarle a desarrollar la capacidad de analizar y diseñar dispositivos que funcionen cuando floten o se sumerjan.

Conceptos introductorios

Cualquier objeto que se coloque en un fluido experimenta una fuerza de flotación que tiende a elevarlo, lo que ayuda a darle apoyo. Si permanece tranquilo en una alberca, usted flotará aun cuando se encuentre sumergido casi por completo. Será de ayuda si viste un traje salvavidas o un flotador. ¿Cómo podría calcular la cantidad de fuerza que ejerce el fluido sobre su cuerpo? ¿De qué manera se aprovecharía este principio en algunas de las aplicaciones mencionadas u otras que haya propuesto?

Los objetos mostrados en la figura 5.1 ilustran tendencias distintas de flotación. Es obvio que la boya y el barco están diseñados para flotar. La campana de buceo tendería a hundirse, a menos que estuviera soportada por el cable de la grúa del barco. El paquete de instrumentos tiende a flotar y debe sujetarse por medio de un cable sujeto a un bloque pesado que lo ancla en el fondo del mar. Sin embargo, el submarino está diseñado para poder ajustar su lastre y navegar a cualquier profundidad (condición conocida como *flotabilidad neutral*), bajar a mayor profundidad o subir a la superficie y flotar.

Considere cualquier tipo de embarcación, balsa u otro objeto flotante que espere que mantenga una orientación particular al permanecer en un fluido. ¿Cómo diseñarlo a fin de asegurar que se mantenga estable cuando tenga algún desplazamiento angular? ¿Por qué es muy probable que una canoa se incline y no un bote grande con manga* amplia, si usted se levanta o camina en ellos?

---

* *Manga* es el "ancho" máximo de una embarcación. N. del T.

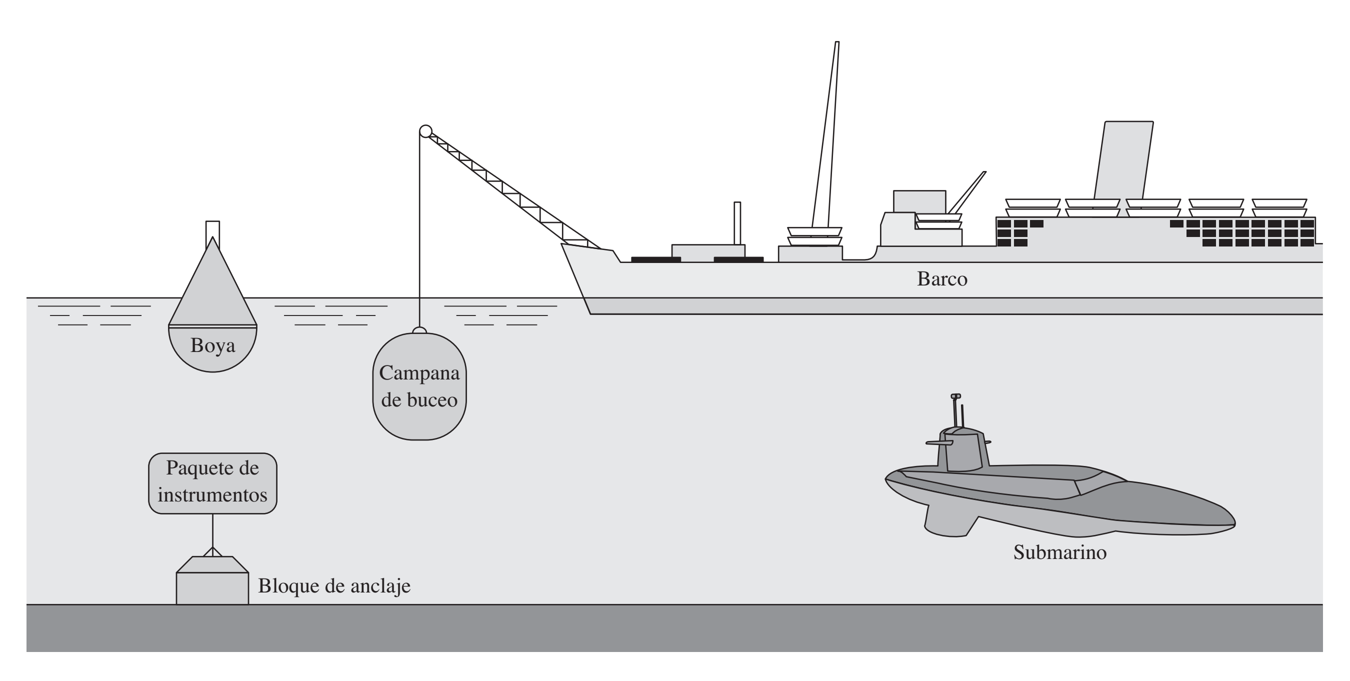


FIGURA 5.1 Ejemplos de problemas de flotabilidad distinta.

5.2 OBJETIVOS

Al terminar este capítulo podrá:

1. Escribir la ecuación para la fuerza de flotación.
2. Analizar el caso de cuerpos que flotan en un líquido.
3. Usar el principio del equilibrio estático para resolver problemas de las fuerzas involucradas en la flotación.
4. Definir las condiciones que deben cumplirse para que un cuerpo se mantenga estable al estar sumergido por completo en un fluido.
5. Definir las condiciones que deben cumplirse para que un cuerpo se mantenga estable al flotar sobre un fluido.
6. Definir el término *metacentro* y calcular su ubicación.

5.3 FLOTABILIDAD

Un cuerpo en un fluido, ya sea que flote o esté sumergido, experimenta una fuerza hacia arriba igual al peso del fluido que desplaza.

La fuerza de flotación actúa en dirección vertical hacia arriba a través del centroide del volumen desplazado, y se define en forma matemática por medio del principio de Arquímedes, como sigue:

FUERZA DE FLOTACIÓN

$$F_b = \gamma_f V_d \tag{5–1}$$

donde

F_b = Fuerza de flotación
γ_f = Peso específico del fluido
V_d = Volumen desplazado del fluido

Cuando un cuerpo flota libremente desplaza el volumen suficiente de fluido para balancear su propio peso.

El análisis de problemas que tienen que ver con la flotabilidad requiere que se aplique la ecuación de equilibrio estático en la dirección vertical $\sum F_v = 0$, que supone

que el objeto permanece en reposo en el fluido. Para resolver todos los problemas que involucren objetos que floten o estén sumergidos se recomienda el procedimiento siguiente:

PROCEDIMIENTO PARA RESOLVER PROBLEMAS DE FLOTACIÓN

1. Determinar el objetivo para la solución del problema. ¿Va a encontrarse una fuerza, peso, volumen o peso específico?
2. Dibujar un diagrama de cuerpo libre del objeto en el fluido. Mostrar todas las fuerzas que actúen sobre el cuerpo libre en dirección vertical, inclusive el peso del cuerpo, la fuerza de flotación y todas las fuerzas externas. Si no se conoce la dirección de alguna fuerza, hay que suponer la dirección más probable e indicarla sobre el cuerpo libre.
3. Escribir la ecuación de equilibrio estático en la dirección vertical $\sum F_v = 0$, con el supuesto de que la dirección positiva es hacia arriba.
4. Resolver para lo que se quiere: fuerza, peso, volumen o peso específico, y tener presentes los conceptos siguientes:
   - **a.** La fuerza de flotación se calcula a partir de $F_b = \gamma_f V_d$.
   - **b.** El peso de un objeto sólido es el producto de su volumen total por su peso específico; es decir, $w = \gamma V$.
   - **c.** Un objeto cuyo peso específico promedio es menor que el del fluido tenderá a flotar, debido a que $w < F_b$ con el objeto sumergido.
   - **d.** Un objeto cuyo peso específico promedio es mayor que el del fluido tenderá a hundirse, debido a que $w > F_b$ con el objeto sumergido.
   - **e.** La *flotabilidad neutral* ocurre cuando un cuerpo permanece en una posición dada, donde sea que se sumerja en un fluido. Un objeto cuyo peso específico promedio es igual al del fluido tiene flotabilidad neutral.

PROBLEMAS MODELO PROGRAMADOS

☐ **PROBLEMA MODELO 5.1** Un cubo con aristas que miden 0.50 m está hecho de bronce y tiene un peso específico de 86.9 kN/m^3. Determine la magnitud y dirección de la fuerza que se requiere para mantener al cubo en equilibrio completamente sumergido (a) en agua y (b) en mercurio. La gravedad específica del mercurio es 13.54.

Solución En primer lugar resolveremos el inciso (a). Imagine al cubo sumergido en agua. Ahora ejecute el paso 1 del procedimiento.

Con la suposición de que el cubo de bronce no permanecerá en equilibrio por sí mismo, se requiere alguna fuerza externa. El objetivo es encontrar la magnitud de esta fuerza y la dirección en que actúa, es decir, hacia arriba o hacia abajo.

Ahora realice el paso 2 del procedimiento, antes de continuar con el panel siguiente.

El cuerpo libre es el cubo en sí. Hay tres fuerzas que actúan sobre él en dirección vertical, como se aprecia en la figura 5.2: el peso w del cubo, que actúa hacia abajo a través de su centro de gravedad; la fuerza de flotación F_b, que actúa hacia arriba a través del centroide del volumen desplazado y la fuerza F_e que se aplica externamente.

El inciso (a) de la figura 5.2 muestra al cuerpo como objeto tridimensional con las tres fuerzas que actúan a lo largo de una línea vertical a través del centroide del volumen. Ésta es la visualización preferida del diagrama de cuerpo libre. Sin embargo, para la mayoría de los problemas es apropiado utilizar un esquema simplificado en dos dimensiones, como muestra en el inciso (b).

¿Cómo se sabe que hay que dibujar la fuerza F_e en dirección hacia arriba?

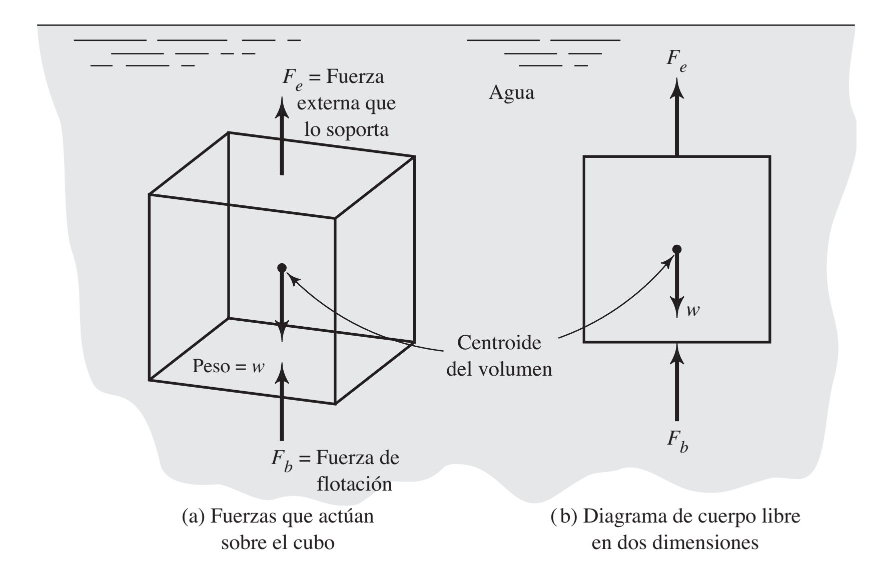


FIGURA 5.2 Diagrama de cuerpo libre del cubo.

En realidad no se sabe con certeza. Sin embargo, la experiencia debería indicar que sin una fuerza externa el cubo de bronce sólido tendería a hundirse en el agua. Por tanto, parece que se requiere una fuerza hacia arriba a fin de mantener al cubo en equilibrio. Si nuestra selección estuviera equivocada, el resultado final nos lo indicaría.

Ahora, con la suposición de que las fuerzas son las que se muestran en la figura 5.2, vaya al paso 3.

La ecuación debe tener una apariencia como la siguiente (suponga que las fuerzas positivas actúan hacia arriba):

$$\Sigma F_v = 0$$
$$F_b + F_e - w = 0 \qquad (5\text{–}2)$$

Como parte del paso 4, hay que despejar de esta ecuación el término deseado.

Ahora debe tenerse

$$F_e = w - F_b \qquad (5\text{–}3)$$

porque el objetivo es encontrar la fuerza externa.

¿Cómo se calcula el peso del cubo w?

El inciso b del paso 4 del procedimiento indica que $w = \gamma_B V$, donde γ_B es el peso específico del cubo de bronce y V es su volumen total. Como cada arista del cubo mide 0.50 m, tenemos

$$V = (0.50\ \text{m})^3 = 0.125\ \text{m}^3$$

y

$$w = \gamma_B V = (86.9\ \text{kN/m}^3)(0.125\ \text{m}^3) = 10.86\ \text{kN}$$

En el lado derecho de la ecuación (5-3) hay otra incógnita. ¿Cómo calcular F_b?

Si lo olvidó, repase el paso 4a del procedimiento. Escriba

$$F_b = \gamma_f V_d$$

En este caso γ_f es el peso específico del agua (9.81 kN/m^3), y el volumen desplazado V_d es igual al volumen total del cubo, que como ya se sabe es de 0.125 m^3. Entonces, tenemos

$$F_b = \gamma_f V_d = (9.81\,\text{kN/m}^3)(0.125\,\text{m}^3) = 1.23\,\text{kN}$$

Ahora, ya podemos completar la solución para F_e.

La solución es

$$F_e = w - F_b = 10.86\,\text{kN} - 1.23\,\text{kN} = 9.63\,\text{kN}$$

Resultado del inciso a

Observe que el resultado es positivo. Esto significa que la dirección que se supuso para F_e era correcta. Entonces, la solución al problema requiere una fuerza hacia arriba de 9.63 kN a fin de mantener en equilibrio al bloque de bronce bajo el agua.

¿Qué hay del inciso (b) del problema en el que se plantea que el cubo está sumergido en mercurio? Nuestro objetivo es el mismo que antes: determinar la magnitud y dirección de la fuerza que se necesita para mantener al cubo en equilibrio.

Ahora realice el paso 2 del procedimiento.

Cualesquiera de los dos diagramas de cuerpo libre presentados en la figura 5.3 es correcto, en función de la dirección que se suponga para la fuerza externa F_e. Se encontrará en forma simultánea la solución de los dos diagramas, para que usted pueda revisar su trabajo sin que importe cuál diagrama sea como el suyo, y para demostrar que cualquier enfoque conduce a la respuesta correcta.

Ahora, vaya al paso 3 del procedimiento.

Las ecuaciones de equilibrio correctas son las siguientes. Observe las diferencias y relaciónelas con las figuras:

$$F_b + F_e - w = 0 \qquad | \qquad F_b - F_e - w = 0$$

Ahora despeje F_e.

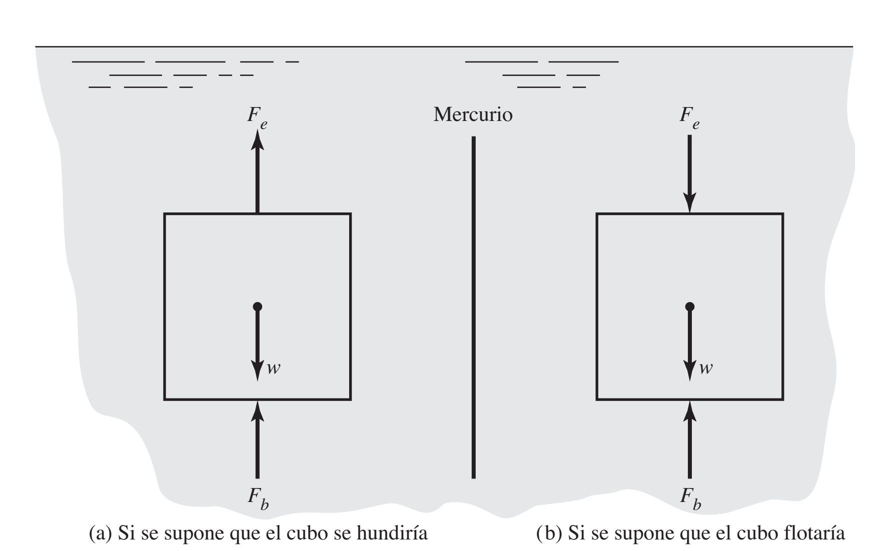


FIGURA 5.3 Dos diagramas de cuerpo libre posibles.

Ahora debe tenerse

$$F_e = w - F_b \quad \Big| \quad F_e = F_b - w$$

Debido a que las magnitudes de w y F_b son las mismas para cada ecuación, es posible calcularlas.

Igual que en el inciso (a) del problema, el peso del cubo es

$$w = \gamma_B V = (86.9\ \text{kN/m}^3)(0.125\ \text{m}^3) = 10.86\ \text{kN}$$

Para la fuerza de flotación F_b debe tenerse

$$F_b = \gamma_m V = (\text{sg})_m(9.81\ \text{kN/m}^3)(V)$$

en la que el subíndice m se refiere al mercurio. Entonces, tenemos

$$F_b = (13.54)(9.81\ \text{kN/m}^3)(0.125\ \text{m}^3) = 16.60\ \text{kN}$$

Vayamos ahora a la solución para F_e.

Las respuestas correctas son

$$\begin{aligned} F_e &= w - F_b \\ &= 10.86\ \text{kN} - 16.60\ \text{kN} \\ &= -5.74\ \text{kN} \end{aligned} \quad \Bigg| \quad \begin{aligned} F_e &= F_b - w \\ &= 16.60\ \text{kN} - 10.86\ \text{kN} \\ &= +5.74\ \text{kN} \end{aligned}$$

Observe que ambas soluciones arrojan el mismo valor numérico, pero tienen signos opuestos. El signo negativo de la solución del lado izquierdo significa que la dirección que se supuso para F_e en la figura 5.3(a) estaba equivocada. Por tanto, ambos enfoques dan el mismo resultado.

Resultado del inciso b La fuerza externa que se requiere es de 5.74 kN, dirigida hacia abajo.
¿Cómo hubiera podido razonar desde un principio que se necesitaría una fuerza hacia abajo?

Los incisos c y d del paso 4 del procedimiento sugieren que se compare los pesos específico del cubo y del fluido. En este caso se llega a los resultados siguientes:

$$\text{Para el cubo de bronce, } \gamma_B = 86.9\ \text{kN/m}^3$$

$$\begin{aligned} \text{Para el fluido (mercurio), } \gamma_m &= (13.54)(9.81\ \text{kN/m}^3) \\ &= 132.8\ \text{kN/m}^3 \end{aligned}$$

Comentario Debido a que el peso específico del cubo es menor que el del mercurio, sin una fuerza externa que lo impidiera el cubo tendería a flotar. Por tanto, como se ilustra en la figura 5.3(b), se requeriría una fuerza hacia abajo para mantenerlo en equilibrio bajo la superficie del mercurio.

Este problema modelo ha concluido.

☐ PROBLEMA MODELO 5.2 Cierto objeto de metal sólido tiene una forma tan irregular que es difícil calcular su volumen por medios geométricos. Utilice el principio de la flotabilidad para encontrar su volumen y peso específico.

Solución En primer lugar, se determina de manera normal que el peso del objeto es de 60 lb. Después, por medio de un arreglo similar al que se muestra en la figura 5.4, se encuentra que su peso aparente es de 46.5 lb mientras se halla sumergido en agua. Con estos datos, y el procedimiento para resolver problemas de flotabilidad, se calcula el volumen del objeto.

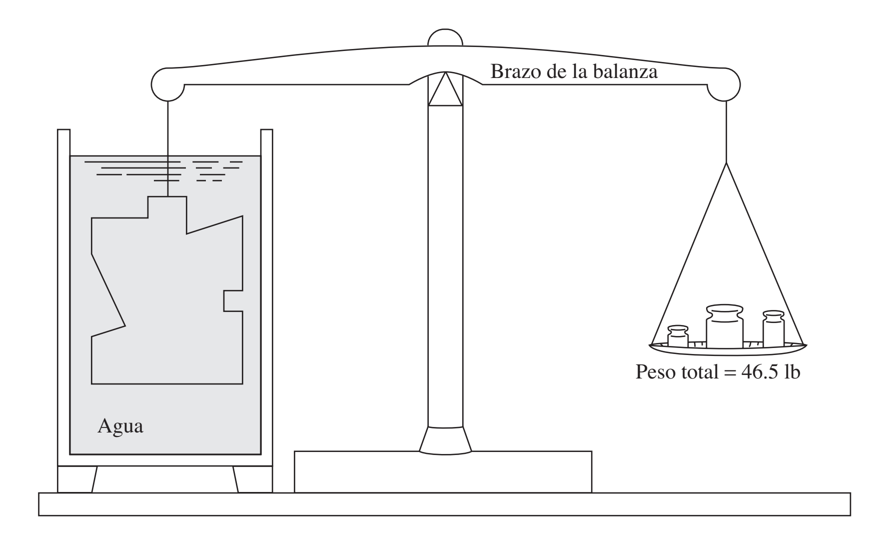


FIGURA 5.4 Objeto de metal suspendido en un fluido.

Ahora se aplica el paso 2 del procedimiento y se dibuja el diagrama de cuerpo libre del objeto mientras se encuentra suspendido en el agua.

El diagrama de cuerpo libre del objeto al estar suspendido dentro del agua debe parecerse al de la figura 5.5. En ella ¿cuáles son las dos fuerzas F_e y w?

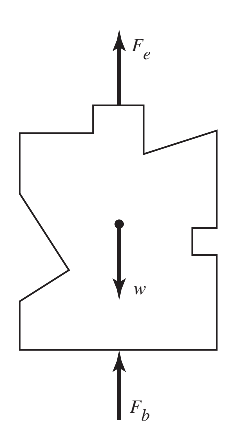


FIGURA 5.5 Diagrama de cuerpo libre.

Se sabe que $w = 60$ lb, que es el peso del objeto en el aire, y $F_e = 46.5$ lb, que es la fuerza de apoyo que ejerce la balanza que se ilustra en la figura 5.4.

Ahora vaya al paso 3 del procedimiento.

Por medio de $\sum F_v = 0$, se llega a

$$F_b + F_e - w = 0$$

Nuestro objetivo es encontrar el volumen total V del objeto. ¿Cómo se obtiene V de esta ecuación?

Manejamos la ecuación del paso 4a,

$$F_b = \gamma_f V$$

donde γ_f es el peso específico del agua, 62.4 lb/pie^3.

Se sustituye éste en la ecuación anterior y se despeja V.

Ahora debe tenerse

$$F_b + F_e - w = 0$$
$$\gamma_f V + F_e - w = 0$$
$$\gamma_f V = w - F_e$$
$$V = \frac{w - F_e}{\gamma_f}$$

Aquí, sustituimos los valores conocidos y se calcula V.

Resultado El resultado es $V = 0.216 \text{ pie}^3$. Así es como la efectuamos:

$$V = \frac{w - F_e}{\gamma_f} = (60 - 46.5)\text{lb}\left(\frac{\text{pie}^3}{62.4 \text{ lb}}\right) = \frac{13.5 \text{ pies}^3}{62.4} = 0.216 \text{ pie}^3$$

Comentario Ahora que se conoce el volumen del objeto, es posible encontrar el peso específico del material.

$$\gamma = \frac{w}{V} = \frac{60 \text{ lb}}{0.216 \text{ pie}^3} = 278 \text{ lb/pie}^3$$

Éste es aproximadamente el peso específico de una aleación de titanio.

■

Los dos problemas siguientes están resueltos con todo detalle y debieran servir para que usted comprobara su capacidad para resolver problemas sobre flotabilidad. Después de que lea el enunciado del problema, debe llegar a la solución por sí mismo antes de leer el panel donde se da el resultado correcto. Asegúrese de leer con cuidado el problema y de utilizar las unidades apropiadas para efectuar los cálculos. Aunque hay más de una manera de resolver ciertos problemas, es posible llegar a la respuesta correcta con el método equivocado. Si su método fuera diferente del que presentamos, asegúrese de que se basa en principios correctos antes de suponer que está bien.

☐ PROBLEMA MODELO 5.3 Un cubo con aristas que miden 80 mm está construido de hule espuma y flota en agua, con 60 mm de su cuerpo bajo la superficie. Calcule la magnitud y dirección de la fuerza que se requiere para sumergirlo por completo en glicerina, la cual tiene una gravedad específica de 1.26.

Antes de pasar al panel siguiente, obtenga la solución.

Solución En primer lugar, calcule el peso del cubo, y después la fuerza necesaria para mantenerlo sumergido en glicerina. Utilice los diagramas de cuerpo libre de la figura 5.6: (a) cubo que flota en agua y (b) cubo sumergido en glicerina.

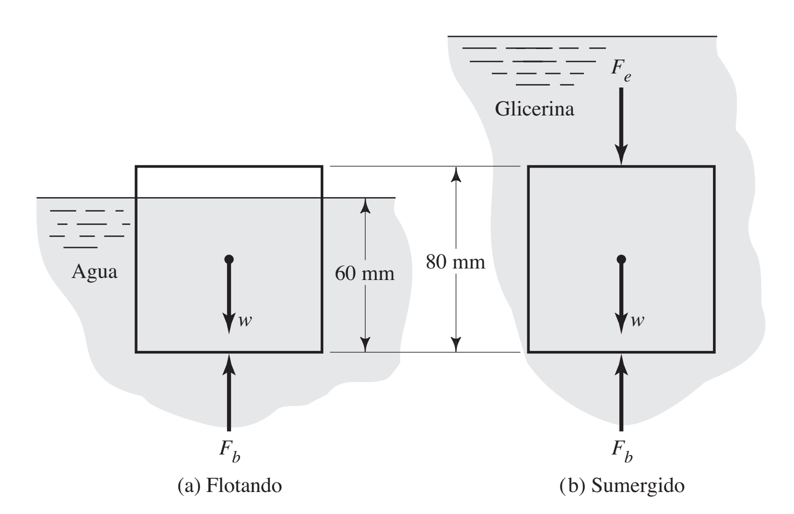


FIGURA 5.6 Diagramas de cuerpo libre.

De la figura 5.6(a), tenemos

$$\begin{aligned}
\sum F_v &= 0 \\
F_b - w &= 0 \\
w &= F_b = \gamma_f V_d \\
V_d &= (80\text{ mm})(80\text{ mm})(60\text{ mm}) = 384 \times 10^3\text{ mm}^3 \\
&\quad \text{(volumen sumergido del cubo)} \\
w &= \left(\frac{9.81 \times 10^3\text{ N}}{\text{m}^3}\right)(384 \times 10^3\text{ mm}^3)\left(\frac{1\text{ m}^3}{(10^3\text{ mm})^3}\right) \\
&= 3.77\text{ N}
\end{aligned}$$

De la figura 5.6(b), tenemos

$$\begin{aligned}
\sum F_v &= 0 \\
F_b - F_e - w &= 0 \\
F_e &= F_b - w = \gamma_f V_d - 3.77\text{ N} \\
V_d &= (80\text{ mm})^3 = 512 \times 10^3\text{ mm}^3 \\
&\quad \text{(volumen total del cubo)} \\
\gamma_f &= (1.26)(9.81\text{ kN/m}^3) = 12.36\text{ kN/m}^3 \\
F_e &= \gamma_f V_d - 3.77\text{ N} \\
&= \left(\frac{12.36 \times 10^3\text{ N}}{\text{m}^3}\right)(512 \times 10^3\text{ mm}^3)\left(\frac{1\text{ m}^3}{(10^3\text{mm})^3}\right) - 3.77\text{ N} \\
F_e &= 6.33\text{ N} - 3.77\text{ N} = 2.56\text{ N}
\end{aligned}$$

Resultado Para mantener el cubo sumergido en glicerina se requiere una fuerza de 2.56 N dirigida hacia abajo.

☐ PROBLEMA MODELO 5.4 Un cubo de latón con aristas que miden 6 pulg pesa 67 lb. Se desea mantenerlo en equilibrio bajo el agua sujetándolo a una boya de hule espuma ligero. Si el hule espuma tiene un peso específico de 4.5 lb/pie^3 ¿cuál es el volumen mínimo requerido de la boya?

Obtenga la solución antes de pasar al panel siguiente.

Solución Hay que calcular el volumen mínimo de hule espuma para mantener el cubo en equilibrio.

Observe que en la figura 5.7 se considera al hule espuma y al latón partes de un sistema único, y que hay una fuerza de flotación sobre cada uno. El subíndice F se refiere al hule espuma y B al latón. No se requiere ninguna fuerza externa.

La ecuación de equilibrio es

$$\begin{aligned}
\sum F_v &= 0 \\
0 &= F_{b_B} + F_{b_F} - w_B - w_F \qquad (5\text{–}4) \\
w_B &= 67\text{ lb} \quad \text{(dato)} \\
F_{b_B} &= \gamma_f V_{d_B} = \left(\frac{62.4\text{ lb}}{\text{pie}^3}\right)(6\text{ pulg})^3\left(\frac{\text{pie}^3}{1728\text{ pulg}^3}\right) = 7.8\text{ lb} \\
w_F &= \gamma_F V_F \\
F_{b_F} &= \gamma_f V_F
\end{aligned}$$

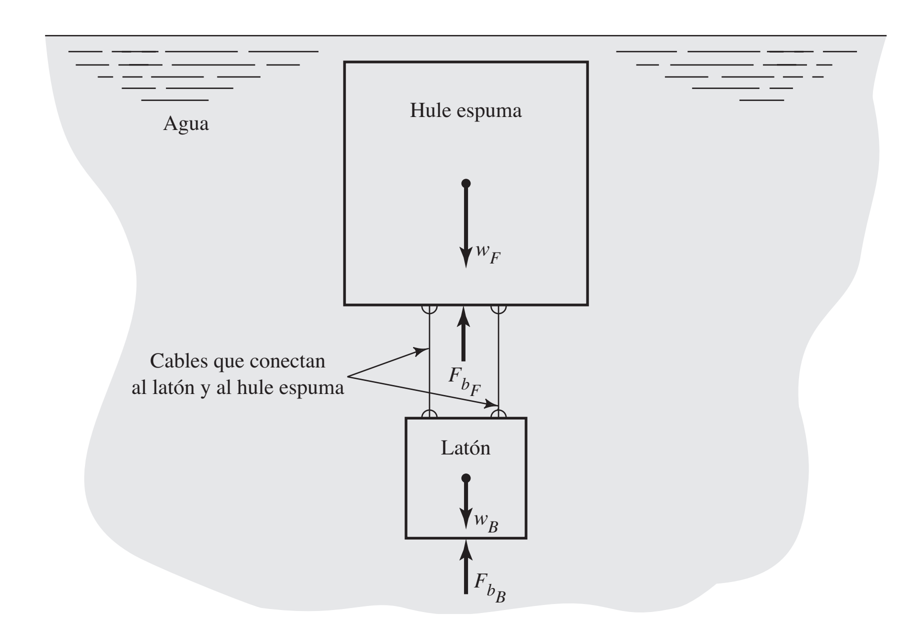


FIGURA 5.7 Diagrama de cuerpo libre de latón y hule espuma unidos.

Sustituimos estas cantidades en la ecuación (5-4):

$$F_{b_B} + F_{b_F} - w_B - w_F = 0$$
$$7.8 \text{ lb} + \gamma_f V_F - 67 \text{ lb} - \gamma_F V_F = 0$$

Se resuelve para V_F, por medio de $\gamma_f = 62.4 \text{ lb/pie}^3$ y $\gamma_F = 4.5 \text{ lb/pie}^3$:

$$\gamma_f V_F - \gamma_F V_F = 67 \text{ lb} - 7.8 \text{ lb} = 59.2 \text{ lb}$$
$$V_F(\gamma_f - \gamma_F) = 59.2 \text{ lb}$$
$$V_F = \frac{59.2 \text{ lb}}{\gamma_f - \gamma_F} = \frac{59.2 \text{ lb pie}^3}{(62.4 - 4.5) \text{ lb}}$$
$$V_F = 1.02 \text{ pies}^3$$

Resultado Esto significa que si se sujetara 1.02 pies^3 de hule espuma al cubo de latón, la combinación permanecería en equilibrio dentro del agua, sin aplicar ninguna fuerza externa. Habría flotabilidad neutra.

Con esto terminamos los problemas modelo programados.

5.4 MATERIALES PARA FLOTABILIDAD

Es frecuente que el diseño de cuerpos que floten requiera el uso de materiales ligeros que ofrezcan un grado elevado de flotabilidad. Además, cuando un objeto relativamente pesado debe moverse mientras se encuentra sumergido en un fluido, no es raro que sea deseable agregar flotabilidad para facilitar el desplazamiento. Es común que el material para la flotabilidad tenga las propiedades siguientes:

- Peso específico y densidad bajos.
- Poca o ninguna tendencia a absorber el fluido.
- Compatibilidad con el fluido en que operará.
- Capacidad de adoptar formas apropiadas.
- Capacidad de soportar las presiones del fluido a que estará sujeto.
- Resistencia a la abrasión y tolerancia a los daños.
- Apariencia atractiva.

Los materiales de hule espuma son populares para aplicaciones de flotabilidad. Están hechos de una trama continua de celdas cerradas y huecas que contienen aire u otros gases ligeros que les dan bajo peso específico. Las celdas cerradas también garantizan que no se absorba fluido. Para evaluar el rendimiento del hule espuma se llevan a cabo las pruebas siguientes: densidad, resistencia a la tensión, elongación a la tensión, resistencia al corte, ajuste a la compresión, deflexión a la compresión, estabilidad térmica, conductividad térmica y absorción de agua. Los detalles de las pruebas están prescritos en la especificación ASTM D 3575, *Standard Test Methods for Flexible Cellular Materials Made from Olefin Polymers*. A otros materiales se les aplica diferentes estándares.

Los pesos específicos del hule espuma para flotabilidad varían de 2.0 lb/pie^3 a 40 lb/pie^3 aproximadamente. Es frecuente que éste se reporte como densidad, al tomar la unidad de lb como libras masa. Las resistencias a la compresión por lo general se incrementan con la densidad. Las aplicaciones para el ambiente del océano profundo reclaman hule espuma más densos, rígidos y pesados.

Los materiales empleados incluyen uretano, polietileno, polímeros olefínicos, polímeros de cloruro de vinilo, poliestireno extruido y esponjas o caucho expandido. Con frecuencia, las aplicaciones submarinas emplean materiales sintéticos de hule espuma hechos de esferas pequeñas y huecas, incrustadas en una matriz de plástico como fibra de vidrio, poliéster, resinas epóxicas o de ésteres de vinilo, a fin de producir un material compuesto que tenga características de flotabilidad aceptables, con resistencia a la abrasión y absorción baja de fluidos. (Consulte los sitios 1 a 6 de Internet.)

Las formas en que se encuentran disponibles en el comercio los materiales para flotabilidad incluyen planchas (aproximadamente de 50 mm × 500 mm × 2750 mm o 2 pulg × 20 pulg × 110 pulg), cajas (175 mm × 500 mm × 1200 mm o 7 pulg × 20 pulg × 48 pulg), cilindros y cilindros huecos. Hay productos fabricados especialmente con formas casi ilimitadas, por medio de moldes o manufacturados en el sitio. Hay disponible uretano líquido en dos partes, para el que se mezclan dos líquidos, un poliolpolietérico e isocianita polifuncional, en el punto de uso. La mezcla se expande con rapidez y produce una estructura esponjosa de celdas cerradas. (Consulte los sitios 3 y 6 de Internet.)

5.5 ESTABILIDAD DE CUERPOS SUMERGIDOS POR COMPLETO

Un cuerpo en un fluido se considera estable si regresa a su posición original después de habérsele dado un giro pequeño sobre un eje horizontal. Los submarinos y los globos meteorológicos son dos ejemplos cotidianos de cuerpos sumergidos por completo en un fluido. Es importante que ese tipo de objetos permanezcan con una orientación específica a pesar de la acción de las corrientes, vientos o fuerzas de maniobra.

CONDICIÓN DE ESTABILIDAD PARA LOS CUERPOS SUMERGIDOS

La condición de estabilidad para los cuerpos sumergidos por completo en un fluido es que su centro de gravedad esté por debajo de su centro de flotabilidad.

El centro de flotabilidad de un cuerpo se encuentra en el centroide del volumen desplazado de fluido, y es a través de dicho punto que la fuerza de flotación actúa en dirección vertical. El peso del cuerpo actúa verticalmente hacia abajo a través del centro de gravedad.

El vehículo de investigación submarina mostrado en la figura 5.8 tiene una configuración estable gracias a su forma y a la ubicación del equipo dentro de la estructura. El vehículo de inmersión profunda *Alvin* es propiedad de la U.S. Navy y lo opera la Woods Hole Oceanographic Institution. (Consulte el sitio 8 de Internet.) El vehículo opera a profundidades superiores a 4.50 km (14 700 pies), donde la presión es de 45.5 MPa (6600 psi). Su longitud total es de 7.1 m (23.3 pies), manga (ancho) de 2.6 m (8.5 pies) y altura de 3.7 m (12.0 pies). Lo opera una tripulación de tres personas, quienes efectúan observaciones científicas desde el interior de un casco esférico de titanio que tiene un diámetro de 2.08 m (82 pulg). Cuando está cargado, su peso aproximado es de 165 kN (37 000 lb), en función del peso de la tripulación y el equipo experimental. Observe en el dibujo que muestra un corte longitudinal de la nave que los equipos más pesados como baterías, lastre, recipientes de presión, esferas de lastre variable

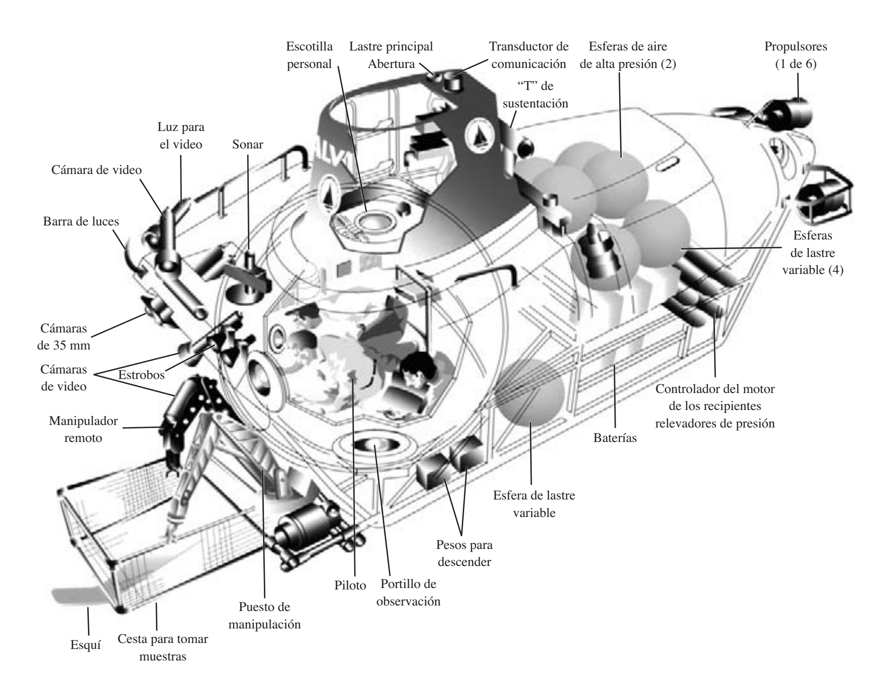


FIGURA 5.8 Vehículo de inmersión profunda *Alvin*, dibujo de un corte longitudinal que muestra los componentes principales. (Fuente: © E. Paul Oberlander, Woods Hole Oceanographic Institution, Woods Hole, MA.)

y controles del motor, se localizan en la parte baja de la estructura. Gran parte de la estructura superior se encuentra llena de espuma ligera sintética para proveer flotabilidad. Esto hace que el centro de gravedad (cg) esté más abajo que el centro de flotación (cb), lo que da estabilidad a la nave. En una de las configuraciones del submarino se localiza su centro de gravedad a 1.34 m (4.40 pies) por arriba del fondo, y el centro de flotación está a 1.51 m (4.94 pies).

La figura 5.9(a) muestra la sección transversal de la forma aproximada del vehículo, con el cg y el cb en sus posiciones respectivas a lo largo de la línea vertical central del casco. La figura 5.9(b) ilustra el casco con cierto desplazamiento angular y con el peso total w actuando verticalmente hacia abajo a través del cg, y la fuerza de flotación F_b que actúa hacia arriba en forma vertical a través del cb. Debido a que en este caso las líneas de acción de estas fuerzas están desplazadas, crean un par estabilizador que devuelve a la nave a su orientación original, lo que demuestra su estabilidad.

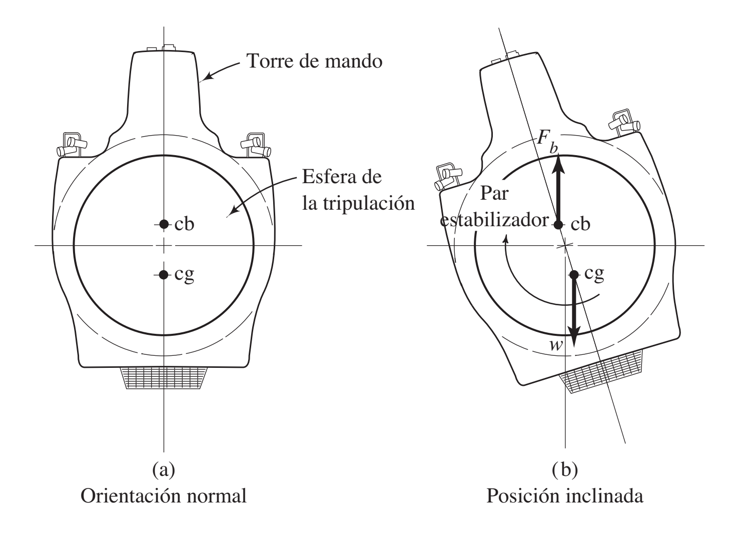


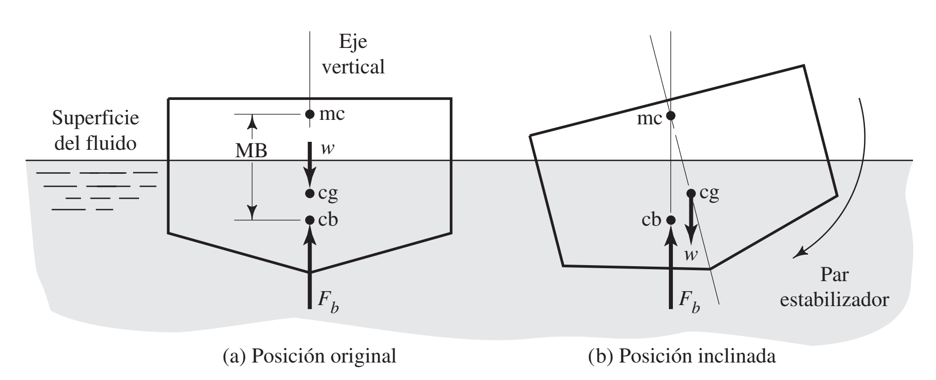
FIGURA 5.9 Estabilidad de un submarino sumergido.

Si el cg estuviera arriba del cb, el par creado cuando el cuerpo se inclinara produciría un *par de volcadura* que haría que se volteara. En los objetos sólidos el cg y el cb coinciden, por lo que muestran *estabilidad neutral* cuando están sumergidos por completo, lo que significa que tienden a permanecer en cualquier posición en que se les coloque.

5.6 ESTABILIDAD DE CUERPOS FLOTANTES

La condición para la estabilidad de los cuerpos flotantes es diferente de aquélla para los cuerpos sumergidos por completo; la razón se ilustra en la figura 5.10, donde se muestra la sección transversal aproximada del casco de un barco. En el inciso (a) de la figura, el cuerpo flotante se encuentra en su orientación de equilibrio y el centro de gravedad (cg) está arriba del de flotabilidad (cb). La línea vertical que pasa a través de dichos puntos es conocida como *eje vertical* del cuerpo. La figura 5.10(b) muestra que si el cuerpo se gira ligeramente, el centro de flotabilidad cambia a una posición nueva debido a que se modifica la geometría del volumen desplazado. La fuerza flotante y el peso ahora producen un par estabilizador que tiende a regresar el cuerpo a su orientación original. Así, el cuerpo se mantiene estable.

FIGURA 5.10 Método para encontrar el metacentro.



Con objeto de enunciar la condición para la estabilidad de un cuerpo flotante, debemos definir un término nuevo: el *metacentro*. El metacentro (mc) se define como la intersección del eje vertical de un cuerpo cuando está en su posición de equilibrio, con una línea vertical que pasa a través de la posición nueva del centro de flotación cuando el cuerpo gira levemente. Esto queda ilustrado en la figura 5.10(b).

CONDICIÓN DE ESTABILIDAD PARA CUERPOS FLOTANTES

Un cuerpo flotante es estable si su centro de gravedad está por debajo del metacentro.

Es posible determinar en forma analítica si un cuerpo flotante es estable, cuando calculamos la localización de su metacentro. La distancia al metacentro a partir del centro de flotación es conocida como MB, y se calcula con la ecuación (5-5)

$$MB = I/V_d \qquad (5\text{–}5)$$

En esta ecuación, V_d es el volumen desplazado de fluido e I es el momento de inercia mínimo de una sección horizontal del cuerpo tomada en la superficie del fluido. *Si la distancia MB sitúa al metacentro arriba del centro de gravedad, el cuerpo es estable.*

PROCEDIMIENTO PARA EVALUAR LA ESTABILIDAD DE LOS CUERPOS FLOTANTES

1. Determinar la posición del cuerpo flotante, por medio de los principios de flotabilidad.
2. Localizar el centro de flotación, cb. Calcular la distancia que hay entre algún eje de referencia y cb, denominada y_{cb}. Por lo general, se toma el fondo del objeto como dicho eje de referencia.
3. Ubicar el centro de gravedad, cg. Calcular y_{cg}, medida a partir del mismo eje de referencia.

4. Determinar la forma del área en la superficie del fluido y calcular el momento *más pequeño* de inercia I de dicha forma.
5. Calcular el volumen desplazado, V_d.
6. Calcular $MB = I/V_d$.
7. Obtener $y_{mc} = y_{cb} + MB$.
8. Si $y_{mc} > y_{cg}$, el cuerpo es estable.
9. Si $y_{mc} < y_{cg}$, el cuerpo es inestable.

PROBLEMAS MODELO PROGRAMADOS

☐ PROBLEMA MODELO 5.5 La figura 5.1(a) ilustra el casco de una barcaza que, cuando está cargada por completo, pesa 150 kN. Los incisos (b) a (d) muestran las vistas superior, frontal y lateral de la embarcación, respectivamente. Observe la ubicación del centro de gravedad, cg. Determine si el bote es estable en agua dulce.

Solución En primer lugar, hay que determinar si el bote flotará.

Esto se lleva a cabo con el cálculo de qué tanto se hundirá la embarcación en el agua, por medio de los principios de flotabilidad enunciados en la sección 5.2. Realice el cálculo antes de pasar al panel siguiente.

La profundidad de inmersión o calado del bote es de 1.06 m (como se aprecia en la figura 5.12) la cual se obtuvo con el método siguiente:

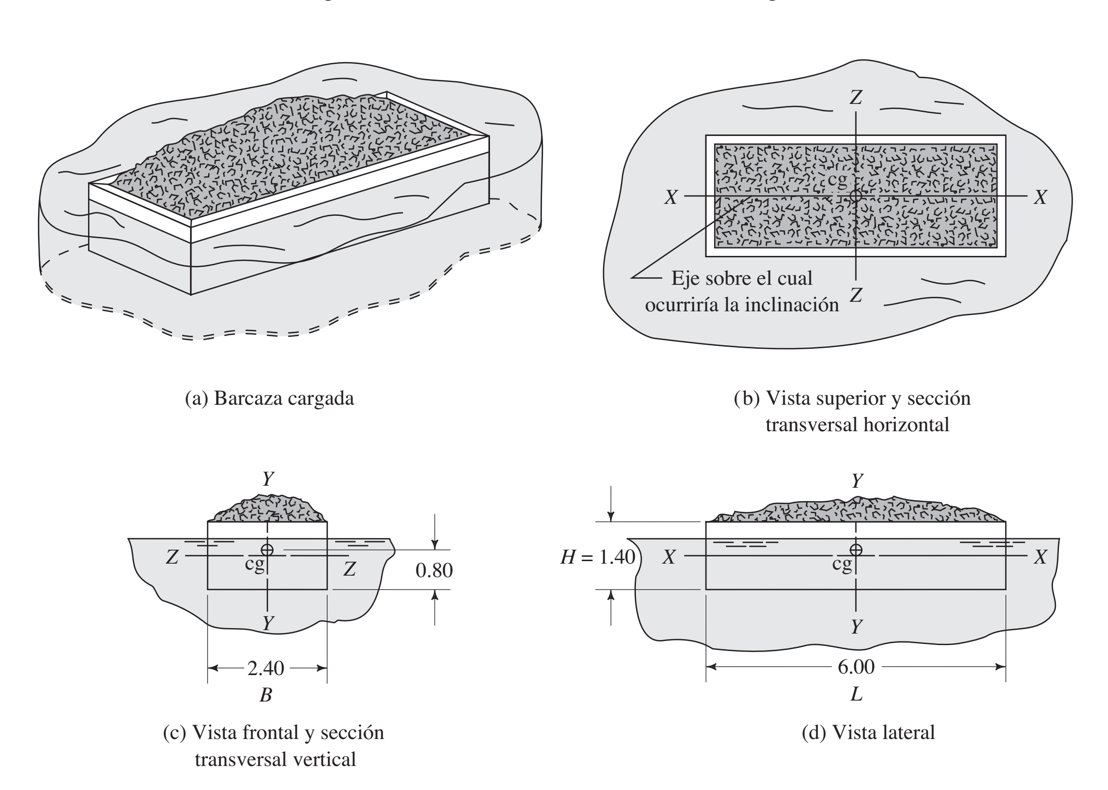


FIGURA 5.11 Forma del casco para la barcaza del problema modelo 5.5.

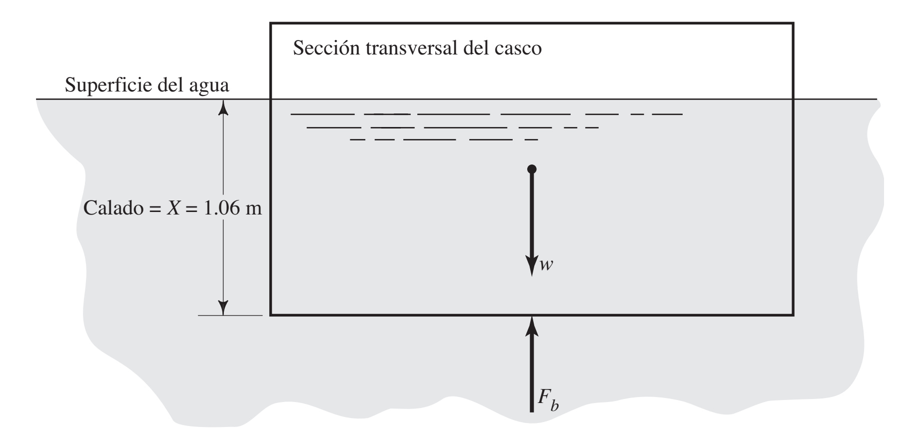


FIGURA 5.12 Diagrama de cuerpo libre.

Ecuación de equilibrio:

$$\Sigma F_v = 0 = F_b - w$$
$$w = F_b$$

Volumen sumergido:

$$V_d = B \times L \times X$$

Fuerza de flotación:

$$F_b = \gamma_f V_d = \gamma_f \times B \times L \times X$$

Entonces, tenemos

$$w = F_b = \gamma_f \times B \times L \times X$$
$$X = \frac{w}{B \times L \times \gamma_f} = \frac{150\ \text{kN}}{(2.4\ \text{m})(6.0\ \text{m})} \times \frac{\text{m}^3}{(9.81\ \text{kN})} = 1.06\ \text{m}$$

La barcaza flota con 1.06 m sumergidos. ¿Dónde se encuentra el centro de flotación?

Está en el centro del volumen desplazado de agua. En este caso (como se aprecia en la figura 5.13) está sobre el eje vertical de la embarcación, a una distancia de 0.53 m de su fondo. Esto es la mitad del calado, X. Entonces, $y_{cb} = 0.53$ m.

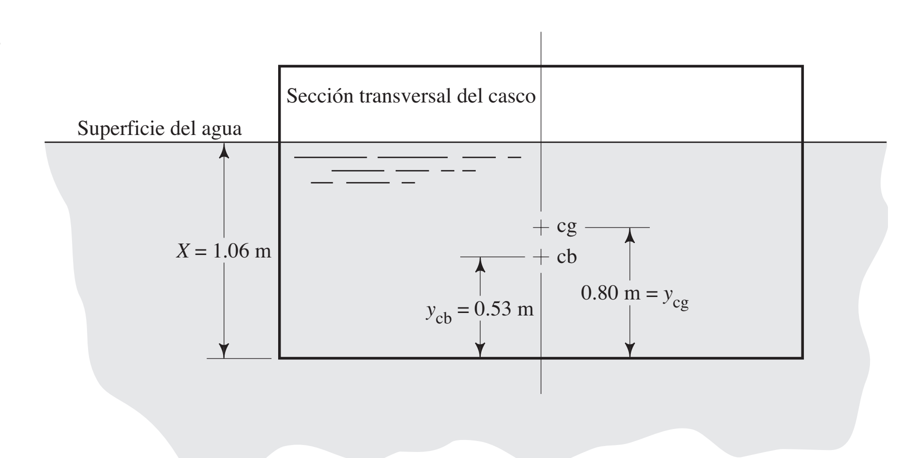
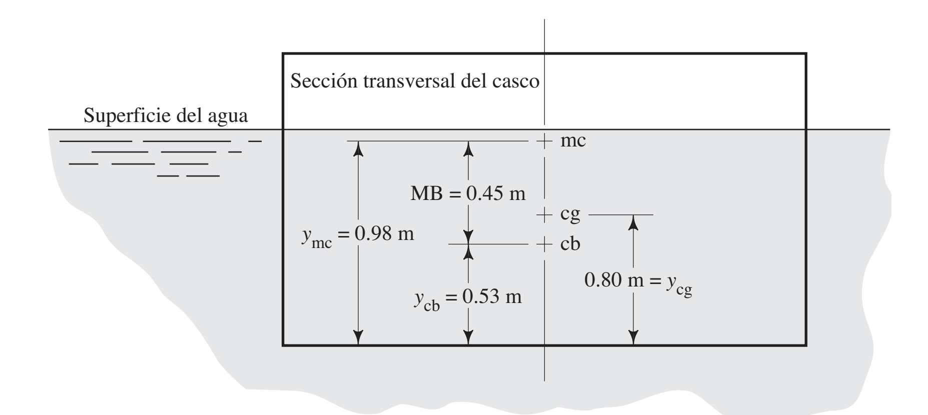


FIGURA 5.13 Localización de los centros de flotación y de gravedad.

FIGURA 5.14 Localización del metacentro.



Debido a que el centro de gravedad se encuentra por arriba del centro de flotación, debe localizarse el metacentro a fin de determinar si la embarcación es estable. Por medio de la ecuación (5-5), calcule la distancia MB e indíquela en el esquema.

El resultado es MB = 0.45 m, como se muestra en la figura 5.14. A continuación se presenta la forma en que se obtuvo esto:

$$\text{MB} = I/V_d$$
$$V_d = L \times B \times X = (6.0\text{ m})(2.4\text{ m})(1.06\text{ m}) = 15.26\text{ m}^3$$

El momento de inercia I se determina con respecto del eje X-X en la figura 5.11(b), debido a que produciría el valor más pequeño para I:

$$I = \frac{LB^3}{12} = \frac{(6.0\text{ m})(2.4\text{ m})^3}{12} = 6.91\text{ m}^4$$

Así, la distancia a partir del centro de flotación al metacentro es

$$\text{MB} = I/V_d = 6.91\text{ m}^4/15.26\text{ m}^3 = 0.45\text{ m}$$

y

$$y_{mc} = y_{cb} + \text{MB} = 0.53\text{ m} + 0.45\text{ m} = 0.98\text{ m}$$

¿Es estable la barcaza?

Resultado Sí, lo es. Debido a que el metacentro está arriba del centro de gravedad, como se aprecia en la figura 5.14, la embarcación es estable. Es decir, $y_{mc} > y_{cg}$.

Ahora lea el panel siguiente para continuar con otro problema.

□ PROBLEMA MODELO 5.6 Un cilindro sólido mide 3.0 pies de diámetro, 6.0 pies de altura y pesa 1550 lb. Si el cilindro estuviera puesto en aceite (sg = 0.90) a lo largo de su eje vertical ¿sería estable?

En el panel siguiente se presenta la solución completa. Resuelva este problema y después vea la solución.

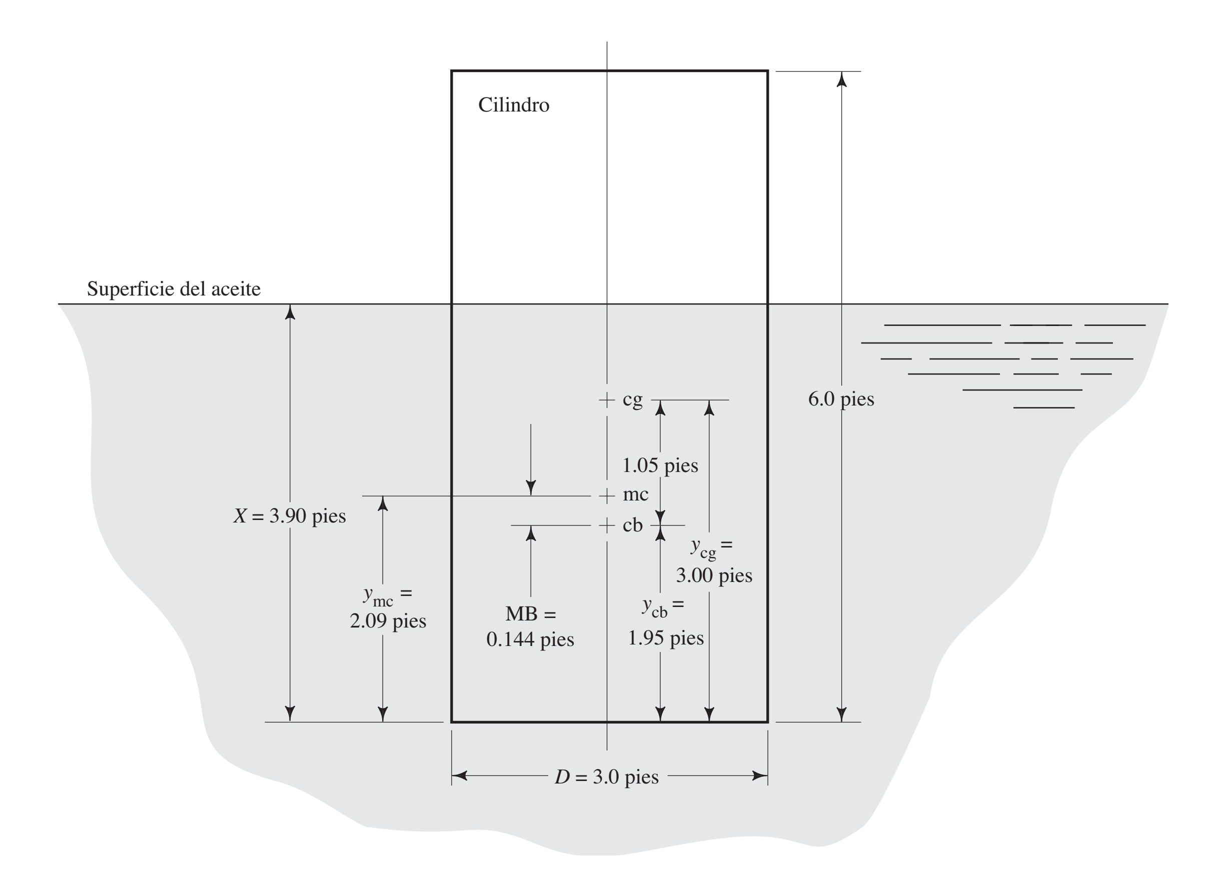


FIGURA 5.15 Solución completa para el problema modelo 5.6.

Solución Posición del cilindro en el aceite (vea la figura 5.15):

$$V_d = \text{volumen sumergido} = AX = \frac{\pi D^2}{4}(X)$$

Ecuación de equilibrio:

$$\sum F_v = 0$$

$$w = F_b = \gamma_o V_d = \gamma_o \frac{\pi D^2}{4}(X)$$

$$X = \frac{4w}{\pi D^2 \gamma_o} = \frac{(4)(1550\ \text{lb})\ \text{pies}^3}{(\pi)(3.0\ \text{pies})^2(0.90)(62.4\ \text{lb})} = 3.90\ \text{pies}$$

El centro de flotación cb está a una distancia $X/2$ del fondo del cilindro:

$$y_{cb} = X/2 = 3.90\ \text{pies}/2 = 1.95\ \text{pies}$$

El centro de gravedad cg está a $H/2 = 3$ pies del fondo del cilindro, con la suposición de que el material del cilindro tiene peso específico uniforme. Con la ecuación (5-5) encontramos que la posición del metacentro mc es

$$\text{MB} = I/V_d$$

$$I = \frac{\pi D^4}{64} = \frac{\pi(3\text{ pies})^4}{64} = 3.98\text{ pies}^4$$

$$V_d = AX = \frac{\pi D^2}{4}(X) = \frac{\pi(3\text{ pies})^2}{4}(3.90\text{ pies}) = 27.6\text{ pies}^3$$

$$\text{MB} = I/V_d = 3.98\text{ pies}^4/27.6\text{ pies}^3 = 0.144\text{ pies}$$

$$y_{mc} = y_{cb} + \text{MB} = 1.95\text{ pies} + 0.14\text{ pies} = 2.09\text{ pies}$$

Resultado Debido a que el metacentro se halla debajo del centro de gravedad ($y_{mc} < y_{cg}$), el cilindro no es estable en la posición que se indica. Tendería a caer de lado hasta que alcanzara una orientación estable, probablemente con su eje en posición horizontal o casi.

Con esto terminamos con el aprendizaje programado.

■

A continuación resumimos las condiciones para la estabilidad de los cuerpos:

- *Los cuerpos sumergidos por completo son estables si el centro de gravedad queda debajo del centro de flotación.*
- *Los cuerpos flotantes son estables si el centro de gravedad está debajo del metacentro.*

5.7 GRADO DE ESTABILIDAD

Aunque se ha enunciado el caso límite de la estabilidad como cualquier diseño donde el metacentro se encuentra arriba del centro de gravedad, algunos objetos son más estables que otros. Una medida de la estabilidad relativa es la altura metacéntrica, y se define como la distancia que hay entre el metacentro y el centro de gravedad.

Consulte ahora la figura 5.16. La altura metacéntrica se indica como MG. Por medio del procedimiento estudiado en este capítulo, MG se calcula a partir de la ecuación

$$\text{MG} = y_{mc} - y_{cg} \quad \text{(5–6)}$$

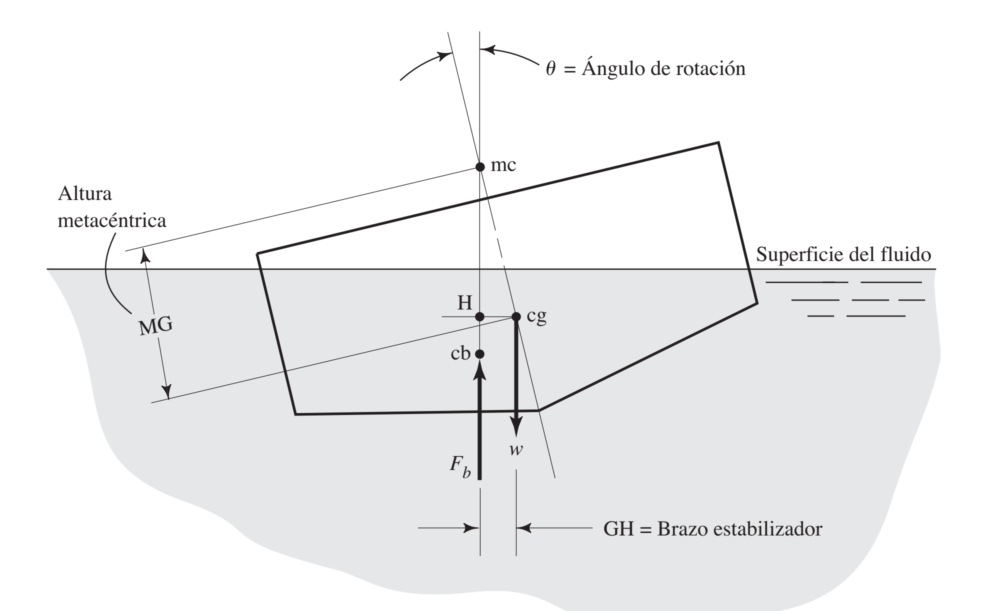


FIGURA 5.16 Grado de estabilidad según lo indica la altura metacéntrica y el brazo estabilizador.

La referencia 1 establece que las naves pequeñas que surquen el océano deben tener un valor mínimo SG de 1.5 pies (0.46 m). Las naves grandes deben tener MG > 3.5 pies (1.07 m). Sin embargo, la altura metacéntrica no debe ser demasiado grande, porque en ese caso la embarcación podría tener los movimientos oscilatorios incómodos que provocan mareo.

☐ **PROBLEMA MODELO 5.7** Calcule la altura metacéntrica para el casco de la barcaza descrita en el problema modelo 5.5.

Solución De los resultados del problema modelo 5.5 tenemos,

$$y_{mc} = 0.98 \text{ m a partir del fondo de la barcaza}$$
$$y_{cg} = 0.80 \text{ m}$$

Así, la altura metacéntrica es

$$MG = y_{mc} - y_{cg} = 0.98\,\text{m} - 0.80\,\text{m} = 0.18\,\text{m}$$

■

5.7.1 Curva de estabilidad estática

Otra medida de la estabilidad de un objeto flotante es el grado de desviación entre la línea de acción del peso del objeto que actúa a través del centro de gravedad, y aquélla de la fuerza de flotación a través del centro de flotación. En forma previa, en la figura 5.10 se indicó que el producto de una de dichas fuerzas por la cantidad de desviación produce el par estabilizador que hace que el objeto regrese a su posición original, lo que lo hace estable.

En la figura 5.16 presentamos el esquema de una embarcación en una posición girada, en la que se indica el peso y la fuerza de flotación. Una línea horizontal dibujada a través del centro de gravedad intercepta la línea de acción de la fuerza de flotación en el punto *H*. La distancia horizontal GH, conocida como *brazo estabilizador*, es una medida de la magnitud del par estabilizador. La distancia GH varía conforme cambia el ángulo de rotación. En la figura 5.17 se muestra la gráfica característica del brazo

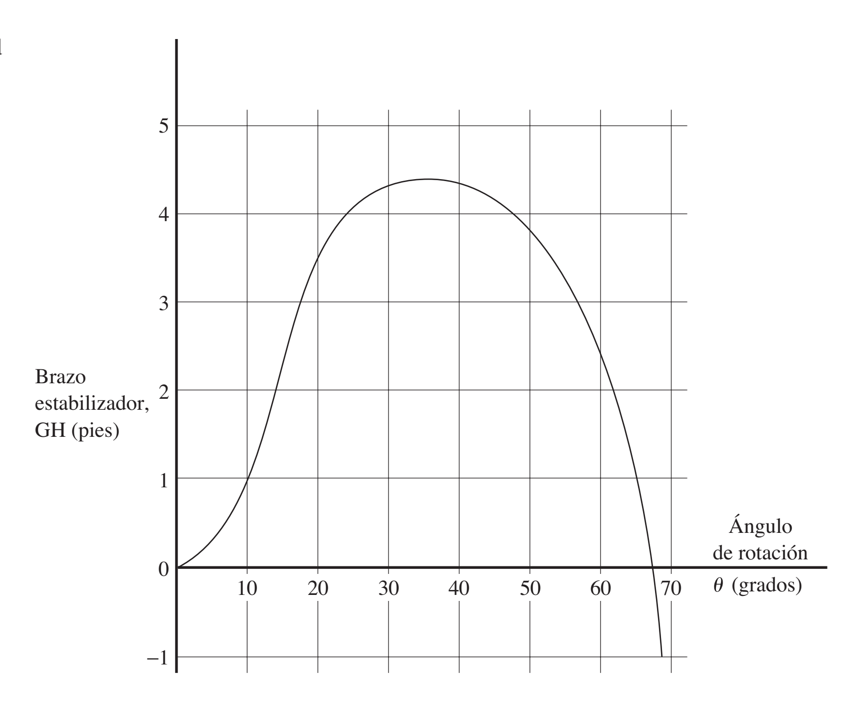


FIGURA 5.17 Curva de estabilidad estática para un cuerpo flotante.

estabilizador *versus* el ángulo de rotación para un barco. Esa gráfica es conocida como *curva de estabilidad estática.* En tanto el valor de GH sea positivo, la nave permanecerá estable. A la inversa, cuando GH se vuelva negativo, la embarcación será inestable y volcará.

REFERENCIA

1. Avallone, Eugene A. y Theodore Baumeister III, eds. 1996. *Marks' Standard Handbook for Mechanical Engineers*, 10th ed. New York: McGraw-Hill.

SITIOS DE INTERNET

1. Dow Chemical Company *www.dow.com/perffoam* Fabricante de materiales de hule espuma para aplicaciones industriales, empaque y marina. Utiliza varias fórmulas de espumas de polietileno ETHAFOAM para componentes de flotabilidad.
2. Flotation Technologies *www.flotech.com* Fabricante de sistemas de flotación en aguas profundas, especialista en productos de hule espuma sintético de alta resistencia y elastómeros de poliuretano utilizado para fabricar boyas, flotadores, paquetes de instrumentos y otras formas aplicadas a la flotación en la superficie o bajo ella, hasta 6000 m (20 000 pies) de profundidad.
3. American Micro Industries, Inc. *www.marinefoam.com* Proveedor de productos marinos y de flotabilidad (marcas Marine Foam y Buoyancy Foam), así como de hule espuma de uretano líquido.
4. Cuming Corporation *www.cumingcorp.com* Proveedor de hule espuma sintético y equipo de aislamiento para las industrias del petróleo y gas en el mar, inclusive boyas y floats.
5. Emerson & Cuming Composite Materials, Inc. *www. emerson.com* Fabricante de hule espuma sintético de alto rendimiento y de microesferas para flotabilidad en aguas profundas.
6. U.S. Composites, Inc. *www.uscomposites.com* Distribuidor de materiales compuestos para la comunidad marina, automotriz, aeroespacial y artística. Distribuye también compuestos de hule espuma de uretano, fibra de vidrio, epóxicos, fibra de carbono, Kevlar y otros.
7. National Oceanographic and Atmospheric Administration (NOAA) *www.nurp.noaa.gov* Agencia del gobierno federal que patrocina el National Undersea Research Program (NURP).
8. Woods Hole Oceanographic Institute *www.whoi.edu* Organización de investigación que lleva a cabo proyectos submarinos y en la superficie, inclusive la operación de los vehículos de inmersión profunda Alvin y Jason, propiedad de la Armada de los Estados Unidos.

PROBLEMAS

Flotabilidad

5.1M *El paquete de instrumentos mostrado en la figura 5.18 pesa 258 N. Calcule la tensión en el cable si el paquete está sumergido por completo en agua de mar, la cual tiene un peso específico de 10.05* kN/m^3.

5.2M *Una esfera hueca de 1.0 m de diámetro pesa 200 N y está sujeta a un bloque de concreto sólido que pesa 4.1 kN. Si el concreto tiene un peso específico de 23.6* kN/m^3*, diga si los dos objetos unidos flotarán o se hundirán.*

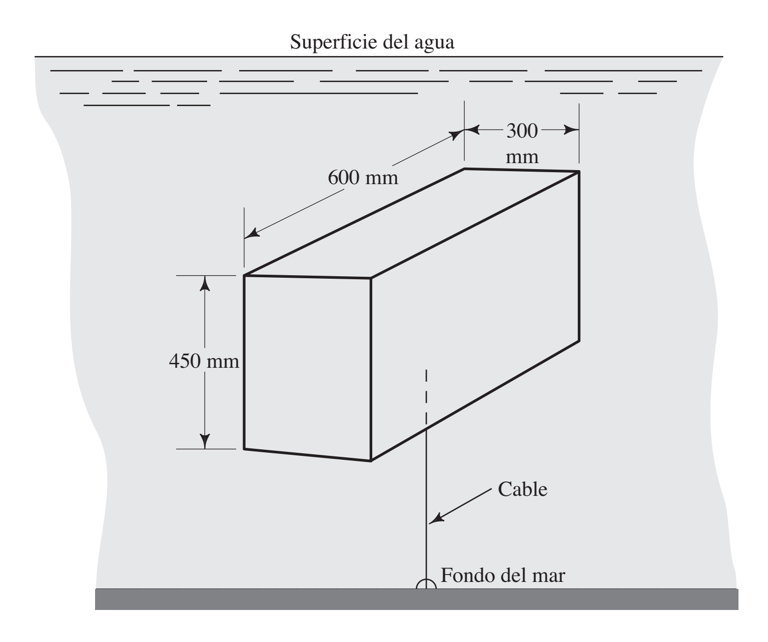
5.3M *Cierto tubo de acero estándar tiene un diámetro exterior de 168 mm, longitud de 1 m y pesa 277 N. ¿El tubo flotará o se hundirá en glicerina (sg = 1.26) si sus extremos están sellados?*

5.4E Un flotador cilíndrico tiene un diámetro de 10 pulg y una longitud de 12 pulg. ¿Cuál debe ser el peso específico del material flotador si ha de tener 9/10 de su volumen bajo la superficie de un fluido cuya gravedad específica es de 1.10?

5.5M *Una boya es un cilindro sólido de 0.3 m de diámetro y 1.2 m de largo. Está hecha de un material que tiene peso específico de 7.9* kN/m^3*. Si flota derecho ¿cuánto de su longitud se encuentra sobre el agua?*

5.6M *Un flotador va a usarse como indicador de nivel y está diseñando para que flote en un aceite que tiene una gravedad específica de 0.90. Será un cubo con aristas de 100 mm, y tendrá 75 mm sumergidos en el aceite. Calcule el peso específico que se requiere para el material de flotación.*

FIGURA 5.18 Problema 5.1.



5.7M *Un bloque de concreto con peso específico de 23.6 kN/m^3 se encuentra suspendido por medio de una cuerda en una solución con gravedad específica de 1.15. ¿Cuál es el volumen del bloque de concreto si la tensión en la cuerda es de 2.67 kN?*

5.8E La figura 5.19 muestra una bomba sumergida parcialmente en aceite (sg = 0.90) y que se apoya en resortes. Si el peso total de la bomba es de 14.6 lb y el volumen sumergido es de 40 pulg^3, calcule la fuerza de apoyo ejercida sobre los resortes.

5.9M *Un cubo de acero con aristas de 100 mm pesa 80 N. Se desea mantenerlo en equilibrio bajo el agua por medio de una boya de hule espuma sujeta a su cuerpo. Si el hule espuma pesa 470 N/m^3 ¿cuál es el volumen mínimo requerido para la boya?*

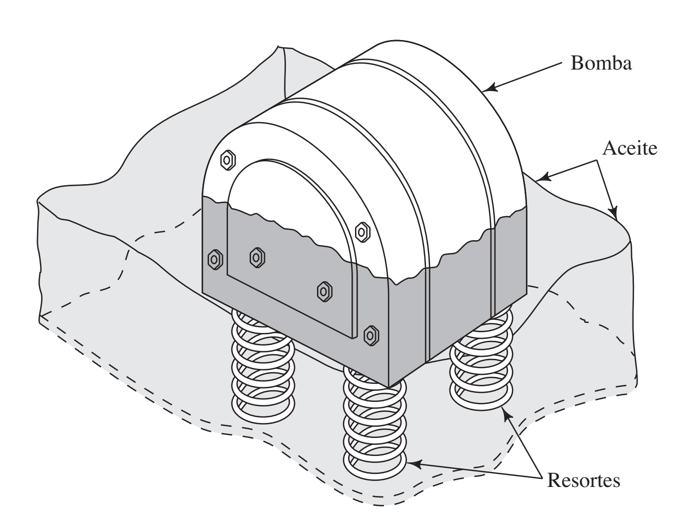


FIGURA 5.19 Problema 5.8.

5.10E Un tambor cilíndrico mide 2 pies de diámetro, 3 pies de largo y pesa 30 lb cuando está vacío. Dentro del tambor se colocarán pesos de aluminio para que tenga flotabilidad neutral en agua dulce. ¿Qué volumen de aluminio necesitará si tiene un peso específico de 0.100 lb/pulg^3?

5.11E Si los pesos de aluminio descritos en el problema 5.10 se colocaran fuera del tambor ¿qué volumen de ellos necesitará el tambor?

5.12 En la figura 5.20 se ilustra un cubo que flota en un fluido. Obtenga una expresión que relacione la profundidad sumergida X, el peso específico del cubo y el peso específico del fluido.

5.13E Un hidrómetro es un dispositivo que indica la gravedad específica de los líquidos. La figura 5.21 muestra el diseño de un hidrómetro cuya parte inferior es un cilindro hueco de 1.00 pulg de diámetro, y la superior es un tubo de 0.25 pulg de diámetro. El hidrómetro vacío pesa 0.020 lb. ¿Qué peso de bolas de acero debe agregarse para hacer que el hidrómetro flote en la posición que se indica en agua dulce? (Observe que el agua tiene una gravedad específica de 1.00.)

5.14E Para el hidrómetro diseñado en el problema 5.13 ¿cuál será la gravedad específica del fluido en el que flotaría el hidrómetro hasta la marca superior?

5.15E Para el hidrómetro diseñado en el problema 5.13, ¿cuál será la gravedad específica del fluido en el que flotaría el hidrómetro hasta la marca inferior?

5.16E Una boya va a soportar un paquete de instrumentos de forma cónica, como se ilustra en la figura 5.22. La boya está hecha de un material uniforme con peso específico de 8.00 lb/pie^3. Al menos 1.50 pies de la boya deben

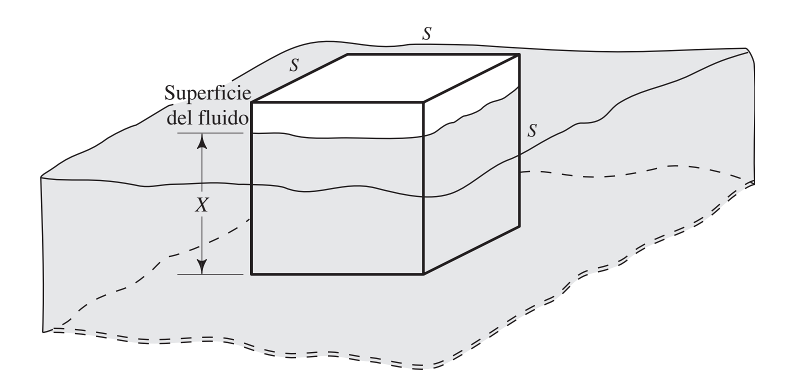


FIGURA 5.20 Problemas 5.12 y 5.60.

estar por arriba de la superficie del agua de mar, por seguridad y visibilidad. Calcule el peso máximo permisible del paquete de instrumentos.

5.17E Un cubo tiene dimensiones laterales de 18.00 pulg. Está hecho de acero con peso específico de 491 lb/pie^3. ¿Cuál es la fuerza que se requiere para mantenerlo en equilibrio bajo agua dulce?

5.18E Un cubo tiene lados que miden 18.00 pulg. Está fabricado con acero cuyo peso específico es de 491 lb/pie^3. ¿Cuánta fuerza se necesita para conservarlo en equilibrio bajo mercurio?

5.19M *Un barco tiene una masa de 292 Mg. Calcule el volumen de agua marina que desplaza cuando flota.*

5.20M *Un iceberg tiene un peso específico de 8.72 kN/m^3. ¿Qué porción del volumen se encuentra sobre la superficie de agua de mar?*

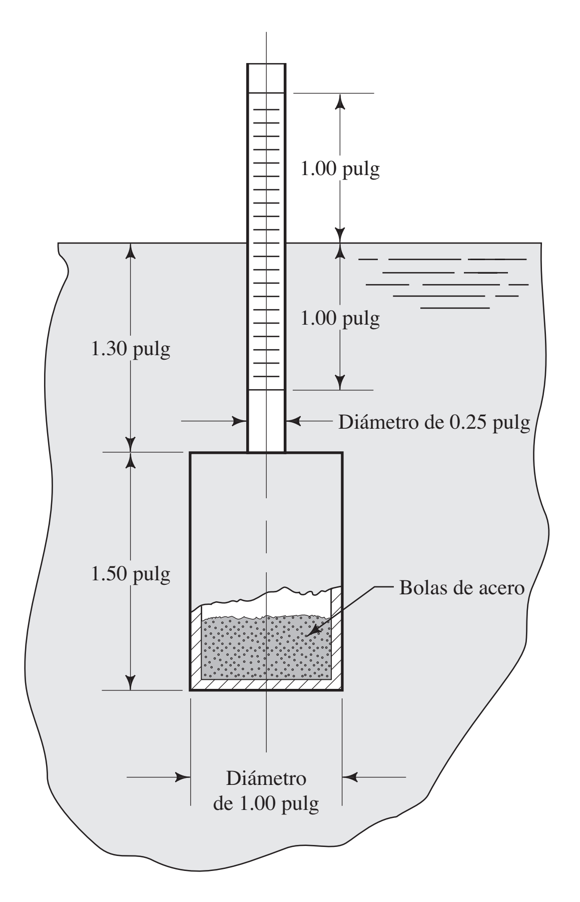


FIGURA 5.21 Hidrómetro para los problemas 5.13 a 5.15.

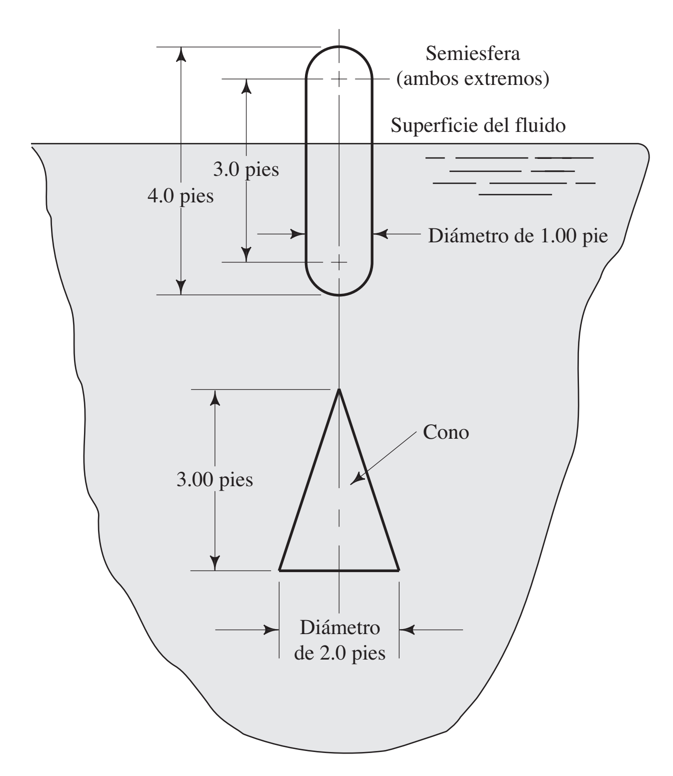


FIGURA 5.22 Problema 5.16.

5.21M *Un tronco cilíndrico tiene un diámetro de 450 mm y longitud de 6.75 m. Cuando flota en agua dulce con su eje longitudinal en posición horizontal, 110 mm de su diámetro se encuentran por arriba de la superficie. ¿Cuál es el peso específico de la madera?*

5.22M *El cilindro que se muestra en la figura 5.23 está hecho de un material uniforme. ¿Cuál es su peso específico?*

5.23M *Si el cilindro del problema 5.22 se coloca en agua dulce a 95 °C ¿cuánto de su altura quedaría fuera de la superficie?*

5.24M *A un peso de latón se le va a sujetar al fondo del cilindro descrito en los problemas 5.22 y 5.23, de modo que el cilindro quedará sumergido por completo, y con flotabilidad neutra en agua a 95 °C. El latón tendrá forma cilíndrica del mismo diámetro que el cilindro original, mostrado en la figura 5.24. ¿Cuál es el espesor que se requiere para el latón?*

5.25M *Para el cilindro con el latón agregado (descrito en el problema 5.24) ¿qué pasaría si el agua se enfriara a 15 °C?*

5.26M *Para el cilindro compuesto que se ilustra en la figura 5.25 ¿cuál es el espesor del latón necesario para hacer que el cilindro flote en la posición mostrada, en tetracloruro de carbono a 25 °C?*

5.27M *Un recipiente para llevar a cabo un experimento especial tiene un cilindro hueco en su parte superior y un hemisferio sólido en la inferior, como se aprecia en la figura 5.26. ¿Cuál debe ser el peso total del recipiente si ha de colocarse derecho, sumergido a una profundidad de 0.75 m, en un fluido que tiene gravedad específica de 1.16?*

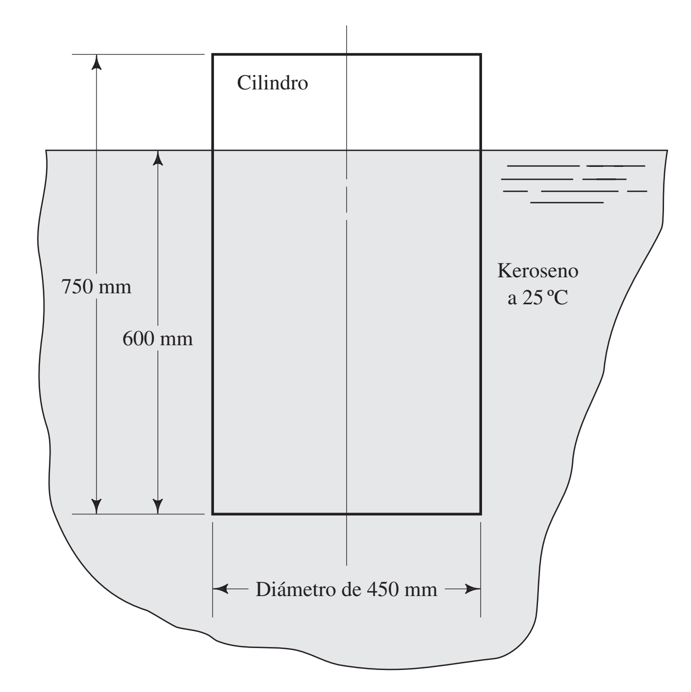


FIGURA 5.23 Problemas 5.22 a 5.25 y 5.52.

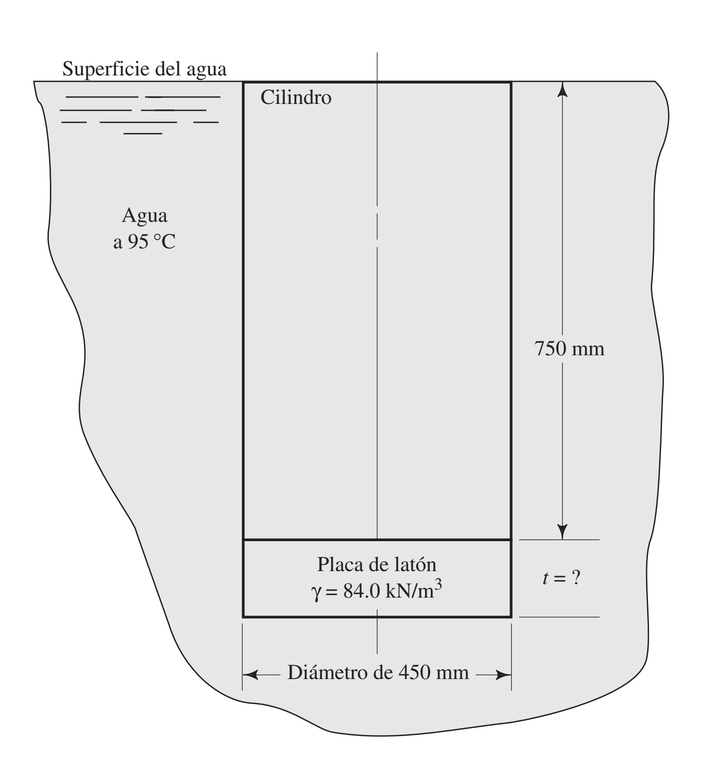


FIGURA 5.24 Problemas 5.24 y 5.25.

FIGURA 5.25 Problemas 5.26 y 5.53.

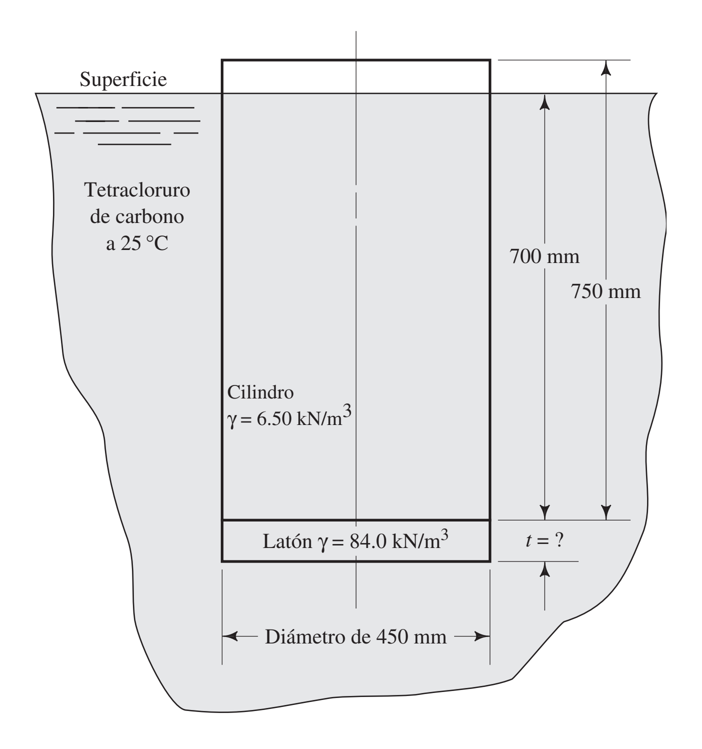
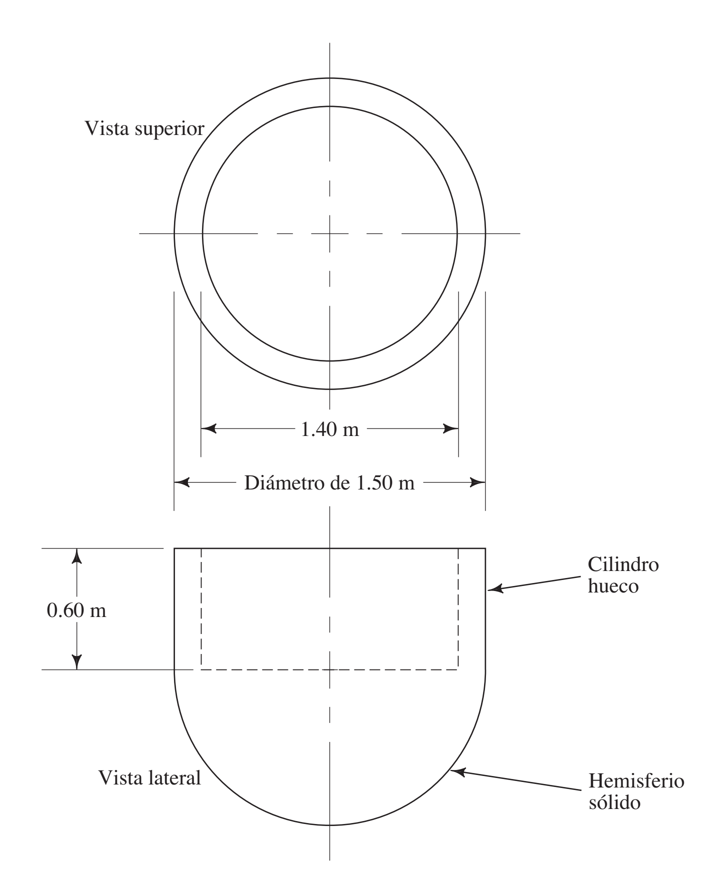


FIGURA 5.26 Problemas 5.27 y 5.48.



5.28M *Un recipiente de hule espuma ligero, similar a un vaso desechable para café, tiene un peso de 0.05 N, diámetro uniforme de 82.0 mm y longitud de 150 mm. ¿Cuánto de su altura quedaría sumergido si se colocara en agua?*

5.29M *Un recipiente de hule espuma ligero, similar a un vaso desechable de café, pesa 0.05 N. Dentro de él se coloca una barra de acero con peso específico de 76.8 kN/m^3, diámetro de 38.0 mm y longitud de 80.0 mm. ¿Cuánto de la altura del recipiente quedaría sumergido si se colocara en agua? El recipiente tiene un diámetro uniforme de 82.0 mm.*

5.30M *Repita el problema 5.29, pero ahora considere que la barra de acero se sujeta por fuera del fondo del recipiente, en lugar de colocarse dentro.*

5.31E La figura 5.27 muestra una balsa hecha con cuatro tambores huecos en los que se apoya una plataforma. Cada tambor pesa 30 lb. ¿Cuál es el peso total de la plataforma (y de cualquier objeto que se coloque sobre ella) que la balsa puede soportar cuando los tambores están sumergidos por completo en agua dulce?

5.32E La figura 5.28 muestra la construcción de la plataforma de la balsa descrita en el problema 5.31. Calcule su peso si está hecha de madera con peso específico de 40.0 lb/pie^3.

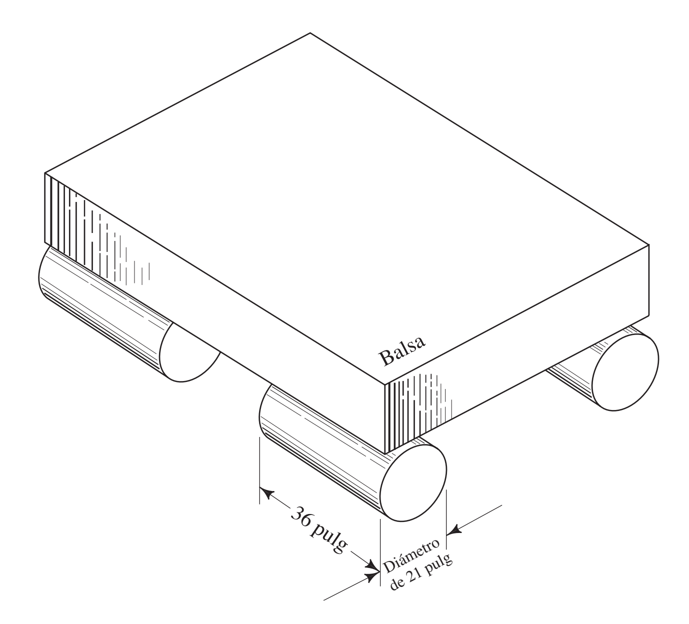
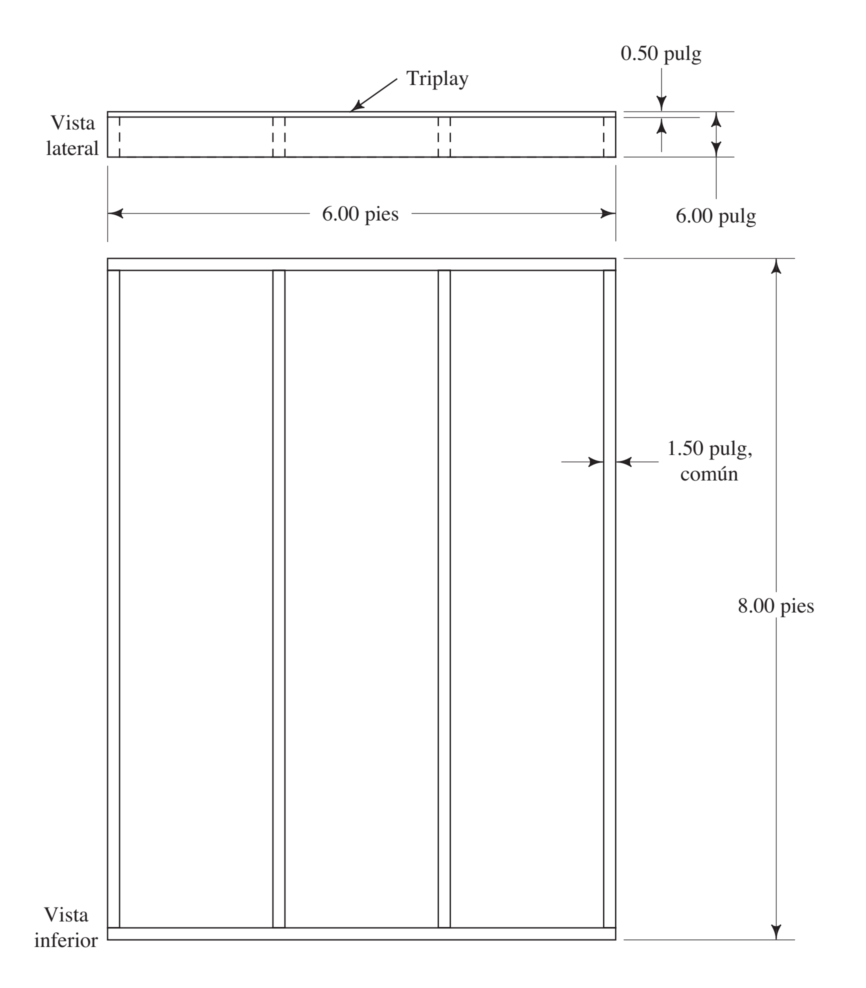


FIGURA 5.27 Problemas 5.31, 5.33 y 5.34.

FIGURA 5.28 Construcción de la balsa para los problemas 5.32 y 5.34.



5.33E Para la balsa que se muestra en la figura 5.27 ¿cuánto de los tambores quedaría sumergido si sólo soportan a la plataforma. Consulte los problemas 5.31 y 5.32 para tener más datos.

5.34E Para la balsa y plataforma mostradas en las figuras 5.27 y 5.28, y descritas en los problemas 5.31 y 5.32 ¿cuál es el peso adicional que sumergiría los tambores y la plataforma? Suponga que no queda aire atrapado en el interior de la plataforma.

5.35E Un flotador, en un puerto del océano, está hecho de hule espuma uniforme con peso específico de 12.00 lb/pie^3. El flotador tiene forma de sólido rectangular de 18.00 pulg de ancho y 48.00 pulg de largo. Con un cable se le ata un bloque de concreto (peso específico = 150 lb/pie^3) que pesa 600 lb cuando está en el aire. La longitud del cable se ajusta de modo que 14.00 pulg de la altura del flotador queden sobre la superficie a lo largo del eje vertical. Calcule la tensión en el cable.

5.36E Describa cómo cambia la situación descrita en el problema 5.35, si el nivel del agua aumenta 18 pulg en la marea alta.

5.37E Un cubo que mide 6.00 pulg por lado está hecho de aluminio con peso específico de 0.100 lb/pulg^3. Si se suspende al cubo por medio de un alambre, de modo que la mitad de su volumen queda en agua y la otra mitad en aceite (sg = 0.85) ¿cuál es la tensión en el alambre?

5.38E La figura 4.55 (capítulo 4) muestra un cilindro sólido asentado en el fondo de un tanque que contiene un volumen estático de fluido. Calcule la fuerza que ejerce el cilindro sobre el fondo del tanque con los datos siguientes: D = 6.00 pulg, L = 10.00 pulg, γ_c = 0.284 lb/pulg^3 (acero), γ_f = 62.4 lb/pie^3, h = 30.00 pulg.

Estabilidad

5.39M *Un bloque cilíndrico de madera mide 1.00 m de diámetro y 1.00 m de largo, con un peso específico de 8.00 kN/m^3. ¿Flotará de manera estable en agua, con su eje en posición vertical?*

5.40E Un contenedor para un faro de emergencia tiene forma rectangular de 30.0 pulg de ancho, 40.0 pulg de largo y 22.0 de alto. Su centro de gravedad está a 10.50 pulg por arriba de su base. El contenedor pesa 250 lb. ¿Tendrá estabilidad la caja con el lado de 30 × 40 pulg paralelo a la superficie, en agua tranquila?

5.41E La plataforma grande que se ilustra en la figura 5.29 lleva equipo y suministro a instalaciones mar adentro. El peso total del sistema es de 450 000 lb, y su centro de gravedad está en la plataforma, a 8.00 pies sobre su base. ¿Tendrá estabilidad la plataforma en agua marina y en la posición que se muestra?

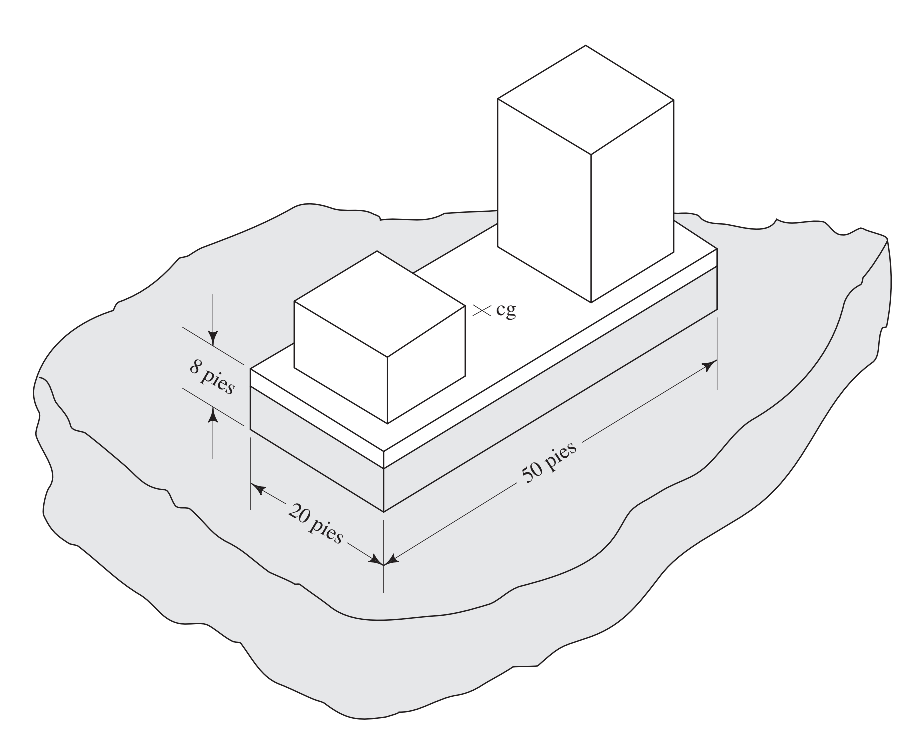
5.42E El flotador cilíndrico descrito en el problema 5.4 ¿Tendrá estabilidad si se coloca en el fluido con su eje en posición vertical?

5.43M *La boya descrita en el problema 5.5 ¿Tendrá estabilidad si se coloca en el agua con su eje en posición vertical?*

5.44M *El flotador descrito en el problema 5.6 ¿Se mantendrá estable si se coloca en aceite con su superficie superior en posición horizontal?*

5.45E Un tambor cerrado, hueco y vacío, tiene un diámetro de 24.0 pulg, longitud de 48.0 pulg y pesa 70.0 lb. ¿Flotará de manera estable si se coloca en posición vertical en el agua?

FIGURA 5.29 Problema 5.41.



5.46E La figura 5.30 muestra una barcaza fluvial utilizada para transportar materiales a granel. Suponga que el centro de gravedad de la barcaza se ubica en su centroide y que ésta flota con 8.00 pies sumergidos. Determine el ancho mínimo que garantizaría su estabilidad en agua marina.

5.47E Repita el problema 5.46, solo que ahora suponga que agregamos carbón triturado a la barcaza, de modo que ésta se sumerge a una profundidad de 16.0 pies y su centro de gravedad se eleva a 13.50 pies del fondo de la embarcación. Determine el ancho mínimo para lograr la estabilidad.

5.48M *Para el recipiente mostrado en la figura 5.26 y descrito en el problema 5.27, suponga que flota apenas con toda la semiesfera sumergida y que su centro de gravedad está a 0.65 m de la parte superior. ¿Tendrá estabilidad en esa posición?*

5.49M *Para el recipiente de hule espuma descrito en el problema 5.28, diga si flotará de manera estable en el agua con su eje vertical.*

5.50M *En relación con el problema 5.29, suponga que colocamos la barra de acero dentro del recipiente con su eje longitudinal en posición vertical. ¿El recipiente flotará de manera estable?*

5.51M *Para el problema 5.30, suponga que la barra de acero se ata a la parte inferior del recipiente con su eje longitudinal en posición horizontal. ¿El recipiente flotará de manera estable?*

5.52M *El cilindro que se aprecia en la figura 5.23 y descrito en el problema 5.22 ¿tendrá estabilidad en la posición mostrada?*

5.53M *El cilindro junto con la placa de latón que se aprecia en la figura 5.25 y descrito en el problema 5.26 ¿tendrá estabilidad en la posición mostrada?*

5.54E El diseño propuesto para un componente de una pared marina consiste en un sólido rectangular que pesa 3840 lb, con dimensiones, en pies, de 8.00 por 4.00 por 2.00. El lado de 8.00 pies ha de ser vertical. ¿Este objeto flotará de manera estable en agua del mar?

5.55E Se diseña una plataforma para que dé apoyo a cierto equipo de prueba de contaminación del agua. Como se aprecia en la figura 5.31, su base tiene, en pulgadas, 36.00 de ancho, 48.00 de largo y 12.00 de alto. Todo el sistema pesa 130 lb, y su centro de gravedad se encuentra a 34.0 pulg por arriba de la superficie superior de la plataforma. ¿El sistema propuesto será estable cuando flote en el agua marina?

5.56E Un bloque de madera cuyo peso específico es de 32 lb/pie^3 mide,en pulgadas, 6 por 6 por 12. Si se coloca en aceite (sg = 0.90) con la superficie de 6 por 12 pulg paralela a la superficie del aceite, ¿tendrá estabilidad?

5.57E Una barcaza mide, en pies, 60 de largo, 20 de ancho y 8 de profundidad. Si está vacía pesa 210 000 lb y su centro de gravedad está a 1.5 pies sobre el fondo. ¿Tendrá estabilidad cuando flota en el agua?

5.58E Si la barcaza del problema 5.57 se carga con 240 000 lb de carbón, cuya densidad promedio es de 45 lb/pie^3 ¿qué tanto de la embarcación quedará por debajo del agua? ¿Tendrá estabilidad en esa posición?

5.59M *Una pieza de corcho tiene un peso específico de 2.36 kN/m^3 y la forma como se muestra en la figura 5.32. (a) ¿A que profundidad se sumergirá en el aguarrás (sg = 0.87) si se coloca en la orientación mostrada? (b) ¿Tendrá estabilidad en esa posición?*

5.60M *La figura 5.20 muestra un cubo que flota en un fluido. (a) Obtenga una expresión para la profundidad de inmersión X que garantizaría que el cubo fuera estable en la posición mostrada. (b) Con la expresión que obtuvo en el inciso anterior, determine la distancia X que se requiere para un cubo de 75 mm de lado.*

5.61M *Una embarcación tiene la sección transversal que se ilustra en la figura 5.33(a). Se puede observar su geometría en la línea de flotación que aparece en la vista superior de la figura 5.33(b). El casco es sólido. ¿Tendrá estabilidad la embarcación?*

5.62E (a) Si el cono que se observa en la figura 5.34 está hecho de madera de pino con peso específico de 30 lb/pie^3. ¿Tendrá estabilidad en la posición que se muestra cuando flote en agua? (b) ¿Tendría estabilidad si estuviera hecho de madera de teca con peso específico de 55 lb/pie^3?

5.63M *Consulte la figura 5.35. El recipiente mostrado va a usarse para un experimento especial donde flotará en un fluido que tiene una gravedad específica de 1.16. Se requiere que la superficie superior del recipiente quede a 0.25 m por encima de la superficie del fluido.*

(a) *¿Cuál debe ser el peso total del recipiente y su contenido?*

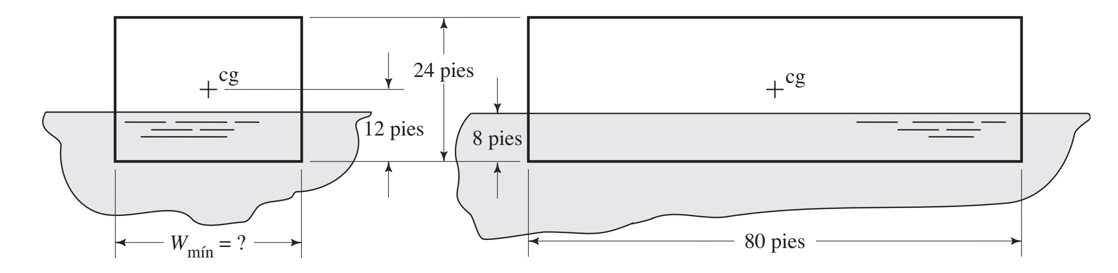
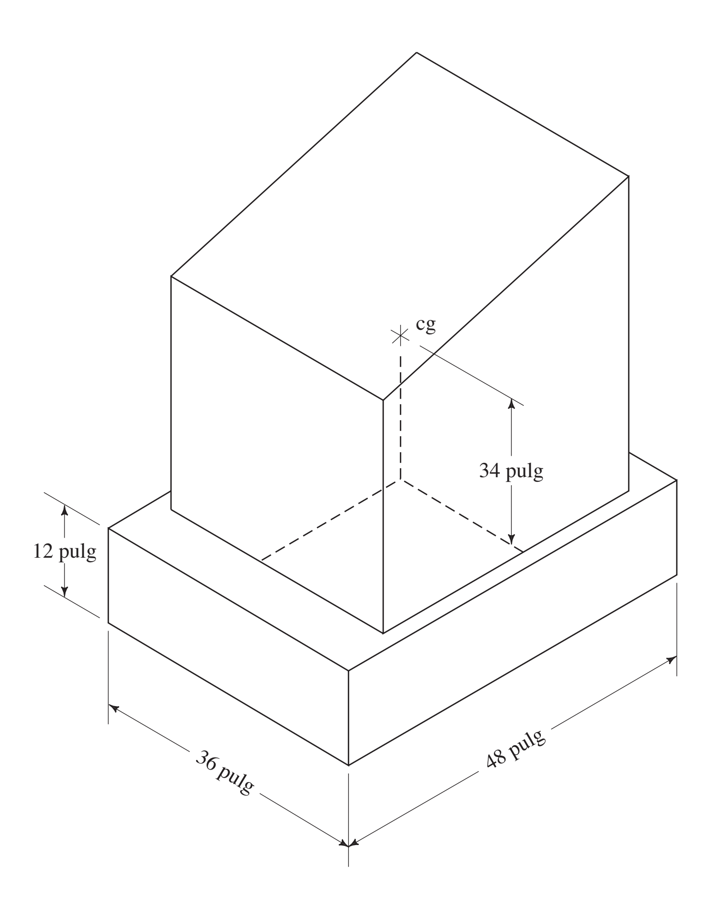


FIGURA 5.30 Problemas 5.46 y 5.47.

FIGURA 5.31 Problema 5.55.



(b) *Si el contenido del recipiente tiene un peso de 5.0 kN, determine el peso específico del material con que está hecho el recipiente.*

(c) *El centro de gravedad del recipiente y su contenido está a 0.40 m por debajo del borde de la parte superior abierta del cilindro. ¿Tendrá estabilidad el recipiente?*

5.64E Un palo de golf está hecho de aluminio cuyo peso específico es de 0.100 lb/pulg^3. En el aire pesa 0.500 lb. ¿Cuál sería su peso aparente si se suspendiera en agua fría?

FIGURA 5.32 Problema 5.59.

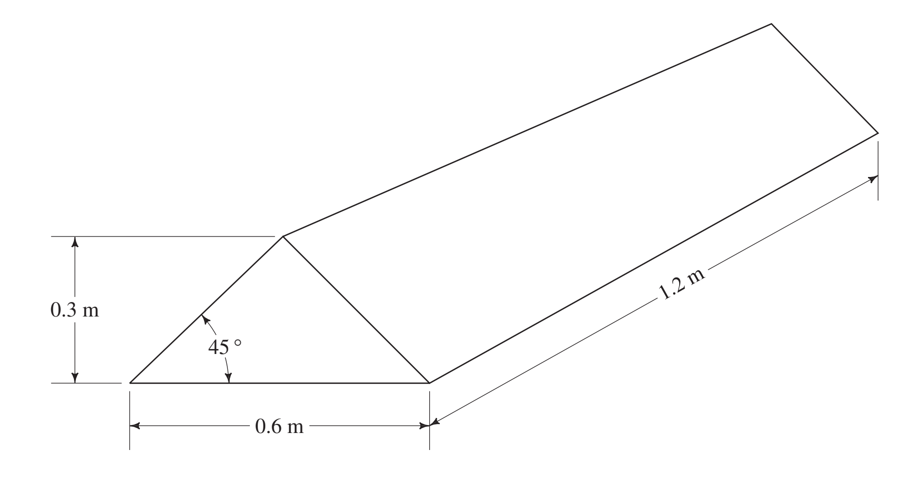
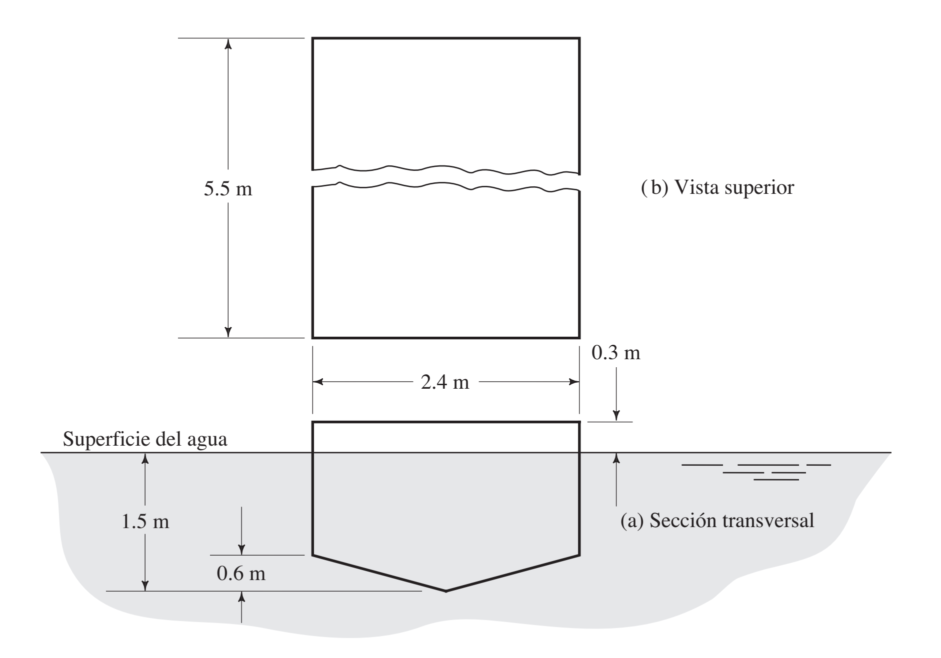


FIGURA 5.33 Problema 5.61.



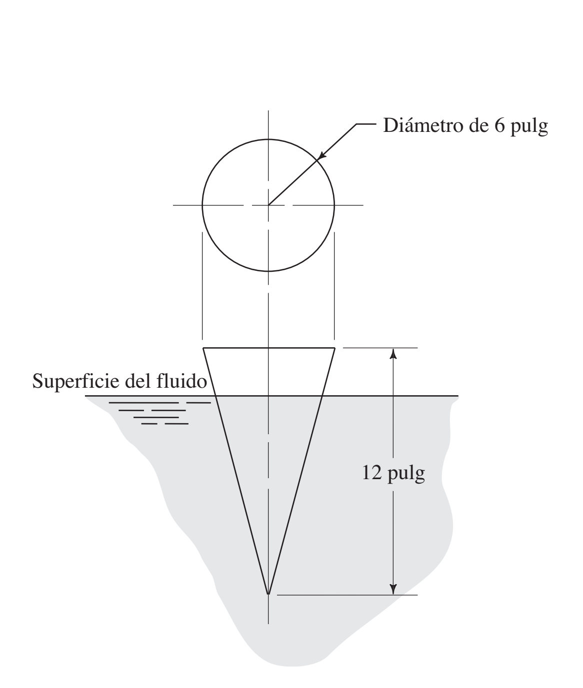


FIGURA 5.34 Problema 5.62.

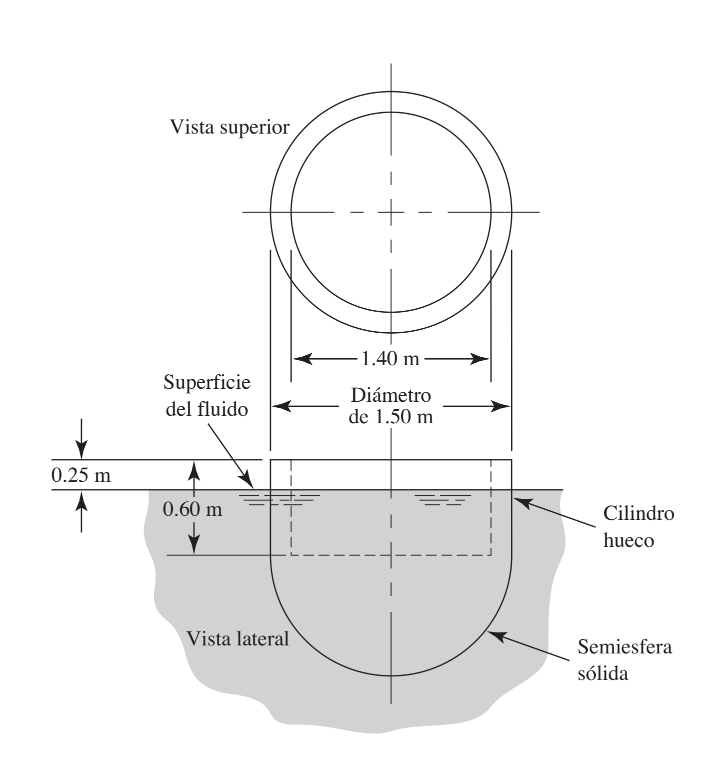


FIGURA 5.35 Problema 5.63.

TAREA DE PROGRAMACIÓN DE COMPUTADORAS

1. Diseñe un programa para evaluar la estabilidad de un cilindro circular colocado en un fluido con su eje en posición vertical. Debe solicitar los datos del diámetro, longitud y peso (o peso específico) del cilindro; la ubicación del centro de gravedad y el peso específico del fluido. Resuelva para la posición del cilindro cuando flote, la ubicación del centro de flotación y el metacentro. Compare la ubicación del metacentro con el centro de gravedad, a fin de evaluar la estabilidad.
2. Para cualquier cilindro de densidad uniforme que flote en cualquier fluido y contenga un volumen especificado, varíe el diámetro desde un valor pequeño a otros más grandes en incrementos escogidos. Después calcule la altura del cilindro para obtener el volumen especificado. Finalmente, evalúe la estabilidad del cilindro si se colocara en el fluido con su eje vertical.
3. Para los resultados que se obtuvo en el ejercicio 2 de esta tarea de programación, calcule la altura metacéntrica (según se describe en la sección 5.7). Trace la gráfica de la altura metacéntrica *versus* el diámetro del cilindro.
4. Diseñe un programa para evaluar la estabilidad de un bloque rectangular colocado en un fluido, con una orientación específica. Debe pedir los datos de longitud, ancho, altura y peso (o peso específico) del bloque; la ubicación del centro de gravedad y el peso específico del fluido. Resuelva para la posición del bloque cuando flote, la ubicación del centro de flotación y el metacentro. El programa debe comparar la ubicación del metacentro con el centro de gravedad, con objeto de evaluar la estabilidad.
5. Diseñe un programa para determinar la estabilidad de un bloque rectangular con longitud y altura dadas conforme el ancho varía. Debe solicitar datos de la longitud, altura y peso (o peso específico), y el peso específico del fluido. Modifique el ancho en incrementos escogidos, desde valores pequeños hasta más grandes, y calcule la extensión de las anchuras donde la altura metacéntrica es positiva, y por tanto el bloque diseñado estable. Construya la gráfica de la altura metacéntrica *versus* el ancho.

6 El flujo de los fluidos y la ecuación de Bernoulli

6.1 Panorama

Mapa de aprendizaje

- Este capítulo da inicio al estudio de la *dinámica de fluidos*, con aquellos fluidos que se mueven a través de conductos o tubos.
- Es común utilizar tres medidas para el flujo de fluidos
- El flujo volumétrico, *Q*, es el volumen de fluido que circula en una sección por unidad de tiempo.
- El flujo en peso, *W*, es el peso del fluido que circula en una sección por unidad de tiempo.
- El flujo másico, *M*, es la masa de fluido que circula en una sección por unidad de tiempo.
- Usted aprenderá a relacionar estos términos uno con otro en puntos distintos de un sistema, por medio del *principio de continuidad*.
- También aprenderá a utilizar la *energía cinética*, la *energía potencial* y el *flujo de energía*, contenidos en el fluido en cualquier punto de interés.
- La *ecuación de Bernoulli,* basada en el principio de conservación de la energía, es la herramienta fundamental para tomar en cuenta los cambios en esos tres tipos de energía en un sistema.
- Los capítulos posteriores agregarán términos adicionales, a fin de permitir el análisis de distintas pérdidas de energía a partir de adiciones al fluido.

Descubrimientos

¿En dónde ha observado fluidos transportados a través de conductos y tubos? Trate de identificar cinco sistemas diferentes y describa cada uno. Mencione lo siguiente:

- El tipo de fluido que circula.
- El propósito del sistema.
- La clase de conducto o tubo que se emplea y el material con que está hecho.
- El tamaño del conducto o tubo y sus eventuales cambios.
- Cualquier cambio en la elevación del fluido.
- Información acerca de la presión en el fluido en cualquier punto.

Como ejemplo, considere el sistema de enfriamiento de un motor de automóvil. El fluido es una mezcla de agua con algún componente anticongelante como el etilenglicol, más otros aditivos para inhibir la corrosión y asegurar una larga duración del fluido y los componentes del sistema. El propósito del sistema es extraer el calor del bloque del motor y llevarlo al radiador del carro, en donde se disipa por medio del flujo de aire que pasa a través de un serpentín aletado. La temperatura del enfriador llega a alcanzar los 125 °C (257 °F) al salir del motor. Para conducir el fluido se utilizan diferentes ductos, inclusive tubos rígidos que conectan el radiador con la bomba del agua y el bloque del motor, los conductos dentro del motor en sí, las mangueras flexibles y los canales angostos del radiador. Los tubos están hechos de acero o cobre y por lo general son pequeños, con diámetro aproximado de 10 mm (0.40 pulg). El fluido viaja del motor al radiador a través de una manguera de caucho grande, con diámetro aproximado de 40 mm (1.6 pulg). La diferencia de elevación entre la parte baja del radiador y la parte alta del motor es de unos 500 mm (20 pulg). El fluido se presuriza a 100 kPa (15 psi) aproximadamente, a través del sistema, a fin de que alcance su punto de ebullición para que pueda transportar una cantidad grande de calor y continuar en fase líquida. La bomba impulsa al fluido y eleva su presión entre la entrada y la salida, y supera las resistencias al flujo.

Analice con sus compañeros estudiantes y el profesor o asesor del curso los sistemas que encontró.

En este capítulo aprenderá a analizar el comportamiento y rendimiento de sistemas de flujo de fluidos, y adquirirá los fundamentos para aprender otros aspectos del flujo de fluidos que estudiará en los capítulos 7 a 13. En ese momento, será capaz de analizar y diseñar sistemas para transportar cierta cantidad de fluido desde el punto fuente hasta el destino deseado, con las especificaciones de los conductos, válvulas, accesorios y una bomba adecuada.

6.2 OBJETIVOS

Al terminar este capítulo podrá:

1. Definir *flujo volumétrico*, *flujo en peso* y *flujo másico,* así como sus respectivas unidades.
2. Definir *flujo estable* y el *principio de continuidad.*
3. Escribir la ecuación de continuidad, y usarla para relacionar el flujo volumétrico, área y velocidad de flujo entre dos puntos de un sistema de flujo de fluido.
4. Describir los cinco tipos de ductos y tubos disponibles comercialmente: tuberías de acero, de hierro dúctil, tubos de acero, de cobre y ductos y tubos de plástico.
5. Especificar el tamaño deseado de las tuberías o tubos para transportar una tasa de flujo de un fluido, a una velocidad específica.
6. Enunciar las velocidades recomendadas del flujo y los flujos volumétricos comunes para varios sistemas.
7. Definir *energía potencial, energía cinética* y *flujo de energía,* en relación con los sistemas de flujo.
8. Aplicar el principio de conservación de la energía para desarrollar la *ecuación de Bernoulli,* y establecer las restricciones para usarla.
9. Definir los términos *carga de presión, carga de elevación, carga de velocidad* y *carga total.*
10. Aplicar la ecuación de Bernoulli a sistemas de flujo de fluido.
11. Definir el *teorema de Torricelli* y aplicarlo para calcular la tasa de flujo de un fluido que salga de un tanque, así como el tiempo que se requiere para vaciar éste.

6.3 LA TASA DE FLUJO DE UN FLUIDO Y LA ECUACIÓN DE CONTINUIDAD

La cantidad de fluido que pasa por un sistema por unidad de tiempo puede expresarse por medio de tres términos distintos:

Q El *flujo volumétrico* es el volumen de fluido que circula en una sección por unidad de tiempo.

W El *flujo en peso* es el peso del fluido que circula en una sección por unidad de tiempo.

M El *flujo másico* es la masa de fluido que circula en una sección por unidad de tiempo.

El flujo volumétrico Q es el más importante de los tres, y se calcula con la siguiente ecuación:

FLUJO VOLUMÉTRICO

$$Q = Av \tag{6–1}$$

donde A es el área de la sección y v es la velocidad promedio del flujo. Al consultar el SI, obtenemos las unidades de Q del modo siguiente:

$$Q = Av = \text{m}^2 \times \text{m/s} = \text{m}^3/\text{s}$$

TABLA 6.1 Flujos.

Símbolo	Nombre	Definición	Unidades del SI	Unidades del Sistema de E.U.
Q	Flujo volumétrico	$Q = Av$	m^3/s	pie^3/s
W	Flujo en peso	$W = \gamma Q$ $W = \gamma Av$	N/s	lb/s
M	Flujo másico	$M = pQ$ $M = pAv$	kg/s	slugs/s

El flujo en peso se relaciona con Q por medio de la ecuación

FLUJO EN PESO

$$W = \gamma Q \tag{6–2}$$

donde γ es el peso específico del fluido. Entonces, las unidades de W son

$$W = \gamma Q = \text{N/m}^3 \times \text{m}^3\text{/s} = \text{N/s}$$

El flujo másico M se relaciona con Q por medio de la ecuación

FLUJO MÁSICO

$$M = \rho Q \tag{6–3}$$

donde ρ es la densidad del fluido. Así, las unidades de M son

$$M = \rho Q = \text{kg/m}^3 \times \text{m}^3\text{/s} = \text{kg/s}$$

En la tabla 6.1 resumimos estos tres tipos de flujo de fluidos y presentamos las unidades estándar en el SI y en el Sistema Tradicional de Estados Unidos. Debido a que los metros cúbicos por segundo y los pies cúbicos por segundo son flujos enormes, es frecuente que se manejen otras unidades como litros por minuto (L/min), m^3/h y galones por minuto (gal/min o gpm; en este libro manejaremos gal/min). Veamos algunos factores de conversión útiles:

FACTORES DE CONVERSIÓN PARA FLUJO VOLUMÉTRICO

$$1.0 \text{ L/min} = 0.06 \text{ m}^3\text{/h}$$
$$1.0 \text{ m}^3\text{/s} = 60\,000 \text{ L/min}$$
$$1.0 \text{ gal/min} = 3.785 \text{ L/min}$$
$$1.0 \text{ gal/min} = 0.2271 \text{ m}^3\text{/h}$$
$$1.0 \text{ pie}^3\text{/s} = 449 \text{ gal/min}$$

En la tabla 6.2 listamos las tasas comunes de flujo volumétrico para distintas clases de sistema.

TABLA 6.2 Flujos volumétricos comunes.

Flujo volumétrico m^3/h	Flujo volumétrico (L/min)		Flujo volum. (gal/min)
0.9–7.5	15–125	Bombas recíprocas que manejan fluidos pesados y compuestos acuosos de lodo	4–33
0.60–6.0	10–100	Sistemas hidráulicos de aceites industriales	3–30
6.0–36	100–600	Sistemas hidráulicos para equipos móviles	30–150
2.4–270	40–4500	Bombas centrífugas en procesos químicos	10–1200
12–240	200–4000	Bombas para control de flujos y drenaje	50–1000
2.4–900	40–15 000	Bombas centrífugas para manejar desechos de minería	10–4000
108–570	1800–9500	Bombas centrífugas de sistemas contra incendios	500–2500

□ **PROBLEMA MODELO 6.1** Convierta un flujo volumétrico de 30 gal/min a pies^3/s.

Solución El flujo volumétrico es

$$Q = 30\ \text{gal/min}\left(\frac{1.0\ \text{pie}^3/\text{s}}{449\ \text{gal/min}}\right) = 6.68 \times 10^{-2}\ \text{pies}^3/\text{s}$$

□ **PROBLEMA MODELO 6.2** Convierta un flujo volumétrico de 600 L/min a m^3/s.

Solución

$$Q = 600\ \text{L/min}\left(\frac{1.0\ \text{m}^3/\text{s}}{60\,000\ \text{L/min}}\right) = 0.010\ \text{m}^3/\text{s}$$

□ **PROBLEMA MODELO 6.3** Convierta un flujo volumétrico de 30 gal/min a L/min.

Solución

$$Q = 30\ \text{gal/min}\left(\frac{3.785\ \text{L/min}}{1.0\ \text{gal/min}}\right) = 113.6\ \text{L/min}$$

■

El método de cálculo de la velocidad de flujo en un sistema de ductos cerrados depende del *principio de continuidad*. Considere el conducto de la figura 6.1. Un fluido circula con un flujo volumétrico constante de la sección 1 a la sección 2. Es decir, la cantidad de fluido que circula a través de cualquier sección en cierta cantidad de tiempo es constante. Esto se conoce como *flujo estable.* Por ello, si entre las secciones 1 y 2 no se agrega fluido ni se almacena o retira, entonces la masa de fluido que circula por la sección 2 en cierta cantidad de tiempo debe ser similar a la que circula por la sección 1. Esto se expresa en términos del flujo másico así:

$$M_1 = M_2$$

o bien, debido a que $M = \rho A v$, tenemos:

ECUACIÓN DE CONTINUIDAD PARA CUALQUIER FLUIDO

$$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2 \qquad (6\text{–}4)$$

La ecuación (6-4) es el enunciado matemático del principio de continuidad y se le denomina *ecuación de continuidad.* Se utiliza para relacionar la densidad de fluido,

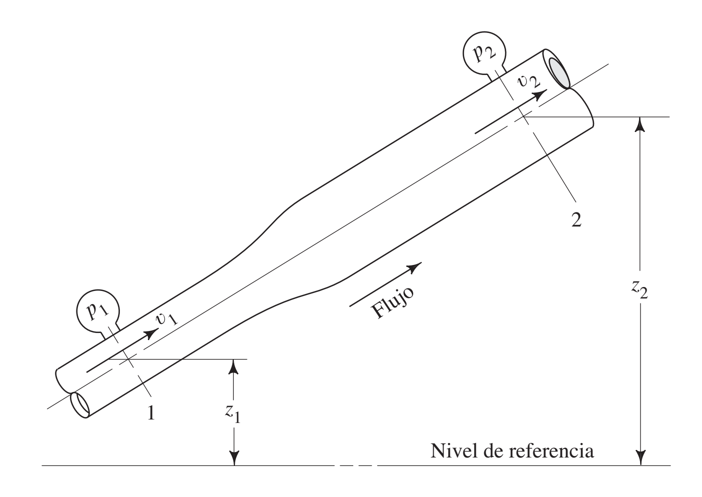


FIGURA 6.1 Porción de un sistema de distribución de fluido en el que hay variaciones de velocidad, presión y elevación.

el área de flujo y la velocidad de éste en dos secciones del sistema donde existe flujo estable. Es válido para todos los fluidos, ya sean gases o líquidos.

Si el fluido en el tubo de la figura 6.1 es un líquido incompresible, entonces los términos ρ_1 y ρ_2 de la ecuación (6-4) son iguales. Así, la ecuación se convierte en

ECUACIÓN DE CONTINUIDAD PARA LÍQUIDOS

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \qquad (6\text{–}5)$$

o bien, debido a que $Q = Av$, tenemos

$$Q_1 = Q_2$$

La ecuación (6-5) es de continuidad tal como se aplica a los líquidos; enuncia que para un flujo estable el flujo volumétrico es el mismo en cualquier sección. También se emplea para gases a velocidad baja, es decir a menos de 100 m/s, con mínimo margen de error.

☐ **PROBLEMA MODELO 6.4**

En la figura 6.1, los diámetros interiores del conducto en las secciones 1 y 2 son de 50 mm y 100 mm, respectivamente. En la sección 1 fluye agua a 70 °C con velocidad promedio de 8 m/s. Calcule lo siguiente:

(a) Velocidad en la sección 2.
(b) Flujo volumétrico.
(c) Flujo en peso.
(d) Flujo másico.

Solución

(a) Velocidad en la sección 2.

De la ecuación (6-5) tenemos

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

$$v_2 = v_1\left(\frac{A_1}{A_2}\right)$$

$$A_1 = \frac{\pi D_1^2}{4} = \frac{\pi (50\text{ mm})^2}{4} = 1963\text{ mm}^2$$

$$A_2 = \frac{\pi D_2^2}{4} = \frac{\pi (100\text{ mm})^2}{4} = 7854\text{ mm}^2$$

Entonces, la velocidad en la sección 2 es

$$v_2 = v_1\left(\frac{A_1}{A_2}\right) = \frac{8.0\text{ m}}{\text{s}} \times \frac{1963\text{ mm}^2}{7854\text{ mm}^2} = 2.0\text{ m/s}$$

Observe que con el flujo estable de un líquido, conforme aumenta el área donde fluye, la velocidad se reduce. Esto es independiente de la presión y la elevación.

(b) Flujo volumétrico Q.

De la tabla 6.1, $Q = Av$. Debido al principio de continuidad, podrían manejarse las condiciones de la sección 1, o de la sección 2 para calcular Q. En la sección 1 tenemos

$$Q = A_1 v_1 = 1963\text{ mm}^2 \times \frac{8.0\text{ m}}{\text{s}} \times \frac{1\text{ m}^2}{(10^3\text{ mm})^2} = 0.0157\text{ m}^3\text{/s}$$

(c) Flujo en peso W.

De la tabla 6.1, $W = \gamma Q$. A 70 °C, el peso específico del agua es 9.59 kN/m^3.

Entonces, el flujo en peso es

$$W = \gamma Q = \frac{9.59\text{ kN}}{\text{m}^3} \times \frac{0.0157\text{ m}^3}{\text{s}} = 0.151\text{ kN/s}$$

(d) Flujo másico M.
De la tabla 6.1, $M = \rho Q$. A 70 °C, la densidad del agua es 978 kg/m^3. Entonces, el flujo másico es

$$M = \rho Q = \frac{978\text{ kg}}{\text{m}^3} \times \frac{0.0157\text{ m}^3}{\text{s}} = 15.36\text{ kg/s}$$

☐ **PROBLEMA MODELO 6.5** En una sección de un sistema de distribución de aire acondicionado, el aire a 14.7 psia y 100 °F tiene una velocidad promedio de 1200 pies/min, y el ducto tiene 12 pulg cuadradas. En otra sección, el ducto es redondo y tiene un diámetro de 18 pulg, y el aire tiene una velocidad de 900 pies/min. Calcule (a) la densidad del aire en la sección redonda, y (b) el flujo en peso del aire en libras por hora. A 14.7 psia y 100 °F, la densidad del aire es de 2.20×10^{-3} y su peso específico 7.09×10^{-2} lb/pie^3.

Solución De acuerdo con la ecuación (6-4) de continuidad para los gases, tenemos

$$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2$$

Así, hay que calcular el área de las dos secciones y despejar para ρ_2:

$$\rho_2 = \rho_1 \left(\frac{A_1}{A_2}\right)\left(\frac{v_1}{v_2}\right)$$

$$A_1 = (12\text{ pulg})(12\text{ pulg}) = 144\text{ pulg}^2$$

$$A_2 = \frac{\pi D_2^2}{4} = \frac{\pi(18\text{ pulg})^2}{4} = 254\text{ pulg}^2$$

(a) Así, la densidad del aire en la sección redonda es

$$\rho_2 = (2.20 \times 10^{-3}\text{ slugs/pie}^3)\left(\frac{144\text{ pulg}^2}{254\text{ pulg}^2}\right)\left(\frac{1200\text{ pies/min}}{900\text{ pies/min}}\right)$$

$$\rho_2 = 1.66 \times 10^{-3}\text{ slugs/pie}^3$$

(b) El flujo en peso se calcula con $W = \gamma_1 A_1 v_1$, de la sección 1. Con esto, el flujo en peso es

$$W = \gamma_1 A_1 v_1$$

$$W = (7.09 \times 10^{-2}\text{ lb/pie}^3)(144\text{ pulg}^2)\left(\frac{1200\text{ pies}}{\text{min}}\right)\left(\frac{1\text{ pie}^2}{144\text{ pulg}^2}\right)\left(\frac{60\text{ min}}{\text{h}}\right)$$

$$W = 5100\text{ lb/h}$$

■

6.4 TUBERÍAS Y TUBOS DISPONIBLES COMERCIALMENTE

En esta sección describiremos varios tipos estándar de ductos y tubos utilizados con frecuencia. En los apéndices proporcionamos los datos de diámetros exteriores e interiores, espesor de la pared y área de flujo, para algunos de ellos. En los tamaños nominales de los ductos existentes comercialmente se menciona la pulgada como unidad, aunque la tendencia internacional es hacer la transición al SI. Debido a que el tamaño nominal sólo se emplea para indicar cierto ducto o tubo, en este libro manejaremos el tamaño estándar convencional. Los diámetros exteriores e interiores reales de los ductos y tubería existentes comercialmente pueden ser muy diferentes de los nominales mencionados. En los apéndices F a I, verá que los diámetros exteriores e interiores y el espesor de la pared están dados en milímetros (mm). El área de flujo se proporciona en metros cuadrados (m^2), a fin de que los cálculos de las unidades sean consistentes. También proporcionamos los datos en el Sistema Tradicional de Estados Unidos. Es conveniente utilizar el diámetro interior en pies, y el área de flujo en pies^2.

Es responsabilidad del diseñador especificar los ductos y tubería para una aplicación en particular, ya que esto tiene una influencia significativa en el costo, duración, seguridad y rendimiento del sistema. Para muchas aplicaciones, es necesario observar los códigos y estándares establecidos por instituciones u organizaciones gubernamentales como:

American Water Works Association (AWWA)

American Fire Sprinkler Association (AFSA)

National Fire Protection Association (NFPA)

*ASTM International (ASTM) [*nació como *American Society for Testing and Materials]*

*NSF International (NSF) [*nació como *National Sanitation Foundation]*

International Association of Plumbing and Mechanical Officials (IAPMO)

International Organization for Standardization (ISO)

6.4.1 Tuberías de acero

Es frecuente construir con tuberías de acero las líneas de propósito general. Los tamaños estándar de tuberías se denominan por medio de su tamaño nominal y número de cédula. Los números de cédula están relacionados con la presión permisible de operación y el esfuerzo permisible del acero en la tubería. El rango de números de cédula va de 10 a 160, y los más altos indican un espesor mayor de pared. Debido a que todas las cédulas de tuberías de un tamaño nominal dado tienen el mismo diámetro exterior, las más grandes tienen un diámetro interior más pequeño. Al sistema de números de cédula también se le conoce como *Iron Pipe Sizes* (IPS). Las series más completas de tuberías de acero disponibles son las cédulas 40 y 80. En el apéndice F presentamos datos para estas dos cédulas, en unidades del SI y del Sistema Tradicional de Estados Unidos. Para conocer un método de cálculo del espesor mínimo aceptable de la pared de ductos consulte *ANSI/ASME Standard B31.1-1998: Power Piping*. (Vea la referencia 1.)

Tamaños nominales de tuberías en unidades métricas

Debido a la larga experiencia en la fabricación de tuberías estándar de acuerdo con los números de cédula estándar, es frecuente que se sigan usando aun cuando las especificaciones del sistema de tuberías estén en unidades métricas. Para tales casos, la International Standards Organization (ISO) estableció el siguiente conjunto de equivalencias. El símbolo DN denota el diámetro nominal (*diametre nominel*) en mm.

Tamaño estándar tradicional (pulg)	Tamaño métrico *DN* (mm)	Tamaño estándar tradicional (pulg)	Tamaño métrico *DN* (mm)	Tamaño estándar tradicional (pulg)	Tamaño métrico *DN* (mm)
1/8	6	6	150	30	750
1/4	8	8	200	32	800
3/8	10	10	250	36	900
1/2	15	12	300	40	1000
3/4	20	14	350	42	1100
1	25	16	400	48	1200
1 1/4	32	18	450	54	1400
1 1/2	40	20	500	60	1500
2	50	22	550	64	1600
2 1/2	65	24	600	72	1800
3	80	26	650	80	2000
4	100	28	700	88	2200

Igual que en el sistema tradicional con pulgadas, los tamaños métricos *DN* sólo indican los nombres de los tamaños de tubería. Para calcular las áreas de flujo hay que manejar tablas de datos donde obtenemos las dimensiones reales de los diámetros interior y exterior, y el espesor de pared. Por ejemplo, una tubería de acero cédula 40 de 50 mm tiene las mismas dimensiones que una tubería de acero cédula 40 de 2 pulgadas.

6.4.2 Tubos de acero

Se utiliza tubos estándar de acero en sistemas de fluidos de potencia, condensadores, intercambiadores de calor, sistemas de combustible de motores y sistemas industriales de procesamiento de fluidos. A los tamaños se les denota por medio del diámetro exterior y el espesor de pared. En el apéndice G presentamos los tamaños estándar tabulados para varias medidas de espesores de pared, desde $\frac{1}{8}$ de pulgada a 2 pulgadas. Además, incluimos otros espesores de pared.

6.4.3 Tubos de cobre

Presentamos seis tipos de tubos de cobre, y la selección de alguno depende de la aplicación, de consideraciones ambientales, presión del fluido y las propiedades de éste. (Consulte el sitio 3 de Internet para ver detalles de todos los tipos.) Veamos una descripción breve de los usos más comunes:

1. Tipo K: se emplea para el servicio con agua, combustibles, gas natural y aire comprimido.
2. Tipo L: similar al tipo K, pero con un espesor de pared menor.
3. Tipo M: similar a los tipos K y L, pero con espesor de pared más pequeño; es preferible para la mayoría de servicios hidráulicos y aplicaciones de calor a presiones moderadas.
4. Tipo DWV: se utiliza en drenaje, desechos y ventilación en sistemas de plomería.
5. Tipo ACR: acondicionamiento de aire, refrigeración, gas natural, gas licuado de petróleo (LP) y aire comprimido.
6. Tipo OXY/MED: se emplea para la distribución de oxígeno o gases medicinales, aire comprimido en la medicina y aplicaciones de vacío. Hay disponibles tamaños similares a los tipos K y L, pero con procesamiento especial para tener una limpieza mayor.

El tubo de cobre disponible es suave, recocido o estirado en frío. Este último tipo es más rígido y fuerte, conserva su forma recta y soporta presiones mayores. La tubería recocida es más fácil para serpentines y adopta otras formas especiales. Los tamaños nominales o estándar de los tipos K, L, M y DWV son de $\frac{1}{8}$ de pulgada menos que el diámetro exterior real. Los espesores de pared son diferentes para cada tipo, de modo que varían el diámetro interior y las áreas de flujo. Suele conocerse a este sistema de dimensiones como *Tamaños de tubo de cobre* (CTS, por sus siglas en inglés). El tamaño nominal para la tubería tipo ACR es igual al diámetro exterior. En el apéndice H presentamos datos para las dimensiones de los tubos tipo K, con diámetros interiores y exteriores, espesor de pared y área de flujo, en unidades del SI y del Sistema Tradicional de Estados Unidos.

6.4.4 Tubos de hierro dúctil

Es frecuente que las líneas para agua, gas y drenaje estén hechas de tubo de fierro dúctil, debido a la relativa resistencia, ductilidad y facilidad de manejo de este material. En muchas aplicaciones ha remplazado al hierro fundido. Junto con los tubos se suministra accesorios estándar para hacer una instalación conveniente en la superficie o en el subsuelo. Se dispone de varias clases de tubería de hierro dúctil para uso en sistemas con un rango de presiones. En el apéndice I listamos las dimensiones de la tubería Clase 150 para servicio a 150 psi (1.03 MPa) en tamaños nominales de 3 a 24 pulgadas. Los diámetros reales interior y exterior son más grandes que los tamaños nominales. (En el sitio 4 de Internet puede encontrar datos para todos los tamaños y clases.)

6.4.5 Tuberías y tubos de plástico

Utilizamos tuberías y tubos de plástico en una variedad amplia de aplicaciones donde tienen ventajas por su peso ligero, facilidad de instalación, resistencia a la corrosión y a los productos químicos, y características de flujo muy buenas. Como ejemplos tenemos la distribución de agua y gas, drenaje y aguas residuales, producción de petróleo

y gas, irrigación, minería, y muchas aplicaciones industriales. También utilizamos variedades de plástico como polietileno (PE), polietileno trenzado (PEX), poliamida (PA), polipropileno (PP), cloruro de polivinilo (PVC), cloruro de polivinilo clorado (CPVC), polivinilo fluorado (PVDF), vinilo y nylon. (Consulte los sitios 6 a 9 de Internet.)

Debido a que ciertas tuberías y tubos se encuentran en los mismos mercados que los metales, donde ha sido común la existencia de estándares de tamaño especial, muchos productos de plástico se adecuan a los estándares que ya hay para Tamaños de Tubería de Hierro (IPS), Tamaños de Tubería de Hierro Dúctil (DIPS) o Tamaños de Tubería de Cobre (CTS). Deben confirmarse los datos específicos del fabricante para los diámetros exterior (OD), interior (ID), espesor de pared y área de flujo.

Otros sistemas de tubos de plástico utilizan la Relación de Dimensión Interior Estándar (SIDR) o Relación de Dimensión Estándar (SDR). El sistema SIDR se basa en la razón del diámetro interior promedio especificado al espesor de pared mínimo especificado (ID/t). Se utiliza donde el diámetro interior es crucial para la aplicación. El ID permanece constante y los cambios del OD con el espesor de pared se adecuan a presiones diferentes y a consideraciones estructurales y de manejo. La SDR se basa en la relación del diámetro exterior promedio especificado al espesor de pared mínimo especificado (OD/t). El OD permanece constante y varían el ID y el espesor de pared. El sistema SDR es útil debido a que la calificación de la presión del tubo se relaciona de manera directa con esta relación. Por ejemplo, para las tuberías de plástico con régimen de esfuerzo de diseño hidrostático de 1250 psi (11 MPa), los regímenes de presión para distintos grados SDR son los siguientes:

SDR	Régimen de presión
26	50 psi (345 kPa)
21	62 psi (427 kPa)
17	80 psi (552 kPa)
13.5	100 psi (690 kPa)

Estos regímenes de presión son para el agua a 73 °F (23 °C). En general, las tuberías y tubos de plástico se especifican hasta 250 psi (1380 kPa). (Consulte el sitio 6 de Internet.)

6.4.6 Manguera hidráulica

En los sistemas de fluidos de potencia y en otras aplicaciones industriales, donde las líneas de flujo deben prestar servicio cambiante, se usan con frecuencia las mangueras flexibles reforzadas. Los materiales con que están hechas incluyen butil caucho, caucho sintético, caucho de silicón, elastómeros termoplásticos y nylon. El refuerzo trenzado está constituido de alambre de acero, kevlar, poliéster y tela. Las aplicaciones industriales incluyen vapor, aire comprimido, transferencia de químicos, enfriadores, calentadores, transferencia de combustible, lubricantes, refrigerantes, almacenamiento de papel, fluidos de potencia para dirección, propano, agua, alimentos y bebidas. El Estándar Internacional SAE J517, *Hydraulic Hose*, define varios tipos y tamaños estándar de acuerdo con su calificación de presión y capacidad de flujo. Los tamaños incluyen diámetros interiores de 3/16, $^1/_4$, 5/16, 3/8, $^1/_2$, 5/8, $^3/_4$, 1, $1^1/_4$, $1^1/_2$, 2, $2^1/_2$, 3, $3^1/_2$ y 4 pulg. Las calificaciones de presión varían de 35 psig a más de 10 000 psig (240 kPa a 69 MPa) con objeto de cubrir tanto las aplicaciones de fluidos de potencia de alta presión y elevadores hidráulicos, como la toma de baja presión y líneas de retorno y aplicaciones de transferencia de fluidos de baja presión. (Consulte los sitios 11 y 12 de Internet.)

6.5 VELOCIDAD DE FLUJO RECOMENDABLE EN TUBERÍAS Y DUCTOS

Son muchos los factores que influyen para lograr una velocidad de flujo satisfactoria en los sistemas de fluido. Los más importantes son el tipo de fluido, la longitud del sistema de flujo, el tipo de tubería o tubo, la caída de presión que puede tolerarse, los dispositivos (bombas, válvulas y otros más) que han de conectarse a la tubería o tubo, temperatura, presión y ruido.

Al estudiar la ecuación de continuidad, en la sección 6.3, aprendimos que la velocidad de flujo se incrementa conforme disminuye el área en la trayectoria del flujo. Por tanto, los tubos más pequeños generarán velocidades elevadas, y los tubos más grandes proveerán velocidades bajas. Más adelante se explicará que las pérdidas de energía y la caída de presión correspondiente aumentan en forma espectacular conforme se incrementa la velocidad del flujo. Por esta razón, es deseable mantener bajas las velocidades. Sin embargo, debido a que los ductos y tubos más grandes son más caros, es necesario establecer algunos límites.

La figura 6.2 proporciona una guía muy general para especificar el tamaño de las tuberías, como función del flujo volumétrico para sistemas comunes de distribución de fluidos por medio de bombas. Tomamos los datos de un análisis del flujo volumétrico especificado para muchas bombas centrífugas disponibles comercialmente, cerca de su punto de eficiencia mayor, y teniendo en cuenta el tamaño de las conexiones de toma y descarga. En general, en las líneas de succión que abastecen una bomba se mantiene baja la velocidad, con objeto de garantizar un llenado apropiado de los pasajes en la entrada de la succión. La velocidad baja también ayuda a limitar las pérdidas de energía en la línea de succión, lo que mantiene relativamente elevada la presión en la entrada de la bomba, y permite que ingrese líquido puro a ésta. Las presiones bajas pueden provocar un daño conocido como *cavitación*, que origina ruido excesivo, rendimiento muy degradado y erosión acelerada de la bomba y las superficies impulsoras. En el capítulo 13 estudiamos más a fondo la cavitación.

Observe que si especificamos un tamaño mayor o menor del que indican las rectas de la figura 6.2, no se afectará demasiado el rendimiento del sistema. En general, debe preferirse el tamaño más grande de tuberías para lograr una velocidad baja, a menos que haya dificultades de espacio, costo o compatibilidad con una conexión dada de la bomba.

Las velocidades de flujo que resultan de los tamaños recomendables en la figura 6.2, por lo general son más pequeñas para tuberías chicas que para grandes, como lo muestran los datos siguientes:

Flujo volumétrico		**Línea de succión**			**Línea de descarga**		
		Tamaño de	**Velocidad**		**Tamaño de**	**Velocidad**	
gal/min	**m³/h**	**tub. (pulg)**	**pie/s**	**m/s**	**tub. (pulg)**	**pie/s**	**m/s**
10	2.3	1	3.7	1.1	¾	6.0	1.8
100	22.7	2½	6.7	2.0	2	9.6	2.9
500	114	5	8.0	2.4	3½	16.2	4.9
2000	454	8	12.8	3.9	6	22.2	6.8

El ingeniero que proyecta el sistema tiene la responsabilidad de especificar los tamaños finales del ducto para lograr un rendimiento razonablemente bueno, al tomar en cuenta las pérdidas de energía, las presiones en puntos críticos del sistema, la energía requerida en la bomba y el costo del ciclo de vida.

En la figura 6.2 proporcionamos datos del flujo volumétrico en gal/min, para el Sistema Tradicional de Estados unidos, y en m^3/h para el SI, porque la mayoría de fabricantes califican sus bombas en dichas unidades. Antes de utilizar los flujos volumétricos en los cálculos del libro, debe hacerse la conversión a las unidades estándar de $pies^3/s$ y m^3/s.

Velocidades de flujo recomendables para sistemas especializados

Los datos de la figura 6.2 por lo general se aplican a sistemas generales de distribución de fluidos. Le aconsejamos que busque otras fuentes de información sobre las prácticas industriales en los campos específicos donde diseñe sistemas de flujo.

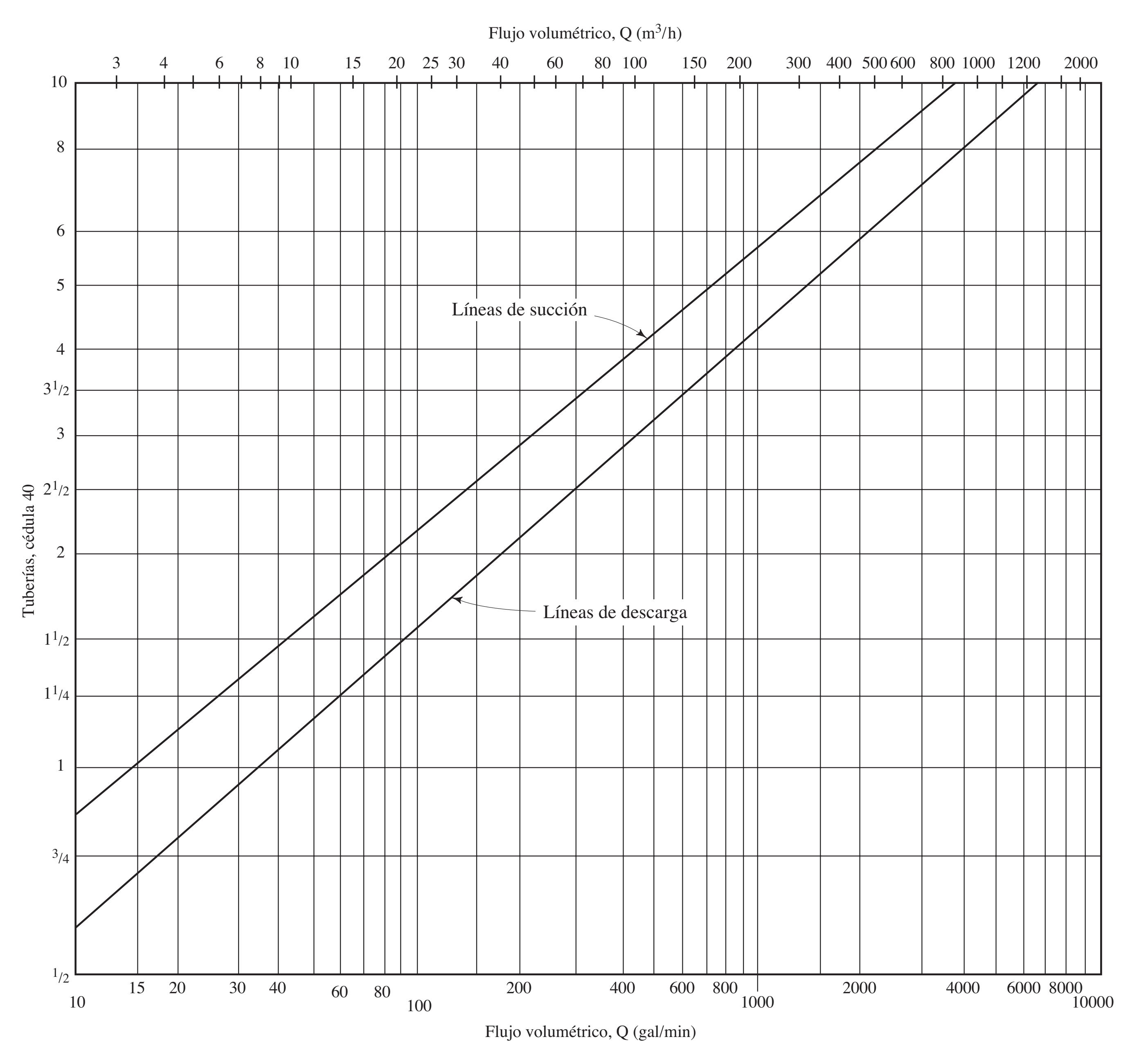


FIGURA 6.2 Ayuda para seleccionar el tamaño de tuberías.

Por ejemplo, las velocidades de flujo recomendables para sistemas de fluidos de potencia son las siguientes (Consulte el sitio 11 de Internet):

	Rango recomendado de velocidad	
Tipo de servicio	**pie/s**	**m/s**
Líneas de succión	2–4	0.6–1.2
Líneas de retorno	4–13	1.5–4
Líneas de descarga	7–18	2–5.5

La línea de succión lleva el fluido hidráulico del depósito a la toma de la bomba. La línea de descarga conduce el fluido a alta presión, de la salida de la bomba a componentes de trabajo como los actuadores o los motores de fluido. La línea de retorno transporta de regreso al depósito el fluido de los actuadores, válvulas de alivio de presión o motores de fluido.

El manual del U.S. Army Corps of Engineers, que lleva por título *Liquid Process Piping*, recomienda en las aplicaciones normales de abastecimiento de líquidos, que la velocidad del flujo esté en el rango de 1.2 m/s a 3.0 m/s (de 4 pies/s a 10 pies/s). Algunas aplicaciones específicas tal vez permitan velocidades mayores. (Consulte la referencia 5.)

☐ **PROBLEMA MODELO 6.6** Determine el flujo volumétrico máximo, en L/min, que puede transportarse a través de un tubo de acero estándar con diámetro exterior de $1\frac{1}{4}$ pulg y espesor de pared de 0.065 pulg, si la velocidad máxima es de 3.0 m/s.

Solución De acuerdo con la definición de flujo volumétrico, tenemos

$$Q = Av$$
$$A = 6.356 \times 10^{-4}\ \text{m}^2 \quad \text{(del apéndice G)}$$

Después, encontramos el flujo volumétrico

$$Q = (6.356 \times 10^{-4}\ \text{m}^2)(3.0\ \text{m/s}) = 1.907 \times 10^{-3}\ \text{m}^3\text{/s}$$

Al convertir L/min, tenemos

$$Q = 1.907 \times 10^{-3}\ \text{m}^3\text{/s}\left(\frac{60\,000\ \text{L/min}}{1.0\ \text{m}^3\text{/s}}\right) = 114\ \text{L/min}$$

☐ **PROBLEMA MODELO 6.7** Calcule el tamaño requerido de tubería de acero estándar cédula 40, para que transporte 192 m^3/h de agua con una velocidad máxima de 6.0 m/s.

Solución Debido a que conocemos Q y v, encontramos el área requerida por medio de

$$Q = Av$$
$$A = Q/v$$

En primer lugar, debemos convertir el flujo volumétrico en unidades de m^3/s:

$$Q = 192\ \text{m}^3\text{/h}(1\ \text{h}/3600\ \text{s}) = 0.0533\ \text{m}^3\text{/s}$$

Entonces, tenemos

$$A = \frac{Q}{v} = \frac{0.0533\ \text{m}^3\text{/s}}{6.0\ \text{m/s}} = 0.008\,88\ \text{m}^2 = 8.88 \times 10^{-3}\ \text{m}^2$$

Ésta debe interpretarse como el área *mínima* permisible, debido a que cualquier otra más pequeña produciría una velocidad mayor que 6.0 m/s. Por tanto, debemos buscar en el apéndice F un tubo estándar con área de flujo apenas mayor que 8.88×10^{-3} m^2. Necesitamos un tubo de acero estándar de 5 pulg, cédula 40, con área de flujo de 1.291×10^{-2} m^2. La velocidad de flujo real cuando esta tubería conduce 0.0533 m^3/s es

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{0.0533 \text{ m}^3/\text{s}}{1.291 \times 10^{-2} \text{ m}^2} = 4.13 \text{ m/s}$$

Si escogiéramos el tubo más pequeño que sigue en la lista (uno de 4 pulg, cédula 40), la velocidad sería

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{0.0533 \text{ m}^3/\text{s}}{8.213 \times 10^{-3} \text{ m}^2} = 6.49 \text{ m/s} \quad \text{(demasiado alta)}$$

☐ **PROBLEMA MODELO 6.8**

Diseñamos un sistema de distribución de fluido por bombeo para que conduzca 400 gal/min de agua, hacia un sistema de enfriamiento en una planta de generación de energía. Consulte la figura 6.2 para hacer una selección inicial de los tamaños de tubería cédula 40 que utilizaremos en las líneas de succión y descarga del sistema. Después calcule la velocidad promedio real del flujo en cada tubo.

Solución Si leemos la figura 6.2 con Q = 400 gal/min, seleccionamos lo siguiente:

Tubería de succión, 4 pulg, cédula 40: $A_s = 0.08840$ pies^2 (del apéndice F)

Tubería de descarga, 3 pulg, cédula 40: $A_d = 0.05132$ pies^2 (del apéndice F)

La velocidad promedio real del flujo en cada tubería es

$$v_s = \frac{Q}{A_s} = \frac{400 \text{ gal/min}}{0.08840 \text{ pies}^2} \frac{1 \text{ pie}^3/\text{s}}{449 \text{ gal/min}} = 10.08 \text{ pies/s}$$

$$v_d = \frac{Q}{A_d} = \frac{400 \text{ gal/min}}{0.05132 \text{ pies}^2} \frac{1 \text{ pie}^3/\text{s}}{449 \text{ gal/min}} = 17.36 \text{ pies/s}$$

Comentario Aunque estos tamaños de tuberías y las velocidades son aceptables para el servicio normal, hay situaciones en que es deseable tener velocidades bajas, a fin de limitar las pérdidas de energía en el sistema. Calcule las velocidades si selecciona el siguiente tamaño más grande de tubo estándar cédula 40, para las líneas de succión y descarga:

Tubería de succión, 5 pulg, cédula 40: As = 0.1390 pie^2 (del apéndice F)

Tubería de descarga, $3^1/_2$ pulg, cédula 40: $A_d = 0.06868$ pie^2 (del apéndice F)

La velocidad promedio real del flujo en cada tubo es

$$v_s = \frac{Q}{A_s} = \frac{400 \text{ gal/min}}{0.1390 \text{ pies}^2} \frac{1 \text{ pie}^3/\text{s}}{449 \text{ gal/min}} = 6.41 \text{ pies/s}$$

$$v_d = \frac{Q}{A_d} = \frac{400 \text{ gal/min}}{0.06868 \text{ pies}^2} \frac{1 \text{ pie}^3/\text{s}}{449 \text{ gal/min}} = 12.97 \text{ pies/s}$$

Si la selección inicial de las conexiones de la bomba fuera de 4 y 3 pulg, podría diseñarse un reductor y agrandamiento graduales con objeto de conectar dichos tubos a la bomba.

■

6.6 CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA —ECUACIÓN DE BERNOULLI

El análisis de un problema de tubería como el que ilustramos en la figura 6.1, toma en cuenta toda la energía dentro del sistema. En física aprendimos que la energía no se crea ni destruye, sólo se transforma de una forma en otra. Éste es el enunciado de la ley de *conservación de la energía.*

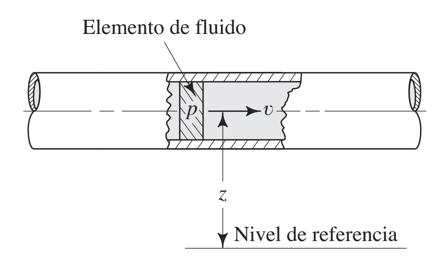


FIGURA 6.3 Elemento de fluido en una tubería.

Hay tres formas de energía que se toman siempre en consideración cuando se analiza un problema de flujo en tuberías. Considere un elemento de fluido como el que ilustramos en la figura 6.3, dentro de una tubería en un sistema de flujo. Se localiza a cierta elevación z, tiene velocidad v y presión p. El elemento de fluido posee las formas de energía siguientes:

1. *Energía potencial.* Debido a su elevación, la energía potencial del elemento en relación con algún nivel de referencia es

$$EP = wz \tag{6–6}$$

donde w es el peso del elemento.

2. *Energía cinética.* Debido a su velocidad, la energía cinética del elemento es

$$EC = wv^2/2g \tag{6–7}$$

3. *Energía de flujo.* A veces llamada *energía de presión* o *trabajo de flujo,* y representa la cantidad de trabajo necesario para mover el elemento de fluido a través de cierta sección contra la presión p. La energía de flujo se abrevia EF y se calcula por medio de

$$EF = wp/\gamma \tag{6–8}$$

La ecuación (6-8) se obtiene como sigue. La figura 6.4 muestra al elemento de fluido en la tubería mientras se mueve a través de una sección. La fuerza sobre el elemento es pA, donde p es la presión en la sección y A es el área de ésta. Al mover el elemento a través de la sección, la fuerza recorre una distancia L igual a la longitud del elemento. Por tanto, el trabajo que se realiza es

$$\text{Trabajo} = pAL = pV$$

donde V es el volumen del elemento. El peso del elemento w es

$$w = \gamma V$$

donde γ es el peso específico del fluido. Entonces, el volumen del elemento es

$$V = w/\gamma$$

y obtenemos

$$\text{Trabajo} = pV = pw/\gamma$$

denominada energía de flujo, y se representa con la ecuación (6-8).

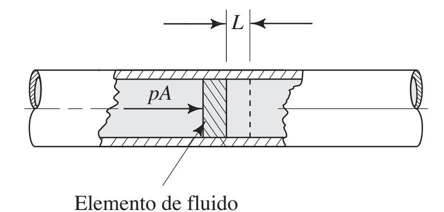


FIGURA 6.4 Energía de flujo.

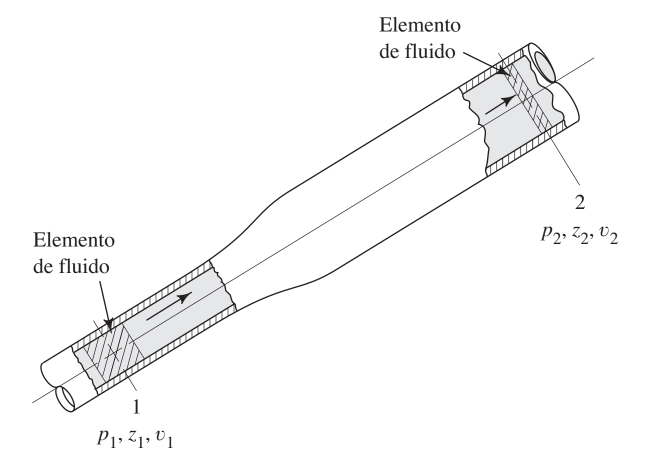


FIGURA 6.5 Elementos de fluido utilizados en la ecuación de Bernoulli.

Entonces, la cantidad total de energía de estas tres formas que posee el elemento de fluido es la suma E,

$$\mathrm{E} = \mathrm{EF} + \mathrm{EP} + \mathrm{EC}$$

$$\mathrm{E} = wp/\gamma + wz + wv^2/2g$$

Cada uno de estos términos se expresa en unidades de energía como el Newton-metro (N·m) en el SI, y el pie-libra (pie-lb) en el Sistema Tradicional de Estados Unidos.

Ahora, considere el elemento de fluido en la figura 6.5, que se mueve de la sección 1 a la 2. Los valores de p, z y v son diferentes en las dos secciones. En la sección 1, la energía total es

$$E_1 = \frac{wp_1}{\gamma} + wz_1 + \frac{wv_1^2}{2g}$$

En la sección 2, la energía total es

$$E_2 = \frac{wp_2}{\gamma} + wz_2 + \frac{wv_2^2}{2g}$$

Si no hay energía que se agregue o pierda en el fluido entre las secciones 1 y 2, entonces el principio de conservación de la energía requiere que

$$E_1 = E_2$$

$$\frac{wp_1}{\gamma} + wz_1 + \frac{wv_1^2}{2g} = \frac{wp_2}{\gamma} + wz_2 + \frac{wv_2^2}{2g}$$

El peso del elemento w es común a todos los términos y se elimina al dividir entre él. Así, la ecuación se convierte en

ECUACIÓN DE BERNOULLI

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g} \qquad (6\text{–}9)$$

Conocida como *ecuación de Bernoulli*.

6.7 INTERPRETACIÓN DE LA ECUACIÓN DE BERNOULLI

Cada término de la ecuación de Bernoulli, ecuación (6-9), resulta de dividir una expresión de la energía entre el peso de un elemento del fluido. Por lo anterior,

Cada término de la ecuación de Bernoulli es una forma de la energía que posee el fluido por unidad de peso del fluido que se mueve en el sistema.

La unidad de cada término es energía por unidad de peso. En el sistema SI las unidades son N·m/N, y en el Sistema Tradicional de Estados Unidos son lb·pie/lb.

Sin embargo, observe que la unidad de fuerza (o peso) aparece tanto en el numerador como en el denominador, y por ello puede cancelarse. La unidad resultante es tan solo el metro (m) o el pie, y se interpreta como una altura. En el análisis del flujo de fluidos los términos se expresan por lo común como altura, en alusión a una altura sobre un nivel de referencia. En específico,

p/γ es la carga de presión.

z es la carga de elevación.

$v^2/2g$ es la carga de velocidad.

A la suma de estos tres términos se le denomina carga total.

Debido a que cada término de la ecuación de Bernoulli representa una altura, un diagrama similar al que se muestra en la figura 6.6 ayuda a visualizar la relación entre los tres tipos de energía. Conforme el fluido se mueve del punto 1 al 2, la magnitud de cada término puede cambiar su valor. Sin embargo, si el fluido no pierde o gana energía, la carga total permanece a un nivel constante. La ecuación de Bernoulli se utiliza para determinar los valores de carga de presión, carga de elevación y cambio de la carga de velocidad, conforme el fluido circula a través del sistema.

En la figura 6.6 observamos que la carga de velocidad en la sección 2 será menor que en la sección 1. Esto se demuestra por medio de la ecuación de continuidad,

$$A_1v_1 = A_2v_2$$
$$v_2 = v_1(A_1/A_2)$$

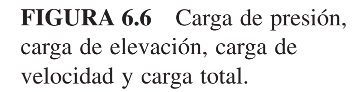
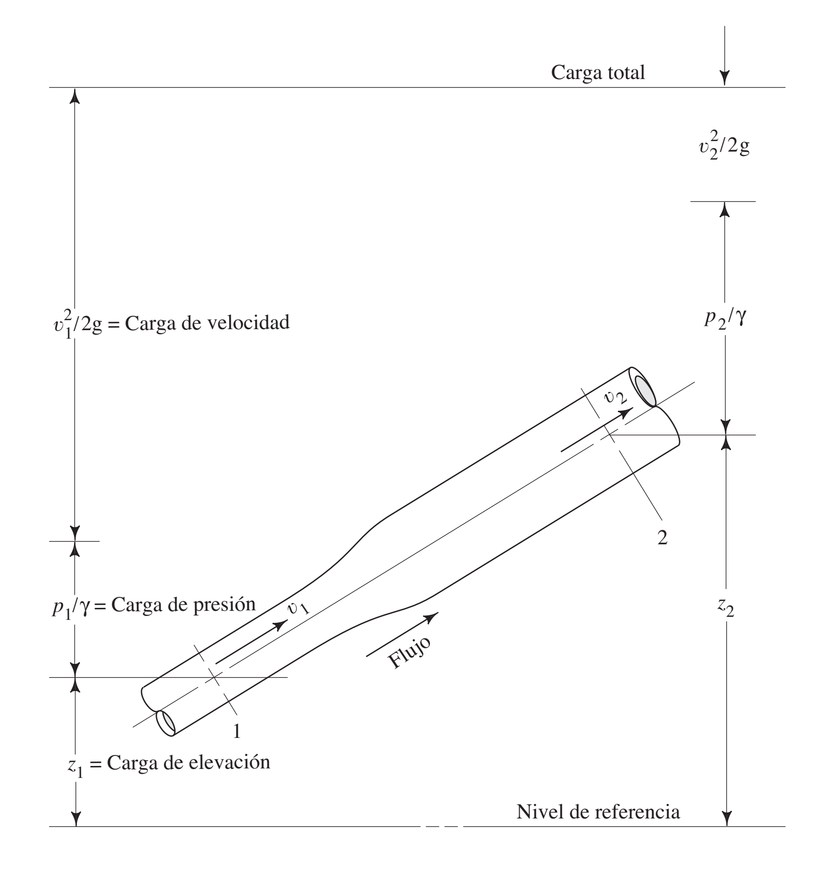


FIGURA 6.6 Carga de presión, carga de elevación, carga de velocidad y carga total.



Debido a que $A_1 < A_2$, v_2 debe ser menor que v_1. Y como la velocidad está elevada al cuadrado en el término de la carga de velocidad, $v_2^2/2g$ es mucho menor que $v_1^2/2g$.

Es común que cuando crece el tamaño de la sección, como ocurre en la figura 6.6, la carga de presión se incremente porque la carga de velocidad disminuye. Éste es el modo en que se construyó la figura 6.6. Sin embargo, el cambio real también se ve afectado por el cambio en la carga de elevación.

En resumen,

La ecuación de Bernoulli toma en cuenta los cambios en la carga de elevación, carga de presión y carga de velocidad entre dos puntos en un sistema de flujo de fluido. Se supone que no hay pérdidas o adiciones de energía entre los dos puntos, por lo que la carga total permanece constante.

Al escribir la ecuación de Bernoulli, es esencial que las presiones en los dos puntos de referencia se expresen ambas como presiones absolutas o ambas como presiones manométricas. Es decir, las dos deben tener la misma presión de referencia. En la mayoría de los problemas será conveniente utilizar la presión manométrica, debido a que algunas partes del sistema de fluido expuestas a la atmósfera tendrán una presión manométrica igual a cero. Asimismo, a la mayoría de las presiones se les mide por medio de un medidor con respecto a la presión atmosférica local.

6.8 RESTRICCIONES DE LA ECUACIÓN DE BERNOULLI

Aunque la ecuación de Bernoulli es aplicable a bastantes problemas prácticos, hay limitaciones que debemos conocer, a fin de aplicarla con propiedad.

1. Es válida sólo para fluidos incompresibles, porque se supone que el peso específico del fluido es el mismo en las dos secciones de interés.
2. No puede haber dispositivos mecánicos que agreguen o retiren energía del sistema entre las dos secciones de interés, debido a que la ecuación establece que la energía en el fluido es constante.
3. No puede haber transferencia de calor hacia el fluido o fuera de éste.
4. No puede haber pérdida de energía debido a la fricción.

En realidad ningún sistema satisface todas estas restricciones. Sin embargo, hay muchos sistemas donde se utiliza la ecuación de Bernoulli, y sólo se generan errores mínimos. Asimismo, el empleo de esta ecuación permite hacer una estimación rápida del resultado, cuando esto es todo lo que se desea. En el capítulo 7 eliminaremos las limitaciones 2 y 4, con la extensión de la ecuación de Bernoulli a la *ecuación general de la energía*.

6.9 APLICACIONES DE LA ECUACIÓN DE BERNOULLI

A continuación presentaremos varios problemas modelos de enseñanza programada, con objeto de ilustrar el empleo de la ecuación de Bernoulli. Aunque no es posible cubrir todos los problemas con un método único de solución, describiremos el enfoque general de situaciones de flujo de fluidos.

PROCEDIMIENTO PARA APLICAR LA ECUACIÓN DE BERNOULLI

1. Decidir cuáles son los términos conocidos y cuáles deben calcularse.
2. Determinar cuáles son las dos secciones del sistema que se usarán para escribir la ecuación de Bernoulli. Una de ellas se elige porque se concentran varios datos conocidos. En la otra, por lo general, algo habrá que calcularse.
3. Escribir la ecuación de Bernoulli para las dos secciones elegidas en el sistema. Es importante que la ecuación se escriba *en la dirección del flujo*. Es decir, el flujo debe proceder *de* la sección que esté en el lado izquierdo de la ecuación y dirigirse hacia la sección derecha.
4. Es necesario ser explícito en la denominación de los subíndices de los términos de la carga de presión, carga de elevación y carga de velocidad en la ecuación de Bernoulli. En un dibujo del sistema hay que señalar la posición de los puntos de referencia.
5. Simplificar la ecuación, si es posible, con la cancelación de los términos que valgan cero o de los que aparezcan como iguales en ambos lados de la ecuación.

6. Despejar de la ecuación, en forma algebraica, el término que se busca.
7. Sustituir cantidades conocidas y calcular el resultado, con unidades consistentes en todos los cálculos.

PROBLEMA MODELO PROGRAMADO

☐ **PROBLEMA MODELO 6.9**

En la figura 6.6 ilustramos un flujo de agua a 10 °C que va de la sección 1 a la 2. En la sección 1, que tiene 25 mm de diámetro, la presión manométrica es de 345 kPa, y la velocidad del flujo es de 3.0 m/s. La sección 2, mide 50 mm de diámetro, y se encuentra a 2.0 m por arriba de la sección 1. Si suponemos que no hay pérdida de energía en el sistema, calcule la presión p_2.

Antes de mirar el panel siguiente, liste los conceptos conocidos a partir del enunciado del problema.

$D_1 = 25$ mm $v_1 = 3.0$ m/s $z_2 - z_1 = 2.0$ m

$D_2 = 50$ mm $p_1 = 345$ kPa(manométrica)

Ha de encontrarse la presión p_2. En otras palabras, se pide calcular la presión en la sección 2, diferente de la que hay en la sección 1, porque hay un cambio en la elevación y el área de flujo entre las dos secciones.

Para resolver el problema utilizaremos la ecuación de Bernoulli. ¿Cuáles son las dos secciones necesarias para escribir la ecuación?

En este caso, las elecciones obvias son las secciones 1 y 2. En la sección 1 se conoce p_1, v_1 y z_1. La presión desconocida p_2 está en la sección 2.

Ahora escribimos la ecuación de Bernoulli. [Vea la ecuación (6-9).]

Debe verse así:

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

Los tres términos del lado izquierdo se refieren a la sección 1, y los tres del derecho a la sección 2.

Hay que resolver para p_2 en términos de las otras variables.

La solución algebraica para p_2 podría parecerse a la expresión siguiente:

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_2^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

$$\frac{p_2}{\gamma} = \frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} - z_2 - \frac{v_2^2}{2g}$$

$$p_2 = \gamma\left(\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} - z_2 - \frac{v_2^2}{2g}\right)$$

Esto es correcto. Sin embargo, es conveniente agrupar las cargas de elevación y de velocidad. Asimismo, como $\gamma(p_1/\gamma) = p_1$, la solución final para p_2 debe ser

$$p_2 = p_1 + \gamma\left(z_1 - z_2 + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g}\right) \tag{6–10}$$

¿Conocemos los valores de todos los términos en el lado derecho de esta ecuación?

Todo está dado, excepto γ, v_2 y g. Por supuesto, $g = 9.81\ \mathrm{m/s^2}$. Debido a que en el sistema hay agua que fluye a 10 °C, $\gamma = 9.81\ \mathrm{kN/m^3}$. ¿Cómo puede determinarse v_2?

Se emplea la ecuación de continuidad:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$
$$v_2 = v_1(A_1/A_2)$$

Ahora, calculamos v_2.

Debe haber obtenido $v_2 = 0.75\ \mathrm{m/s}$. Esto se produjo a partir de

$$A_1 = \pi D_1^2/4 = \pi(25\ \mathrm{mm})^2/4 = 491\ \mathrm{mm}^2$$
$$A_2 = \pi D_2^2/4 = \pi(50\ \mathrm{mm})^2/4 = 1963\ \mathrm{mm}^2$$
$$v_2 = v_1(A_1/A_2) = 3.0\ \mathrm{m/s}(491\ \mathrm{mm}^2/1963\ \mathrm{mm}^2) = 0.75\ \mathrm{m/s}$$

Ahora, sustituimos los valores conocidos en la ecuación (6-10).

$$p_2 = 345\ \mathrm{kPa} + \frac{9.81\ \mathrm{kN}}{\mathrm{m}^3}\left(-2.0\ \mathrm{m} + \frac{(3.0\ \mathrm{m/s})^2 - (0.75\ \mathrm{m/s})^2}{2(9.81\ \mathrm{m/s}^2)}\right)$$

Observe que $z_1 - z_2 = -2.0$ m. Tampoco se conoce z_1 ni z_2, pero sí que z_2 es 2.0 m mayor que z_1. Por tanto, la diferencia $z_1 - z_2$ debe ser negativa.

Ahora, complete el cálculo de p_2.

La respuesta final es $p_2 = 329.6$ kPa. Ésta es 15.4 kPa menos que p_1. Veamos los detalles de la solución:

$$p_2 = 345\ \mathrm{kPa} + \frac{9.81\ \mathrm{kN}}{\mathrm{m}^3}\left(-2.0\ \mathrm{m} + \frac{(9.0 - 0.563)\mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2}{2(9.81)\mathrm{m/s}^2}\right)$$
$$p_2 = 345\ \mathrm{kPa} + \frac{9.81\ \mathrm{kN}}{\mathrm{m}^3}(-2.0\ \mathrm{m} + 0.43\ \mathrm{m})$$
$$p_2 = 345\ \mathrm{kPa} - 15.4\ \mathrm{kN/m^2} = 345\ \mathrm{kPa} - 15.4\ \mathrm{kPa}$$
$$p_2 = 329.6\ \mathrm{kPa}$$

La presión p_2 es manométrica porque se calculó en relación con p_1, que también era una presión manométrica. En la solución de problemas posteriores supondremos que las presiones son manométricas, a menos que se diga otra cosa.

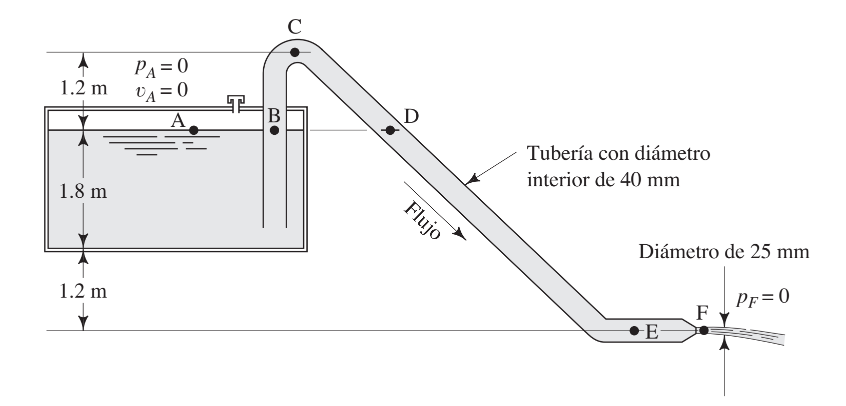
■

6.9.1 Tanques, depósitos y toberas expuestos a la atmósfera

La figura 6.7 muestra un sistema de fluido donde un sifón saca líquido desde un tanque o depósito y lo expulsa a través de una tobera al final de la tubería. Observe que la superficie del tanque (punto A) y la corriente libre de fluido que sale de la tobera (sección F) no están confinadas por fronteras sólidas, sino que están expuestas a la atmósfera. Por tanto, la presión manométrica en dichas secciones es igual a cero. Por ello, observamos la regla siguiente:

Cuando el fluido en un punto de referencia está expuesto a la atmósfera, la presión es igual a cero y el término de la carga de presión se cancela en la ecuación de Bernoulli.

FIGURA 6.7 Sifón del problema modelo 6.10.



Puede suponerse que el tanque, de donde se toma el fluido, es muy grande en comparación con el tamaño del área de flujo dentro de la tubería. Ahora, como $v = Q/A$, la velocidad en la superficie de dicho tanque será muy pequeña. Además, cuando se utiliza la velocidad para calcular la carga de velocidad, $v^2/2g$, la velocidad se eleva al *cuadrado.* El proceso de elevar al cuadrado un número pequeño mucho menor que 1.0 produce otro número aún más pequeño. Por estas razones adoptamos la regla siguiente:

A la carga de velocidad en la superficie de un tanque o depósito se le considera igual a cero, y se cancela en la ecuación de Bernoulli.

6.9.2 Ambos puntos de referencia están en la misma tubería

Asimismo, observe en la figura 6.7 que varios puntos de interés (puntos B-E) se encuentran dentro de la tubería, cuya área de flujo es uniforme. En las condiciones de flujo estable supuestas en estos problemas, la velocidad será la misma en todo el tubo. Entonces, cuando existe flujo estable se aplica la regla siguiente:

Cuando los dos puntos de referencia para la ecuación de Bernoulli están dentro de una tubería del mismo tamaño, los términos de carga de velocidad en ambos lados de la ecuación son iguales y se cancelan.

6.9.3 Las elevaciones de ambos puntos de referencia son iguales

De manera similar, se aplica la regla siguiente cuando los puntos de referencia están al mismo nivel:

Cuando los dos puntos de referencia para la ecuación de Bernoulli están a la misma elevación, los términos de carga de elevación z_1 y z_2 son iguales y se cancelan.

Las cuatro observaciones presentadas en las secciones 6.9.1 a 6.9.3, permiten la simplificación de la ecuación de Bernoulli y facilitan las manipulaciones algebraicas. En el problema modelo 6.10 aprovechamos estas observaciones.

PROBLEMA MODELO PROGRAMADO

☐ **PROBLEMA MODELO 6.10**

En la figura 6.7 mostramos un sifón utilizado para conducir agua desde una alberca. La tubería que conforma al sifón tiene un diámetro interior de 40 mm y termina en una tobera de 25 mm de diámetro. Si suponemos que en el sistema no hay pérdida de energía, calcule el flujo volumétrico a través del sifón, y la presión en los puntos B-E.

El primer paso para resolver este problema es calcular el flujo volumétrico Q, por medio de la ecuación de Bernoulli. A y F son los puntos más convenientes en la realización de este cálculo. ¿Qué es lo que se conoce en el punto A?

El punto A es la superficie libre del agua en la alberca. Por tanto, $p_A = 0$ Pa. Asimismo, debido a que la superficie del área de la alberca es muy grande, la velocidad del agua en la superficie es casi igual a cero. Por ello, supondremos que $v_A = 0$.

¿Qué se conoce en el punto F?

El punto F es la corriente libre del agua que sale de la tobera. Como la corriente está expuesta a la presión atmosférica, la presión $p_F = 0$ Pa. También sabemos que el punto F está 3.0 m por abajo del punto A.

Ahora, escriba la ecuación de Bernoulli para los puntos A y F.

Debe haber obtenido

$$\frac{p_A}{\gamma} + z_A + \frac{v_A^2}{2g} = \frac{p_F}{\gamma} + z_F + \frac{v_F^2}{2g}$$

Si se toma en cuenta la información de los dos paneles anteriores ¿cómo se simplifica esta ecuación?

Como $p_A = 0$ Pa, $p_F = 0$ Pa, y v_A es aproximadamente igual a cero, pueden cancelarse en la ecuación. Esto hace que quede así:

$$\cancelto{0}{\frac{p_A}{\gamma}} + z_A + \cancelto{0}{\frac{v_A^2}{2g}} = \cancelto{0}{\frac{p_F}{\gamma}} + z_F + \frac{v_F^2}{2g}$$

$$z_A = z_F + \frac{v_F^2}{2g}$$

El objetivo es calcular el flujo volumétrico, que depende de la velocidad. Ahora, despeje para v_F.

Debe quedar

$$v_F = \sqrt{(z_A - z_F)2g}$$

¿Qué representa $z_A - z_F$?

En la figura 6.7 observamos que $z_A - z_F = 3.0$ m. Note que la diferencia es positiva porque z_A es mayor que z_F. Ahora calculamos el valor v_F.

El resultado es

$$v_F = \sqrt{(3.0 \text{ m})(2)(9.81 \text{ m/s}^2)} = \sqrt{58.9} \text{ m/s} = 7.67 \text{ m/s}$$

Ahora ¿cómo se calcula Q?

Por medio de la ecuación de continuidad $Q = Av$ obtenemos el flujo volumétrico.

El resultado es

$$Q = A_F v_F$$
$$v_F = 7.67 \text{ m/s}$$
$$A_F = \pi(25 \text{ mm})^2/4 = 491 \text{ mm}^2$$
$$Q = 491 \text{ mm}^2 \left(\frac{7.67 \text{ m}}{\text{s}}\right)\left(\frac{1 \text{ m}^2}{10^6 \text{ mm}^2}\right) = 3.77 \times 10^{-3} \text{ m}^3\text{/s}$$

Hemos terminado la primera parte del problema. Ahora, emplee la ecuación de Bernoulli para determinar p_B. ¿Cuáles son los dos puntos que debemos utilizar?

Los puntos A y B son los mejores. Como vimos en los paneles anteriores, el uso del punto A permite que la ecuación se simplifique mucho, y debemos elegir el punto B porque se busca p_B.

Escriba la ecuación de Bernoulli para los puntos A y B, simplifique como antes y resuelva para p_B.

Aquí presentamos un procedimiento de solución posible:

$$\cancelto{0}{\frac{p_A}{\gamma}} + z_A + \cancelto{0}{\frac{v_A^2}{2g}} = \frac{p_B}{\gamma} + z_B + \frac{v_B^2}{2g}$$

Como $p_A = 0$ Pa y $v_A = 0$, tenemos

$$z_A = \frac{p_B}{\gamma} + z_B + \frac{v_B^2}{2g}$$
$$p_B = \gamma[(z_A - z_B) - v_B^2/2g] \qquad \textbf{(6–11)}$$

¿Qué valor tiene $z_A - z_B$?

Representa cero. Debido a que los dos puntos están en el mismo nivel, sus evaluaciones son las mismas. ¿Puede encontrar v_B?

Se calcula v_B por medio de la ecuación de continuidad:

$$Q = A_B v_B$$
$$v_B = Q/A_B$$

En el apéndice J se encuentra el área de una tubería de 40 mm de diámetro. Termine el cálculo de v_B.

El resultado es el siguiente:

$$v_B = Q/A_B$$
$$Q = 3.77 \times 10^{-3} \text{ m}^3\text{/s}$$
$$A_B = 1.257 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \qquad \text{(del apéndice J)}$$
$$v_B = \frac{3.77 \times 10^{-3} \text{ m}^3}{\text{s}} \times \frac{1}{1.257 \times 10^{-3} \text{ m}^2} = 3.00 \text{ m/s}$$

Ahora tenemos todos los datos necesarios para calcular p_B con la ecuación (6-11).

La presión en el punto B es:

$$p_B = \gamma[(z_A - z_B) - v_B^2/2g]$$

$$\frac{v_B^2}{2g} = \frac{(3.00)^2\,\text{m}^2}{\text{s}^2} \times \frac{\text{s}^2}{(2)(9.81)\,\text{m}} = 0.459\,\text{m}$$

$$p_B = (9.81\,\text{kN/m}^3)(0 - 0.459\,\text{m})$$

$$p_B = -4.50\,\text{kN/m}^2$$

$$p_B = -4.50\,\text{kPa}$$

El signo negativo indica que p_B está 4.50 kPa por debajo de la presión atmosférica. Observe que cuando se trata de fluidos en movimiento, no se aplica el concepto que los puntos que se encuentran en el mismo nivel tienen la misma presión. No es lo mismo cuando los fluidos están en reposo.

En los tres paneles siguientes presentamos las soluciones para las presiones p_C, p_D y p_E. Son procedimientos muy parecidos al que manejamos para p_B. Antes de ver el panel siguiente, concluya la solución para p_C.

La respuesta es $p_C = -16.27$ kPa. Utilizamos la ecuación de Bernoulli.

$$\frac{p_A}{\gamma}^{\,0} + z_A + \frac{v_A^2}{2g}^{\,0} = \frac{p_C}{\gamma} + z_C + \frac{v_C^2}{2g}$$

Debido a que $p_A = 0$ y $v_A = 0$, la presión en el punto C es

$$z_A = \frac{p_C}{\gamma} + z_C + \frac{v_C^2}{2g}$$

$$p_C = \gamma[(z_A - z_C) - v_C^2/2g]$$

$$z_A - z_C = -1.2\,\text{m} \quad (\text{negativa, porque } z_C \text{ es mayor que } z_A)$$

$$v_C = v_B = 3.00\,\text{m/s} \quad (\text{porque } A_C = A_B)$$

$$\frac{v_C^2}{2g} = \frac{v_B^2}{2g} = 0.459\,\text{m}$$

$$p_C = (9.81\,\text{kN/m}^3)(-1.2\,\text{m} - 0.459\,\text{m})$$

$$p_C = -16.27\,\text{kN/m}^2$$

$$p_C = -16.27\,\text{kPa}$$

Antes de pasar al panel siguiente, termine el cálculo para p_D.

La respuesta es $p_D = -4.50$ kPa. La misma que p_B, porque la elevación y la velocidad en los puntos B y D son iguales. La solución con la ayuda de la ecuación de Bernoulli lo probará.

Ahora, calcule p_E.

La presión en el punto E es de 24.93 kPa. Manejamos la ecuación de Bernoulli:

$$\frac{p_A}{\gamma}^{\,0} + z_A + \frac{v_A^2}{2g}^{\,0} = \frac{p_E}{\gamma} + z_E + \frac{v_E^2}{2g}$$

Como $p_A = 0$ y $v_A = 0$, tenemos

$$z_A = \frac{p_E}{\gamma} + z_E + \frac{v_E^2}{2g}$$

$$p_E = \gamma[(z_A - z_E) - v_E^2/2g]$$
$$z_A - z_E = +3.0 \text{ m}$$
$$v_E = v_B = 3.00 \text{ m/s}$$
$$\frac{v_E^2}{2g} = \frac{v_B^2}{2g} = 0.459 \text{ m}$$
$$p_E = (9.81 \text{ kN/m}^3)(3.0 \text{ m} - 0.459 \text{ m})$$
$$p_E = 24.93 \text{ kN/m}^2$$
$$p_E = 24.93 \text{ kPa}$$

RESUMEN DE LOS RESULTADOS DEL PROBLEMA MODELO 6.10

1. La velocidad de flujo a la salida de la tobera y, por tanto, el flujo volumétrico que conduce el sifón, depende de la diferencia de elevación entre la superficie libre del fluido y la salida de la tobera.
2. La presión en el punto B está por debajo de la presión atmosférica, aunque esté en el mismo nivel que el punto A, el cual está expuesto a la atmósfera. En la ecuación (6-11), la ecuación de Bernoulli demuestra que la carga de presión en B disminuye por la cantidad de carga de velocidad. Es decir, parte de la energía se convierte en energía cinética, lo que da como resultado una presión menor en B.
3. Cuando existe flujo estable, la velocidad de flujo es la misma en todos los puntos donde el tamaño del tubo es el mismo.
4. La presión en el punto C es la más baja del sistema, porque el punto C está en la elevación máxima.
5. La presión en el punto D es la misma que en el punto B, debido a que ambos están a la misma elevación y la carga de velocidad en los dos es la misma.
6. La presión en el punto E es la más alta del sistema, porque el punto E se encuentra en la elevación más baja.

■

6.9.4 Medidores venturí y otros sistemas cerrados con velocidades desconocidas

En la figura 6.8 mostramos un aparato llamado *medidor venturí,* utilizado para medir la velocidad de flujo en un sistema de flujo de fluido. En el capítulo 15 haremos una descripción más completa del medidor venturí. Sin embargo, el análisis del aparato se basa en la aplicación de la ecuación de Bernoulli. La sección de diámetro reducido en B hace que la velocidad del flujo se incremente ahí, con la disminución correspondiente de la presión. Demostraremos que la velocidad del flujo depende de la diferencia de presión entre los puntos A y B. Por tanto, como se aprecia, es conveniente utilizar un manómetro diferencial.

En la solución del problema siguiente también demostraremos que para encontrar la velocidad de flujo que se busca, debemos combinar la ecuación de continuidad con la de Bernoulli.

☐ PROBLEMA MODELO 6.11 El medidor venturí de la figura 6.8 conduce agua a 60 °C. La gravedad específica del fluido manométrico en el manómetro es de 1.25. Calcule la velocidad de flujo en la sección A y el flujo volumétrico del agua.

Solución Obtendremos la solución del problema con los pasos enunciados al principio de esta sección, pero no emplearemos la técnica de enseñanza programada.

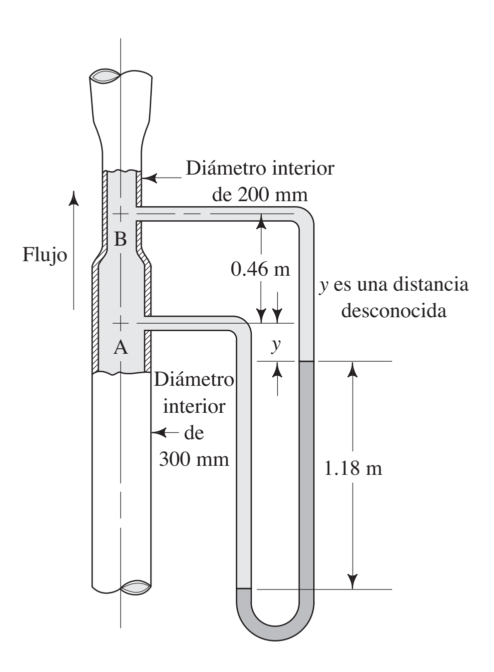


FIGURA 6.8 Sistema de medidor venturí para el problema modelo 6.11.

1. *Decidir cuáles son los términos conocidos y cuáles deben calcularse.* Se conoce la diferencia de elevación entre los puntos A y B. El manómetro permite determinar la diferencia de presión entre los puntos A y B. Conocemos los tamaños de las secciones en A y B.

   No se conoce la velocidad en ningún punto del sistema, y se pide específicamente la velocidad en el punto A.
2. *Decidir cuáles son las secciones de interés.* Los puntos A y B son las elecciones obvias.
3. *Escribir la ecuación de Bernoulli* entre los puntos A y B:

$$\frac{p_A}{\gamma} + z_A + \frac{v_A^2}{2g} = \frac{p_B}{\gamma} + z_B + \frac{v_B^2}{2g}$$

   El peso específico γ es de 9.65 kN/m^3, para agua a 60 °C (apéndice A).
4. *Simplificar la ecuación*, si fuera posible, con la eliminación de los términos que valen cero o los que sean iguales en ambos lados de ella. En este caso no puede simplificarse.
5. *Resolver la ecuación en forma algebraica para el término buscado.* Este paso requerirá un esfuerzo significativo. En primer lugar, observe que ambas velocidades son desconocidas. Sin embargo, es posible encontrar la diferencia de presiones entre A y B, y se conoce la diferencia de elevación. Por tanto, es conveniente llevar ambos términos de presión y los dos de elevación al lado izquierdo de la ecuación, en forma de diferencias. Entonces, los dos términos de velocidad pasarán al lado derecho. El resultado es

$$\frac{p_A - p_B}{\gamma} + (z_A - z_B) = \frac{v_B^2 - v_A^2}{2g} \tag{6–12}$$

6. *Calcular el resultado.* Requerimos varios pasos. La diferencia de elevación es

$$z_A - z_B = -0.46 \text{ m} \tag{6–13}$$

   El valor es negativo debido a que B está más alto que A. Este valor se empleará en la ecuación (6-12) más adelante.

   La diferencia de carga de presión se evalúa por medio de la ecuación para el manómetro. Denotaremos con γ_g el peso específico del fluido manométrico, donde

$$\gamma_g = 1.25(\gamma_w \text{ a } 4\text{ °C}) = 1.25(9.81 \text{ kN/m}^3) = 12.26 \text{ kN/m}^3$$

Aquí hay un problema nuevo, porque los datos de la figura 6.8 no incluyen la distancia vertical entre el punto A y el nivel del fluido manométrico en la rama derecha del manómetro. Demostraremos que esta dificultad se elimina denotando con y la distancia desconocida, o con cualquier otro nombre de variable.

Ahora escribimos la ecuación para el manómetro. Empezamos con A:

$$p_A + \gamma(y) + \gamma(1.18\text{ m}) - \gamma_g(1.18\text{ m}) - \gamma(y) - \gamma(0.46\text{ m}) = p_B$$

Observe que los dos términos que contienen la variable y desconocida se cancelan.

Al despejar para la diferencia de presiones $p_A - p_B$ encontramos

$$p_A - p_B = \gamma(0.46\text{ m} - 1.18\text{ m}) + \gamma_g(1.18\text{ m})$$
$$p_A - p_B = \gamma(-0.72\text{ m}) + \gamma_g(1.18\text{ m})$$

Sin embargo, observe que en la ecuación (6-12) en realidad lo que se necesita es $(p_A - p_B)/\gamma$. Si se divide entre γ ambos lados de la ecuación anterior, se obtiene el término buscado:

$$\frac{p_A - p_B}{\gamma} = -0.72\text{ m} + \frac{\gamma_g(1.18\text{ m})}{\gamma}$$
$$= -0.72\text{ m} + \frac{12.26\text{ kN/m}^3\,(1.18\text{ m})}{9.65\text{ kN/m}^3}$$
$$(p_A - p_B)/\gamma = -0.72\text{ m} + 1.50\text{ m} = 0.78\text{ m} \qquad \textbf{(6–14)}$$

Ahora ya se tiene evaluado todo el lado izquierdo de la ecuación (6-12). No obstante, verá que aún existen dos incógnitas en el lado derecho: v_A y v_B. Es posible eliminar una de ellas si se encuentra otra ecuación independiente que las relacione. Una *ecuación conveniente es la de continuidad.*

$$A_A v_A = A_B v_B$$

Al despejar para v_B en términos de v_A, obtenemos

$$v_B = v_A(A_A/A_B)$$

Las áreas para las secciones con diámetros de 200 y 300 mm se encuentran en el apéndice J. Entonces,

$$v_B = v_A(7.069 \times 10^{-2}/3.142 \times 10^{-2}) = 2.25v_A$$

Pero necesitamos v_B^2:

$$v_B^2 = 5.06\,v_A^2$$

Así,

$$v_B^2 - v_A^2 = 5.06\,v_A^2 - v_A^2 = 4.06\,v_A^2 \qquad \textbf{(6–15)}$$

Ahora podemos tomar estos resultados, la diferencia de carga de elevación [ecuación (6-13)] y la diferencia de carga de presión [ecuación (6-14)], regresamos a la ecuación (6-12) para completar la solución. La ecuación (6-12) se convierte en

$$0.78\text{ m} - 0.46\text{ m} = 4.06\,v_A^2/2g$$

Resolvemos para v_A y obtenemos

$$v_A = \sqrt{\frac{2g(0.32\text{ m})}{4.06}} = \sqrt{\frac{2(9.81\text{ m/s}^2)(0.32\text{ m})}{4.06}}$$
$$v_A = 1.24\text{ m/s}$$

El enunciado del problema también pedía el flujo volumétrico, que se calcula por medio de

$$Q = A_A v_A = (7.069 \times 10^{-2}\ \text{m}^2)(1.24\ \text{m/s}) = 8.77 \times 10^{-2}\ \text{m}^3/\text{s}$$

Hemos terminado este problema modelo.

■

6.10 TEOREMA DE TORRICELLI

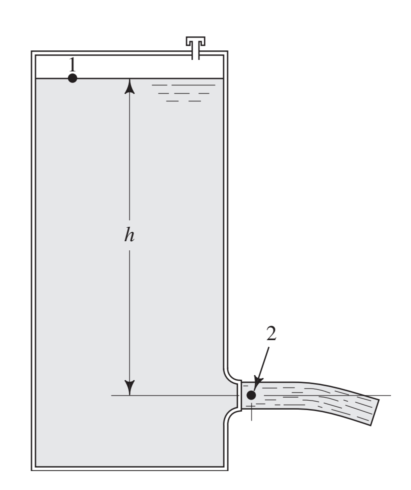
En el problema modelo 6.10, observamos que la velocidad de flujo del sifón depende de la diferencia de elevación entre la superficie libre del fluido y la salida del sifón. En la figura 6.9 presentamos una aplicación clásica de esta observación. El fluido sale por un lado del tanque a través de una tobera suave y redondeada. Para determinar la velocidad del flujo en ésta, se escribe la ecuación de Bernoulli entre un punto de referencia en la superficie del fluido y otro en el chorro que sale por la tobera:

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

Sin embargo, $p_1 = p_2 = 0$, y v_1 es aproximadamente igual a cero. Así,

$$\cancelto{0}{\frac{p_1}{\gamma}} + z_1 + \cancelto{0}{\frac{v_1^2}{2g}} = \cancelto{0}{\frac{p_2}{\gamma}} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

FIGURA 6.9 Flujo desde un tanque.



Luego, al despejar para v_2 obtenemos

$$v_2 = \sqrt{2g(z_1 - z_2)}$$

Al designar $h = (z_1 - z_2)$ tenemos

TEOREMA DE TORRICELLI

$$v_2 = \sqrt{2gh} \qquad \textbf{(6–16)}$$

A la ecuación (6-16) se le denomina *teorema de Torricelli*, en honor de Evangelista Torricelli, quien la descubrió en 1645, aproximadamente. (Consulte el sitio 1 de Internet.)

☐ **PROBLEMA MODELO 6.12** Para el tanque de la figura 6.9, calcule la velocidad del flujo a la salida de la tobera, para una profundidad $h = 3.00$ m.

Solución Ésta es una aplicación directa del teorema de Torricelli:

$$v_2 = \sqrt{2gh} = \sqrt{(2)(9.81 \text{ m/s}^2)(3.0 \text{ m})} = 7.67 \text{ m/s}$$

☐ **PROBLEMA MODELO 6.13** Para el tanque de la figura 6.9, calcule la velocidad de flujo de la tobera, así como flujo volumétrico para un rango de profundidad de 3.0 m a 0.50 m, en intervalos de 0.50 m. El diámetro del chorro de salida de la tobera es de 50 mm.

Solución Podemos utilizar el mismo procedimiento del problema modelo 6.12 para determinar la velocidad a cualquier profundidad. Entonces, en $h = 3.0$ m, $v_2 = 7.67$ m/s. Calculamos el flujo volumétrico con la multiplicación de esta velocidad por el área del chorro:

$$A_j = 1.963 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \text{ (del apéndice J)}$$

Entonces,

$$Q = A_j v_2 = (1.963 \times 10^{-3} \text{ m}^2)(7.67 \text{ m/s}) = 1.51 \times 10^{-2} \text{ m}^3/2$$

Los datos siguientes se calculan con el mismo procedimiento:

Profundidad h (m)	v_2**(m/s)**	Q **(m³/s)**
3.0	7.67	1.51×10^{-2}
2.5	7.00	1.38×10^{-2}
2.0	6.26	1.23×10^{-2}
1.5	5.42	1.07×10^{-2}
1.0	4.43	0.87×10^{-2}
0.5	3.13	0.61×10^{-2}

En la figura 6.10 presentamos una grafica de la velocidad y el flujo volumétrico *versus* la profundidad.

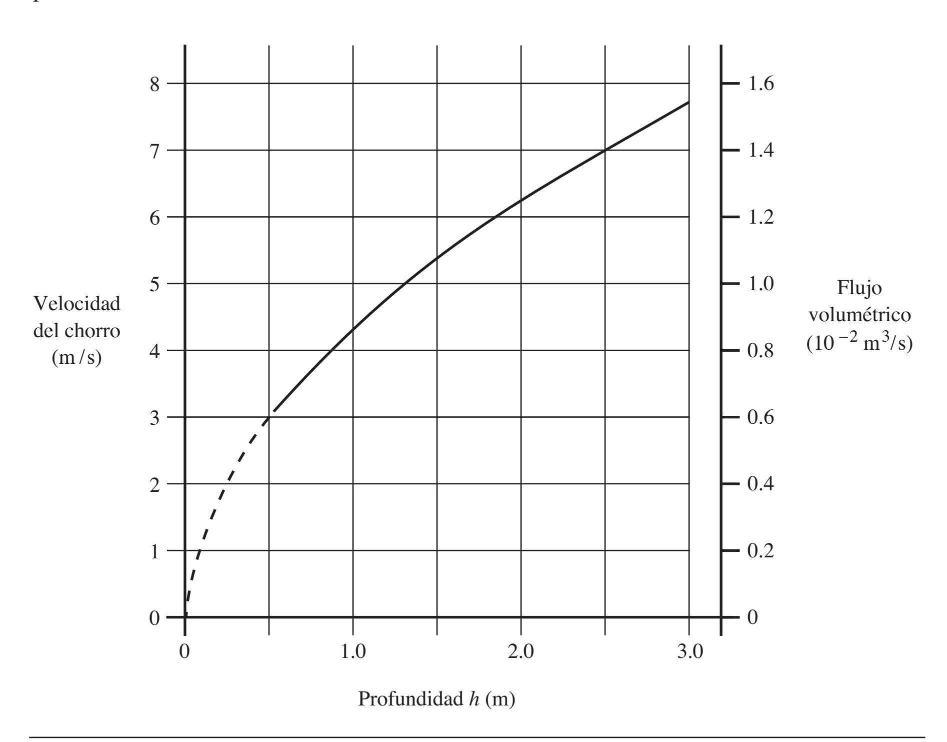


FIGURA 6.10 Velocidad del chorro y flujo volumétrico *versus* la profundidad del fluido.

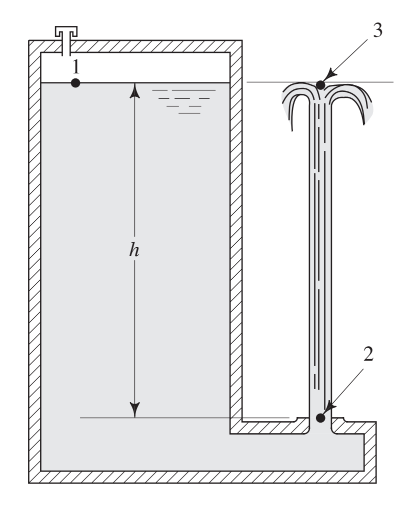


FIGURA 6.11 Chorro vertical.

Otra aplicación interesante del teorema de Torricelli se muestra en la figura 6.11, donde aparece un chorro de fluido que surge hacia arriba. Si no hay pérdida de energía, el chorro alcanzará una altura igual a la elevación de la superficie libre del fluido en el tanque. Por supuesto, a esa altura la velocidad de la corriente es igual a cero. Esto se demuestra con el uso de la ecuación de Bernoulli. En primer lugar, hay que obtener una expresión para la velocidad del chorro en el punto 2:

$$\cancelto{0}{\frac{p_1}{\gamma}} + z_1 + \cancelto{0}{\frac{v_1^2}{2g}} = \cancelto{0}{\frac{p_2}{\gamma}} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

Ésta es una situación idéntica a la que encontramos en el desarrollo inicial del teorema de Torricelli. Entonces, igual que en la ecuación (6-16),

$$v_2 = \sqrt{2gh}$$

Ahora, se escribe la ecuación de Bernoulli entre el punto 2 y el punto 3, al nivel de la superficie libre del fluido, pero en la corriente de éste:

$$\cancelto{0}{\frac{p_2}{\gamma}} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g} = \cancelto{0}{\frac{p_3}{\gamma}} + z_3 + \frac{v_3^2}{2g}$$

Sin embargo, $p_2 = p_3 = 0$. Por lo que al despejar para v_3 resulta

$$v_3 = \sqrt{v_2^2 + 2g(z_2 - z_3)}$$

De la ecuación (6-16), $v_2^2 = 2gh$. Asimismo $(z_2 - z_3) = -h$. Por ello,

$$v_3 = \sqrt{2gh + 2g(-h)} = 0$$

Este resultado comprueba que el chorro llega justo la altura de la superficie libre del fluido que hay en el tanque.

Para hacer que el chorro llegue más alto (como en ciertas fuentes ornamentales, por ejemplo), hay que aplicar una presión mayor sobre el fluido en el depósito, o bien emplear una bomba para que desarrolle una presión más alta.

☐ **PROBLEMA MODELO 6.14** Por medio de un sistema similar al que se muestra en la figura 6.12, calcule la presión de aire que es necesario aplicar sobre el agua, a fin de hacer que el chorro llegue a 40.0 pies por arriba de la salida. La profundidad es $h = 6.0$ pies.

Solución En primer lugar, manejamos la ecuación de Bernoulli para obtener una expresión de la velocidad de flujo en la salida, como función de la presión del aire.

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \cancelto{0}{\frac{v_1^2}{2g}} = \cancelto{0}{\frac{p_2}{\gamma}} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

Aquí, observamos que $v_1 = 0$ y que $p_2 = 0$. Al resolver para v_2 queda

$$v_2 = \sqrt{2g[(p_1/\gamma) + (z_1 - z_2)]}$$

Igual que antes, si se asigna $h = (z_1 - z_2)$ se obtiene

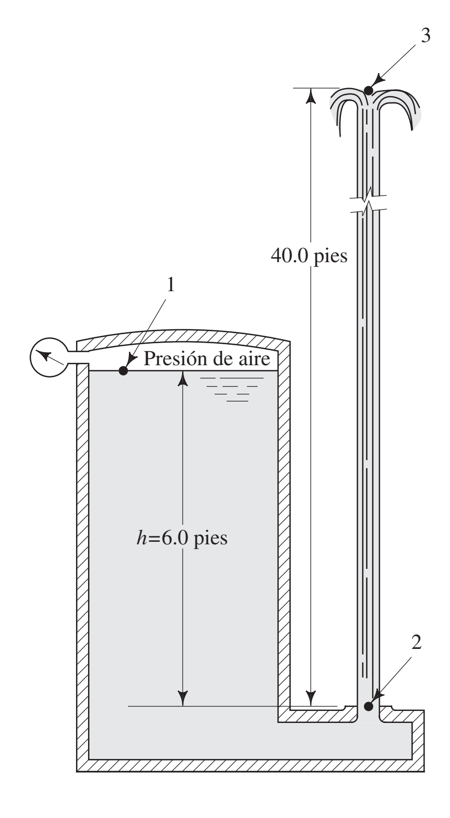
$$v_2 = \sqrt{2g[(p_1/\gamma) + h]} \qquad \textbf{(6–17)}$$

Ésta es similar al teorema de Torricelli. Demostramos que para $v = \sqrt{2gh}$, el chorro llega a una altura h. Por analogía, el sistema presurizado ocasionaría que el torrente alcanzara una altura de $[(p_1/\gamma) + h]$. Entonces, en este problema, si se quiere que la altura sea de 40.0 pies y $h = 6.0$ pies,

$$p_1/\gamma + h = 40.0 \text{ pies}$$

$$p_1/\gamma = 40.0 \text{ pies} - h = 40.0 \text{ pies} - 6.0 \text{ pies} = 34.0 \text{ pies}$$

FIGURA 6.12 Tanque presurizado que lanza un chorro vertical. También se empleará en los problemas 6.93 y 6.94.



y

$$p_1 = \gamma(34.0 \text{ pies})$$

$$p_1 = (62.4 \text{ lb/pie}^3)(34.0 \text{ pies})(1 \text{ pie}^2)/(144 \text{ pulg}^2)$$

$$p_1 = 14.73 \text{ psig}$$

En el capítulo 4 definimos la carga de presión p/γ, en aplicaciones, como carga piezométrica. Entonces, la carga total arriba de la tobera es $p_1/\gamma + h$.

■

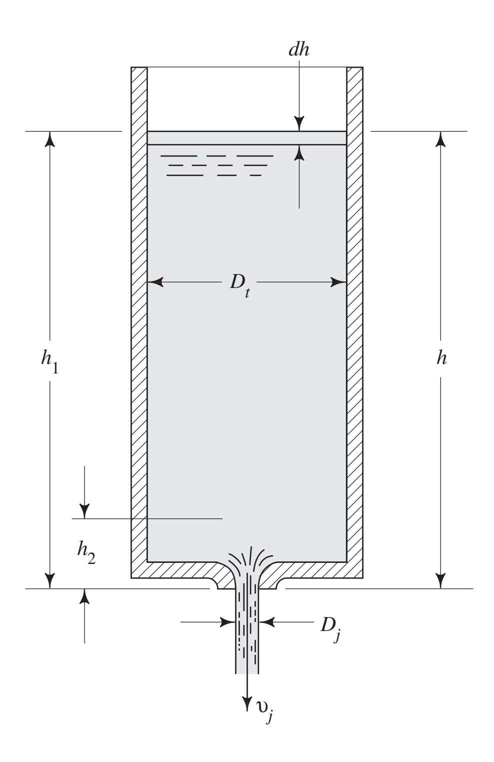
6.11 FLUJO DEBIDO A UNA DISMINUCIÓN DE LA CARGA

Como dijimos, la mayor parte de los problemas presentados en este libro se refiere a situaciones donde el flujo volumétrico es constante. Sin embargo, en la sección 6.10 demostramos que la del flujo volumétrico depende de la carga de presión susceptible de ocasionar el flujo. Los resultados del problema modelo 6.13, graficados en la figura 6.10, muestran que la velocidad y el flujo volumétrico que sale de un orificio en un tanque, disminuyen en forma no lineal a medida que decrecen el flujo desde el tanque y la profundidad del fluido.

En esta sección desarrollaremos un método para calcular el tiempo requerido para vaciar un tanque, tomando en cuenta la variación de la velocidad conforme disminuye la profundidad. En la figura 6.13 mostramos un tanque en cuyo fondo hay una tobera suave y bien redondeada por donde se descarga fluido. Para una profundidad de fluido h, el teorema de Torricelli afirma que la velocidad del flujo en el chorro es

$$v_j = \sqrt{2gh}$$

FIGURA 6.13 Flujo desde un tanque con carga en disminución. La utilizaremos también para los problemas 6.95 a 6.106.



El flujo volumétrico a través del orificio es $Q = A_j v_j$, en unidades como metros cúbicos por segundo (m^3/s) o pies cúbicos por segundo (pie^3/s). En una cantidad de tiempo pequeña dt, el volumen de fluido que pasa por la tobera es

$$\text{Volumen que fluye} = Q(dt) = A_j v_j(dt) \tag{6–18}$$

Entre tanto, debido a que el fluido está saliendo del tanque, el nivel baja. Durante el incremento pequeño de tiempo dt, el nivel del fluido disminuye una distancia pequeña dh. Entonces, el volumen de fluido que salió del tanque es

$$\text{Volumen expulsado} = -A_t dh \tag{6–19}$$

Estos dos volúmenes deben ser iguales. Entonces,

$$A_j v_j(dt) = -A_t dh \tag{6–20}$$

Al despejar para el tiempo dt, tenemos

$$dt = \frac{-(A_t/A_j)}{v_j} dh \tag{6–21}$$

De acuerdo con el teorema de Torricelli es posible sustituir $v_j = \sqrt{2gh}$. Entonces,

$$dt = \frac{-(A_t/A_j)}{\sqrt{2gh}} dh \tag{6–22}$$

Ésta se reacomoda para separar los términos que involucran a h, y queda

$$dt = \frac{-(A_t/A_j)}{\sqrt{2g}} h^{-1/2} dh \tag{6–23}$$

El tiempo que se requiere para que el nivel del fluido caiga desde una profundidad h_1 a otra h_2 se encuentra por integración de la ecuación (6-23):

$$\int_{t_1}^{t_2} dt = \frac{-(A_t/A_j)}{\sqrt{2g}} \int_{h_1}^{h_2} h^{-1/2} dh \qquad (6\text{–}24)$$

$$t_2 - t_1 = \frac{-(A_t/A_j)}{\sqrt{2g}} \frac{\left(h_2^{1/2} - h_1^{1/2}\right)}{\frac{1}{2}} \qquad (6\text{–}25)$$

Podemos invertir los dos términos que involucran h y eliminar el signo menos. Al mismo tiempo, si se elimina el $\frac{1}{2}$ del denominador obtenemos

TIEMPO REQUERIDO PARA VACIAR UN TANQUE

$$t_2 - t_1 = \frac{2(A_t/A_j)}{\sqrt{2g}} (h_1^{1/2} - h_2^{1/2}) \qquad (6\text{–}26)$$

La ecuación (6-26) se utiliza para calcular el tiempo que se requiere para vaciar un tanque de h_1 a h_2.

□ **PROBLEMA MODELO 6.15** Para el tanque de la figura 6.13 encuentre el tiempo necesario para drenarlo de un nivel de 3.0 m a otro de 0.50 m. El tanque tiene un diámetro de 1.50 m y la tobera un diámetro de 50 mm.

Solución Para emplear la ecuación (6-26), las áreas requeridas son

$$A_t = \pi(1.50\text{ m})^2/4 = 1.767\text{ m}^2$$
$$A_j = \pi(0.05\text{ m})^2/4 = 0.001963\text{ m}^2$$

La relación de estas dos áreas es:

$$\frac{A_t}{A_j} = \frac{1.767\text{ m}^2}{0.001963\text{ m}^2} = 900$$

Ahora, en la ecuación (6-26) queda

$$t_2 - t_1 = \frac{2(A_t/A_j)}{\sqrt{2g}} (h_1^{1/2} - h_2^{1/2})$$
$$t_2 - t_1 = \frac{2(900)}{\sqrt{2(9.81\text{ m/s}^2)}} [(3.0\text{ m})^{1/2} - (0.5\text{ m})^{1/2}]$$
$$t_2 - t_1 = 417\text{ s}$$

Esto equivale a 6 minutos y 57 s.

■

6.11.1 Drenar un tanque presurizado

Si al tanque de la figura 6.13 se le sella con presión sobre el fluido, la carga piezométrica p/γ debe agregarse a la profundidad real del líquido, antes de realizar los cálculos necesarios en la ecuación (6-25).

6.11.2 Efecto del tipo de tobera

El desarrollo de la ecuación (6-26) supone que el diámetro del chorro de fluido que sale de la tobera es el mismo que el de la tobera misma. Esto está muy cerca de la verdad para las toberas bien redondeadas de las figuras 6.9, 6.11 y 6.13. Sin embargo, si la tobera tiene un bisel, el diámetro mínimo del chorro es significativamente más pequeño

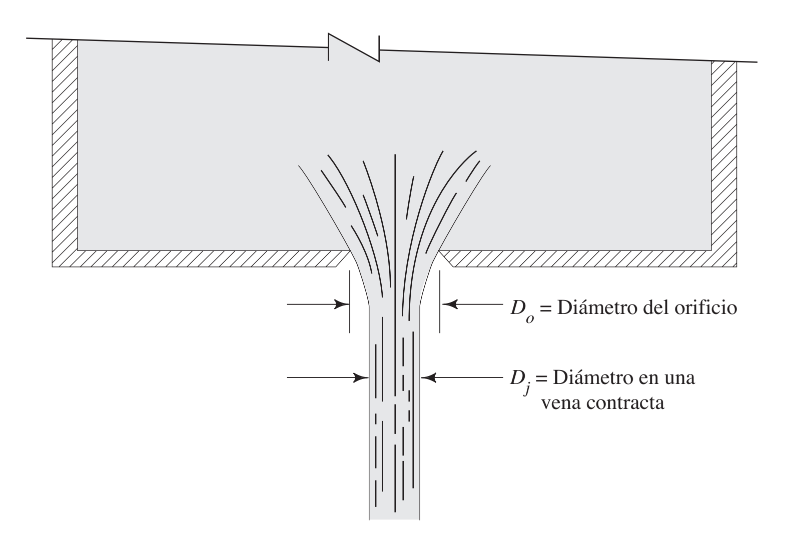


FIGURA 6.14 Flujo a través de un orificio con aristas afiladas.

que el diámetro de la abertura. Por ejemplo, en la figura 6.14 mostramos el flujo de un tanque a través de un orificio con aristas afiladas. El área apropiada como A_j en la ecuación (6-26) es la del diámetro más pequeño. Este punto, denominado *vena contracta,* ocurre ligeramente fuera del orificio. Para este agujero con aristas afiladas, $A_j = 0.62A_o$ es una buena aproximación.

REFERENCIAS

1. American Society of Mechanical Engineers. 2001. *ANSI/ASME Standard B31.1-2001: Power Piping*. New York: Author.
2. Chasis, David A. 2003. *Plastic Piping Systems.* Clinton, NC: Construction Trades Press.
3. Nayyar, Mohinder. 2003. *Piping Databook.* Clinton, NC: Construction Trades Press.
4. Nayyar, Mohinder. 2003. *Piping Handbook.* Clinton, NC: Construction Trades Press. 2003.
5. U.S. Army Corps of Engineers. 1999. *Liquid Process Piping* (Engineer Manual 1110-1-4008). Washington, DC: Author.

SITIOS DE INTERNET

1. The MacTutor History of Mathematics Archive *http://turnbull.mcs.stand.ac.uk/history/* Archivo con más de 1000 biografías y temas de historia, inclusive las de Daniel Bernoulli y Evangelista Torricelli. Utilice el Biographies Index.
2. TubeNet *www.tubenet.org* Lista de las dimensiones, propiedades y proveedores de tuberías y tubos de acero, así como de muchos otros datos relacionados con el flujo de fluidos.
3. Copper Development Association *www.copper.org* Asociación profesional de la industria del cobre; el sitio ofrece una gran cantidad de datos acerca de tamaños, presiones y características físicas de tubos de cobre. Es posible descargar de este sitio todo o en partes del *Copper Tube Handbook*.
4. Ductile Iron Pipe Research Association *www.dipra.org* Información técnica acerca de tubería de hierro dúctil, incluyendo de dimensiones, datos de rendimiento del flujo y comparación con otros tipos de tubería.
5. Stainless Tubular Products *www.stainlesstubular.com* Proveedor de tubo de acero inoxidable, tubería, accesorios, bridas y materiales de su inventario.
6. Plastics Pipe Institute *www.plasticpipe.org* Asociación que representa a todos los segmentos de la industria de tubos de plástico, promueve el uso eficaz de ésta para distribución de agua y gas, drenaje y eliminación de desechos, producción de petróleo y gas, usos industriales y en minería, energía y comunicaciones, ductos e irrigación. Incluye una lista de los miembros que fabrican tuberías de plástico, donde presenta

muchos datos sobre tamaños de tubos e información sobre sus aplicaciones.

7. Charter Plastics *www.charterplastics.com* Proveedor de tuberías y tubos de plástico de polietileno para muchas aplicaciones, inclusive usos industriales y urbanos como la distribución de agua, drenaje y servicios químicos.
8. Expert Piping Supply *www.expertpiping.com* Proveedor de tuberías de polietileno, polipropileno, PVC, CPVC, cobre y acero, en un rango amplio de diámetros y espesores de pared.
9. Independent Pipe Products, Inc. *www.hdpeftgs.com* Proveedor de accesorios para tubería de polietileno de alta densidad, en muchas clasificaciones de tamaño que se ajustan a los diámetros externos de tuberías de acero, hierro dúctil y tubos de cobre. Los espesores de pared están determinados para que tengan especificaciones de presión a trabajo constante.
10. The Piping Tool Box *www.piping-toolbox.com* Sitio que contiene datos e información básica para el diseño de sistemas de tubos. Incluye datos para dimensionar los tubos, movimiento del fluido y pérdida de presión en ellos, estándares de tubos, estrategias de diseño y muchos otros temas relacionados. En la página *Piping Design Strategy*, se lee o puede descargarse el documento citado como referencia 5.
11. Hydraulic Supermarket.com *www.hydraulicsupermarket.com/technical.html* Conjunto extenso de artículos y datos técnicos relacionados con sistemas hidráulicos y componentes, mantenimiento y resolución de problemas, lineamientos de aplicación y fórmulas de aplicación.
12. Eaton Hydraulics *www.hydraulics.eaton.com* Fabricante de sistemas y componentes hidráulicos, inclusive de mangueras hidráulicas e industriales de las marcas Aeroquip y Weatherhead.

PROBLEMAS

Factores de conversión

En los problemas 6.1 a 6.22 efectúe la conversión de unidades que se le solicita.

6.1 Un flujo volumétrico de 3.0 gal/min a m^3/s.

6.2 459 gal/min a m^3/s.

6.3 8720 gal/min a m^3/s.

6.4 84.3 gal/min a m^3/s.

6.5 Un flujo volumétrico de 125 L/min a m^3/s.

6.6 4500 L/min a m^3/s.

6.7 15 000 L/min a m^3/s.

6.8 459 gal/min a L/min.

6.9 8720 gal/min a L/min.

6.10 23.5 cm^3/s a m^3/s.

6.11 0.296 cm^3/s a m^3/s.

6.12 0.105 m^3/s a L/min.

6.13 3.58×10^{-3} m^3/s a L/min.

6.14 5.26×10^{-6} m^3/s a L/min.

6.15 459 gal/min a pie^3/s.

6.16 20 gal/min a pie^3/s.

6.17 2500 gal/min a pie^3/s.

6.18 2.50 gal/min a pie^3/s.

6.19 125 pie^3/s a gal/min.

6.20 0.060 pie^3/s a gal/min.

6.21 7.50 pie^3/s a gal/min.

6.22 0.008 pie^3/s a gal/min.

6.23 En la tabla 6.2 listamos el rango de flujos volumétricos comunes para bombas centrífugas contra incendios, de 500 a 2500 gal/min. Exprese dicho rango en las unidades de pie^3/s y m^3/s.

6.24 En la tabla 6.2 listamos el rango de flujos volumétricos comunes para sistemas de bombeo industriales e hidráulicos, entre 3 y 30 gal/min. Exprese este rango en pie^3/s y m^3/s.

6.25 Las especificaciones de cierta bomba de pozo profundo de una residencia indican que entrega 745 gal/h. Exprese este flujo volumétrico en pie^3/s.

6.26 Una bomba pequeña maneja 0.85 gal/h de líquido fertilizante. Exprese este flujo en pie^3/s.

6.27 Una bomba pequeña medidora impulsa 11.4 gal de un tratamiento químico a base de agua cada 24 horas. Exprese este flujo volumétrico en pie^3/s.

6.28 Una bomba pequeña medidora impulsa 19.5 mL/min de agua para diluir una corriente de desechos. Exprese este flujo volumétrico en m^3/s.

Nota general: En los problemas siguientes tal vez se le pida que consulte en algún apéndice las propiedades de los fluidos, dimensiones de tuberías y tubos o factores de conversión. Suponga que en ningún problema hay pérdida de energía. A menos que se indique otra cosa, los tamaños de tubo son diámetros interiores reales.

Tasas de flujo de fluido

6.29M *Fluye 0.075 m^3/s de agua a 10 °C. Calcule el flujo en peso y el flujo másico.*

6.30M *Fluye un flujo de 2.35×10^{-3} m^3/s de aceite (sg = 0.90). Calcule el flujo en peso y el flujo másico.*

6.31M *Un líquido refrigerante (sg = 1.08) fluye con un flujo en peso de 28.5 N/h. Calcule el flujo volumétrico y el flujo másico.*

6.32M *Una vez que el refrigerante del problema 6.31 se convierte en vapor, su peso específico es de 12.50 N/m^3. Si el flujo en peso es de 28.5 N/h, calcule el flujo volumétrico.*

6.33C Un ventilador mueve 640 pie^3/min de aire. Si la densidad del aire es de 1.20 kg/m^3, calcule el flujo másico en slugs/s y el flujo en peso en lb/h.

6.34E Un soplador grande de un horno envía 47 000 pie^3/min de aire que tiene un peso específico de 0.075 lb/pie^3. Calcule el flujo en peso y el flujo másico.

6.35E Un horno necesita 1200 lb/h de aire para tener una combustión eficiente. Si el aire tiene un peso específico de 0.062 lb/pie^3, calcule el flujo volumétrico necesario.

6.36E Si una bomba retira 1.65 gal/min de agua de un tanque ¿cuánto tiempo tomará vaciar éste si contiene 7425 lb de agua?

Ecuación de continuidad

6.37E Calcule el diámetro de una tubería que conduciría 75.0 pie^3/s de cierto líquido a una velocidad promedio de 10.0 pies/s.

6.38E Si la velocidad de un líquido es de 1.65 pies/s en una tubería de 12 pulg de diámetro ¿cuál es la velocidad de un chorro de 3 pulg de diámetro que sale de un orificio hecho en el tubo?

6.39M *Si 2000 L/min de agua fluyen a través de una tubería de 300 mm de diámetro que después se reduce a 150 mm, calcule la velocidad promedio del flujo en cada tubería.*

6.40M *Fluye agua a 1.20 m/s en una tubería de 150 mm de diámetro. Calcule la velocidad del flujo en una tubería de 300 mm que está conectado al anterior.*

6.41M *Una tubería de 150 mm de diámetro conduce 0.072 m^3/s de agua. La tubería se divide en dos ramales, como se ve en la figura 6.15. Si la velocidad en la tubería de 50 mm es de 12.0 m/s, ¿cuál es la velocidad en la tubería de 100 mm?*

6.42E Hay que seleccionar una tubería de acero estándar cédula 40 para que lleve 10 gal/min de agua, con velocidad máxima de 1.0 pie/s. ¿Cuál es el tamaño de la tubería que debe utilizarse?

6.43E Si por una tubería estándar de 6 pulg, cédula 40, fluye agua a 180 °F con una velocidad de 4.50 pie/s, calcule el flujo en peso en lb/h.

6.44M *Un tubo de acero de una pulgada de diámetro exterior (espesor de pared de 0.065 pulg) conduce 19.7 L/min de aceite. Calcule la velocidad de flujo.*

6.45E La velocidad recomendada para el flujo en la línea de descarga de un sistema hidráulico de aceite está en el rango de 8.0 a 25.0 pies/s. Si la bomba impulsa 30 gal/min de aceite, especifique los tamaños (mayor y menor) apropiados de un tubo de acero.

6.46E Repita el problema 6.45, pero especifique los tamaños apropiados de la línea de succión, a fin de que la velocidad se mantenga entre 2.0 pies/s y 7.0 pies/s para un flujo de 30 gal/min.

6.47M *La tabla 6.2 muestra el de flujo volumétrico para bombas centrífugas contra incendios, en el rango de 1800 L/min a 9500 L/min. Para cada flujo volumétrico, especifique el tamaño apropiado más pequeño para una tubería de acero cédula 40, a fin de mantener la velocidad máxima del flujo en 2.0 m/s.*

6.48M *Repita el problema 6.47, pero utilice una tubería cédula 80.*

6.49M *Calcule la velocidad resultante del flujo, si por una tubería de 2 pulg cédula 40 pasan 400 L/min de fluido.*

6.50M *Repita el problema 6.49 para tubería de 2 pulg cédula 80.*

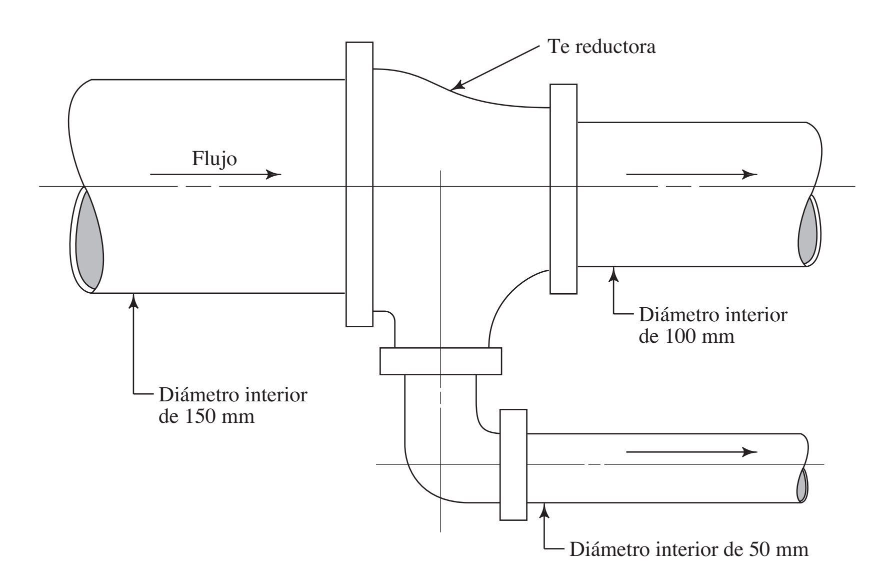
6.51E Calcule la velocidad resultante del flujo si por una tubería de 4 pulg cédula 40 pasan 400 gal/min de fluido.

6.52E Repita el problema 6.51 para una tubería de 4 pulg cédula 80.

6.53M *De la lista de tubos estándar de acero que aparece en el apéndice G, seleccione el tamaño más pequeño que conduciría 2.80 L/min de aceite, con velocidad máxima de 0.30 m/s.*

6.54E Una tubería de acero estándar de 6 pulg cédula 40 conduce 95 gal/min de agua. La tubería se divide en dos ramales de tubos estándar de 3 pulg. Si el flujo se divide por igual entre las ramas, calcule la velocidad de flujo en las tres tuberías.

FIGURA 6.15 Problema 6.41.



En los problemas 6.55 a 6.57 utilice la figura 6.2 para especificar los tamaños apropiados de tubería cédula 40, que conducen un flujo volumétrico de agua en la línea de succión y en la línea de descarga de un sistema de distribución por bombeo. Seleccione los tamaños de tubería que están por arriba y por debajo de la curva para el flujo volumétrico dado, y después calcule la velocidad real de flujo en cada uno.

6.55E Utilice $Q = 800$ gal/min.

6.56E Emplee $Q = 2000$ gal/min.

6.57M *Use* $Q = 60\ m^3/h$.

6.58M *Un medidor venturí es un dispositivo que utiliza una reducción en un sistema de flujo para medir la velocidad de éste. La figura 6.16 ilustra un diseño. Si la sección principal del tubo es estándar de 4 pulg, tipo K de cobre, calcule el flujo volumétrico cuando la velocidad sea de 3.0 m/s. Después, para dicho flujo volumétrico, especifique el tamaño de la sección de la garganta que permitiría una velocidad de al menos 15.0 m/s.*

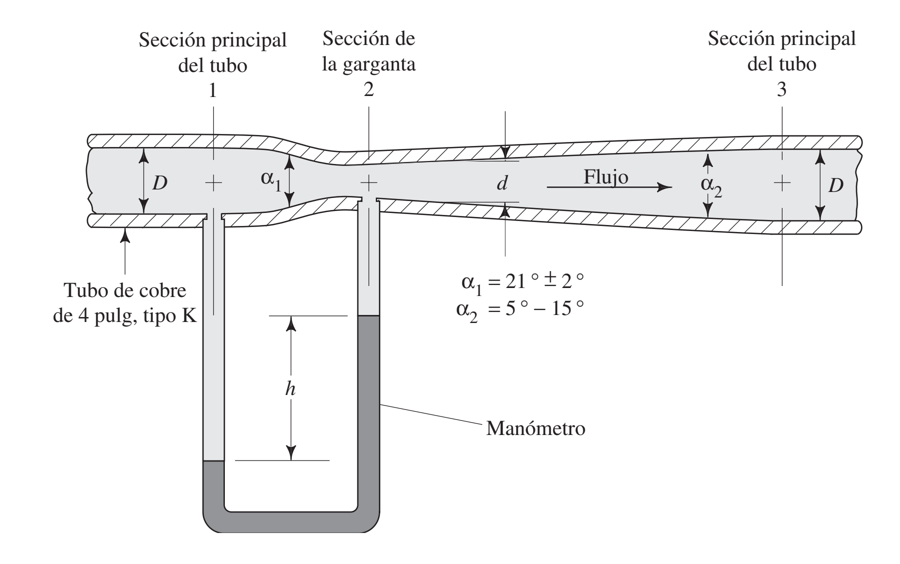


FIGURA 6.16 Medidor venturí para el problema 6.58.

6.59E La tobera de flujo de la figura 6.17 se le emplea para medir la velocidad de flujo. Si instalamos la tobera de 4.60 pulg de diámetro dentro de un tubo de 14 pulg cédula 40, calcule la velocidad del flujo en la sección 1 y en la garganta de la tobera cuando hay un flujo de 7.50 pie^3/s de agua a través del sistema.

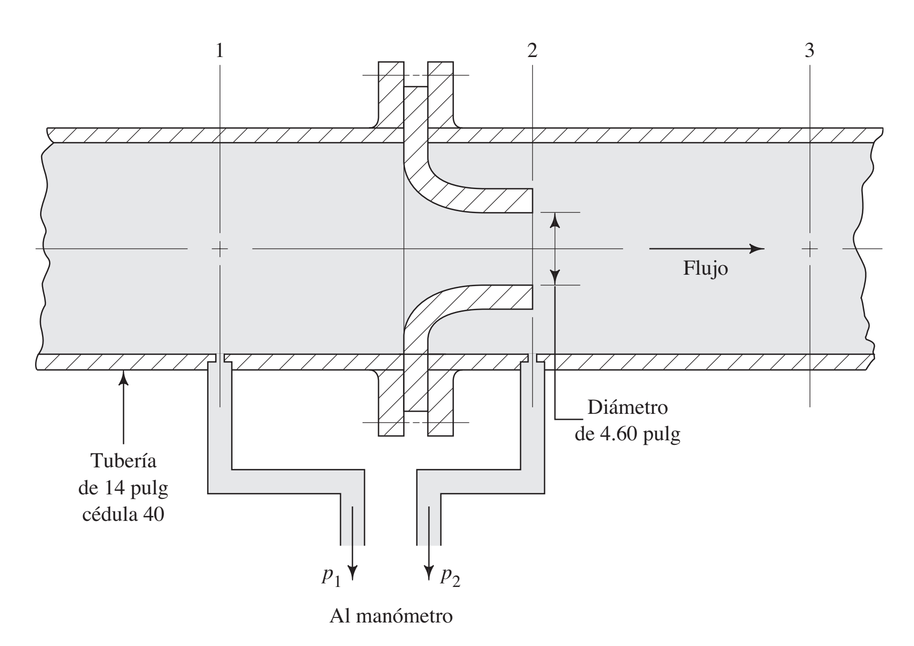


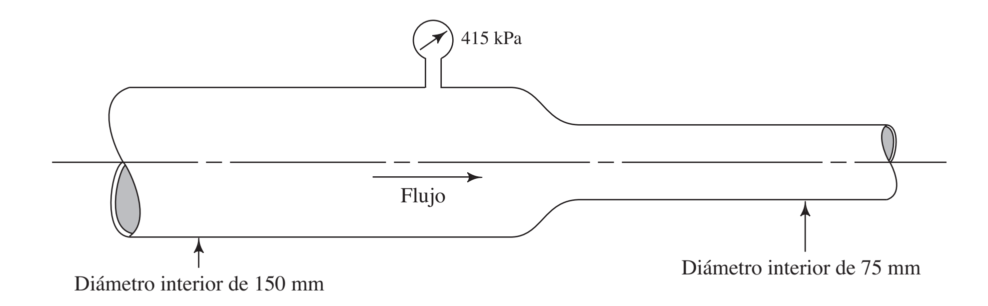
FIGURA 6.17 Medidor tipo tobera para el problema 6.59.

Nota: En todos los problemas restantes suponga que la pérdida de energía es igual a cero. En los capítulos 7 a 13 estudiamos los sistemas en los que hay pérdida de energía.

Ecuación de Bernoulli

6.60M *Por la tubería de la figura 6.18 fluyen 0.11 m³/s de gasolina (sg = 0.67). Si la presión antes de la reducción es de 415 kPa, calcule la presión en la tubería de 75 mm de diámetro.*

FIGURA 6.18 Problema 6.60.



6.61M *Del punto A al punto B de la tubería de la figura 6.19, fluye agua a 10 °C, a razón de 0.37 m³/s. Si la presión en A es de 66.2 kPa, calcule la presión en B.*

6.62M *Calcule el flujo volumétrico del agua a 5 °C que pasa por el sistema ilustrado en la figura 6.20.*

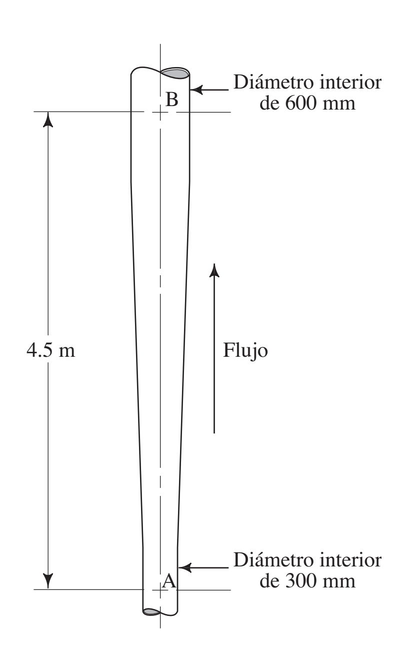


FIGURA 6.19 Problema 6.61.

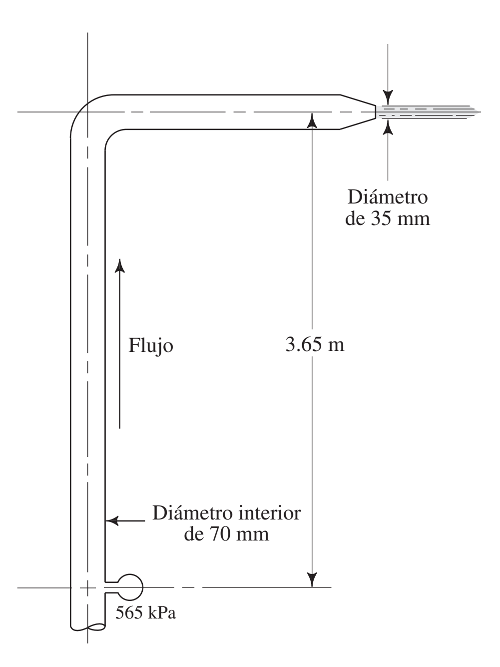
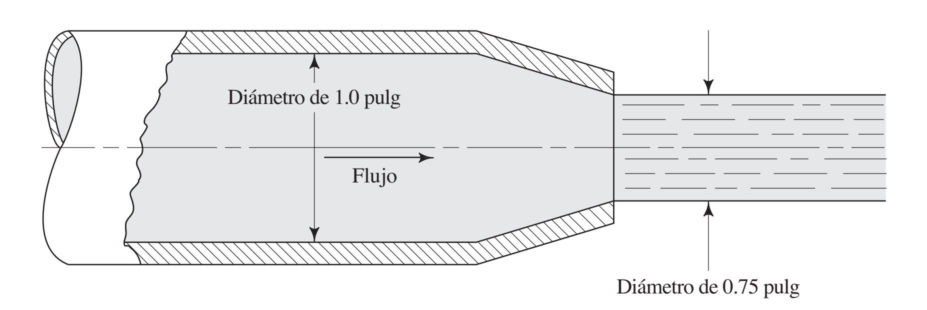


FIGURA 6.20 Problema 6.62.

FIGURA 6.21 Problema 6.63.



6.63E Calcule la presión necesaria en la salida inmediata de la tobera del tubo, según ilustramos en la figura 6.21, para producir una velocidad del chorro de 75 pie/s. El fluido es agua a 180 °F.

6.64E Desde una tubería estándar de acero de 1 pulg cédula 40, fluye keroseno con peso específico de 50.0 lb/pie^3 a razón de 10 gal/min hacia otra tubería estándar también de acero de 2 pulg cédula 40. Calcule la diferencia en la presión en los dos tubos.

6.65M *Para el sistema mostrado en la figura 6.22, calcule (a) el flujo volumétrico de agua que sale de la tobera, y (b) la presión en el punto A.*

6.66M *Para el sistema mostrado en la figura 6.23, calcule (a) el flujo volumétrico de aceite que sale de la tobera, y (b) las presiones en A y en B.*

FIGURA 6.22 Problema 6.65.

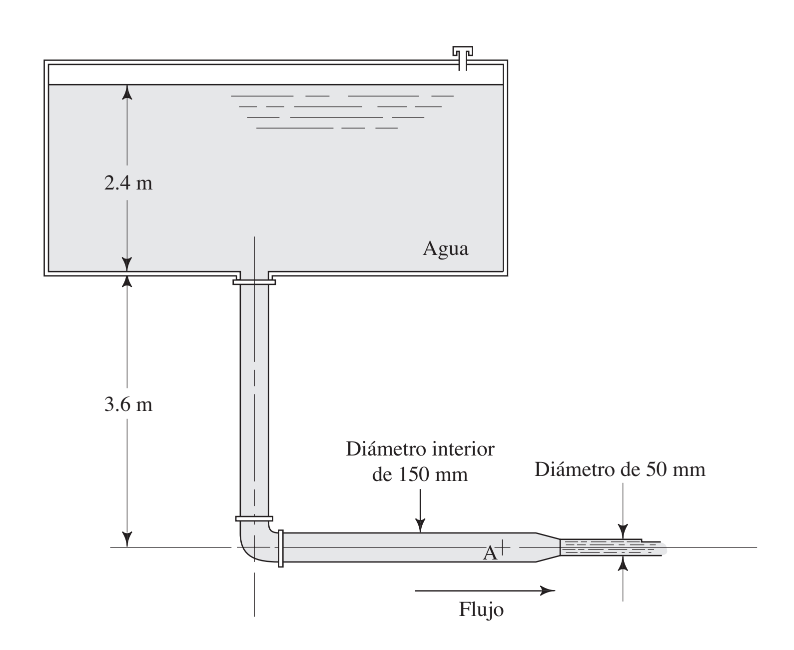
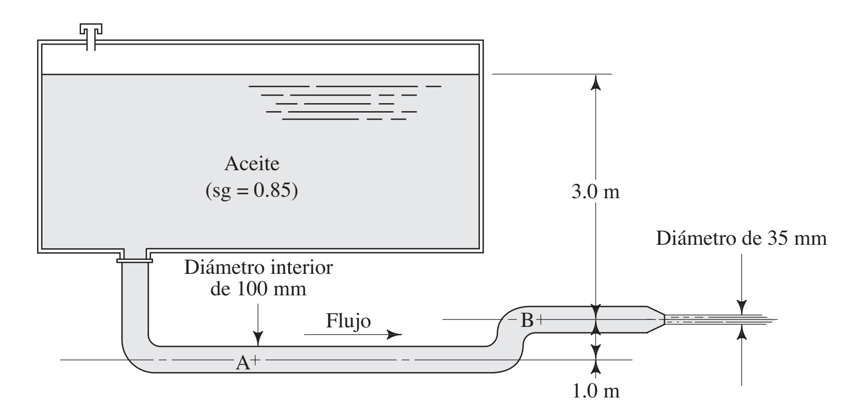


FIGURA 6.23 Problema 6.66.



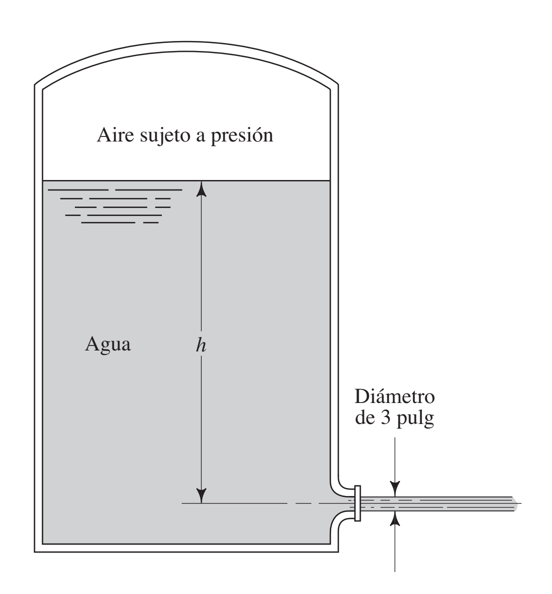


FIGURA 6.24 Problema 6.67 y 6.68.

6.67E Para el tanque de la figura 6.24, calcule el flujo volumétrico de agua que sale por la tobera. El tanque está sellado y hay una presión de 20 psig sobre el agua. La profundidad h es de 8 pies.

6.68E Calcule la presión del aire en el tanque sellado que aparece en la figura 6.24, que provocaría que la velocidad del flujo fuera de 20 pies/s a la salida de la tobera. La profundidad h es de 10 pies.

6.69M *Para el sifón de la figura 6.25, calcule (a) el flujo volumétrico del agua que pasa por la tobera, y (b) la presión en los puntos A y B. Las distancias son $X = 4.6$ m, $Y = 0.90$ m.*

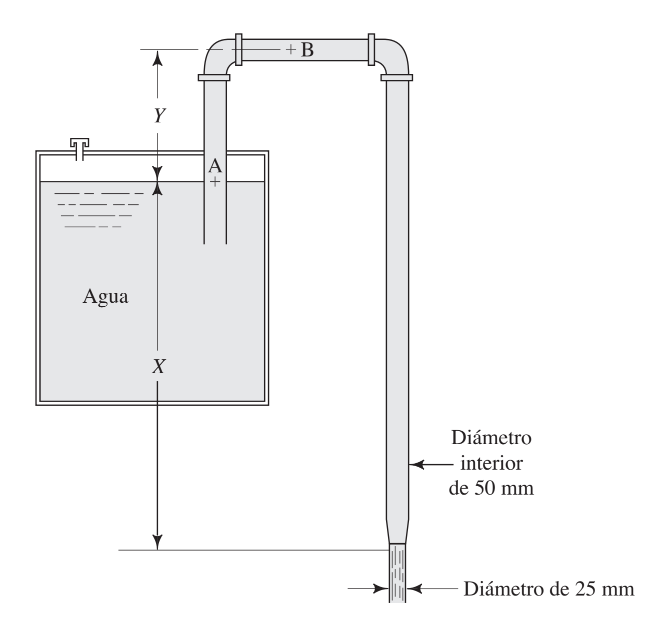


FIGURA 6.25 Problemas 6.69, 6.70 y 6.71.

6.70M *Para el sifón de la figura 6.25, calcule la distancia X que se requiere para obtener un flujo volumétrico de 7.1×10^{-3} m^3/s.*

6.71M *Para el sifón de la figura 6.25, suponga que el flujo volumétrico es de 5.6×10^{-3} m^3/s. Determine la distancia máxima permisible Y si la presión mínima tolerable en el sistema es de -18 kPa (manométrica).*

6.72M *Para el sifón de la figura 6.26, calcule (a) el flujo volumétrico de aceite que sale del tanque, y (b) las presiones en los puntos A a D.*

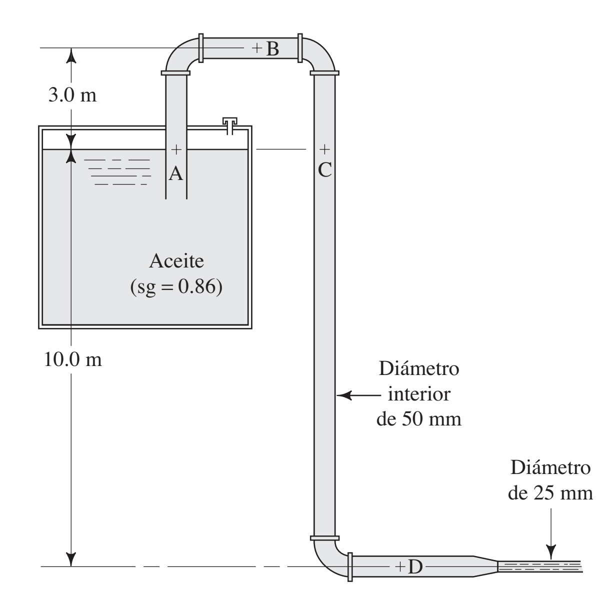


FIGURA 6.26 Problema 6.72 y 6.83.

6.73E En el reductor de tubería de la figura 6.27 la presión en A es de 50.0 psig y en B es de 42.0 psig. Calcule la velocidad de flujo del agua en el punto B.

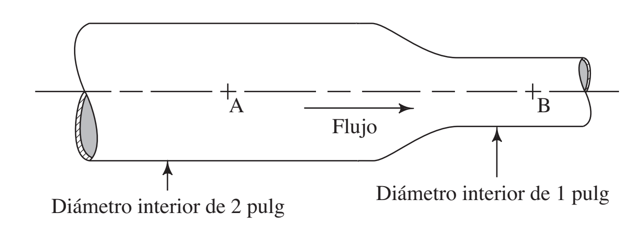


FIGURA 6.27 Problemas 6.73 y 6.84.

6.74E En el alargamiento mostrado en la figura 6.28, la presión en A es de 25.6 psig y en B es de 28.2 psig. Calcule el flujo volumétrico del aceite (sg = 0.90).

6.75M *En la figura 6.29 mostramos un manómetro empleado para indicar la diferencia de presión entre dos puntos en un sistema de tubería. Calcule el flujo volumétrico del agua en el sistema, si la deflexión del manómetro h es de 250 mm. (A este arreglo se le denomina medidor venturí, y se usa con frecuencia para medir flujos.)*

6.76M *Para el medidor venturí de la figura 6.29, calcule la deflexión del manómetro h si la velocidad del flujo de agua en la sección de 25 mm de diámetro es de 10 m/s.*

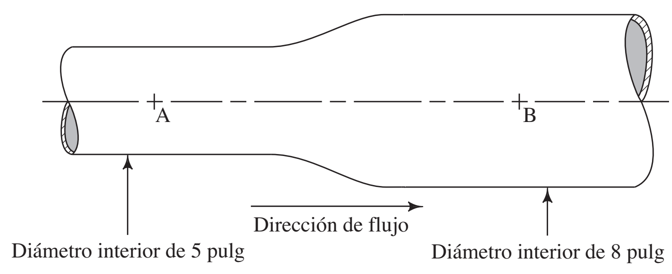
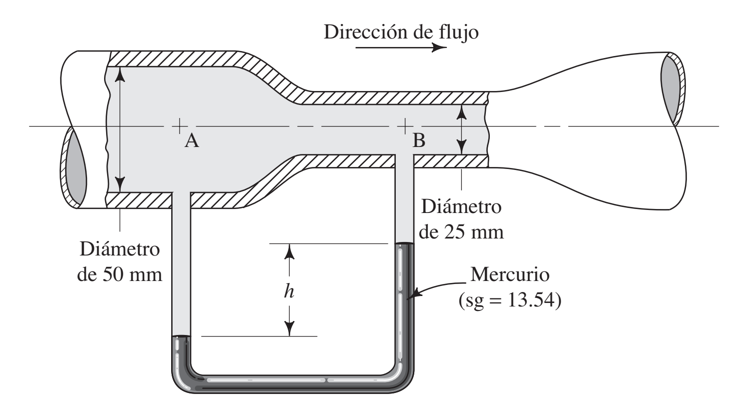
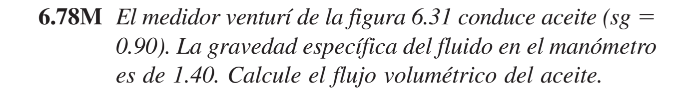


FIGURA 6.28 Problema 6.74.

FIGURA 6.29 Problemas 6.75 y 6.76.



6.77M *Del punto A al punto B del sistema que aparece en la figura 6.30, fluye aceite con peso específico de 8.64 kN/m³. Calcule el flujo volumétrico del aceite.*



6.78M *El medidor venturí de la figura 6.31 conduce aceite (sg = 0.90). La gravedad específica del fluido en el manómetro es de 1.40. Calcule el flujo volumétrico del aceite.*

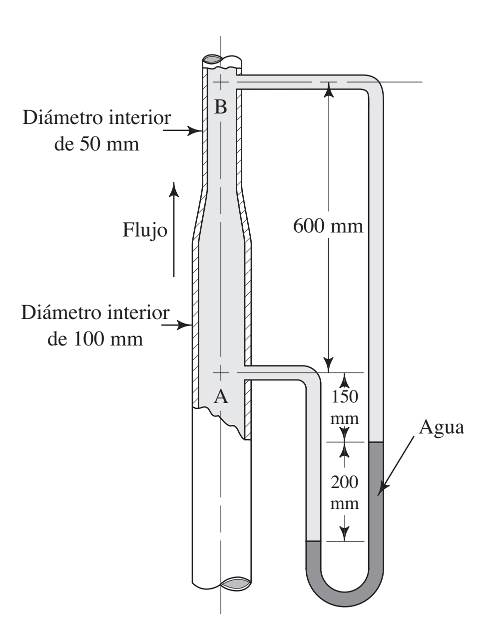


FIGURA 6.30 Problema 6.77.

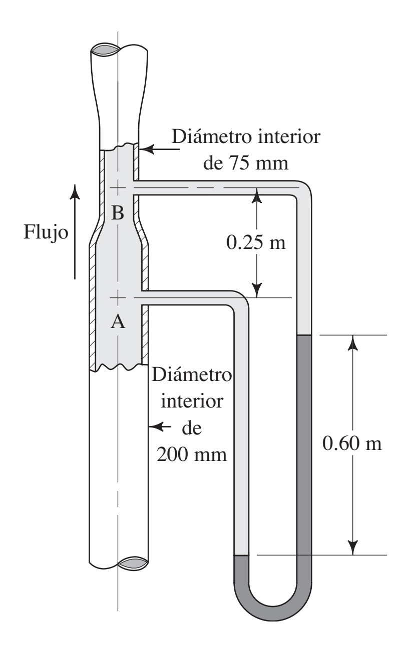


FIGURA 6.31 Problema 6.78.

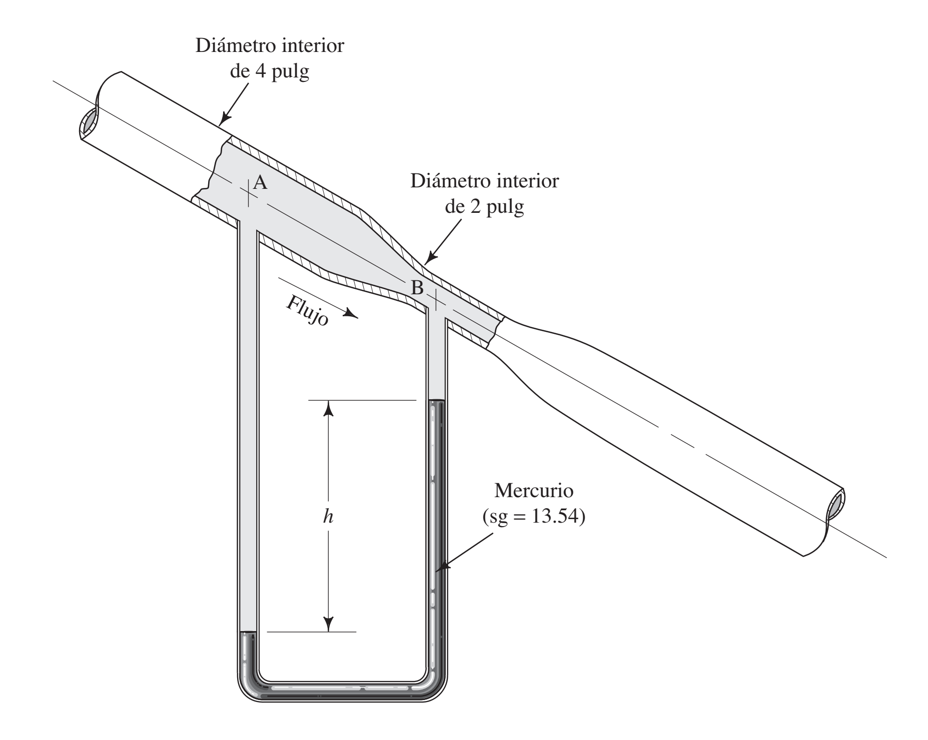


FIGURA 6.32 Problemas 6.79 y 6.80.

6.79E A través del medidor venturí de la figura 6.32 fluye hacia abajo aceite con gravedad específica de 0.90. Si la deflexión del manómetro h es de 28 pulg, calcule el flujo volumétrico del aceite.

6.80E A través del medidor venturí de la figura 6.32 fluye hacia abajo aceite con gravedad específica de 0.90. Si la velocidad del flujo en la sección de 2 pulg de diámetro es de 10.0 pies/s, calcule la deflexión h del manómetro.

6.81E A través de la tubería de la figura 6.33 fluye gasolina (sg = 0.67) a razón de 4.0 pie^3/s. Si la presión antes de la reducción es de 60 psig, calcule la presión en la tubería de 3 pulg.

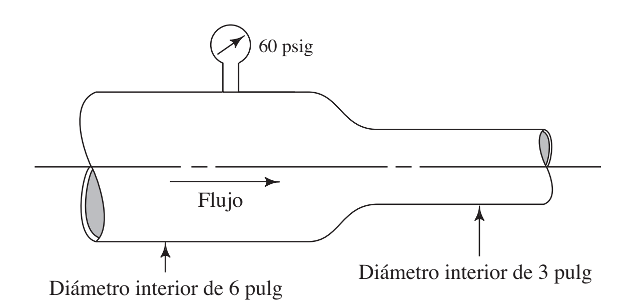


FIGURA 6.33 Problema 6.81.

6.82E Del punto A al punto B del sistema de la figura 6.34 fluye aceite con peso específico de 55.0 lb/pie^3. Calcule el flujo volumétrico del aceite.

6.83M *Trace una gráfica de la carga de elevación, carga de presión, carga de velocidad y carga total, para el sistema de sifón de la figura 6.26 (analizado en el problema 6.70).*

6.84E Trace una gráfica de la carga de elevación, carga de presión, carga de velocidad y carga total, para el sistema de la figura 6.27 (analizado en el problema 6.73).

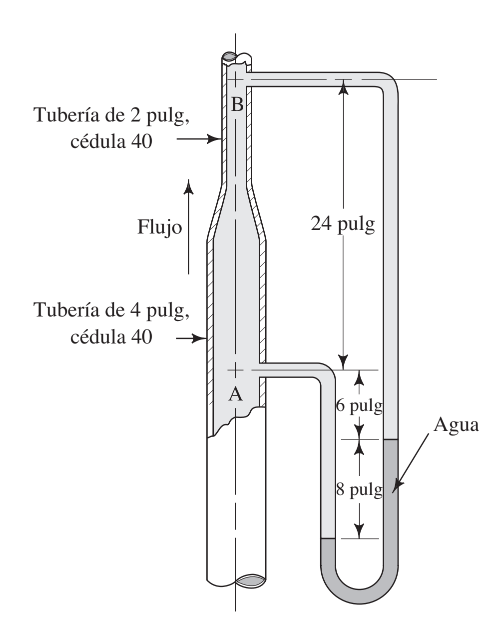


FIGURA 6.34 Problema 6.82.

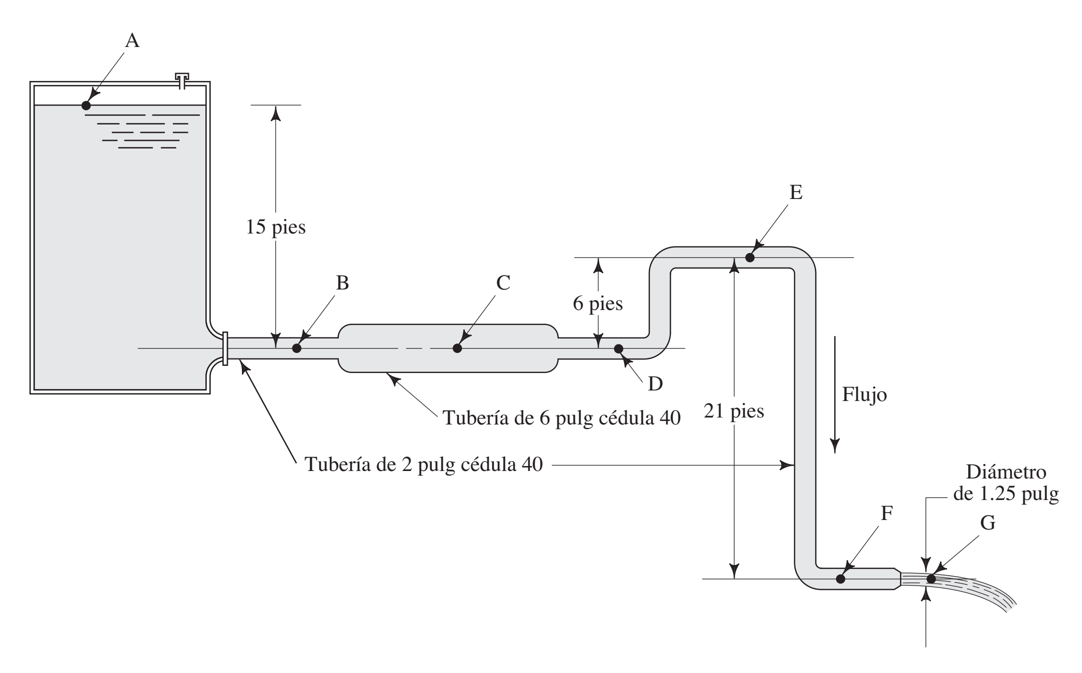
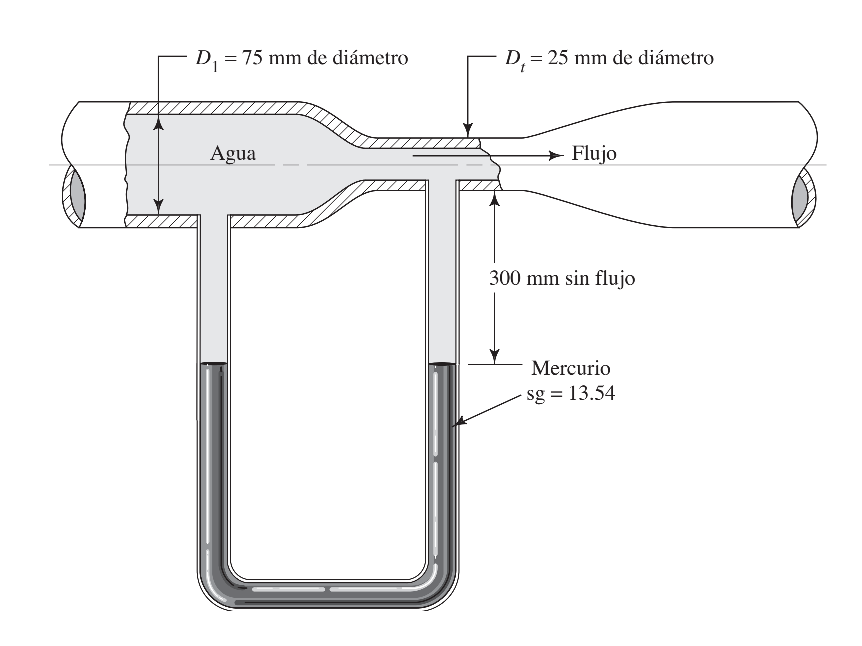


FIGURA 6.35 Sistema de flujo para el problema 6.85.

6.85E En la figura 6.35 ilustramos un sistema donde fluye agua desde un tanque a través de un sistema de tuberías de distintos tamaños y elevaciones. Para los puntos A-G calcule la carga de elevación, la carga de presión, la carga de velocidad y la carga total. Grafique estos valores en un diagrama similar al de la figura 6.6.

6.86M *La figura 6.36 muestra un medidor venturi con un manómetro de tubo en U, para medir la velocidad de flujo. Cuando no hay flujo, la columna de mercurio está balanceada y su parte superior queda a 300 mm por debajo de la garganta. Calcule el flujo volumétrico a través del medidor, que haría que el mercurio fluyera por la garganta. Observe que para una deflexión dada del manómetro h, el lado izquierdo se movería hacia abajo h/2 y el derecho se elevaría h/2.*

FIGURA 6.36 Medidor venturi para el problema 6.86.



6.87E Para el tanque de la figura 6.37, calcule la velocidad del flujo que sale por la tobera a profundidades que varían de 10.0 pies a 2.0 pies, en incrementos de 2.0 pies. Después, utilice los incrementos de 0.5 pies a cero. Grafique la velocidad *versus* la profundidad.

6.88E ¿Cuál es la profundidad de fluido por arriba de la tobera que se requiere para que circulen 200 gal/min de agua desde el tanque ilustrado en la figura 6.37? La tobera tiene 3.00 pulg de diámetro.

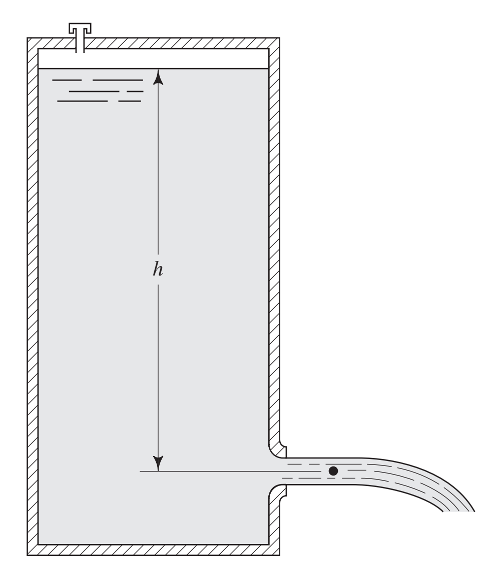


FIGURA 6.37 Tanque para los problemas 6.87 y 6.88.

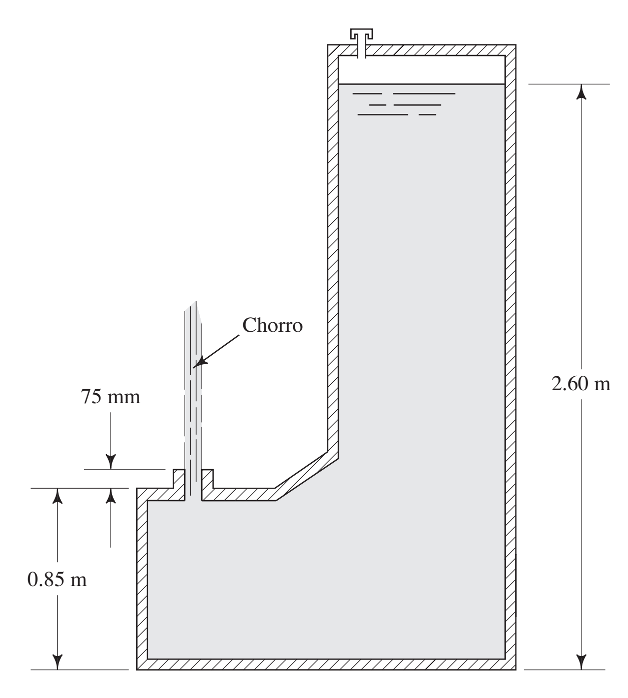


FIGURA 6.38 Problema 6.91.

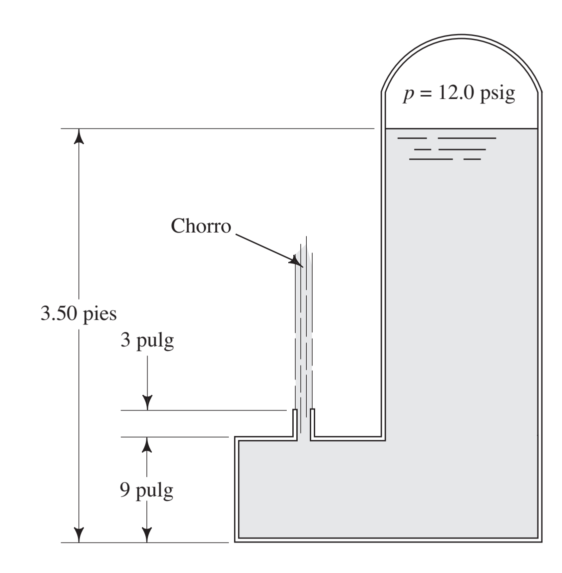


FIGURA 6.39 Problema 6.92.

Teorema de Torricelli

6.89 Obtenga el teorema de Torricelli para la velocidad del flujo desde un tanque y a través de un orificio abierto a la atmósfera, para una profundidad dada de fluido.

6.90E Resuelva el problema 6.88 por medio de la aplicación directa del teorema de Torricelli.

6.91M *¿Qué altura alcanzará el chorro de fluido, en las condiciones mostradas en la figura 6.38?*

6.92E ¿Qué altura alcanzará el chorro de agua, en las condiciones mostradas en la figura 6.39?

6.93E ¿Qué presión se deberá aplicar sobre el agua de la figura 6.12 para hacer que el chorro se eleve 28 pies? La profundidad del agua es de 4.50 pies.

6.94M *¿Qué presión se deberá aplicar sobre el agua de la figura 6.12 para hacer que el chorro se eleve 9.50 m? La profundidad del agua es de 1.50 m.*

Flujo debido a una disminución de la altura

6.95M *Calcule el tiempo necesario para vaciar el tanque de la figura 6.13, si la profundidad original es de 2.68 m. El diámetro del tanque es de 3.00 m y el diámetro del orificio es de 150 mm.*

6.96M *Calcule el tiempo necesario para vaciar el tanque de la figura 6.13, si la profundidad original es de 55 mm. El diámetro del tanque es de 300 mm y el diámetro del orificio es de 20 mm.*

6.97E Calcule el tiempo necesario para vaciar el tanque de la figura 6.13, si la profundidad original es de 15.0 pies. El diámetro del tanque es de 12.0 pies y el diámetro de la abertura es de 6.00 pulg.

6.98E Calcule el tiempo necesario para vaciar el tanque de la figura 6.13, si la profundidad original es de 18.5 pulg. El diámetro del tanque es de 22.0 pulg y el diámetro del orificio es de 0.50 pulg.

6.99M *Calcule el tiempo necesario para reducir en 1.50 m la profundidad del tanque de la figura 6.13, si la profundidad original es de 2.68 m. El diámetro del tanque es de 2.25 m y el diámetro del orificio es de 50 mm.*

6.100M *Calcule el tiempo necesario para reducir en 225 mm la profundidad del tanque de la figura 6.13, si la profundidad original es de 1.38 m. El diámetro del tanque es de 1.25 m y el diámetro del orificio es de 25 mm.*

6.101E Calcule el tiempo necesario para reducir en 12.5 pulg la profundidad del tanque de la figura 6.13, si la profundidad original es de 38 pulg. El diámetro del tanque es de 6.25 pies y el diámetro del orificio es de 0.625 pulg.

6.102E Calcule el tiempo necesario para que la profundidad del tanque de la figura 6.13 disminuya en 21.0 pies, si la profundidad original es de 23.0 pies. El diámetro del tanque es de 46.5 pies, y el diámetro del orificio es de 8.75 pulg.

6.103E Repita el problema 6.97, si el tanque está sellado y aplicamos una presión de 5.0 psig sobre el agua del tanque.

6.104E Repita el problema 6.101, si el tanque está sellado y aplicamos una presión de 2.8 psig sobre el agua del tanque.

6.105M *Repita el problema 6.96, si el tanque está sellado y aplicamos una presión de 20 kPa (manométrica) sobre el agua del tanque.*

6.106M *Repita el problema 6.100, si el tanque está sellado y aplicamos una presión de 35 kPa (manométrica) sobre el agua del tanque.*

TAREA DE PROGRAMACIÓN DE COMPUTADORAS

1. Diseñe una hoja de cálculo para obtener los valores de la carga de presión, carga de velocidad, carga de elevación y carga total para valores dados de presión, velocidad y elevación.
2. Mejore la hoja de cálculo del problema anterior, listando lado con lado las distintas combinaciones de los diferentes componentes de carga, a fin de comparar una con otra, como lo hicimos por medio de la ecuación de Bernoulli.
3. En la hoja de cálculo del ejercicio 1 incluya la posibilidad de calcular la velocidad de flujo, a partir de cifras dadas del flujo volumétrico y del tamaño de tubería.
4. Diseñe una hoja de cálculo para determinar, por medio de la ecuación (6-26), el tiempo necesario para que disminuya el nivel del fluido en un tanque entre dos valores para cualquier combinación de tamaño de tanque y diámetro de la tobera. Aplíquela a los problemas 6.95 a 6.102.
5. Agregue la capacidad de presurizar el sistema a la hoja de cálculo del ejercicio 4. Aplíquela a los problemas 6.103 y 6.106.
6. Diseñe una hoja de cálculo para determinar la velocidad de flujo desde un orificio, por medio del teorema de Torricelli y para cualquier profundidad de fluido, y la cantidad de presión que se desee sobre éste. Aplíquela a los problemas 6.90 a 6.94.

7 Ecuación general de la energía

7.1 Panorama

Mapa de aprendizaje

- Usted aumentará su capacidad de analizar la energía en los sistemas de flujo de fluidos al agregar términos a la ecuación de Bernoulli.
- Tomará en cuenta la pérdida de energía en un sistema a causa de la fricción, las válvulas y demás accesorios.
- Considerará la energía que una bomba agrega al sistema.
- Considerará a la energía que los motores de fluido o turbinas retiran del sistema.
- Al sumarse estos términos a la ecuación de Bernoulli, ésta se transforma en la ecuación general de la energía.
- Mediante el empleo de la ecuación general de la energía se eliminan muchas de las restricciones identificadas para la ecuación de Bernoulli.

Descubrimientos

Piense otra vez en los sistemas de fluido que estudiamos en la sección Panorama del capítulo 6. Tal vez pensó en el sistema de distribución de agua de su hogar, un sistema de riego por aspersión, la tubería de un sistema de fluido de potencia o los sistemas de distribución de fluidos de una fabrica industrial.

- ¿De qué manera estos sistemas incluyen pérdida de energía, ganancia o retiro de ella?
- ¿Algunos de los sistemas incluyen bombas para transportar la energía que da lugar al flujo e incrementan la presión del fluido?
- ¿Hay un motor de fluido o una turbina que extrae la energía del fluido para hacer que gire un eje y realice trabajo?
- ¿Hay válvulas u otros dispositivos para controlar el flujo en el sistema?
- ¿El fluido hace cambios de dirección conforme circula por el sistema?
- ¿Hay tramos en los que cambia el tamaño del sistema de flujo cuando se hace más pequeño o más grande?
- Observe que habrá pérdida de energía conforme el fluido pasa por tuberías rectas y tubos, que causan que la caída de presión disminuya.

En este capítulo aprenderá a aprovechar su conocimiento de la ecuación de Bernoulli, a fin de aplicar la ecuación general de la energía a sistemas reales con bombas, motores de fluido, turbinas y a la pérdida de energía por la fricción, las válvulas y los accesorios. También aprenderá a calcular la potencia que las bombas imprimen al fluido, y la que retiran de éste los motores de fluido o turbinas. También estudiaremos la eficiencia de bombas, motores y turbinas..

Conceptos introductorios

Gracias a su empeño en el capítulo 6, usted debe tener una comprensión básica para analizar sistemas de flujo de fluidos. Debe ser capaz de calcular el flujo volumétrico, el flujo en peso y el flujo másico. Debe ser diestro en los distintos usos del principio de continuidad, el cual establece que el flujo másico es la mismo a través de un sistema de flujo estable. Manejaremos la siguiente ecuación de continuidad, que con frecuencia involucra el flujo volumétrico cuando hay líquidos que circulan en el sistema:

$$Q_1 = Q_2$$

Como $Q = Av$, ésta se escribe como

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

Estas relaciones permiten determinar la velocidad de flujo en cualquier punto del sistema, si se conoce el flujo volumétrico y las áreas de las tuberías en las secciones de interés.

Además, debería estar familiarizado con los términos que expresan la energía que posee un fluido por unidad de peso de fluido que circula por el sistema:

p/γ es la carga de presión.

z es la carga de elevación.

$v^2/2g$ es la carga de velocidad.

A la suma de estos tres términos se le denomina *carga total*.

Todo esto compone ecuación de Bernoulli,

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

Sin embargo, hay varias restricciones para utilizar la ecuación de Bernoulli, como se vio en la sección 6.8:

1. Sólo es válida para fluidos incompresibles.
2. Entre las dos secciones de interés no puede haber dispositivos mecánicos como bombas, motores de fluido o turbinas.
3. No puede haber pérdida de energía por la fricción o turbulencia que generen válvulas y accesorios en el sistema de flujo.
4. No puede existir transferencia de calor hacia el sistema o fuera de éste.

En realidad, ningún sistema satisface todas estas restricciones.

Observe la figura 7.1, que muestra parte de un sistema de distribución de fluido industrial. El fluido entra por el lado izquierdo, donde la línea de succión lo extrae de un tanque de almacenamiento. La bomba en línea agrega energía al fluido y hace que éste pase por la

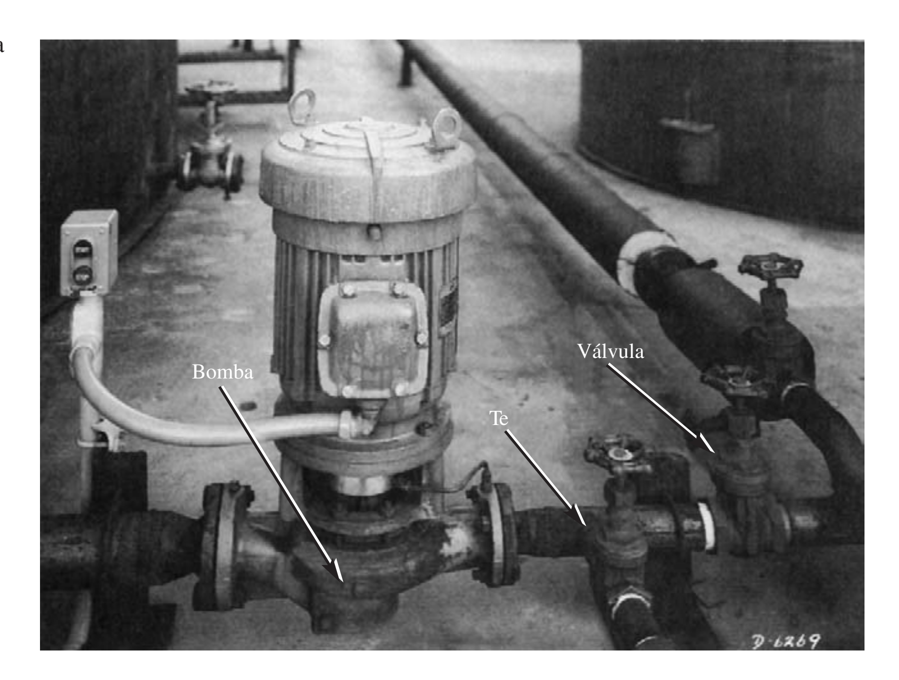


FIGURA 7.1 Instalación de tubería en la que se aprecia una bomba, válvulas, tes y otros aditamentos. (Fuente: Ingersoll-Rand Co., Montvale, NJ.)

línea de conducción y luego al resto del sistema de tuberías. Note el reductor gradual que se encuentra entre la línea de succión y la entrada de la bomba. En forma similar, aprecie el agrandamiento gradual entre la salida de la bomba y la línea de conducción. Se requiere de éstos debido a que los tubos son, en tamaño, ligeramente distintos que las conexiones proporcionadas por el fabricante de la bomba, fenómeno común. Después, el fluido circula directo hacia una te, donde puede abrirse una válvula en el ramal para llevar parte del fluido hacia otro destino. Después de abandonar la te, el fluido pasa por una válvula que se usa para parar el flujo en la línea de conducción. Justo al salir de la válvula hay otra te donde el fluido se ramifica, pasa por un codo a 90 º y por otra válvula. Después, la línea de conducción está aislada y el fluido circula por el tubo largo y recto hacia su destino final.

Cada válvula, te, codo, reductor y agrandamiento, ocasiona que se pierda energía del fluido. Además, mientras el fluido pasa por tramos rectos de tubo, se pierde energía debido a la fricción. De esta forma, el objetivo de usted debe ser el diseño del sistema, especificar los tamaños de las tuberías y tipos de válvulas y accesorios, analizar la presión en puntos distintos del sistema, determinar las demandas a la bomba y especificar una que sea adecuada para el sistema. La información de los capítulos 7 a 13 le proporciona las herramientas para que pueda cumplir con dichos objetivos. En este capítulo aprenderá a analizar los cambios en la energía que tienen lugar a través del sistema, los cambios correspondientes en la presión, la potencia que una bomba imprime al fluido y la eficiencia de ésta.

También aprenderá a determinar la potencia que un motor de fluido o turbina retiran del sistema, así como a calcular su eficiencia.

7.2 OBJETIVOS

Al terminar este capítulo podrá:

1. Identificar las condiciones donde hay pérdida de energía en los sistemas de flujo de fluidos.
2. Identificar los medios por los que se agrega energía a un sistema de flujo de fluidos.
3. Identificar las formas en que se retira energía de un sistema de flujo de fluidos.
4. Extender la ecuación de Bernoulli para conformar la ecuación general de la energía, considerando pérdidas, ganancias o retiros, de energía.
5. Aplicar la ecuación general de la energía a diferentes problemas prácticos.
6. Calcular la potencia que las bombas agregan a un fluido.
7. Definir la *eficiencia de las bombas*.
8. Calcular la potencia que se requiere para operar las bombas.
9. Determinar la potencia que un fluido da a un motor de fluido.
10. Definir la *eficiencia de los motores de fluido*.
11. Calcular la salida de potencia de un motor de fluido.

7.3 PÉRDIDAS Y GANANCIAS DE ENERGÍA

El objetivo de esta sección es describir, en términos generales, los distintos dispositivos y componentes de los sistemas de circulación de flujo de fluido. Se encuentran en la mayoría de los sistemas y agregan energía al fluido, la retiran de éste, o provocan pérdidas indeseables de ella.

En esta parte sólo describimos dichos dispositivos en términos conceptuales. Estudiamos las bombas, los motores de fluido y la pérdida por fricción conforme el fluido pasa por ductos y tubos, pérdidas de energía por cambios en el tamaño de la trayectoria de flujo, y pérdidas de energía por las válvulas y accesorios.

En capítulos posteriores, aprenderá más detalles acerca del cálculo de la cantidad de energía que se pierde en las tuberías, en tipos específicos de válvulas y accesorios. Aprenderá el método para utilizar de curvas de rendimiento de las bombas y su aplicación en forma apropiada.

7.3.1 Bombas

Una bomba es un ejemplo común de dispositivo mecánico que añade energía a un fluido. Un motor eléctrico o algún otro aditamento importante impulsa un eje rotatorio en la bomba. Entonces, la bomba aprovecha esta energía cinética y la trasmite al fluido, lo que provoca el movimiento de éste y el incremento de su presión.

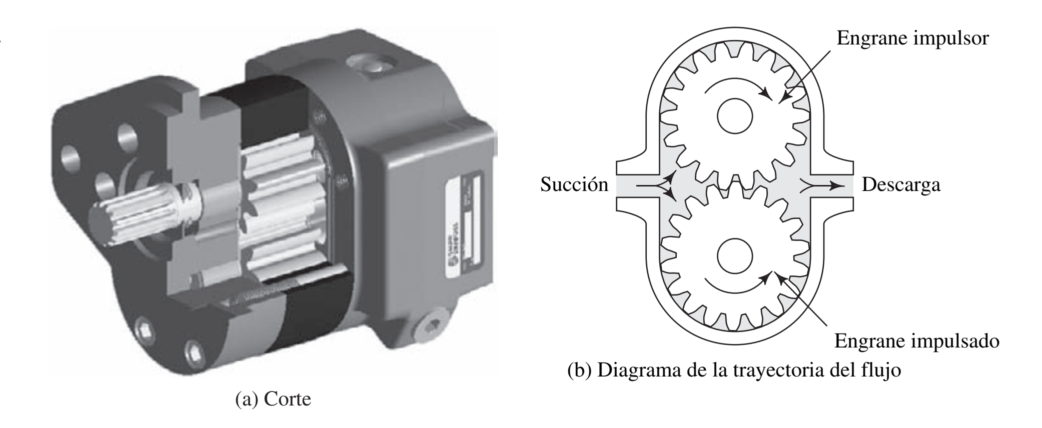


FIGURA 7.2 Bomba de engranes. (Fuente de la fotografía: Sauer-Danfoss Company, Ames, IA; fuente del dibujo: *Machine Design Magazine.*)

En los diseños de bombas se utilizan varias configuraciones. El sistema de la figura 7.1 contiene una bomba centrífuga montada en línea con la tubería del proceso. Las figuras 7.2 y 7.3 muestran dos tipos de bombas de fluido de potencia capaces de producir presiones muy altas en el rango de 1500 a 5000 psi (10.3 a 34.5 MPa). En el capítulo 13 hacemos un estudio extenso de éstos y otros estilos de bombas, así como de los criterios de selección y aplicación.

7.3.2 Motores de fluido

Los motores de fluido, turbinas, actuadores rotatorios y lineales, son algunos ejemplos de dispositivos que toman energía de un fluido y la convierten a una forma de trabajo, por medio de la rotación de un eje o el movimiento de un pistón.

Muchos motores de fluido tienen las mismas configuraciones básicas de las bombas que mostramos en las figuras 7.2 y 7.3. La diferencia principal entre una bomba y un motor de fluido es que, cuando funciona como motor, el fluido impulsa los elementos rotatorios del dispositivo. En las bombas ocurre lo contrario. Para ciertos diseños, como el tipo de engrane sobre engrane mostrado en la figura 7.2, una bomba podría actuar como motor al forzar un flujo a través del dispositivo. En otros tipos se requeriría un cambio en el arreglo de las válvulas o en la configuración de los elementos giratorios.

Es frecuente que el motor hidráulico de la figura 7.4 se utilice como impulsor de las ruedas de los equipos de construcción y camiones, y para los componentes rotatorios de sistemas de transferencia de materiales, bandas transportadoras, equipos agrícolas, máquinas especiales y equipos automáticos. El diseño incorpora un engrane interno estacionario de forma especial. El componente que gira se parece a un engrane externo, a veces se le llama *gerrotor*, y tiene un diente menos que el interno. El engra-

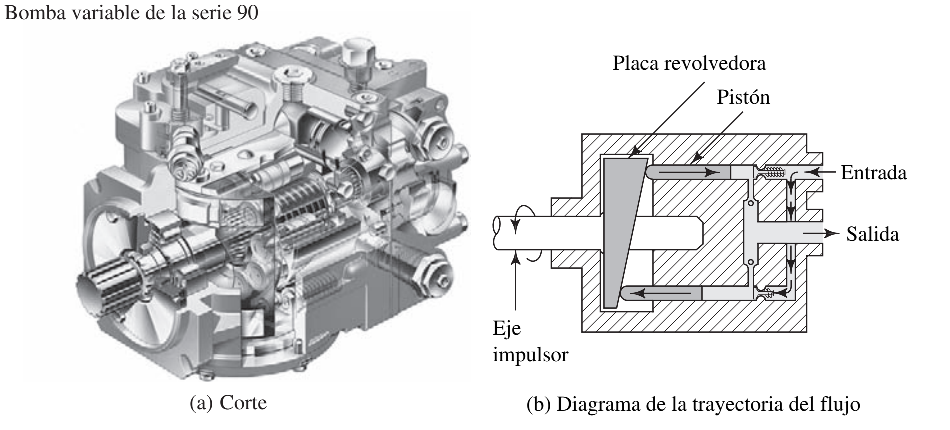
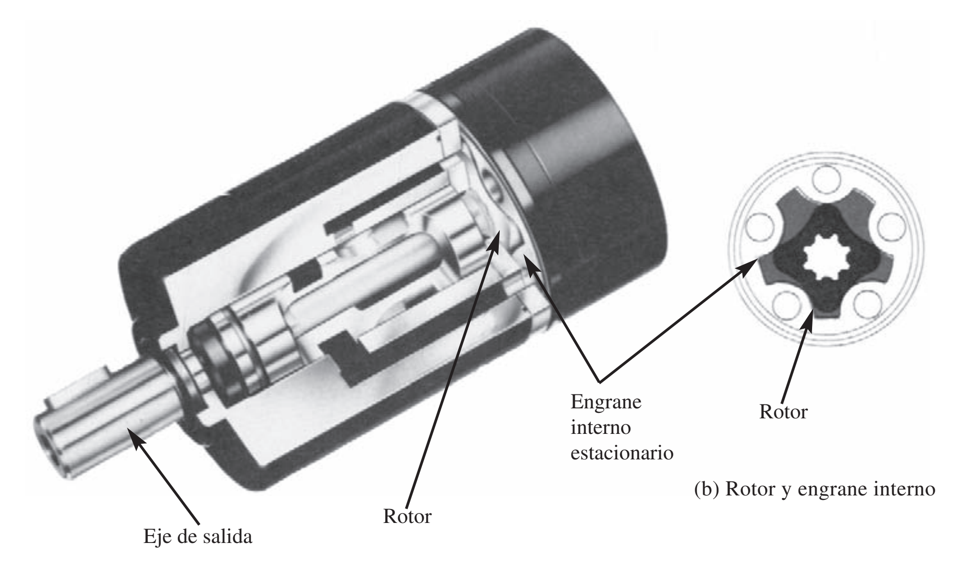


FIGURA 7.3 Bomba de pistón. (Fuente de la fotografía: Sauer-Danfoss Company, Ames, IA; fuente del dibujo: *Machine Design Magazine.*)

FIGURA 7.4 Motor hidráulico. (Fuente de la fotografía: Sauer-Danfoss Company, Ames, IA; fuente del dibujo: *Machine Design Magazine.*)



ne externo gira en órbita circular alrededor del centro del engrane interno. El fluido a alta presión entra en la cavidad entre los dos engranes, actúa sobre el rotor y desarrolla un par que gira el eje de salida. La magnitud del par de salida depende de la diferencia de presiones entre los lados de entrada y salida del engrane rotatorio. La velocidad de rotación es función del desplazamiento del motor (volumen por revolución) y el flujo volumétrico a través del motor.

En la figura 7.5 presentamos una fotografía del corte de un modelo de cilindro de potencia de fluido o actuador lineal.

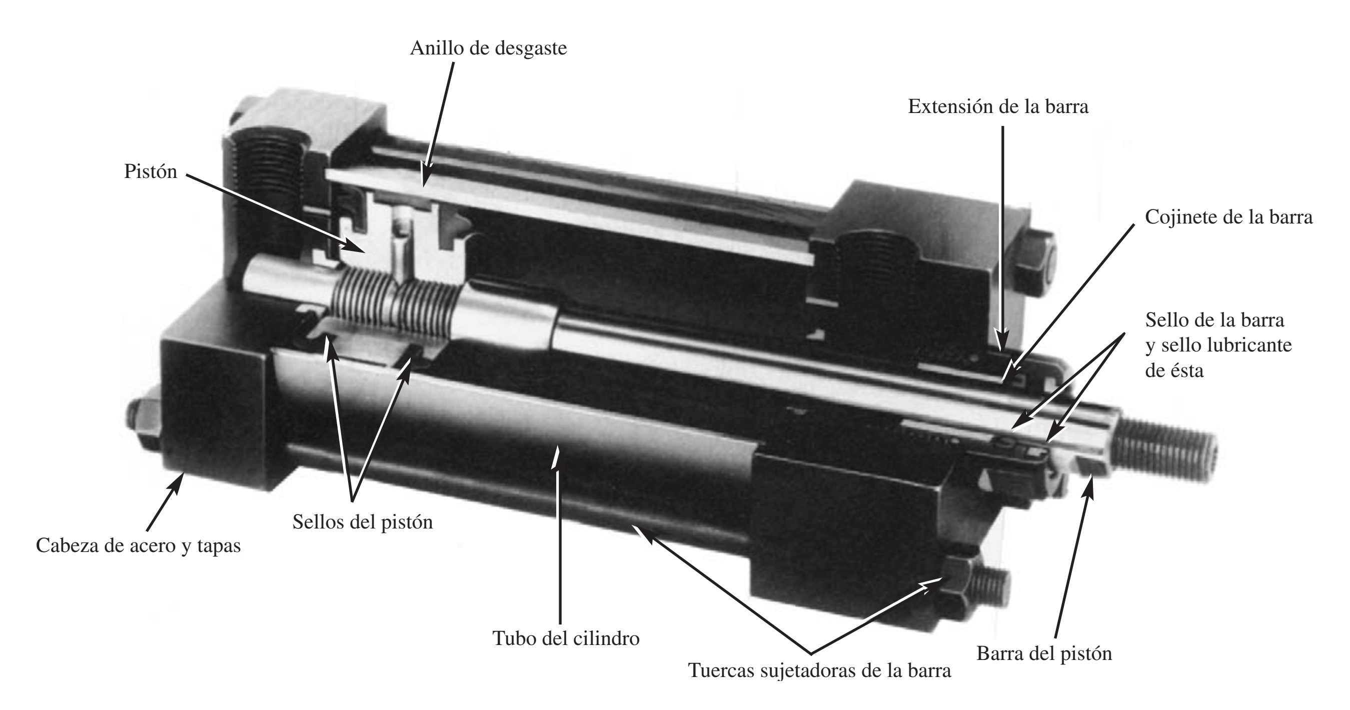


FIGURA 7.5 Cilindro de fluido de potencia. (Fuente de la fotografía: Norgren Actuators, Brookville, OH.)

7.3.3 Fricción del fluido

Un fluido en movimiento presenta resistencia por fricción al fluir. Parte de la energía del sistema se convierte en *energía térmica* (calor), que se disipa a través de las paredes de la tubería por la que circula el fluido. La magnitud de la energía que se pierde depende de las propiedades del fluido, velocidad del flujo, tamaño de la tubería, acabado de la pared de la tubería y longitud de la misma. En capítulos posteriores desarrollaremos métodos para calcular esta pérdida de energía por fricción.

7.3.4 Válvulas y accesorios

Es común que los elementos que controlan la dirección o el flujo volumétrico del fluido en un sistema generen turbulencia local en éste, lo que ocasiona que la energía se disipe como calor. Siempre que hay una restricción: por ejemplo, un cambio en la velocidad o dirección del flujo, hay pérdidas de ese tipo. En un sistema grande la magnitud de las pérdidas por las válvulas y accesorios, por lo general es pequeña en comparación con las pérdidas por fricción en las tuberías. Por tanto, dichas pérdidas reciben el nombre de *pérdidas menores*.

7.4 NOMENCLATURA DE LAS PÉRDIDAS Y GANANCIAS DE ENERGÍA

Las pérdidas y ganancias de energía en un sistema se contabilizan en términos de energía por unidad de peso del fluido que circula por él. Esto también se conoce como carga, como lo describimos en el capítulo 6. Como abreviación de la carga emplearemos el símbolo h, para las pérdidas y ganancias de energía. En específico, en los capítulos próximos manejaremos los términos siguientes:

h_A = *Energía que se agrega* al fluido con un dispositivo mecánico, como una bomba; es frecuente que se le denomine carga total sobre la bomba.

h_R = *Energía que se remueve* del fluido por medio de un dispositivo mecánico, como un motor de fluido.

h_L = *Pérdidas de energía* del sistema por la fricción en las tuberías, o pérdidas menores por válvulas y otros accesorios.

En este momento omitiremos los efectos del calor que se transfiere hacia el fluido o fuera de él, porque son mínimos para el tipo de problemas que estudiaremos. La energía calorífica se estudia en los cursos de termodinámica.

La magnitud de las pérdidas de energía que produce la fricción del fluido, las válvulas y accesorios, es directamente proporcional a la carga de velocidad del fluido. Esto se expresa en forma matemática así:

$$h_L = K(v^2/2g)$$

El término K es el *coeficiente de resistencia*. En el capítulo 8 aprenderá a determinar el valor de K para la fricción del fluido, por medio de la ecuación de Darcy. En el capítulo 10 aplicará métodos para determinar K para distintos tipos de válvulas, accesorios y cambios en la sección transversal y dirección del flujo. La mayoría de ellos procede de datos experimentales.

7.5 ECUACIÓN GENERAL DE LA ENERGÍA

En este libro manejamos la ecuación general de la energía como extensión de la ecuación de Bernoulli, lo que posibilita resolver problemas en los que hay pérdida y ganancia de energía. En la figura 7.6 se aprecia la interpretación lógica de la ecuación de la energía, la cual representa un sistema de flujo. Los términos E'_1 y E'_2 denotan la energía que posee el fluido por unidad de peso en las secciones 1 y 2, respectivamente. Se muestran las energías agregadas, removidas y pérdidas h_A, h_R y h_L. Para un sistema tal, la expresión del principio de conservación de la energía es

$$E'_1 + h_A - h_R - h_L = E'_2 \qquad (7\text{–}1)$$

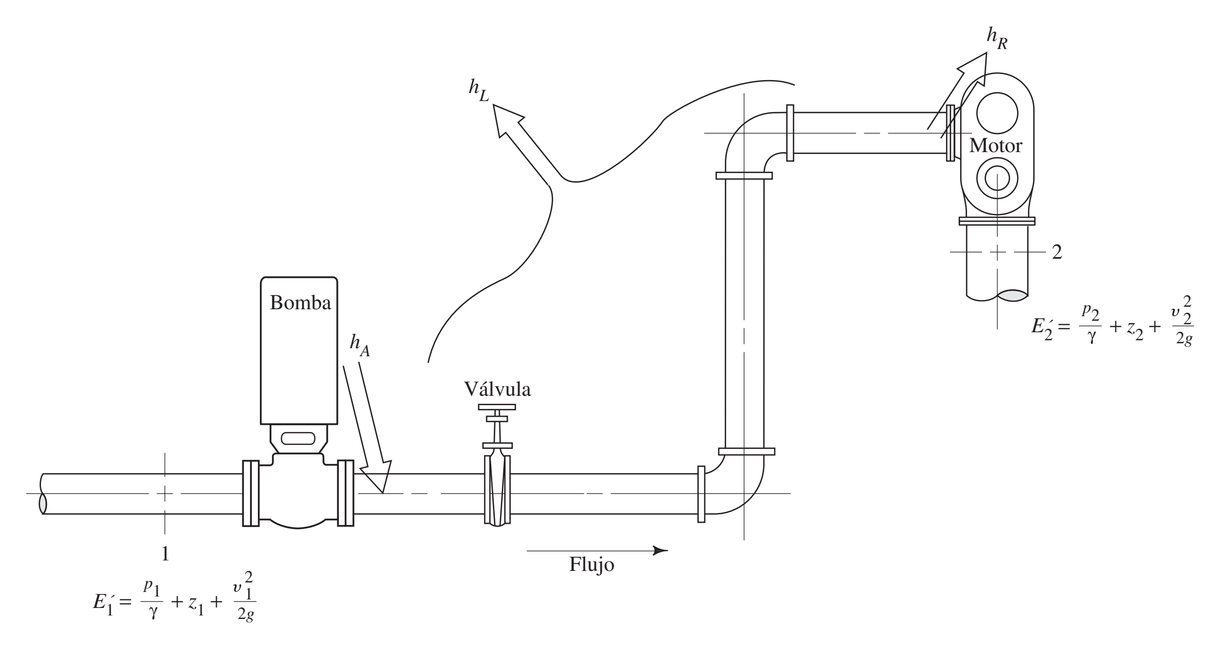
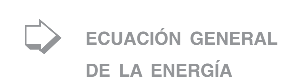


FIGURA 7.6 Sistema de flujo de fluido que ilustra la ecuación general de la energía.

La energía que posee el fluido por unidad de peso es

$$E' = \frac{p}{\gamma} + z + \frac{v^2}{2g} \tag{7–2}$$

Entonces, la ecuación (7-1) se convierte en



$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} + h_A - h_R - h_L = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g} \tag{7–3}$$

Ésta es la forma de la ecuación de la energía que emplearemos con mayor frecuencia en este libro. Igual que en la ecuación de Bernoulli, cada término de la ecuación (7-3) representa una cantidad de energía por unidad de peso de fluido que circula por el sistema. Las unidades comunes del SI son N·m/N, o metros. Las del Sistema Tradicional de Estados Unidos son lb-pie/lb, o pies.

Es esencial que la ecuación general de la energía se escriba *en la dirección del flujo*, es decir, *desde* el punto de referencia en el lado izquierdo de la ecuación hacia aquél en el lado derecho. Los signos algebraicos tienen importancia crucial porque el lado izquierdo de la ecuación (7-3) establece que en un elemento de fluido que tenga cierta cantidad de energía por unidad de peso en la sección 1, podría ganarse energía ($+h_A$), removerse energía ($-h_R$) o perderse energía ($-h_L$), antes de que alcance la sección 2. Ahí contiene una cantidad diferente de energía por unidad de peso, como lo indican los términos en el lado derecho de la ecuación.

Por ejemplo, en la figura 7.6 los puntos de referencia son 1 y 2, con la carga de presión, carga de elevación y carga de velocidad señaladas en cada punto. Después de que el fluido pasa el punto 1 entra a la bomba, donde se agrega energía. Un impulsor primario, como un motor eléctrico, acciona la bomba, y el impulsor de la bomba transfiere la energía al fluido ($+h_A$). Después, el fluido fluye por un sistema de conducción compuesto por una válvula, codos y tramos de tuberías, donde la energía se disipa del fluido y se pierde ($-h_L$). Antes de alcanzar el punto 2, el fluido circula a través de un motor de fluido, que retira parte de la energía para mover un dispositivo externo ($-h_R$). La ecuación general de la energía toma en cuenta todas estas energías.

En un problema particular es posible que no se requiera que aparezcan todos los términos en la ecuación general de la energía. Por ejemplo, si no hay un dispositivo mecánico entre las secciones de interés, los términos h_A y h_R serán igual a cero y se dejan fuera de la ecuación. Si las pérdidas de energía son tan pequeñas que puedan ignorarse, se elimina el término h_L. Si ocurren ambas condiciones, se observa que la ecuación (7-3) se reduce a la ecuación de Bernoulli.

PROBLEMAS MODELO PROGRAMADOS

□ **PROBLEMA MODELO 7.1** De un depósito grande fluye agua a razón de 1.20 pie^3/s por un sistema de tubería, como se aprecia en la figura 7.7. Calcule la cantidad total de energía que se pierde en el sistema debido a la válvula, codos, entrada de tubería y fricción del fluido.

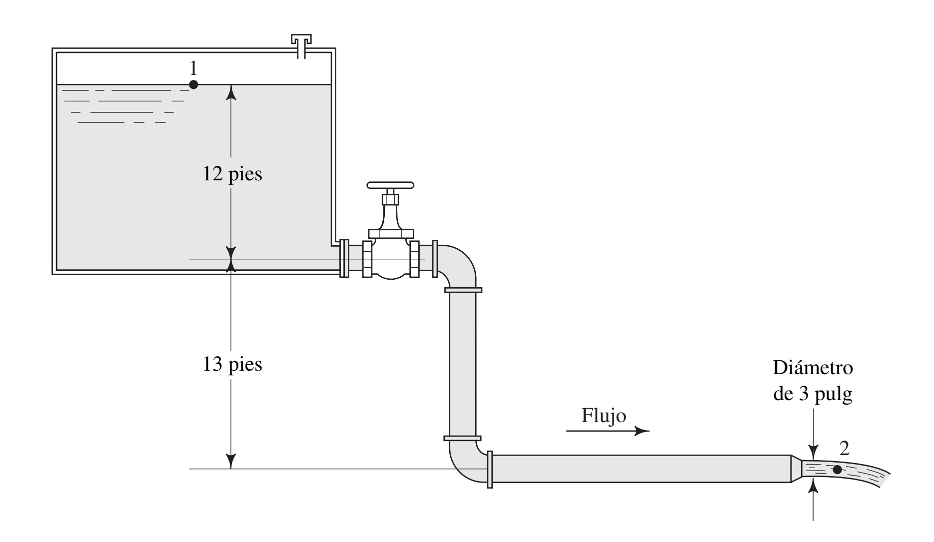


FIGURA 7.7 Sistema de tubería para el problema modelo 7.1.

Con un enfoque similar al que se empleó con la ecuación de Bernoulli, elija dos secciones de interés y escriba la ecuación general de la energía, antes de mirar el panel siguiente.

Las secciones en las que se tiene más información sobre la presión, velocidad y elevación, son la superficie del depósito y la corriente libre de fluido a la salida de la tubería. Denomine éstas sección 1 y sección 2, respectivamente. Entonces, la ecuación general de la energía en su forma total es [ecuación (7-3)] la siguiente:

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} + h_A - h_R - h_L = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

El valor de algunos de estos términos es igual a cero. Determine cuáles valen cero y simplifique la ecuación de la energía.

Los términos siguientes valen cero:

$p_1 = 0$ Superficie del depósito expuesta a la atmósfera.

$p_2 = 0$ Corriente libre de fluido expuesta a la atmósfera.

$v_1 = 0$ (Aproximadamente el área superficial del depósito es grande.)

$h_A = h_R = 0$ En el sistema no hay dispositivos mecánicos.

Así, la ecuación de la energía se transforma en

$$\cancelto{0}{\frac{p_1}{\gamma}} + z_2 + \cancelto{0}{\frac{v_1^2}{2g}} + \cancelto{0}{h_A} - \cancelto{0}{h_R} - h_L = \cancelto{0}{\frac{p_2}{\gamma}} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

$$z_1 - h_L = z_2 + v_2^2/2g$$

Debido a que se busca la pérdida total de energía en el sistema, despeje de esta ecuación h_L.

Debió obtener

$$h_L = (z_1 - z_2) - v_2^2/2g$$

Ahora, evalúe los términos en el lado derecho de la ecuación, a fin de determinar h_L en las unidades de lb-pie/lb.

La respuesta es $h_L = 15.75$ lb-pie/lb. A continuación mostramos cómo se obtuvo. En primer lugar,

$$z_1 - z_2 = +25 \text{ pies}$$

$$v_2 = Q/A_2$$

Como Q es 1.20 pie^3/s y el área del chorro de 3 pulg de diámetro es de 0.049 pie^2, tenemos

$$v_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{1.20 \text{ pies}^3}{\text{s}} \times \frac{1}{0.0491 \text{ pies}^2} = 24.4 \text{ pies/s}$$

$$\frac{v_2^2}{2g} = \frac{(24.4)^2 \text{ pie}^2}{\text{s}^2} \times \frac{\text{s}^2}{(2)(32.2) \text{ pie}} = 9.25 \text{ pies}$$

Entonces, la cantidad total de la pérdida de energía en el sistema es

$$h_L = (z_1 - z_2) - v_2^2/2g = 25 \text{ pies} - 9.25 \text{ pies}$$

$$h_L = 15.75 \text{ pies, o } 15.75 \text{ lb-pie/lb}$$

■

☐ **PROBLEMA MODELO 7.2** El flujo volumétrico a través de la bomba de la figura 7.8 es de 0.014 m^3/s. El fluido que se bombea es aceite con gravedad específica de 0.86. Calcule la energía que trasmite la bomba al aceite por unidad de peso de este fluido en el sistema. Las pérdidas en el sistema son ocasionadas por la válvula de verificación y la fricción, mientras el fluido circula por la tubería. Se determinó que la magnitud de dichas pérdidas es de 1.86 N·m/N.

Para escribir la ecuación del sistema, utilice como secciones de interés aquéllas con mediciones de presión, e incluya sólo los términos necesarios.

Debe obtener

$$\frac{p_A}{\gamma} + z_A + \frac{v_A^2}{2g} + h_A - h_L = \frac{p_B}{\gamma} + z_B + \frac{v_B^2}{2g}$$

Observe que el término h_R se dejó fuera de la ecuación general de la energía.

El objetivo del problema es calcular la energía que la bomba agrega al aceite. Antes de ver el panel siguiente despeje h_A.

Una solución correcta es

$$h_A = \frac{p_B - p_A}{\gamma} + (z_B - z_A) + \frac{v_B^2 - v_A^2}{2g} + h_L \qquad (7\text{–}4)$$

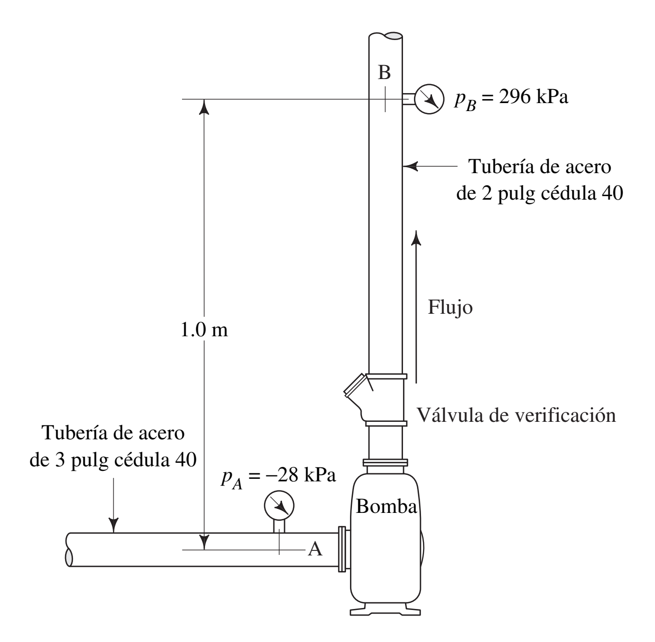


FIGURA 7.8 Sistema de bomba para el problema modelo 7.2.

Observe que agrupamos los términos semejantes. Esto será de ayuda cuando se efectúen los cálculos.

Debe estudiar bien la ecuación (7-4). Indica que la carga total sobre la bomba h_A es una medida de todas las tareas que deberá hacer la bomba en un sistema. Debe incrementar la presión existente desde el punto A en la entrada de la bomba a la que hay en el punto B. Debe elevar el fluido en la cantidad de la diferencia de elevación entre los puntos A y B. Debe suministrar la energía para aumentar la velocidad del fluido desde la que tiene en la tubería más grande en la entrada de la bomba (se le denomina tubería de succión), a la que tiene en la tubería más pequeña a la salida de la bomba (se le denomina tubería de descarga). Además, debe superar cualquier pérdida de energía que ocurra en el sistema tal como la debida a la válvula de verificación y en la tubería de descarga por la fricción.

Se le recomienda evaluar cada uno de los términos de la ecuación (7-4) por separado y combinarlos al final. El primer término es la diferencia entre la carga de presión en el punto A y la del punto B. ¿Cuál es el valor de γ?

Recuerde que debe usarse el peso específico del fluido que se bombea. En este caso, el peso específico del aceite es

$$\gamma = (\text{sg})(\gamma_w) = (0.86)(9.81\ \text{kN/m}^3) = 8.44\ \text{kN/m}^3$$

Ahora complete la evaluación de $(p_\text{B} - p_\text{A})/\gamma$.

Como $p_\text{B} = 296\ \text{kPa}$ y $p_\text{A} = -28\ \text{kPa}$, tenemos

$$\frac{p_\text{B} - p_\text{A}}{\gamma} = \frac{[296 - (-28)]\ \text{kN}}{\text{m}^2} \times \frac{\text{m}^3}{8.44\ \text{kN}} = 38.4\ \text{m}$$

Ahora evalúe la diferencia de elevación, $z_B - z_A$.

Debe tener $z_B - z_A = 1.0\ \text{m}$. Observe que el punto B se encuentra a una elevación mayor que la del punto A, y por tanto, $z_B > z_A$. El resultado es que $z_B - z_A$ es un número positivo.

Ahora calcule el término de la diferencia de carga de velocidad, $(v_B^2 - v_A^2)/2g$.

Con objeto de determinar cada velocidad, hay que utilizar la definición de flujo volumétrico y la ecuación de continuidad:

$$Q = Av = A_A v_A = A_B v_B$$

Después, al resolver para las velocidades, y con el empleo de las áreas de flujo para las tuberías de succión y de descarga del apéndice F se obtiene

$$v_A = Q/A_A = (0.014\ \text{m}^3/\text{s})/(4.768 \times 10^{-3}\ \text{m}^2) = 2.94\ \text{m/s}$$
$$v_B = Q/A_B = (0.014\ \text{m}^3/\text{s})/(2.168 \times 10^{-3}\ \text{m}^2) = 6.46\ \text{m/s}$$

Por último,

$$\frac{v_B^2 - v_A^2}{2g} = \frac{[(6.46)^2 - (2.94)^2]\ \text{m}^2/\text{s}^2}{2(9.81\ \text{m/s}^2)} = 1.69\ \text{m}$$

El único término remanente en la ecuación (7-4) es la pérdida de energía h_L, que está dado como 1.86 N•m/N, o 1.86 m. Ahora combinamos todos estos términos y finalizamos el cálculo de h_A.

La energía que se agrega al sistema es

$$h_A = 38.4\ \text{m} + 1.0\ \text{m} + 1.69\ \text{m} + 1.86\ \text{m} = 42.9\ \text{m, o } 42.9\ \text{N·m/N}$$

Es decir, la bomba suministra 42.9 N•m de energía a cada newton de aceite que fluye a través de ella.

Con esto terminamos la enseñanza programada. ■

7.6 POTENCIA QUE REQUIEREN LAS BOMBAS

La potencia se define como la rapidez a que se realiza un trabajo. En la mecánica de fluidos se modifica dicho enunciado y se considera que la potencia es la rapidez con que se transfiere la energía.

En primer lugar se desarrolla el concepto fundamental de la potencia en unidades del SI. Después se hará para las unidades del Sistema Tradicional de Estados Unidos. La unidad de la potencia en el SI es el watt (W), que es equivalente a 1.0 N•m/s o 1.0 joule (J)/s.

En el problema modelo 7.2 encontramos que la bomba suministraba 42.9 N•m de energía a cada newton de aceite que pasara por ella. Para calcular la potencia que se trasmite al aceite, debe determinarse cuántos newtons de este fluido pasan por la bomba en un lapso dado de tiempo. A esto se le denomina *flujo en peso W*, la cual definimos en el capítulo 6, y se expresa en unidades de N/s. La potencia se calcula con la multiplicación de la energía transferida por newton de fluido por el flujo en peso. Es decir

$$P_A = h_A W$$

Como $W = \gamma Q$, también se escribe

POTENCIA QUE UNA BOMBA AGREGA A UN FLUIDO

$$P_A = h_A \gamma Q \qquad (7\text{–}5)$$

donde P_A denota la potencia que se agrega al fluido, γ es el peso específico del fluido que circula a través de la bomba y Q es el flujo volumétrico del fluido.

Con el uso de los datos del problema modelo 7.2 encontramos la potencia transmitida por la bomba al aceite, como sigue:

$$P_A = h_A \gamma Q$$

Del problema modelo 7.2 se sabe que

$$h_A = 42.9 \text{ N·m/N}$$
$$\gamma = 8.44 \text{ kN/m}^3 = 8.44 \times 10^3 \text{ N/m}^3$$
$$Q = 0.014 \text{ m}^3\text{/s}$$

Al sustituir estos valores en la ecuación (7-5) obtenemos

$$P_A = \frac{42.9 \text{ N·m}}{\text{N}} \times \frac{8.44 \times 10^3 \text{ N}}{\text{m}^3} \times \frac{0.014 \text{ m}^3}{\text{s}} = 5069 \text{ N·m/s}$$

Como 1.0 W = 1.0 N·m/s, este resultado se expresa en watts como sigue:

$$P_A = 5069 \text{ W} = 5.07 \text{ kW}$$

7.6.1 La potencia en el Sistema Tradicional de Estados Unidos

La unidad de la potencia en el Sistema Tradicional de Estados Unidos es la lb-pie/s. Como es práctica común expresar la potencia en caballos de fuerza (hp), el factor de conversión que se requiere es

$$1 \text{ hp} = 550 \text{ lb-pie/s}$$

En la ecuación (7-5), la energía que se agrega, h_A, está expresada en pies del fluido que pasa por el sistema. Entonces, al expresar el peso específico del fluido en lb/pie^3 y el flujo volumétrico en pie^3/s, se llegaría a el flujo en peso γQ en lb/s. Por último, en la ecuación de la potencia $P_A = h_A \gamma Q$, ésta queda expresada en lb-pie/s.

Para convertir estas unidades al SI empleamos los factores

$$1 \text{ lb-pie/s} = 1.356 \text{ W}$$
$$1 \text{ hp} = 745.7 \text{ W}$$

7.6.2 Eficiencia mecánica de las bombas

El término *eficiencia* se utiliza para denotar la relación de la potencia trasmitida por la bomba al fluido a la potencia que se suministra a la bomba. Debido a las pérdidas de energía por fricción mecánica en los componentes de la bomba, fricción del fluido y turbulencia excesiva en ésta, no toda la potencia de entrada se trasmite al fluido. Entonces, si se denota la eficiencia mecánica con el símbolo e_M, tenemos

EFICIENCIA DE LA BOMBA

$$e_M = \frac{\text{Potencia transmitida al fluido}}{\text{Potencia de entrada a la bomba}} = \frac{P_A}{P_I} \quad (7\text{–}6)$$

El valor de e_M siempre será menor que 1.0.

Al continuar con los datos del problema modelo 7.2, podría calcularse la potencia de entrada a la bomba si se conociera e_M. Para las bombas comercialmente disponibles, el valor de e_M se publica como parte de los datos de rendimiento. Si suponemos que la eficiencia de la bomba de este problema es de 82%, entonces

$$P_I = P_A/e_M = 5.07/0.82 = 6.18 \text{ kW}$$

El valor de la eficiencia mecánica de las bombas no sólo depende del diseño de éstas, sino también de las condiciones en que operan, en particular de la carga total y del flujo volumétrico. Para las bombas utilizadas en sistemas hidráulicos, como las mostradas en las figuras 7.2 y 7.3, la eficiencia varía de 70 a 90%. Para las bombas centrífugas, utilizadas sobre todo para transferir o hacer circular líquidos, la eficiencia va de 50 a 85%.

Para obtener más datos y conocimientos acerca del rendimiento de las bombas, consulte el capítulo 13. Los valores de la eficiencia para bombas de potencia de fluido de desplazamiento positivo, se reportan de manera diferente que los valores de las bom-

bas centrífugas. Se utiliza con frecuencia los tres valores siguientes: *eficiencia global* e_o, *eficiencia volumétrica* e_v y *eficiencia torsional* e_T. En el capítulo 13 detallamos estas eficiencias. En general, la eficiencia global es análoga a la mecánica que estudiamos en esta sección para otros tipos de bomba. La eficiencia volumétrica es una medida de lo que trasmite en realidad la bomba, en comparación con la trasmisión ideal que se calcula con el desplazamiento por revolución multiplicado por la velocidad de rotación de la bomba. Se desea una eficiencia volumétrica elevada, porque la operación del sistema de potencia de fluido depende de un flujo volumétrico casi uniforme para todas las condiciones de operación. La eficiencia torsional es una medida de la relación del par ideal que se requiere para accionar la bomba contra la presión que desarrolla el par real.

El problema modelo programado siguiente ilustra un arreglo posible para medir la eficiencia de una bomba.

PROBLEMA MODELO PROGRAMADO

☐ PROBLEMA MODELO 7.3

Para el arreglo de prueba de la bomba de la figura 7.9, determine la eficiencia mecánica de ésta si la potencia de entrada que se midió fue de 3.85 hp, cuando bombeaba 500 gal/min de aceite ($\gamma = 56.0$ lb/pie^3).

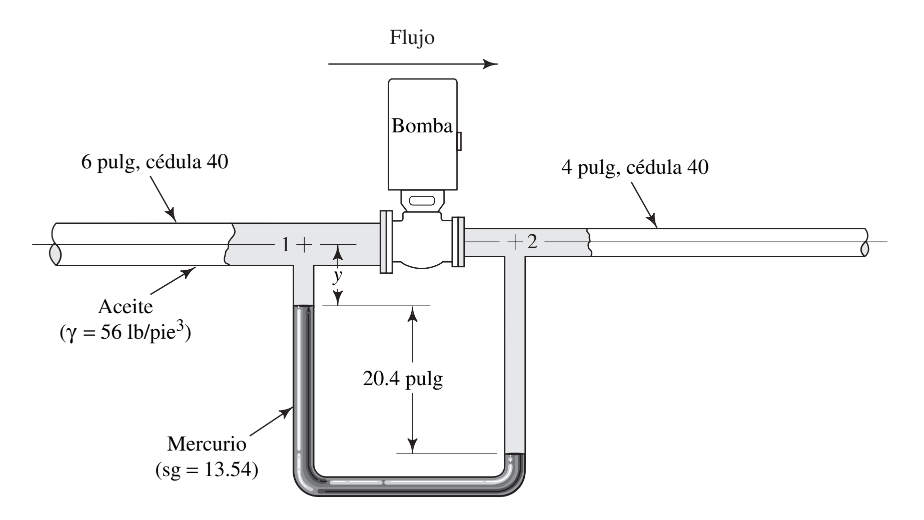


FIGURA 7.9 Sistema de prueba de la bomba para el problema modelo 7.3.

Para comenzar, escriba la ecuación de la energía para este sistema.

Con los puntos identificados como 1 y 2 en la figura 7.9, tenemos

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} + h_A = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

Como debemos encontrar la potencia que trasmite la bomba al fluido, ahora resolvemos para h_A.

Utilizamos la ecuación siguiente:

$$h_A = \frac{p_2 - p_1}{\gamma} + (z_2 - z_1) + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} \qquad (7\text{–}7)$$

Conviene resolver para cada término de manera individual y después combinar los resultados. El manómetro nos permite calcular $(p_2 - p_1)/\gamma$ porque mide la diferencia de presión. Con el procedimiento desarrollado en el capítulo 3, escriba la ecuación para el manómetro entre los puntos 1 y 2.

Se comienza en el punto 1 y tenemos

$$p_1 + \gamma_o y + \gamma_m(20.4 \text{ pulg}) - \gamma_o(20.4 \text{ pulg}) - \gamma_o y = p_2$$

donde y es la distancia desconocida entre el punto 1 y la parte superior de la columna de mercurio en la rama izquierda del manómetro. Cancelamos los términos que involucran a y. Asimismo, en esta ecuación γ_o es el peso específico del aceite, y γ_m es el del mercurio que constituye el fluido manométrico.

El resultado que se desea al utilizar la ecuación (7-7) es $(p_2 - p_1)/\gamma_o$. Ahora, resuelva para esto y calcule el resultado.

La solución correcta es $(p_2 - p_1)/\gamma_o = 24.0$ pies. A continuación presentamos una forma de obtenerlo:

$$\gamma_m = (13.54)(\gamma_w) = (13.54)(62.4 \text{ lb/pie}^3) = 844.9 \text{ lb/pie}^3$$

$$p_2 = p_1 + \gamma_m(20.4 \text{ pulg}) - \gamma_o(20.4 \text{ pulg})$$

$$p_2 - p_1 = \gamma_m(20.4 \text{ pulg}) - \gamma_o(20.4 \text{ pulg})$$

$$\frac{p_2 - p_1}{\gamma_o} = \frac{\gamma_m(20.4 \text{ pulg})}{\gamma_o} - 20.4 \text{ pulg} = \left(\frac{\gamma_m}{\gamma_o} - 1\right) 20.4 \text{ pulg}$$

$$= \left(\frac{844.9 \text{ lb/pie}^3}{56.0 \text{ lb/pie}^3} - 1\right) 20.4 \text{ pulg} = (15.1 - 1)(20.4 \text{ pulg})$$

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma_o} = (14.1)(20.4 \text{ pulg}) \left(\frac{1 \text{ pie}}{12 \text{ pulg}}\right) = 24.0 \text{ pies}$$

El término siguiente en la ecuación (7-7) es $z_2 - z_1$. ¿Cuál es su valor?

Es cero. Ambos puntos se encuentran a la misma elevación. Hubiera podido cancelarse estos términos en la ecuación original. Ahora, encuentre $(v_2^2 - v_1^2)/2g$.

Debe tener $(v_2^2 - v_1^2)/2g = 1.99$ pies, que se obtiene como sigue. En primer lugar, se escribe

$$Q = (500 \text{ gal/min}) \left(\frac{1 \text{ pie}^3/\text{s}}{449 \text{ gal/min}}\right) = 1.11 \text{ pies}^3/\text{s}$$

Del apéndice F, se emplea $A_1 = 0.2006 \text{ pie}^2$ y $A_2 = 0.0884 \text{ pie}^2$, y obtenemos

$$v_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{1.11 \text{ pies}^3}{\text{s}} \times \frac{1}{0.2006 \text{ pies}^2} = 5.55 \text{ pies/s}$$

$$v_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{1.11 \text{ pies}^3}{\text{s}} \times \frac{1}{0.0884 \text{ pies}^2} = 12.6 \text{ pies/s}$$

$$\frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} = \frac{(12.6)^2 - (5.55)^2}{(2)(32.2)} \frac{\text{pie}^2}{\text{s}^2} \frac{\text{s}^2}{\text{pie}} = 1.99 \text{ pies}$$

Ahora sustituimos estos resultados en la ecuación (7-7) y resolvemos para h_A.

Despejamos h_A, obtenemos

$$h_A = 24.0 \text{ pies} + 0 + 1.99 \text{ pies} = 25.99 \text{ pies}$$

Ahora se calcula la potencia que se trasmite al aceite, P_A.

El resultado es $P_A = 2.95$ hp, que se obtiene como sigue:

$$P_A = h_a \gamma Q = 25.99 \text{ pies} \left(\frac{56.0 \text{ lb}}{\text{pie}^3}\right)\left(\frac{1.11 \text{ pie}^3}{\text{s}}\right)$$

$$P_A = 1620 \text{ lb-pie/s} \left(\frac{1 \text{ hp}}{550 \text{ lb-pie/s}}\right) = 2.95 \text{ hp}$$

El paso final es calcular e_M, la eficiencia mecánica de la bomba.

De la ecuación (7-6) tenemos

$$e_M = P_A/P_I = 2.95/3.85 = 0.77$$

Si se expresa como porcentaje, la bomba tiene una eficiencia de 77% en las condiciones mencionadas.

Con esto terminamos la enseñanza programada. ■

7.7 POTENCIA SUMINISTRADA A MOTORES DE FLUIDO

La energía que un fluido trasmite a un dispositivo mecánico, como a un motor de fluido o a una turbina, se denota en la ecuación general de la energía con el término h_R. Ésta es una medida de la energía trasmitida por cada unidad de peso del fluido conforme pasa por el dispositivo. Encontramos la potencia trasmitida con la multiplicación de h_R por el flujo en peso W:

POTENCIA QUE UN FLUIDO TRASMITE A UN MOTOR

$$P_R = h_R W = h_R \gamma Q \tag{7–8}$$

donde P_R es la potencia que el fluido trasmite al motor de fluido.

7.7.1 Eficiencia mecánica de los motores de fluido

Como describimos para el caso de las bombas, la pérdida de energía en un motor de fluido se produce por fricción mecánica y por fricción del fluido. Por tanto, no toda la potencia que se trasmite al motor se convierte en potencia de salida del dispositivo. Así, a la eficiencia mecánica se le define como

EFICIENCIA DEL MOTOR

$$e_M = \frac{\text{Potencia de salida del motor}}{\text{Potencia que transmite el fluido}} = \frac{P_O}{P_R} \tag{7–9}$$

De nuevo, el valor de e_M siempre es menor que 1.0.

Consulte la sección 7.6 para saber más acerca de las unidades de la potencia.

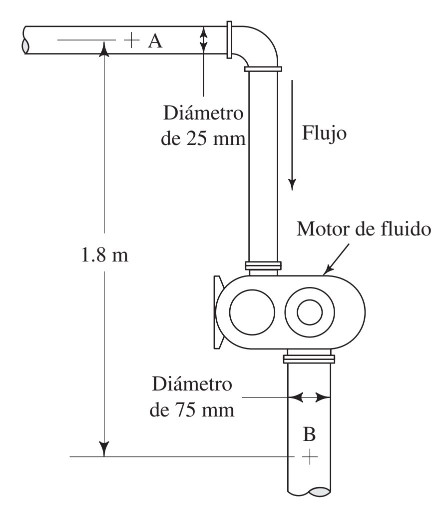
PROBLEMA MODELO PROGRAMADO

☐ **PROBLEMA MODELO 7.4**

A través del motor de fluido de la figura 7.10 circula agua a 10 °C, a razón de 115 L/min. La presión de A es de 700 kPa, y en B es de 125 kPa. Se estima que debido a la fricción en la tubería existe una pérdida de energía de 4.0 N·m/N en el agua que fluye. (a) Calcule la potencia que el agua trasmite al motor de fluido. (b) Si la eficiencia mecánica del motor de fluido es de 85%, calcule la potencia de salida.

Comience la solución con la escritura de la ecuación de la energía.

FIGURA 7.10 Motor de fluido para el problema modelo 7.4.



Como puntos de referencia elegimos A y B, y obtenemos

$$\frac{p_A}{\gamma} + z_A + \frac{v_A^2}{2g} - h_R - h_L = \frac{p_B}{\gamma} + z_B + \frac{v_B^2}{2g}$$

Se necesita el valor de h_R para determinar la potencia de salida. Despeje este término de la ecuación de la energía.

Compare la ecuación que sigue con el resultado al que llegó:

$$h_R = \frac{p_A - p_B}{\gamma} + (z_A - z_B) + \frac{v_A^2 - v_B^2}{2g} - h_L \quad \textbf{(7–10)}$$

Antes de mirar el panel siguiente, resuelva el valor de cada término de esta ecuación con el empleo de la unidad de N·m/N o m.

Los resultados correctos son los siguientes:

1. $\frac{p_A - p_B}{\gamma} = \frac{(700 - 125)(10^3)\text{N}}{\text{m}^2} \times \frac{\text{m}^3}{9.81 \times 10^3\,\text{N}} = 58.6\,\text{m}$

2. $z_A - z_B = 1.8\,\text{m}$

3. Al resolver para $(v_A^2 - v_B^2)/2g$, obtenemos

$$Q = 115\,\text{L/min} \times \frac{1.0\,\text{m}^3/\text{s}}{60\,000\,\text{L/min}} = 1.92 \times 10^{-3}\,\text{m}^3/\text{s}$$

$$v_A = \frac{Q}{A_A} = \frac{1.92 \times 10^{-3}\,\text{m}^3}{\text{s}} \times \frac{1}{4.909 \times 10^{-4}\,\text{m}^2} = 3.91\,\text{m/s}$$

$$v_B = \frac{Q}{A_B} = \frac{1.92 \times 10^{-3}\,\text{m}^3}{\text{s}} \times \frac{1}{4.418 \times 10^{-3}\,\text{m}^2} = 0.43\,\text{m/s}$$

$$\frac{v_A^2 - v_B^2}{2g} = \frac{(3.91)^2 - (0.43)^2}{(2)(9.81)}\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}\frac{\text{s}^2}{\text{m}} = 0.77\,\text{m}$$

4. $h_L = 4.0\,\text{m}$ (dato)

Ahora termine la solución de la ecuación 7-10 para h_R.

La energía que el agua trasmite a la turbina es

$$h_R = (58.6 + 1.8 + 0.77 - 4.0)\,\text{m} = 57.2\,\text{m}$$

Para terminar el inciso (a) del problema, calcule P_R.

Sustituimos los valores conocidos en la ecuación (7-8), y obtenemos

$$P_R = h_R \gamma Q$$

$$P_R = 57.2\,\text{m} \times \frac{9.81 \times 10^3\,\text{N}}{\text{m}^3} \times \frac{1.92 \times 10^{-3}\,\text{m}^3}{\text{s}} = 1080\,\text{N·m/s}$$

$$P_R = 1.08\,\text{kW}$$

Ésta es la potencia que el agua trasmite al motor de fluido. ¿Cuánta potencia útil sale del motor?

Como la eficiencia del motor es de 85%, se obtiene una potencia de salida de 0.92 kW. Con el empleo de la ecuación (7-9), $e_M = P_o/P_R$, obtenemos

$$P_O = e_M P_R$$
$$= (0.85)(1.08\,\text{kW})$$
$$P_O = 0.92\,\text{kW}$$

Con esto terminamos el problema modelo programado.

■

PROBLEMAS

Quizá sea necesario que consulte los apéndices para obtener datos acerca de las dimensiones de las tuberías o propiedades de los fluidos. Suponga que no existen pérdidas de energía, a menos que se diga otra cosa.

7.1E Una tubería horizontal conduce aceite cuya gravedad específica es de 0.83. Si dos instrumentos indican lecturas de presión de 74.6 psig y 62.2 psig, respectivamente, calcule la pérdida de energía entre ellos.

7.2E Por el tubo de la figura 7.11 fluye agua a 40 °F, hacia abajo. En el punto A la velocidad es de 10 pies/s y la presión es de 60 psig. La pérdida de energía entre los puntos A y B es de 25 lb-pie/lb. Calcule la presión en el punto B.

7.3M *Encuentre el flujo volumétrico de agua que sale del tanque de la figura 7-12. El tanque está sellado y hay una presión de 140 kPa sobre el agua. Conforme el líquido fluye por la abertura ocurre una pérdida de energía de 2.0 N·m/N.*

7.4M *Una tubería de acero de 6 pulg cédula 40 descarga 0.085 m³/s de agua desde un depósito abierto a la atmósfera, como se muestra en la figura 7.13. Calcule la pérdida de energía en la tubería.*

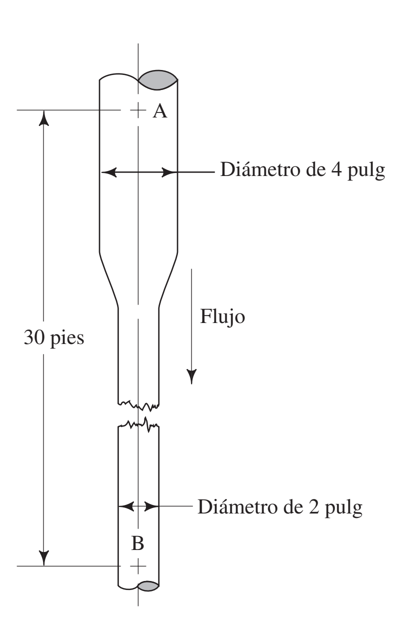


FIGURA 7.11 Problema 7.2.

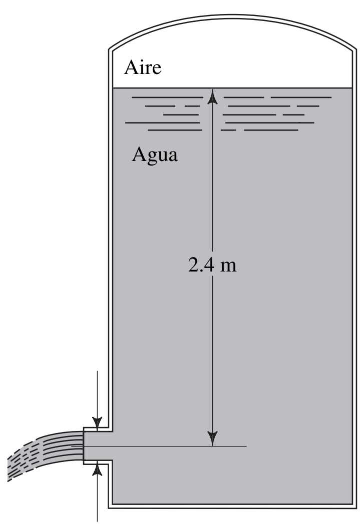


FIGURA 7.12 Problema 7.3.

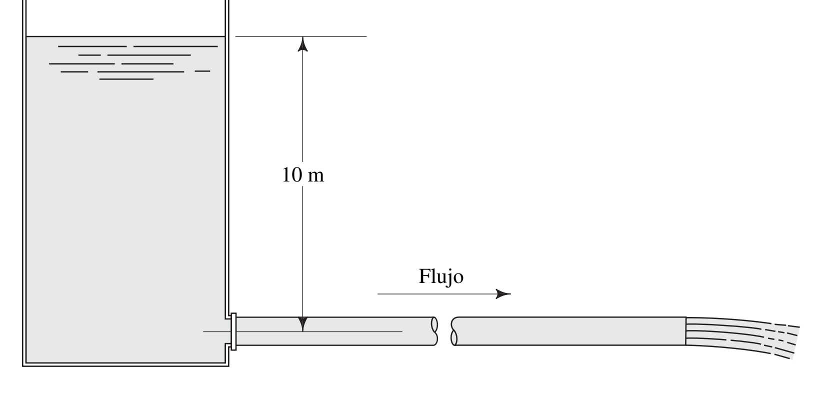


FIGURA 7.13 Problema 7.4.

7.5E En la figura 7.14 se muestra un arreglo para determinar la pérdida de energía debida a cierto elemento de un aparato. La entrada es por una tubería de 2 pulg cédula 40, y la salida por otra de 4 pulg cédula 40. Calcule la pérdida de energía entre los puntos A y B, si el agua fluye hacia arriba a 0.20 pie^3/s. El fluido manométrico es mercurio (sg = 13.54).

7.6E En la figura 7.15 se aprecia un arreglo de prueba para determinar la pérdida de energía conforme circula agua a través de una válvula. Calcule la pérdida de energía si fluyen 0.10 pie^3/s de líquido a 40 °F. Asimismo, calcule el coeficiente de resistencia K si la pérdida de energía se expresa como $K(v^2/2g)$.

7.7M *El arreglo mostrado en la figura 7.16 se utiliza para medir la pérdida de energía en una válvula. La velocidad del flujo de aceite es de 1.2 m/s. Calcule el valor de K si la pérdida de energía se expresa como* $K(v^2/2g)$.

7.8M *Se emplea una bomba para transferir agua de un tanque abierto hacia otro que tiene aire a 500 kPa sobre el agua, como se ve en la figura 7.17. Si se bombea 2250 L/min, calcule la potencia que la bomba trasmite al agua. Suponga que el nivel de la superficie de cada tanque es el mismo.*

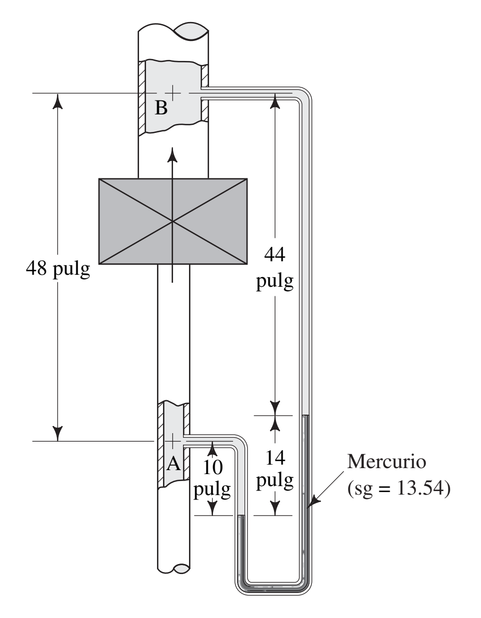


FIGURA 7.14 Problema 7.5.

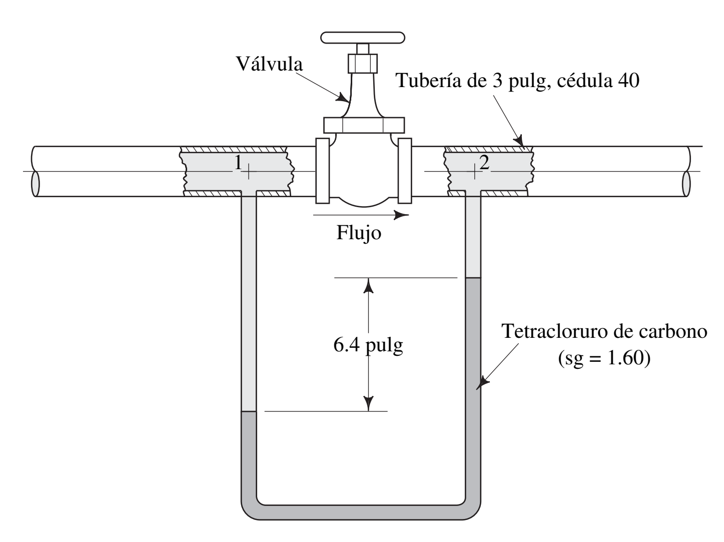


FIGURA 7.15 Problema 7.6.

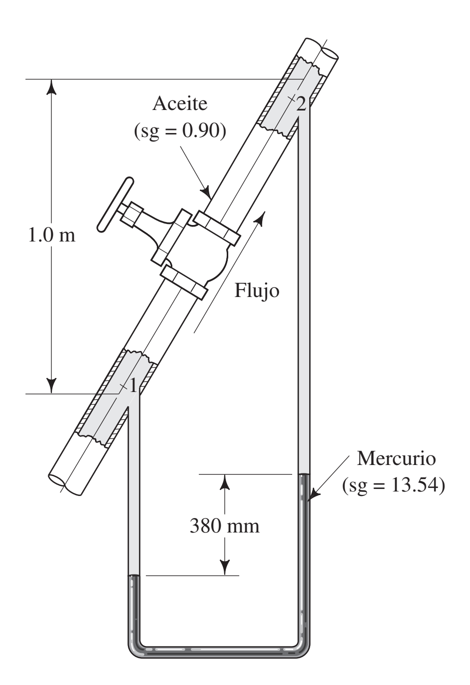


FIGURA 7.16 Problema 7.7.

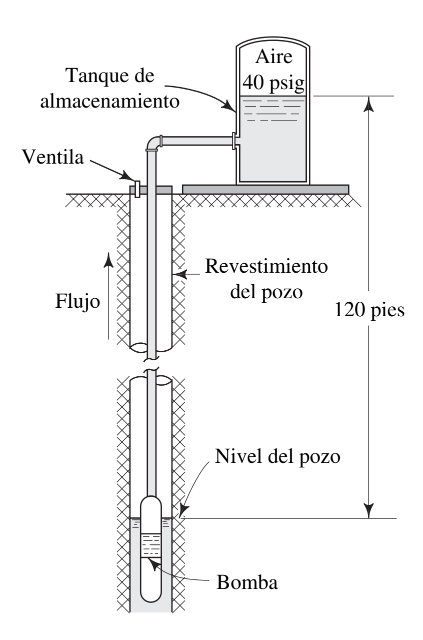


FIGURA 7.18 Problema 7.11.

7.9M *En el problema 7.8 (figura 7.17), si el tanque del lado izquierdo también estuviera sellado y hubiera una presión de aire sobre el agua de 68 kPa, calcule la potencia que tendría la bomba.*

7.10E Una bomba comercial para fosa séptica es capaz de enviar 2800 gal/h de agua a través de una elevación vertical de 20 pies. La entrada de la bomba está justo por debajo de la superficie del agua y la descarga a la atmósfera se da a través de una tubería de $1^1/_4$ pulg cédula 40.
(a) Calcule la potencia trasmitida al agua por la bomba.
(b) Si la bomba consume 0.5 hp, calcule su eficiencia.

7.11E Una bomba sumergible de pozo profundo envía 745 gal/h de agua por una tubería de 1 pulg cédula 40, cuando opera en el sistema de la figura 7.18. En el sistema de tubería existe una pérdida de energía de 10.5 lb-pie/lb.
(a) Calcule la potencia que la bomba trasmite al agua.
(b) Si la bomba consume 1 hp, calcule su eficiencia.

7.12M *En una prueba de bombeo, la presión de succión en la entrada de la bomba es de 30 kPa por debajo de la presión atmosférica. La presión de descarga en un punto que está 750 mm por arriba de la entrada es de 520 kPa. Ambas tuberías tienen 75 mm de diámetro. Si el flujo volumétrico del agua es de 75 L/min, calcule la potencia que la bomba trasmite al agua.*

7.13M *La bomba de la figura 7.19 transmite aceite hidráulico cuya gravedad específica es de 0.85, a razón de 75 L/min. La presión en A es de −20 kPa, y en B es de 275 kPa; la pérdida de energía en el sistema es 2.5 veces la carga de velocidad en la tubería de descarga. Calcule la potencia que la bomba trasmite al aceite.*

7.14E La bomba de la figura 7.20 envía agua del almacenamiento inferior al superior, a razón de 2.0 pie^3/s. La pérdida de energía entre la tubería de succión y la entrada de la bom-

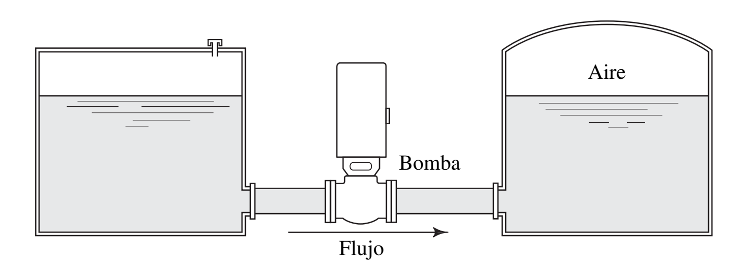


FIGURA 7.17 Problemas 7.8 y 7.9.

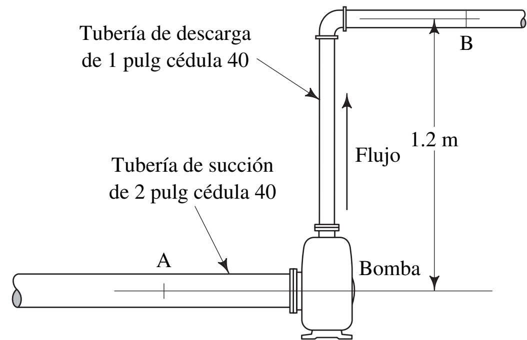
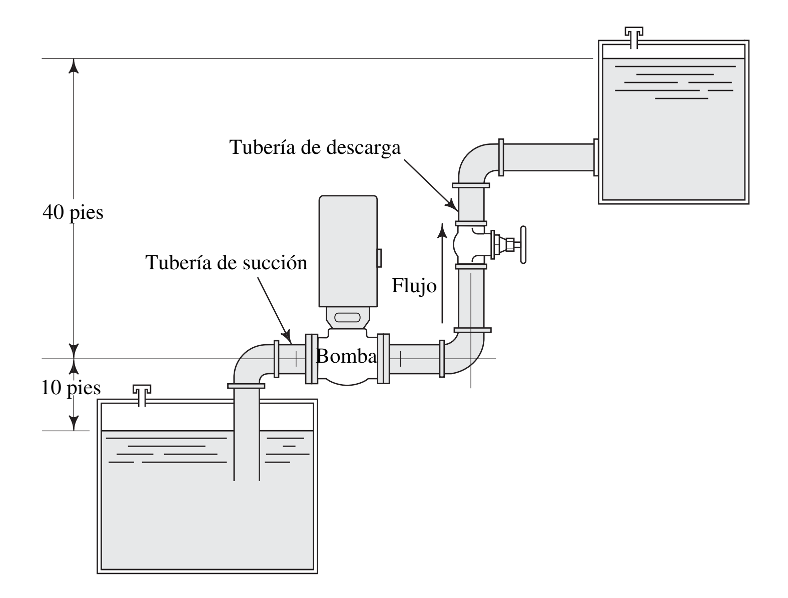


FIGURA 7.19 Problema 7.13.

FIGURA 7.20 Problemas 7.14 y 7.15.



ba es de 6 lb-pie/lb, y la que hay entre la salida de la bomba y el depósito superior es de 12 lb-pie/lb. Ambas tuberías son de acero de 6 pulg cédula 40. Calcule (a) la presión en la entrada de la bomba, (b) la presión en la salida de la bomba, (c) la carga total sobre la bomba y (d) la potencia que trasmite la bomba al agua.

7.15E Repita el problema 7.14, pero suponga que el nivel del depósito inferior está 10 pies por arriba de la bomba, en lugar de estar abajo. Todos los demás datos siguen igual.

7.16M *En la figura 7.21 mostramos una bomba que envía 840 L/min de petróleo crudo (sg = 0.85), desde un tanque de almacenamiento subterráneo a la primera etapa de*

FIGURA 7.21 Problema 7.16.

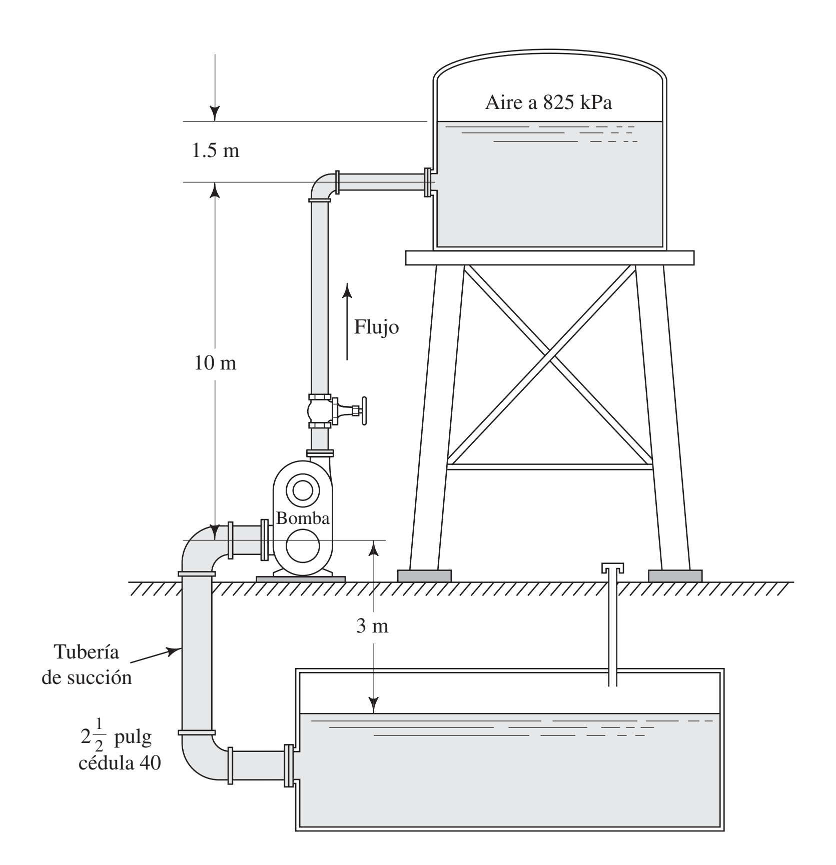
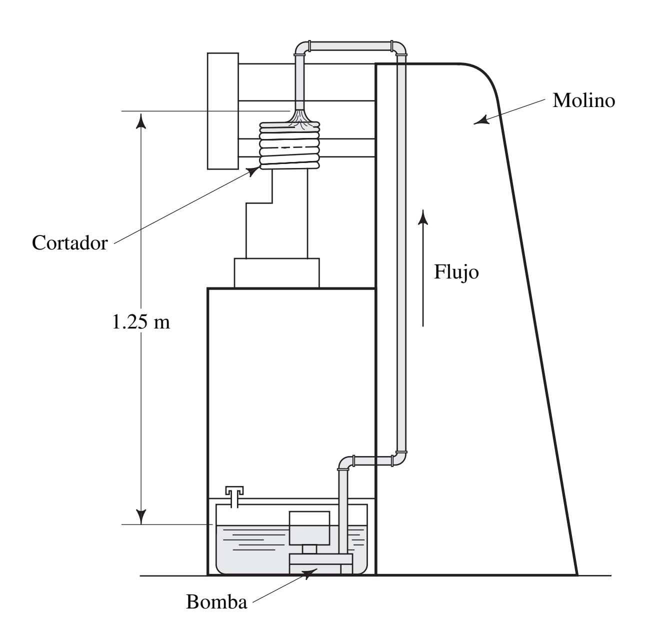


FIGURA 7.22 Problema 7.17.

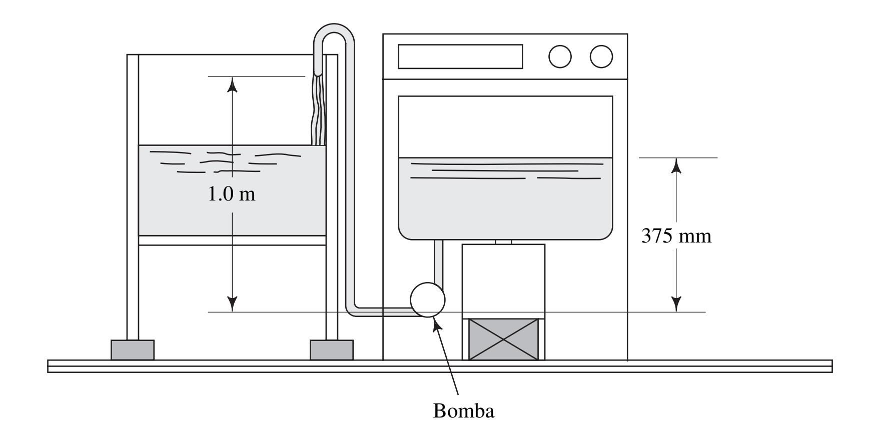


un sistema de procesamiento. (a) Si la pérdida total de energía en el sistema es de 4.2 N•m/N de aceite que fluye, calcule la potencia que trasmite la bomba. (b) Si la pérdida de energía en la tuberías de succión es de 1.4 N•m/N $\frac{3}{4}$ *de pulg de aceite que fluye, calcule la presión en la entrada de la bomba.*

7.17M *En la figura 7.22 mostramos una bomba sumergible que se utiliza para hacer circular 60 L/min de un refrigerante a base de agua (sg = 0.95) hacia las cuchillas de una máquina de moler. La salida es a través de una tubería de acero de* $\frac{3}{4}$ *de pulg cédula 40. Si suponemos que debido al tubo hay una pérdida total de energía de 3.0 N•m/N, calcule la carga total desarrollada por la bomba y la potencia que se trasmite al refrigerante*

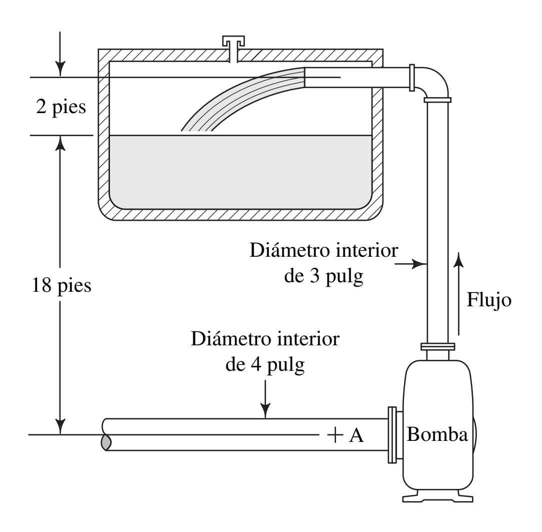
7.18M *En la figura 7.23 mostramos una bomba pequeña en una lavadora automática que descarga en el depósito de desagüe. La tina de la lavadora mide 525 mm de diámetro y 250 mm de profundidad. La altura promedio sobre la bomba es de 375 mm, según se ilustra. La manguera de descarga tiene un diámetro interior de 18 mm. La pérdida de energía en el sistema de la manguera es de 0.22 N•m/N. Si la bomba vacía la tina en 90 s, calcule la carga promedio total sobre la bomba.*

FIGURA 7.23 Problema 7.18.



7.19E El agua que se bombea en el sistema de la figura 7.24 descarga hacia un tanque al que se pesa. Se halla que en 10 s se acumula 556 lb de agua. Si la presión en el punto A es de 2.0 psi por debajo de la presión atmosférica, calcule los caballos de fuerza que trasmite la bomba al agua. Ignore las pérdidas de energía.

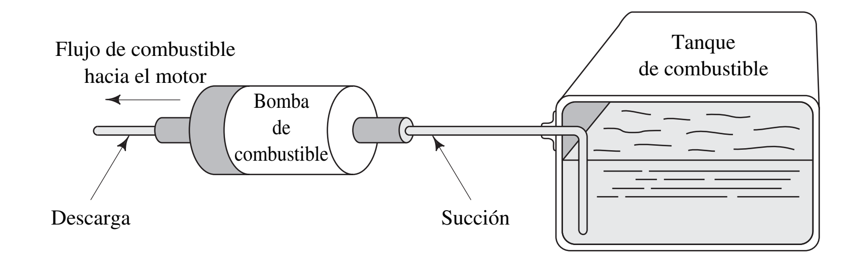
FIGURA 7.24 Problema 7.19.



7.20E Las especificaciones del fabricante de una bomba de engranes determinan que se requiere 0.85 hp para impulsar la bomba cuando mueve 9.1 gal/min de aceite (sg = 0.90) con carga total de 257 pies. Calcule la eficiencia mecánica de la bomba.

7.21M *Las especificaciones de una bomba de combustible de un automóvil determinan que debe enviar 1 L de gasolina en 40 s, con una presión de succión de 150 mm de vacío de mercurio, y una presión de descarga de 30 kPa. Si suponemos que la eficiencia de la bomba es de 60%, calcule la potencia consumida desde el motor. (Consulte la figura 7.25.) Las líneas de succión y descarga son del mismo tamaño. Puede ignorarse el cambio de elevación.*

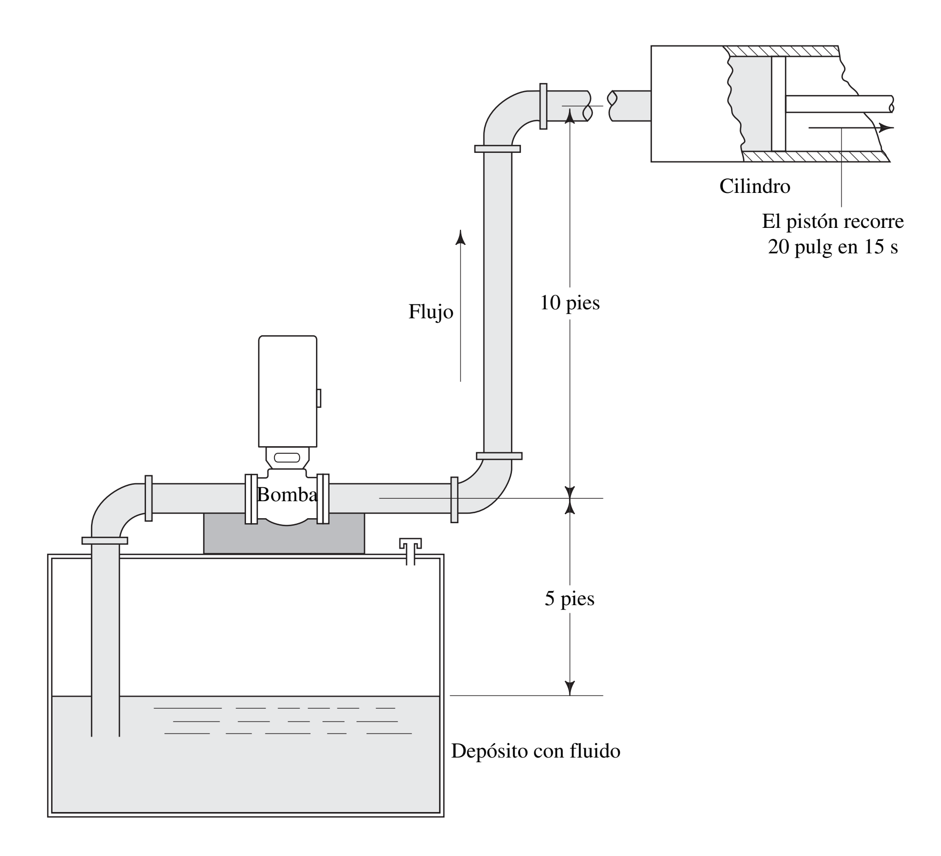
FIGURA 7.25 Bomba de combustible de automóvil, para el problema 7.21.



7.22E La figura 7.26 muestra el arreglo de un circuito para un sistema hidráulico. La bomba extrae desde un depósito aceite cuya gravedad específica es de 0.90, y lo transmite al cilindro hidráulico. El cilindro tiene un diámetro interno de 5.0 pulg, y el pistón debe recorre 20 pulg en 15 s mientras ejerce una fuerza de 11 000 lb. Se estima que en la tubería de succión hay pérdida de energía de 11.5 lb-pie/lb, y de 35.0 lb-pie/lb en la tubería de descarga. Ambas tuberías son de acero de ⅜ de pulg cédula 80. Calcule lo siguiente:

a. Flujo volumétrico a través de la bomba.
b. Presión en el cilindro.
c. Presión a la salida de la bomba.
d. Presión en la entrada de la bomba.
e. Potencia que la bomba trasmite al aceite.

FIGURA 7.26 Problema 7.22.



7.23M *Calcule la potencia que se trasmite al motor hidráulico de la figura 7.27, si la presión en el punto A es de 6.8 MPa y en el punto B es de 3.4 MPa. La entrada del motor es una tubería de acero de 1 pulg (espesor de pared de 0.065 pulg), la salida es otra tubería de 2 pulg (espesor de pared de 0.065 pulg). El fluido es aceite (sg = 0.90) y la velocidad del flujo es de 1.5 m/s en el punto B.*

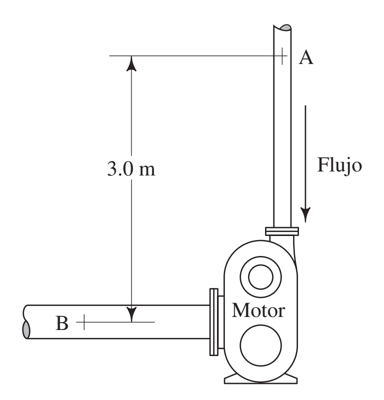


FIGURA 7.27 Problema 7.23.

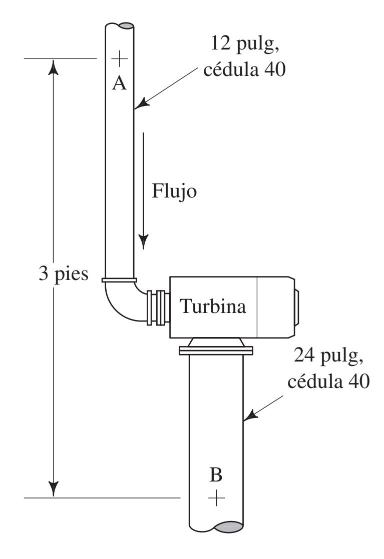


FIGURA 7.28 Problema 7.24.

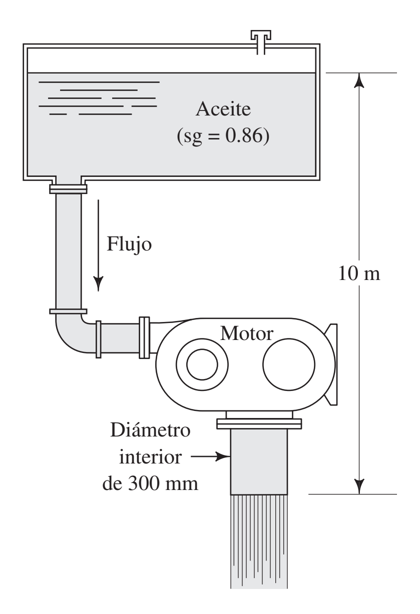
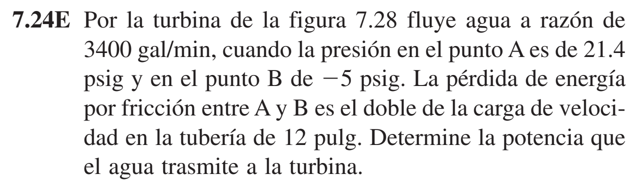
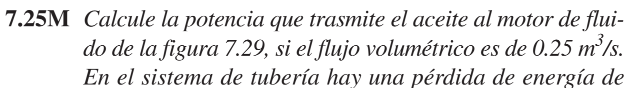


FIGURA 7.29 Problema 7.25.



7.24E Por la turbina de la figura 7.28 fluye agua a razón de 3400 gal/min, cuando la presión en el punto A es de 21.4 psig y en el punto B de −5 psig. La pérdida de energía por fricción entre A y B es el doble de la carga de velocidad en la tubería de 12 pulg. Determine la potencia que el agua trasmite a la turbina.

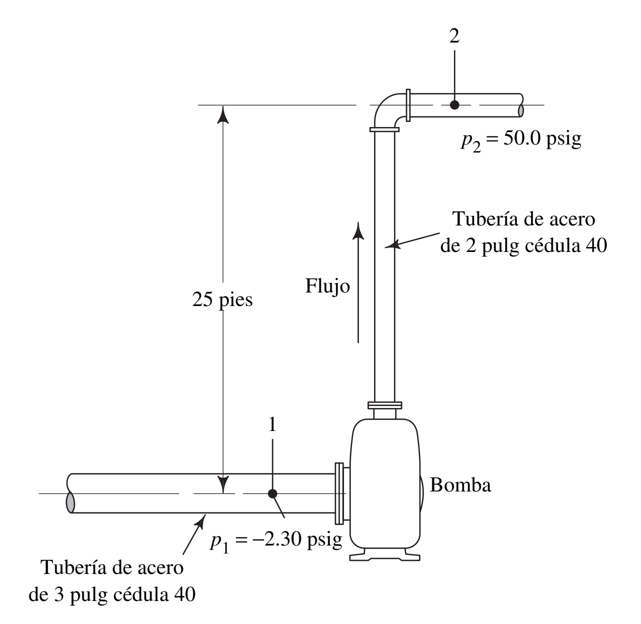


7.25M *Calcule la potencia que trasmite el aceite al motor de fluido de la figura 7.29, si el flujo volumétrico es de 0.25 m^3/s. En el sistema de tubería hay una pérdida de energía de 1.4 N•m/N. Si el motor tiene una eficiencia de 75%, calcule la potencia de salida.*

7.26E ¿Cuántos hp debe transmitir la bomba de la figura 7.30, a un fluido con peso específico de 60.0 lb/pie^3, si entre los puntos 1 y 2 hay pérdida de energía de 3.40 lb-pie/lb? La bomba impulsa 40 gal/min de fluido.

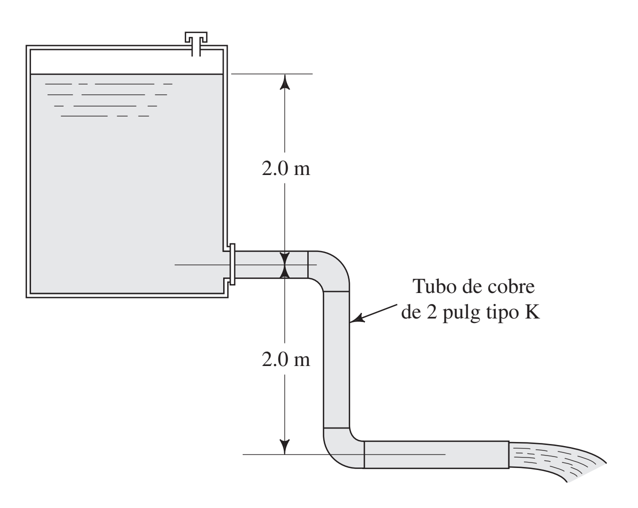
7.27E Si la bomba del problema 7.26 opera con una eficiencia del 75%, ¿cuál es la potencia de entrada a ella?

FIGURA 7.30 Problemas 7.26 y 7.27.



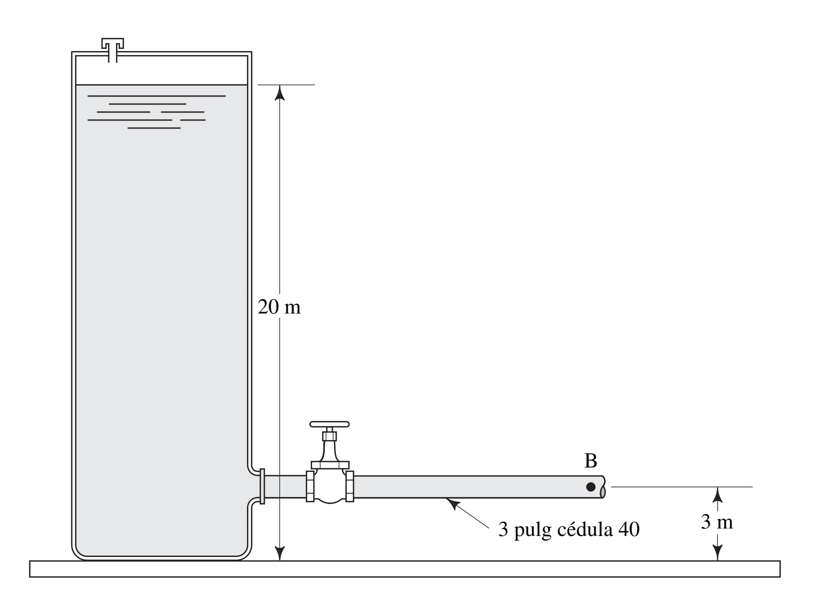
7.28M *El sistema de la figura 7.31 envía 600 L/min de agua. La salida va directa a la atmósfera. Determine las pérdidas de energía en el sistema.*

FIGURA 7.31 Problema 7.28.



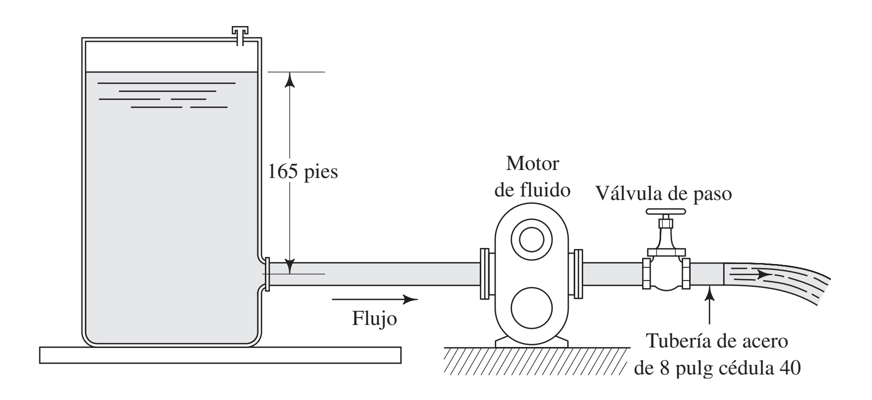
7.29M *Por el tubo de la figura 7.32 fluye keroseno (sg = 0.823) a 0.060 m^3/s. Calcule la presión en el punto B si la pérdida total de energía en el sistema es de 4.60 N•m/N.*

FIGURA 7.32 Problema 7.29.



7.30E En la figura 7.33 se aprecia un sistema donde fluye agua a 60 °F desde un depósito grande a través de un motor de fluido, a razón de 1000 gal/min. Si el motor remueve 37 hp del fluido, calcule la pérdida de energía en el sistema.

FIGURA 7.33 Problema 7.30.



7.31E En la figura 7.34 presentamos parte de un sistema contra incendios, donde una bomba impulsa 1500 gal/min de agua a 50 °F desde un almacenamiento y la envía al punto B. La pérdida de energía entre el depósito y el punto A en la entrada de la bomba es de 0.65 lb-pie/lb. Especifique la profundidad *h* que se requiere para mantener una presión de al menos 5.0 psig en el punto A.

7.32E Para las condiciones del problema 7.31 y con la suposición de que la presión en el punto A es de 5.0 psig, calcule la potencia que trasmite la bomba al agua a fin de mantener una presión de 85 psig en el punto B. La pérdida de energía entre la bomba y el punto B es, en total, de 28.0 lb-pie/lb.

7.33M *En la figura 7.35 ilustramos el flujo de keroseno a 25 °C, a razón de 500 L/min, desde el tanque inferior al superior a través de un tubo de cobre de 2 pulg tipo K y una válvula. Si la presión sobre el fluido es de 15.0 psig ¿cuánta energía se pierde en el sistema?*

7.34M *Para el sistema de la figura 7.35 (analizado en el problema 7.33), suponga que la pérdida de energía es proporcional a la carga de velocidad en la tubería. Calcule la presión que se requiere en el tanque para producir un flujo de 1000 L/min.*

Datos generales para los problemas 7.35E a 7.40E

En la figura 7.36 observamos el diagrama de un sistema de potencia de fluido para una prensa hidráulica que se emplea para extruir elementos de caucho. Conocemos los datos siguientes:

1. El aceite es aceite (sg = 0.93).
2. El flujo volumétrico es de 175 gal/min.
3. La potencia de entrada a la bomba es de 28.4 hp.
4. La eficiencia de la bomba es de 80%.
5. La pérdida de energía del punto 1 al 2 es de 2.80 lb-pie/lb.
6. La pérdida de energía del punto 3 al 4 es de 28.50 lb-pie/lb.
7. La pérdida de energía del punto 5 al 6 es de 3.50 lb-pie/lb.

FIGURA 7.34 Problemas 7.31 y 7.32.

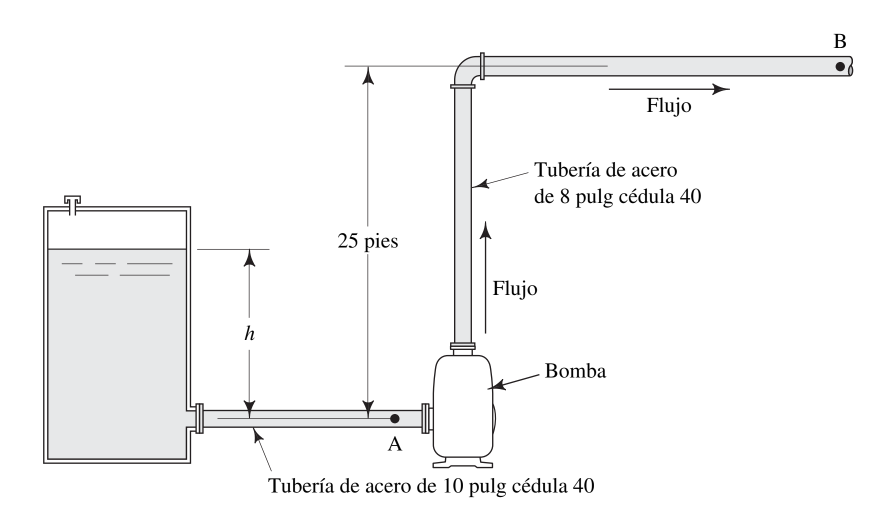
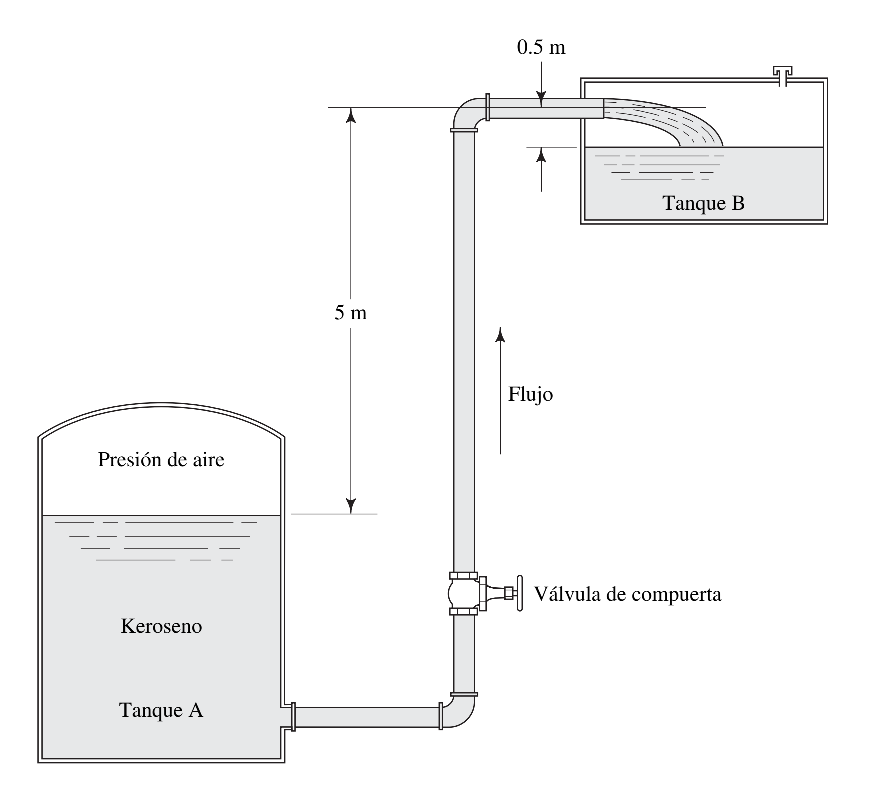


FIGURA 7.35 Problemas 7.33 y 7.34.



7.35E Calcule la potencia que la prensa retira del fluido.

7.36E Calcule la presión en el punto 2, en la entrada de la bomba.

7.37E Calcule la presión en el punto 3, en la salida de la bomba.

7.38E Calcule la presión en el punto 4, en la entrada de la prensa.

7.39E Calcule la presión en el punto 5, en la salida de la prensa.

7.40E Evalúe la viabilidad de los tamaños de las líneas de succión y descarga del sistema, en comparación con los de la figura 6.2 del capítulo 6, y los resultados de los problemas 7.35 a 7.39.

7.41E La lata de combustible presurizada, portátil, de la figura 7.37, se utiliza para cargar combustible a un automóvil de carreras durante un alto en los pits. ¿Cuál es la presión que debe haber sobre el combustible a fin de que cargue 40 gal en 8.0 s? La gravedad específica del combustible es de 0.76. En la boquilla hay una pérdida de energía de 4.75 lb-pie/lb.

7.42E El profesor Crocker construye una cabaña en una colina y propone el sistema hidráulico mostrado en la figura 7.38. El tanque de distribución en la cabaña mantiene una presión de 30.0 psig sobre el agua. En la tubería hay

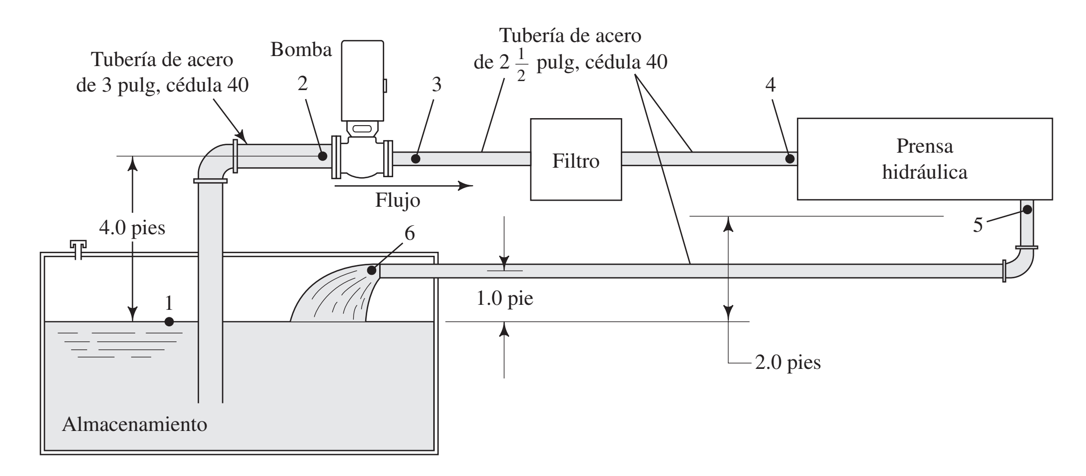


FIGURA 7.36 Problemas 7.35 a 7.40.

FIGURA 7.37 Problema 7.41.

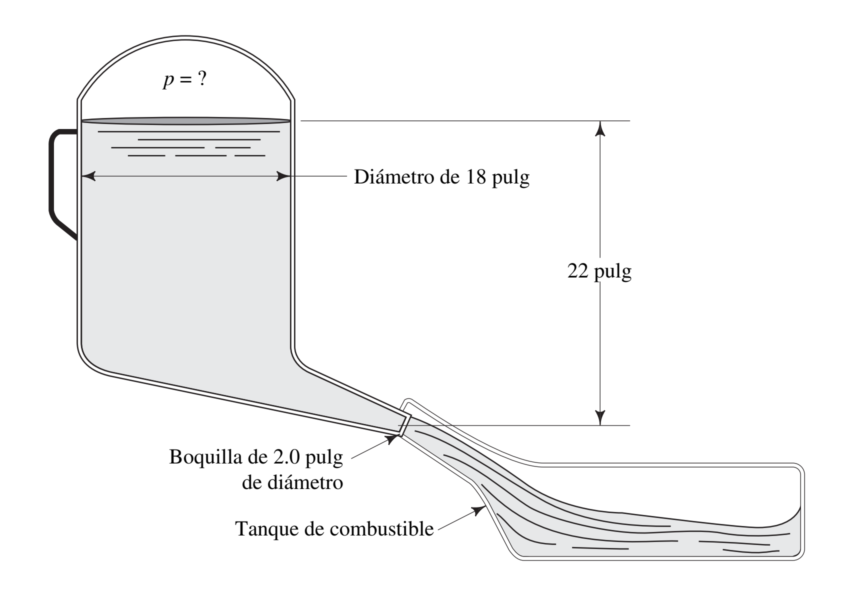
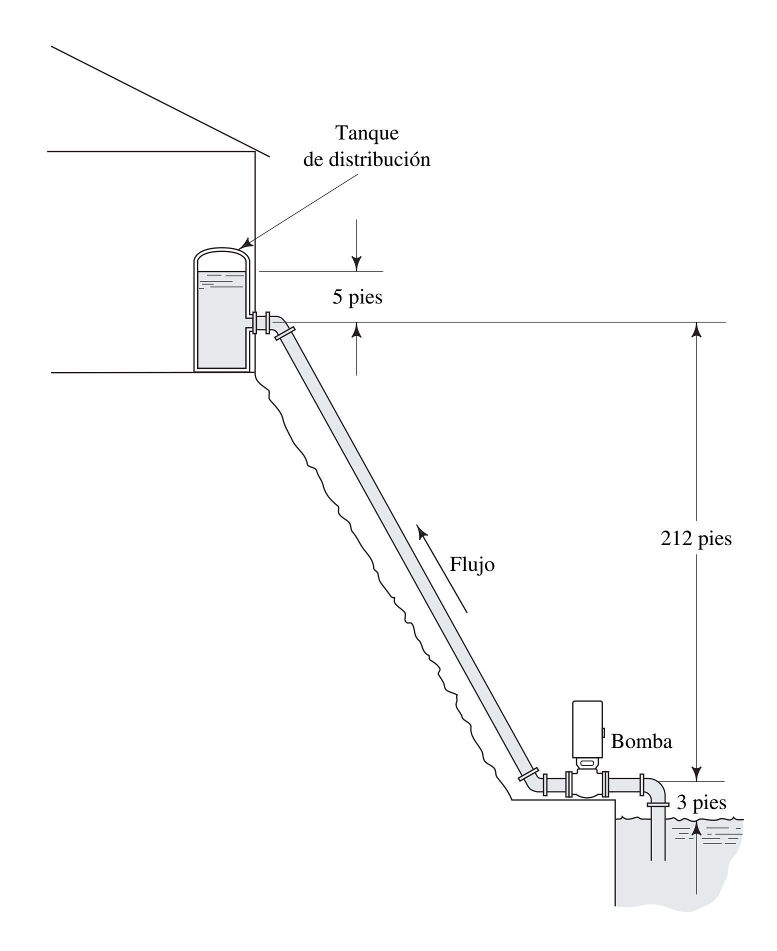


FIGURA 7.38 Problemas 7.42 y 7.43.



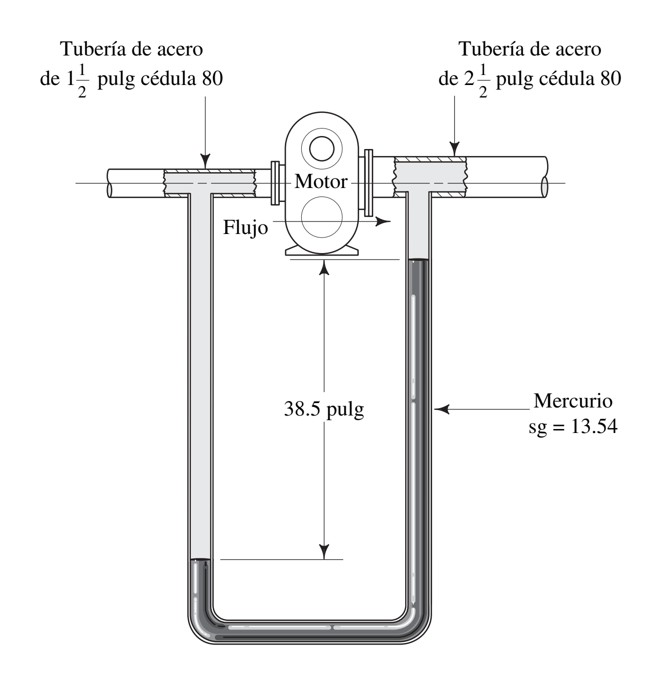


FIGURA 7.39 Problemas 7.44 y 7.45.

una pérdida de energía de 15.5 lb-pie/lb. Calcule los caballos de fuerza que la bomba trasmite al agua cuando impulsa 40 gal/min.

7.43E Si la bomba del profesor Crocker (descrita en el problema 7.42) tiene una eficiencia del 72% ¿qué tamaño de motor se requiere para impulsar la bomba?

7.44E El arreglo de prueba que aparece en la figura 7.39 mide la diferencia de presiones entre la entrada y salida del motor de fluido. El flujo volumétrico de aceite hidráulico (sg = 0.90) es de 135 gal/min. Calcule la potencia que el motor toma del fluido.

7.45E Si el motor de fluido del problema 7.44 tiene una eficiencia de 78% ¿cuánta potencia trasmite el motor?

8 Número de Reynolds, flujo laminar, flujo turbulento y pérdidas de energía debido a la fricción

8.1 Panorama

Mapa de aprendizaje

- En este capítulo comenzará a desarrollar sus habilidades para analizar la pérdida de energía que ocurre conforme los fluidos circulan en sistemas reales de tubería.
- Para analizar dichas pérdidas de energía debe usar el número de Reynolds, que caracteriza la naturaleza del flujo.
- Los flujos con número de Reynolds bajo son lentos y suaves, y se les conoce como flujos *laminar.*
- Los flujos con número de Reynolds elevado son rápidos e irregulares, y se les conoce como flujos *turbulentos*.
- La viscosidad del fluido es un componente crítico del número de Reynolds. Repase el capítulo 2.
- Las *pérdidas por fricción* ocurren conforme el fluido circula por tramos rectos en ductos y tuberías.
- Las pérdidas por fricción provocan que la presión disminuya a lo largo de la tubería e incrementan la potencia que una bomba debe transmitir al fluido.
- Tal vez haya observado que la presión disminuye entre la entrada de la toma y el extremo de un tramo largo de tubo, ducto, manguera de jardín o manguera contra incendios.

Descubrimientos

Si observa el flujo de agua en un simple grifo verá cómo cambia el carácter de su flujo conforme la velocidad se modifica.

- Describa la apariencia que tiene una corriente de agua al abrir una llave con velocidad de flujo muy lento.
- Después, abra despacio la llave por completo y observe cómo cambia el carácter del flujo de la corriente.
- Ahora cierre la llave con lentitud y cuidado, y observe las modificaciones en la apariencia del flujo mientras la velocidad vuelve a disminuir.
- Considere otros sistemas de fluido donde haya podido observar el cambio en la velocidad del flujo, de lento a rápido.
- ¿Qué pasa cuando fluye aceite frío en comparación con la forma en que lo hace el agua? Usted sabe que el aceite frío tiene una viscosidad mucho mayor que la del agua, y puede observar que escurre con más suavidad que ésta a velocidades comparables.
- Visite el sitio de Internet número 1 para ver una gráfica de la caída de presión versus el flujo volumétrico y la longitud de un tubo.

En este capítulo aprenderá que es posible caracterizar la naturaleza del flujo con el cálculo del *número de Reynolds*, que es adimensional y relaciona las variables importantes de los flujos: velocidad, tamaño de la trayectoria de flujo, densidad del fluido y viscosidad. También aprenderá a calcular las pérdidas de la energía debido a la fricción.

Conceptos introductorios

Cuando el agua sale de un grifo a velocidad muy baja, el flujo parece suave y estable. La corriente tiene un diámetro casi uniforme y hay poca o ninguna evidencia de que sus distintas partes se mezclan. A éste se le denomina *flujo laminar*, término derivado de la palabra *lámina*[*], debido a que el fluido parece moverse en láminas continuas con poca o ninguna mezcla de una capa con las adyacentes.

[*] *Layer,* en el original. N. del T.

Cuando el grifo está abierto casi por completo, el agua tiene una velocidad mayor. Los elementos del fluido parecen mezclarse en forma caótica dentro de la corriente. Ésta es la descripción general de un *flujo turbulento*.

Regrese al momento en que observaba el flujo laminar y abría lentamente el grifo. Conforme incrementaba la velocidad del flujo ¿notó que la corriente se volvía menos suave y desarrollaba ondulaciones a lo largo de su longitud? La sección transversal de la corriente parecería oscilar hacia dentro y hacia fuera, aun cuando el flujo fuera suave en general. Esta región del flujo recibe el nombre de *zona de transición*, y en ella el flujo cambia de laminar a turbulento. Las velocidades mayores producen más oscilaciones de ese tipo hasta que el flujo se vuelve turbulento, eventualmente.

El ejemplo del flujo de agua de un grifo ilustra la importancia de la velocidad de flujo para definir la índole del mismo. Hay otro parámetro que también es importante.

Repase el análisis del capítulo 2, en el que estudió la *viscosidad del fluido*. En él se definió tanto la viscosidad dinámica η, como la cinemática ν. Recuerde que $\nu = \eta/\rho$, donde ρ es la densidad del fluido. Ahí comentamos que los fluidos con viscosidad baja fluyen con mayor facilidad que los fluidos con viscosidad elevada. Para ayudarse en el repaso, considere las preguntas siguientes:

- ¿Qué fluidos poseen una viscosidad relativamente baja?
- ¿Qué fluidos poseen una viscosidad elevada?
- ¿Qué pasa cuando la temperatura se incrementa en relación con la facilidad con que se mueve un fluido con viscosidad alta?
- ¿Qué sucede cuando disminuye la temperatura de un fluido de viscosidad elevada?

Si calentamos un fluido de viscosidad alta, por ejemplo un aceite lubricante de motores, su viscosidad disminuye y permite que circule con más facilidad. Por el contrario, si reducimos su temperatura la viscosidad se incrementa y el aceite fluye más despacio. Esto ilustra el concepto de que la índole del flujo también depende de la viscosidad del fluido. Es más probable que el flujo de líquidos de viscosidad baja, como el agua, sea turbulento.

En este capítulo también veremos que el tamaño de la trayectoria del flujo afecta la índole de éste. Gran parte del trabajo tendrá que ver con flujo de fluidos que circulan a través de tuberías y ductos circulares, como los que estudió en el capítulo 6. El diámetro interior del flujo de la tubería desempeña un papel importante en la caracterización del flujo.

La figura 8.1 muestra una manera de visualizar el flujo laminar en un tubo circular. Anillos concéntricos de fluido circulan según una trayectoria recta y suave. Mientras el fluido se mueve a lo largo de la tubería, hay poca o ninguna mezcla a través de las *fronteras* de cada capa. Por supuesto, en los fluidos reales un número infinito de capas constituyen el flujo.

En la figura 8.2 presentamos otra manera de visualizar el flujo laminar. Ahí vemos un fluido transparente, como el agua, que fluye en un tubo de vidrio claro. Cuando una corriente

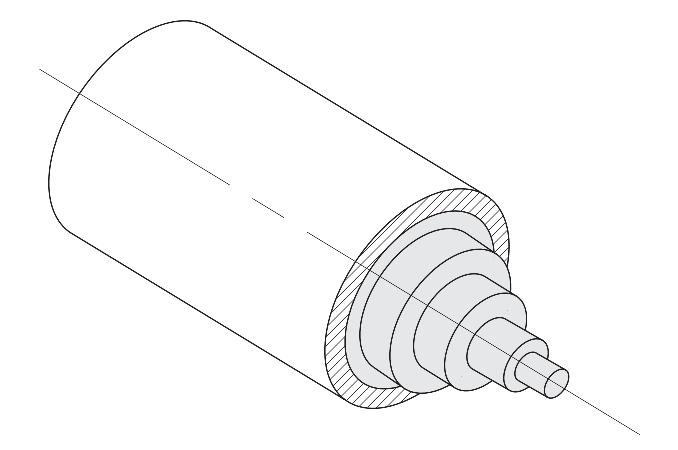


FIGURA 8.1 Ilustración del flujo laminar en un tubo circular.

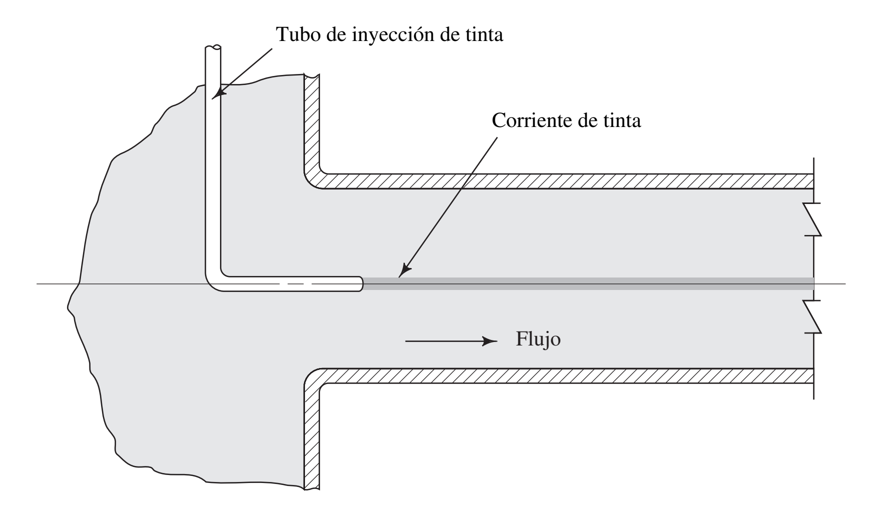


FIGURA 8.2 Corriente de tinta en un flujo laminar.

de fluido oscuro, como la tinta, se inyecta en el fluido, la corriente permanece intacta mientras se mantenga el régimen laminar. La corriente de tinta no se mezclará con el cuerpo del fluido.

Al contrario que en el flujo laminar, el turbulento parece caótico e irregular y hay mucha mezcla del fluido. En la figura 8.3 mostramos que cuando se introduce tinta en el flujo turbulento, se disipa de inmediato en el fluido principal.

Además, una razón importante para crear el flujo turbulento es favorecer la mezcla en aplicaciones como las siguientes:

1. Mezcla de dos o más fluidos.
2. Acelerar reacciones químicas.
3. Incrementar la transferencia de calor hacia dentro o fuera del fluido.

El flujo en canales abiertos se da cuando una superficie de fluido está expuesta a la atmósfera. La figura 8.4 presenta un almacenamiento que descarga fluido a un canal abierto que eventualmente permite que la corriente caiga a un depósito más bajo. ¿Ha observado fuentes con esta característica?

Aquí, igual que en el flujo en una tubería, el flujo laminar parece ser suave y estar fragmentado en capas. La descarga del canal al depósito se asemejaría a una lámina lisa. El flujo turbulento parecería caótico. ¿Ha visto las cataratas del Niágara o alguna otra cascada donde el agua caiga rápido?

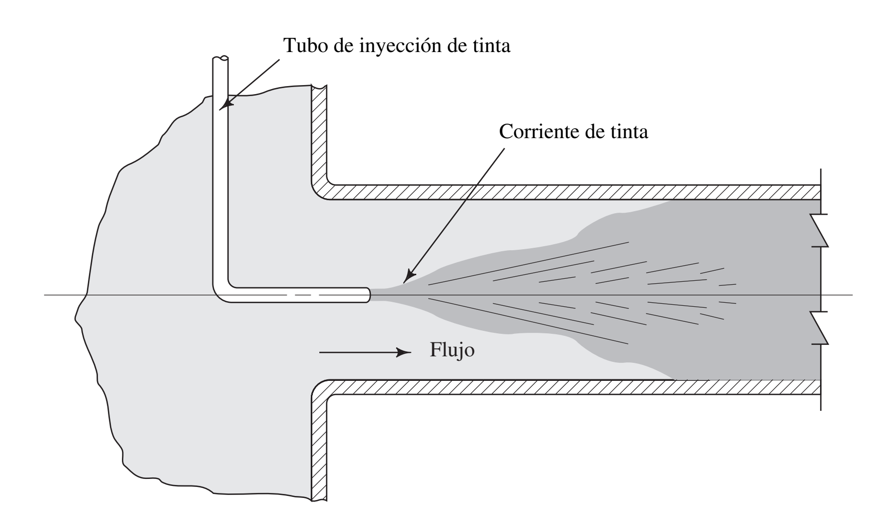
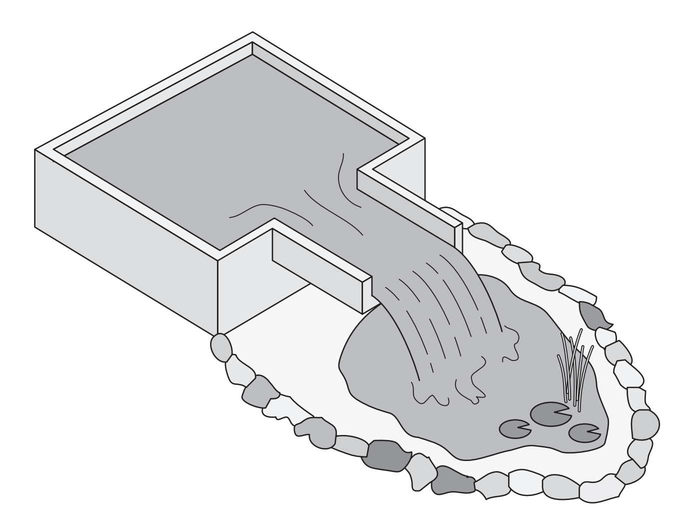


FIGURA 8.3 Mezcla de una corriente de tinta con un flujo turbulento.

FIGURA 8.4 Flujo tranquilo (laminar) sobre una superficie plana.



En este capítulo aprenderá que es posible caracterizar un flujo por medio del cálculo de una cantidad adimensional, el *número de Reynolds*, que relaciona las variables importantes para el flujo: velocidad, tamaño de la trayectoria de flujo, densidad y viscosidad del fluido. Emplearemos con frecuencia estos conceptos en los capítulos 8 a 13.

En este capítulo nos limitamos a calcular el número de Reynolds para el flujo en tuberías y tubos cerrados, llenos y circulares. En el capítulo 9 estudiaremos el flujo en conductos no circulares, y en el capítulo 14 analizaremos el caso de los canales abiertos y las tuberías y los tubos que no se encuentran llenos.

Conforme el fluido fluye a lo largo de un tramo de tubería, manguera o tubo, su presión disminuye debido a la pérdida de energía, por la fricción que se crea en la interacción del fluido con la pared estacionaria y la turbulencia interna. Veamos algunos ejemplos:

- En un jardín, la presión de la manguera en la boquilla de salida o aspersor puede ser baja si la manguera es larga en exceso.
- La presión del agua en casa es baja si se localiza a una distancia grande de la fuente de suministro principal.
- Los ductos largos, como el oleoducto de Alaska que transporta petróleo, requieren de estaciones de bombeo a ciertos intervalos, con objeto de elevar de nuevo la presión a niveles adecuados después de que han disminuido por la fricción.
- Los sistemas de protección contra incendio deben diseñarse con mucho cuidado, de modo que la presión en el extremo de la boquilla sea apropiada para enviar un flujo volumétrico de agua suficiente.

8.2 OBJETIVOS

Al terminar este capítulo podrá:

1. Describir la apariencia del flujo laminar y el flujo turbulento.
2. Enunciar la relación empleada para calcular el número de Reynolds.
3. Identificar los valores límite del número de Reynolds, con los que se predice si el flujo será laminar o turbulento.
4. Calcular el número de Reynolds para el flujo de fluidos en tuberías y tubos.
5. Establecer la *ecuación de Darcy* para calcular la pérdida de energía, debido a la fricción, tanto para el flujo laminar como para el turbulento.
6. Enunciar la *ecuación de Hagen-Poiseuille* para determinar la pérdida de energía por fricción en el flujo laminar.
7. Definir el *factor de fricción*, según se utiliza en la ecuación de Darcy.
8. Determinar el factor de fricción por medio del diagrama de Moody para valores específicos del número de Reynolds y la rugosidad relativa de la tubería.

9. Calcular el factor de fricción con las ecuaciones desarrolladas por Swamee y Jain.
10. Encontrar la pérdida de energía debido a la fricción, para el flujo en tuberías, mangueras y tubos, y emplear la pérdida de energía en la ecuación general de la energía.
11. Usar la fórmula de *Hazen-Williams* para calcular la pérdida de energía por fricción, para el caso especial del flujo de agua en tuberías.

8.3 NÚMERO DE REYNOLDS

El comportamiento de un fluido, en particular en lo que se refiere a las pérdidas de energía, depende de que el flujo sea laminar o turbulento, como se demostrará después en este capítulo. Por esta razón, se necesita un medio para predecir el tipo de flujo sin tener que observarlo en realidad. Más aún, la observación directa es imposible para fluidos que van por tubos opacos. Se demuestra en forma experimental y se verifica de modo analítico, que el carácter del flujo en un tubo redondo depende de cuatro variables: la densidad del fluido ρ, su viscosidad η, el diámetro del tubo D y la velocidad promedio del flujo v. Osborne Reynolds fue el primero en demostrar que es posible pronosticar el flujo laminar o turbulento si se conoce la magnitud de un número adimensional, al que hoy se le denomina número de Reynolds (N_R). (Consulte el 2 sitio de Internet.) La ecuación siguiente muestra la definición básica del número de Reynolds:

NÚMERO DE REYNOLDS—SECCIONES CIRCULARES

$$N_R = \frac{vD\rho}{\eta} = \frac{vD}{\nu} \tag{8–1}$$

Estas dos formas de la ecuación son equivalentes debido a que $\nu = \eta/\rho$, como se vio en el capítulo 2.

Usted deberá manejar unidades consistentes para asegurar que el número de Reynolds sea adimensional. La tabla 8.1 lista las unidades requeridas, tanto en el SI como en el sistema tradicional de Estados Unidos. Se le recomienda hacer las conversiones a estas unidades estándar antes de sustituir los datos en el cálculo de N_R. Por supuesto, podría sustituir en el cálculo los datos dados en sus propias unidades y realizar las conversiones apropiadas una vez terminado. Es recomendable repasar el estudio de la viscosidad en las secciones 2.2 y 2.3 del capítulo 2. Consulte en el apéndice K los factores de conversión.

Es posible demostrar que el número de Reynolds es adimensional, con la sustitución de las unidades estándar del SI en la ecuación (8-1):

$$N_R = \frac{vD\rho}{\eta} = v \times D \times \rho \times \frac{1}{\eta}$$

$$N_R = \frac{\text{m}}{\text{s}} \times \text{m} \times \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times \frac{\text{m·s}}{\text{kg}}$$

Debido a que todas las unidades se cancelan, N_R es adimensional.

El número de Reynolds es uno de varios números adimensionales, útiles en el estudio de la mecánica de fluidos y la transferencia de calor. Puede emplearse el proceso conocido como *análisis dimensional* para determinar números adimensionales. (Consulte la referencia 1.)

TABLA 8.1 Unidades estándar para las cantidades utilizadas en el cálculo del número de Reynolds, con el fin de garantizar que sea adimensional.

Cantidad	Unidades del SI	Unidades tradicionales de EU
Velocidad	m/s	pie/s
Diámetro	m	pie
Densidad	kg/m^3 o N·s^2/m^4	slugs/pie^3 o lb·s^2/pie^4
Viscosidad dinámica	N·s/m^2 o Pa·s o kg/m·s	lb·s/pie^2 o slugs/pie·s
Viscosidad cinemática	m^2/s	pie^2/s

El número de Reynolds es la relación de la fuerza de inercia sobre un elemento de fluido a la fuerza viscosa. La fuerza de inercia se desarrolla a partir de la segunda ley del movimiento de Newton $F = ma$. Como se vio en el capítulo 2, la fuerza viscosa se relaciona con el producto del esfuerzo cortante por el área.

Los flujos tienen números de Reynolds grandes debido a una velocidad elevada y/o una viscosidad baja, y tienden a ser turbulentos. Aquellos fluidos con viscosidad alta y/o que se mueven a velocidades bajas, tendrán números de Reynolds bajos y tenderán a comportarse en forma laminar. En la sección siguiente proporcionamos algunos datos cuantitativos con los cuales predecimos si un sistema de flujo dado será laminar o turbulento.

La fórmula para el número de Reynolds adopta una forma diferente para secciones transversales que no sean circulares, canales abiertos y el flujo alrededor de cuerpos sumergidos. Estudiaremos estas situaciones en otra parte de este libro.

8.4 NÚMEROS DE REYNOLDS CRÍTICOS

Para aplicaciones prácticas del flujo en tuberías, encontramos que si el número de Reynolds para el flujo es menor que 2000, éste será laminar. Si el número de Reynolds es mayor que 4000, el flujo será turbulento. En el rango de números de Reynolds entre 2000 y 4000 es imposible predecir qué flujo existe; por tanto, le denominaremos *región crítica*. Las aplicaciones prácticas involucran flujos que se encuentran bien dentro del rango laminar o bien dentro del turbulento, por lo que la existencia de dicha región de incertidumbre no ocasiona demasiadas dificultades. Si se encuentra que el flujo en un sistema se halla en la región crítica, la práctica usual es cambiar la tasa de flujo o diámetro del tubo para hacer que el flujo sea en definitiva laminar o turbulento. Entonces es posible realizar análisis más precisos.

Con la minimización cuidadosa de las perturbaciones externas es posible mantener el flujo laminar para números de Reynolds tan grandes como 50 000. Sin embargo, cuando N_R es mayor que 4000, una perturbación pequeña en la corriente ocasionará que el flujo cambie de forma súbita de laminar a turbulento. Por esta razón, y porque en este libro estudiamos aplicaciones prácticas, supondremos lo siguiente:

Si $N_R < 2000$, el flujo es laminar.

Si $N_R > 4000$, el flujo es turbulento.

☐ PROBLEMA MODELO 8.1 Determine si el flujo es laminar o turbulento si fluye glicerina a 25 °C en una tubería cuyo diámetro interior es de 150 mm. La velocidad promedio del flujo es de 3.6 m/s.

Solución Primero debe evaluarse el número de Reynolds por medio de la ecuación (8-1):

$$N_R = vD\rho/\eta$$

$$v = 3.6 \text{ m/s}$$

$$D = 0.15 \text{ m}$$

$$\rho = 1258 \text{ kg/m}^3 \qquad \text{(del apéndice B)}$$

$$\eta = 9.60 \times 10^{-1} \text{ Pa·s} \qquad \text{(del apéndice B)}$$

Entonces, tenemos

$$N_R = \frac{(3.6)(0.15)(1258)}{9.60 \times 10^{-1}} = 708$$

Como $N_R = 708$, menor que 2000, el flujo es laminar. Observe que cada término se expresó en unidades consistentes del SI antes de evaluar N_R.

☐ **PROBLEMA MODELO 8.2**

Determine si el flujo es laminar o turbulento, si circula agua a 70 °C en un tubo de cobre de 1 pulg, tipo K, a razón de 285 L/min.

Solución

Evalúe el número de Reynolds por medio de la ecuación (8-1):

$$N_R = \frac{vD\rho}{\eta} = \frac{vD}{\nu}$$

Para un tubo de cobre de 1 pulg y tipo K, $D = 0.02527$ m, y $A = 5.017 \times 10^{-4}$ m^2 (del apéndice H). Por tanto, tenemos

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{285 \text{ L/min}}{5.017 \times 10^{-4} \text{ m}^2} \times \frac{1 \text{ m}^3\text{/s}}{60\,000 \text{ L/min}} = 9.47 \text{ m/s}$$

$$\nu = 4.11 \times 10^{-7} \text{ m}^2\text{/s} \qquad \text{(del apéndice A)}$$

$$N_R = \frac{(9.47)(0.02527)}{4.11 \times 10^{-7}} = 5.82 \times 10^5$$

Debido a que el número de Reynolds es mayor que 4000, el flujo es turbulento.

☐ **PROBLEMA MODELO 8.3**

Determine el rango de velocidad promedio donde el flujo estaría en la región crítica, si aceite con especificación SAE 10 a 60 °C fluyera por una tubería de 2 pulg, cédula 40. El aceite tiene una gravedad específica de 0.89.

Solución

El flujo estaría en la región crítica si $2000 < N_R < 4000$. En primer lugar utilizamos la expresión del número de Reynolds y despejamos la velocidad:

$$N_R = \frac{vD\rho}{\eta}$$

$$v = \frac{N_R\eta}{D\rho} \qquad \text{(8–2)}$$

Después, encontramos los valores de η, D y ρ:

$$D = 0.1723 \text{ pie} \qquad \text{(del apéndice F)}$$

$$\eta = 2.10 \times 10^{-3} \text{ lb-s/pies}^2 \qquad \text{(del apéndice D)}$$

$$\rho = (\text{sg})(1.94 \text{ slugs/pies}^3) = (0.89)(1.94 \text{ slugs/pies}^3) = 1.73 \text{ slugs/pies}^3$$

Al sustituir estos valores en la ecuación (8-2), obtenemos

$$v = \frac{N_R(2.10 \times 10^{-3})}{(0.1723)(1.73)} = (7.05 \times 10^{-3})N_R$$

Para $N_R = 2000$, se tiene

$$v = (7.05 \times 10^{-3})(2 \times 10^3) = 14.1 \text{ pies/s}$$

Para $N_R = 4000$, tenemos

$$v = (7.05 \times 10^{-3})(4 \times 10^3) = 28.2 \text{ pies/s}$$

Por tanto, si $14.1 < v < 28.2$ pies/s, el flujo se encontrará en la región crítica. ■

8.5 ECUACIÓN DE DARCY

En la ecuación general de la energía

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} + h_A - h_R - h_L = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

al término h_L se le definió como la pérdida de energía en el sistema. Una componente de la pérdida de energía es la fricción en el fluido que circula. Para el caso del flujo en tuberías y tubos, la fricción es proporcional a la carga de velocidad del flujo y a la relación de la longitud al diámetro de la corriente. Esto se expresa en forma matemática como la ecuación de Darcy:

ECUACIÓN DE DARCY PARA CALCULAR LA PÉRDIDA DE ENERGÍA

$$h_L = f \times \frac{L}{D} \times \frac{v^2}{2g} \tag{8–3}$$

donde

$h_L =$ pérdida de energía debido a la fricción (N·m/N, m, lb-pie/lb o pies)
$L =$ longitud de la corriente del flujo (m o pies)
$D =$ diámetro de la tubería (m o pies)
$v =$ velocidad promedio del flujo (m/s o pies/s)
$f =$ factor de fricción (adimensional)

La ecuación de Darcy se utiliza para calcular la pérdida de energía debido a la fricción en secciones rectilíneas y largas de tubos redondos, tanto para flujo laminar como turbulento. La diferencia entre los dos flujos está en la evaluación del factor de fricción adimensional *f*, como se explica en las dos secciones siguientes.

8.6 PÉRDIDA POR FRICCIÓN EN EL FLUJO LAMINAR

Cuando existe flujo laminar el fluido parece moverse como si fueran varias capas, una sobre la otra. Debido a la viscosidad del fluido, se crea un esfuerzo cortante entre sus capas. Se pierde energía del fluido por la acción de las fuerzas de fricción que hay que vencer, y que son producidas por el esfuerzo cortante. Debido a que el flujo laminar es tan regular y ordenado, es posible obtener una relación entre la pérdida de energía y los parámetros mensurables del sistema de flujo. Dicha relación se conoce como *ecuación de Hagen-Poiseuille*:

ECUACIÓN DE HAGEN-POISEUILLE

$$h_L = \frac{32\eta L v}{\gamma D^2} \tag{8–4}$$

Los parámetros que involucra son las propiedades del fluido en cuanto a viscosidad y peso específico, las características geométricas de longitud y diámetro de la tubería, y la dinámica del flujo caracterizada por la velocidad promedio. La ecuación de Hagen-Poiseuille ha sido verificada muchas veces en forma experimental. A partir de la ecuación (8-4) usted debe observar que la pérdida de energía en el flujo laminar es independiente de las condiciones de la superficie de la tubería. Son las pérdidas por fricción viscosa en el interior del fluido las que gobiernan la magnitud de la pérdida de energía.

La ecuación de Hagen-Poiseuille es válida sólo para el flujo laminar ($N_R < 2000$). Sin embargo, se dijo con anterioridad que también podía usarse la ecuación de Darcy (ecuación 8-3) para calcular la pérdida por fricción para el flujo laminar. Si igualamos las dos relaciones para h_L, podemos despejar el factor de fricción:

$$f \times \frac{L}{D} \times \frac{v^2}{2g} = \frac{32\eta L v}{\gamma D^2}$$

$$f = \frac{32\eta L v}{\gamma D^2} \times \frac{D2g}{Lv^2} = \frac{64\eta g}{vD\gamma}$$

Como $\rho = \gamma/g$, obtenemos

$$f = \frac{64\eta}{vD\rho}$$

Al número de Reynolds se le define como $N_R = vD\rho/\eta$. Por tanto, tenemos

FACTOR DE FRICCIÓN PARA EL FLUJO LAMINAR

$$f = \frac{64}{N_R} \qquad (8\text{–}5)$$

En resumen, la pérdida de energía debido a la fricción en el *flujo laminar* puede calcularse con la ecuación de Hagen-Poiseuille,

$$h_L = \frac{32\eta L v}{\gamma D^2}$$

o con la ecuación de Darcy,

$$h_L = f \times \frac{L}{D} \times \frac{v^2}{2g}$$

en la que $f = 64/N_R$.

☐ **PROBLEMA MODELO 8.4** Determine la pérdida de energía si fluye glicerina a 25 °C por un tubo de 150 mm de diámetro y 30 m de longitud, a una velocidad promedio de 4.0 m/s.

Solución En primer lugar, hay que determinar si el flujo es laminar o turbulento por medio de la evaluación del número de Reynolds:

$$N_R = \frac{vD\rho}{\eta}$$

Con ayuda del apéndice B, encontramos que para la glicerina a 25 °C

$$\rho = 1258 \text{ kg/m}^3$$
$$\eta = 9.60 \times 10^{-1} \text{ Pa·s}$$

Entonces, tenemos

$$N_R = \frac{(4.0)(0.15)(1258)}{9.60 \times 10^{-1}} = 786$$

Debido a que $N_R < 2000$, el flujo es laminar.

Con la ecuación de Darcy, obtenemos

$$h_L = f \times \frac{L}{D} \times \frac{v^2}{2g}$$

$$f = \frac{64}{N_R} = \frac{64}{786} = 0.081$$

$$h_L = 0.081 \times \frac{30}{0.15} \times \frac{(4.0)^2}{2(9.81)} \text{ m} = 13.2 \text{ m}$$

Observe que expresamos todos los términos de cada ecuación en las unidades del SI. Por tanto, las unidades resultantes de h_L son m o N·m/N. Esto significa que se pierde 13.2 N·m de energía por cada newton de glicerina, mientras circula a lo largo de los 30 m de la tubería.

■

8.7 PÉRDIDA DE FRICCIÓN EN EL FLUJO TURBULENTO

Cuando hay flujo turbulento en tuberías es más conveniente usar la ecuación de Darcy para calcular la pérdida de energía debido a la fricción. El flujo turbulento es caótico y varía en forma constante. Por estas razones, para determinar el valor de f debemos recurrir a los datos experimentales.

Las pruebas han mostrado que el número adimensional f depende de otras dos cantidades adimensionales, el número de Reynolds y la rugosidad relativa de la tubería. La rugosidad relativa es la relación del diámetro de la tubería D a la rugosidad promedio de su pared ϵ (letra griega épsilon). En la figura 8.5 ilustramos (en forma exagerada) la rugosidad de la pared de la tubería como la altura de los picos de las irregularidades de la superficie. La condición de la superficie de la tubería depende sobre todo del material de que está hecho el tubo y el método de fabricación. Debido a que la rugosidad es algo irregular, con el fin de obtener su valor global tomaremos valores promedio.

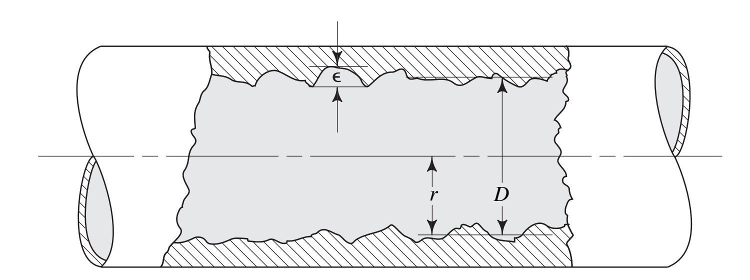


FIGURA 8.5 Rugosidad (exagerada) de la pared de un tubo.

Como se aprecia en la tabla 8.2, se ha determinado el valor ϵ de la rugosidad promedio de la pared de tuberías y tubos existentes comercialmente. *Éstos son sólo valores promedio para tuberías nuevas y limpias. Es de esperarse cierta variación. Una vez que una tubería ha estado en servicio durante algún tiempo, la rugosidad cambia debido a la corrosión y a la formación de depósitos en la pared.*

El tubo de vidrio tiene una superficie interior virtualmente lisa en cuanto a la hidráulica, lo que indica un valor muy pequeño de rugosidad. Por tanto, su rugosidad relativa D/ϵ tiende al infinito. Las tuberías y tubos de plástico son casi tan lisos como el vidrio, así que utilizaremos el valor de rugosidad que se presenta en este libro. Son de esperar algunas variaciones. La forma y el tamaño definitivos del tubo de cobre, latón y ciertos aceros, se obtienen por extrusión sobre un molde interno, lo que deja una superficie bastante lisa. Para la tubería de acero estándar (como las de las cédulas 40 y 80) y tubos de acero soldado, se emplea el valor de rugosidad que se menciona para el acero comercial o soldado. El hierro galvanizado tiene adherido un recubrimiento metalúrgico de zinc para que sea resistente a la corrosión. Es común que al tubo de hierro dúctil se le recubra en su interior con un tipo de cemento para protegerlo de la corrosión y para mejorar la rugosidad de la superficie. En este libro utilizamos los valores de

TABLA 8.2 Valores de diseño de la rugosidad de tubos.

Material	Rugosidad ϵ (m)	Rugosidad ϵ (pie)
Vidrio	Liso	Liso
Plástico	3.0×10^{-7}	1.0×10^{-6}
Tubo extruido; cobre, latón y acero	1.5×10^{-6}	5.0×10^{-6}
Acero, comercial o soldado	4.6×10^{-5}	1.5×10^{-4}
Hierro galvanizado	1.5×10^{-4}	5.0×10^{-4}
Hierro dúctil, recubierto	1.2×10^{-4}	4.0×10^{-4}
Hierro dúctil, no recubierto	2.4×10^{-4}	8.0×10^{-4}
Concreto, bien fabricado	1.2×10^{-4}	4.0×10^{-4}
Acero remachado	1.8×10^{-3}	6.0×10^{-3}

rugosidad para el hierro dúctil recubierto, a menos que se diga otra cosa. La tubería elaborada por ciertos fabricantes tiene una superficie interior más lisa, que se acerca a la del acero. El tubo de concreto bien fabricado tiene valores de rugosidad similares a los del hierro dúctil recubierto, como se observa en la tabla. Sin embargo, existe un rango amplio de valores que debe obtenerse de los fabricantes. El acero remachado se emplea en ciertos ductos largos e instalaciones existentes.

8.7.1 Diagrama de Moody

Uno de los métodos más utilizados para evaluar el factor de fricción emplea el diagrama de Moody que se presenta en la figura 8.6. El diagrama muestra la gráfica del factor de fricción f *versus* el número de Reynolds N_R, con una serie de curvas paramétricas relacionadas con la rugosidad relativa D/ϵ. Estas curvas las generó L. F. Moody a partir de datos experimentales. (Consulte la referencia 2.)

Se grafica en escalas logarítmicas tanto a f como a N_R, debido al rango tan amplio de valores que se obtiene. A la izquierda de la gráfica, para números de Reynolds menores de 2000, la línea recta muestra la relación $f = 64/N_R$ para el flujo laminar. Para $2000 < N_R < 4000$ no hay curvas, debido a que ésta es la zona crítica entre el flujo laminar y el flujo turbulento, y no es posible predecir cuál de ellos ocurrirá. El cambio de flujo laminar a turbulento da como resultado valores para los factores de fricción dentro de la zona sombreada. Más allá de $N_R = 4000$, se grafica la familia de curvas para distintos valores de D/ϵ. Podemos hacer algunas observaciones importantes acerca de estas curvas:

1. Para un flujo con número de Reynolds dado, conforme aumenta la rugosidad relativa D/ϵ, el factor de fricción f disminuye.
2. Para una rugosidad relativa D/ϵ, el factor de fricción f disminuye con el aumento del número de Reynolds, hasta que se alcanza la zona de turbulencia completa.
3. Dentro de la zona de turbulencia completa, el número de Reynolds no tienen ningún efecto sobre el factor de fricción.
4. Conforme se incrementa la rugosidad relativa D/ϵ, también se eleva el valor del número de Reynolds donde comienza la zona de turbulencia completa.

La figura 8.7 es una representación simplificada del diagrama de Moody donde identificamos las zonas diferentes. Ya estudiamos la *zona laminar* de la izquierda. A la derecha de la línea punteada y hacia la parte inferior del diagrama se encuentra la *zona de turbulencia completa*. El factor de fricción más bajo posible para un número de Reynolds dado en el flujo turbulento está indicado por la línea de tuberías lisas.

Entre la línea de tuberías lisas y la línea que señala el inicio de la zona de turbulencia completa está la *zona de transición*. Aquí, las líneas distintas D/ϵ son curvadas y se debe tener cuidado para evaluar el factor de fricción en forma apropiada. Por ejemplo, puede observar que el valor del factor de fricción para una rugosidad relativa de 500 disminuye de 0.0420 para $N_R = 4000$ a 0.0240 para $N_R = 6.0 \times 10^5$, donde comienza la zona de turbulencia completa.

Por medio de la figura 8.6 compruebe su habilidad para leer el diagrama de Moody en forma correcta, con la verificación de los valores de los factores de fricción para los números de Reynolds y rugosidad relativa que proporcionamos a continuación.

N_R	D/ϵ	f
6.7×10^3	150	0.0430
1.6×10^4	2000	0.0284
1.6×10^6	2000	0.0171
2.5×10^5	733	0.0223

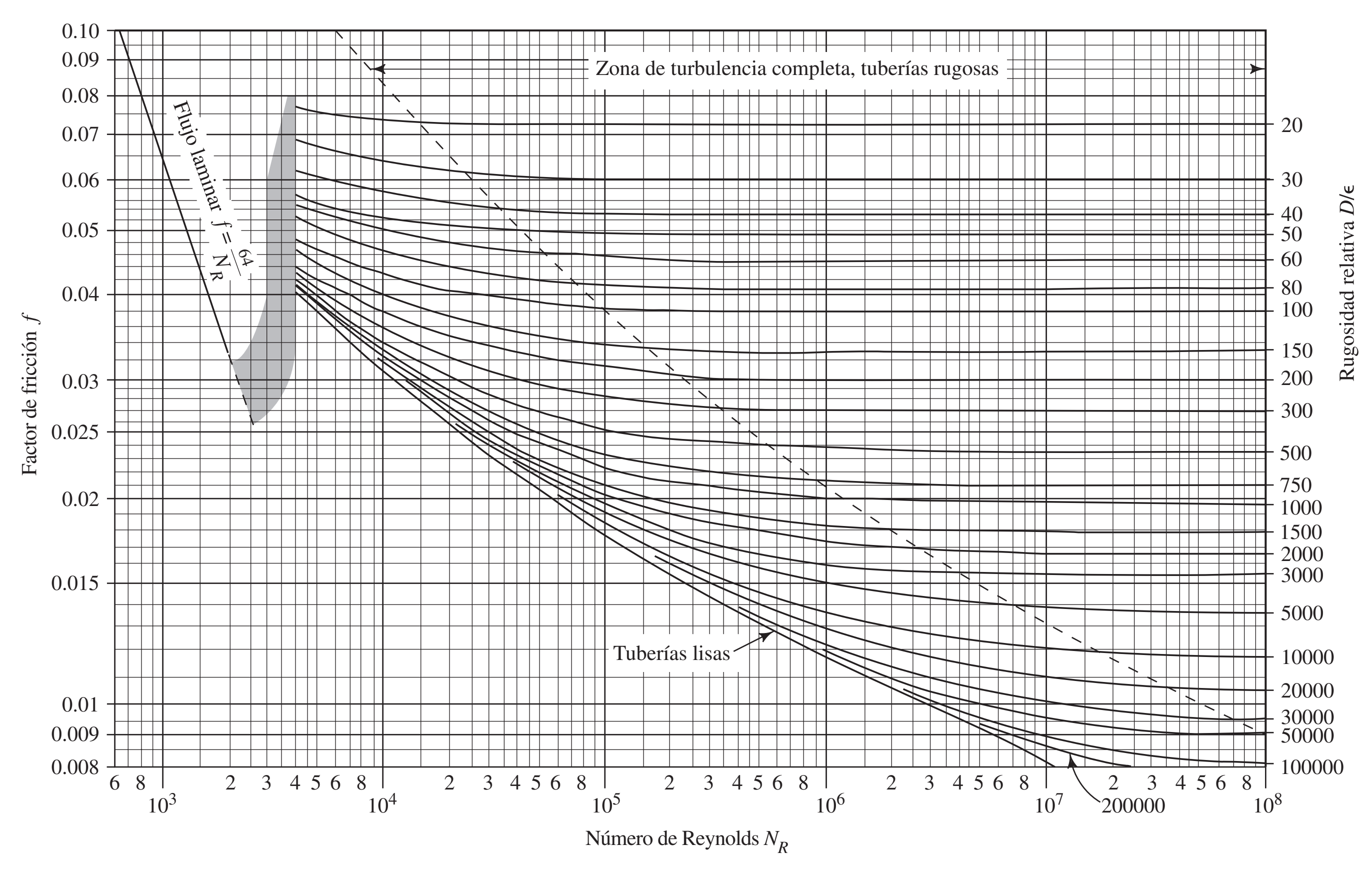


FIGURA 8.6 Diagrama de Moody. (Fuente: Pao, R. H. F. 1961. *Fluid Mechanics*. Nueva York: John Wiley e hijos, p. 284.)

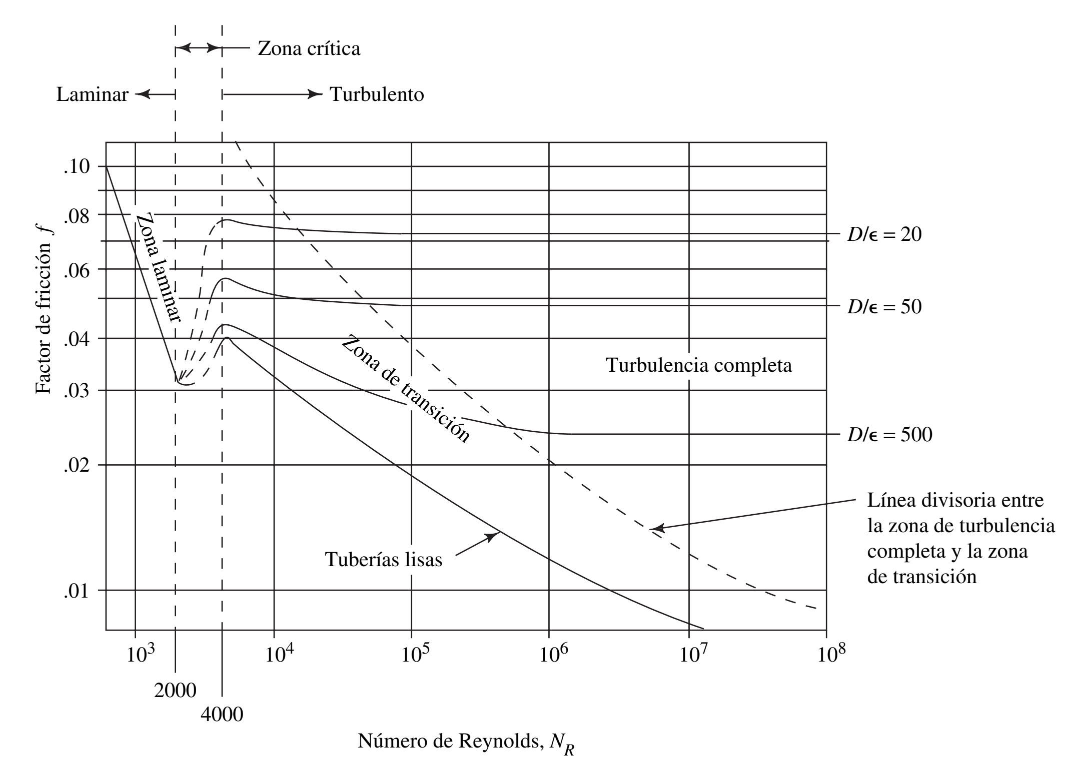


FIGURA 8.7 Explicación de las partes del diagrama de Moody.

Si es posible, hay que evitar la zona crítica entre los números Reynolds 2000 y 4000 porque no puede predecirse el tipo de flujo dentro de ese rango. La banda sombreada muestra la manera en que el factor de fricción podría cambiar de acuerdo con el valor de rugosidad relativa. Para valores bajos de D/ϵ (que indican rugosidad grande de la pared de la tubería), el incremento del factor de fricción es grande conforme el flujo pasa de laminar a turbulento. Por ejemplo, para un flujo en una tubería con $D/\epsilon = 20$, el factor de fricción se incrementaría de 0.032 para $N_R = 2000$, al final del rango laminar, a aproximadamente 0.077 para $N_R = 4000$, al principio del rango turbulento, lo que representa un incremento de 240%. Además, no puede predecirse el valor del número de Reynolds donde ocurriría esto. Debido a que la pérdida de energía es directamente proporcional al factor de fricción, los cambios de tal magnitud son significativos.

Debe observar que debido a que a la rugosidad relativa se le define como D/ϵ, un valor alto de ella indica un valor bajo de ϵ, es decir, una tubería lisa. De hecho, la curva que dice *tuberías lisas* se emplea para materiales como el vidrio, los cuales tienen una rugosidad tan baja que el cociente D/ϵ arrojaría un número extraordinariamente grande, que tendería al infinito.

En algunos textos y referencias utilizan otras convenciones para reportar la rugosidad relativa: ϵ/D, ϵ/r o r/ϵ, donde r es el radio de la tubería. Creemos que la convención que se emplea en este libro hace que los cálculos e interpolaciones sean más fáciles.

8.7.2 Uso del diagrama de Moody

El diagrama de Moody se utiliza para ayudar a determinar el valor del factor de fricción f para el flujo turbulento. Debe conocerse el valor del número de Reynolds y la rugosidad relativa. Por tanto, los datos básicos que se requieren son el diámetro interior de la tubería, el material de que está hecho, la velocidad del flujo y el tipo de fluido y su

temperatura, a partir de los cuales se determina la viscosidad. Los problemas modelo siguientes ilustran el procedimiento para encontrar el valor de f.

☐ **PROBLEMA MODELO 8.5** Determine el factor de fricción f si por una tubería de hierro dúctil recubierta de 1 pulg de diámetro, fluye agua a 160 °F y 30.0 pies/s.

Solución Primero debe evaluar el número de Reynolds para determinar si se trata de flujo laminar o turbulento:

$$N_R = \frac{vD}{\nu}$$

Aquí, $D = 1$ pulg $= 0.0833$ pie y $\nu = 4.38 \times 10^{-6}$ pies^2/s. Ahora tenemos

$$N_R = \frac{(30.0)(0.0833)}{4.38 \times 10^{-6}} = 5.70 \times 10^5$$

Así, el flujo es turbulento. A continuación debe evaluar la rugosidad relativa. En la tabla 8.2 encontramos que $\epsilon = 8 \times 10^{-4}$ pies. Entonces, la rugosidad relativa es

$$\frac{D}{\epsilon} = \frac{0.0833\text{ pie}}{8 \times 10^{-4}\text{ pies}} = 1.04 \times 10^2 = 104$$

Observe que para que D/ϵ sea una razón adimensional, tanto D como ϵ deben estar en las mismas unidades.

Los pasos finales en el procedimiento son como sigue:

1. Localice el número de Reynolds en la abscisa del diagrama de Moody:

$$N_R = 5.70 \times 10^5$$

2. Haga una proyección vertical hasta alcanzar la curva para $D/\epsilon = 104$. Como 104 está cerca de 100, esa es la curva que se emplea.
3. Realice una proyección horizontal hacia la izquierda, y se lee $f = 0.038$.

☐ **PROBLEMA MODELO 8.6** Si en el problema 8.5 la velocidad del flujo de agua fuera de 0.45 pie/s y todas las demás condiciones permanecieran igual, determine el factor de fricción f. Se escribe

Solución

$$N_R = \frac{vD}{\nu} = \frac{(0.45)(0.0833)}{4.38 \times 10^{-6}} = 8.55 \times 10^3$$

$$\frac{D}{\epsilon} = \frac{0.0833}{8 \times 10^{-4}} = 104$$

Así, de la figura 8.6, $f = 0.044$. Observe que éste se localiza en la parte curva de D/ϵ, y que existe un incremento significativo en el factor de fricción en comparación con el del problema modelo 8.5.

☐ **PROBLEMA MODELO 8.7** Determine el factor de fricción f si en una tubería de acero estándar de 1½ pulg, cédula 40, circula alcohol etílico a 25 °C y 5.3 m/s.

Solución Evaluamos el número de Reynolds por medio de la ecuación

$$N_R = \frac{vD\rho}{\eta}$$

Del apéndice B, $\rho = 787\ \mathrm{kg/m^3}$ y $\eta = 1.00 \times 10^{-3}$ Pa•s. Asimismo, para una tubería de 1½ pulg, cédula 80, $D = 0.0381$ m. Con esto, tenemos

$$N_R = \frac{(5.3)(0.0381)(787)}{1.00 \times 10^{-3}} = 1.59 \times 10^5$$

Así, el flujo es turbulento. Para una tubería de acero, $\epsilon = 4.6 \times 10^{-5}$ m, por lo que la rugosidad relativa es

$$\frac{D}{\epsilon} = \frac{0.0381\ \mathrm{m}}{4.6 \times 10^{-5}\ \mathrm{m}} = 828$$

De la figura 8.6, encontramos que $f = 0.0225$. Para obtener este valor debe interpolarse tanto para N_R como para D/ϵ, por lo que es de esperar que haya alguna variación. Sin embargo, usted debiera ser capaz de leer el valor del factor de fricción con una exactitud ± 0.0005 en esta parte de la gráfica.

■

El siguiente es un problema modelo programado que ilustra una situación común de fluido en tuberías. Como parte de la solución, debe calcular la pérdida de energía debido a la fricción.

PROBLEMA MODELO PROGRAMADO

☐ **PROBLEMA MODELO 8.8** Observe la figura 8.8. En una planta de procesamiento químico debe llevarse benceno a 50 °C (sg = 0.86) al punto B, con una presión de 550 kPa. Se instala una bomba en el punto A, 21 m por debajo de B, y se conectan los dos puntos por medio de un tubo de plástico de 240 m, con diámetro interior de 50 mm. Si el flujo volumétrico es de 110 L/min, calcule la presión que se requiere en la salida de la bomba.

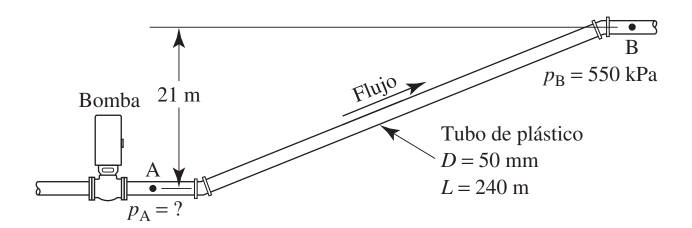


FIGURA 8.8 Problema modelo 8.8.

Escriba la ecuación de la energía entre los puntos A y B.

La relación es

$$\frac{p_A}{\gamma} + z_A + \frac{v_A^2}{2g} - h_L = \frac{p_B}{\gamma} + z_B + \frac{v_B^2}{2g}$$

Se requiere el término h_L porque hay una pérdida de energía debido a la fricción entre los puntos A y B. El punto A es la salida de la bomba y el objetivo del problema es calcular p_A.

¿Se cancelan algunos términos en esta ecuación de la energía?

Sí, la velocidad del flujo es la misma en los puntos A y B. Por tanto, los dos términos de carga de velocidad se cancelan como sigue:

$$\frac{p_A}{\gamma} + z_A + \frac{v_A^2}{2g} - h_L = \frac{p_B}{\gamma} + z_B + \frac{v_B^2}{2g}$$

Despeje algebraicamente para p_A.

La ecuación es

$$p_A = p_B + \gamma[(z_B - z_A) + h_L] \qquad \textbf{(8–6)}$$

¿Cuál es el valor de $z_B - z_A$?

Encontramos que $z_B - z_A = +21$ m porque el punto B está más elevado que el punto A.

Esto nos lleva a h_L, la pérdida de energía debido a la fricción entre A y B. ¿Cuál es el primer paso?

El primer paso es la evaluación del número de Reynolds. Debe determinar el tipo de flujo, laminar o turbulento. Antes de ver el panel siguiente, termine el cálculo del número de Reynolds.

El valor correcto es $N_R = 9.54 \times 10^4$. A continuación presentamos la manera de encontrarlo:

$$N_R = vD\rho/\eta$$

Para un tubo de 50 mm, $D = 0.050$ m y $A = 1.963 \times 10^{-3}$ m^2. Entonces, tenemos

$$Q = (110\ \text{L/min})\left(\frac{1\ \text{m}^3/\text{s}}{60\,000\ \text{L/min}}\right) = 1.83 \times 10^{-3}\ \text{m}^3/\text{s}$$

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{1.83 \times 10^{-3}\ \text{m}^3/\text{s}}{1.963 \times 10^{-3}\ \text{m}^2} = 0.932\ \text{m/s}$$

Para el benceno a 50 °C con gravedad específica de 0.86, encontramos

$$\rho = (0.86)(1000\ \text{kg/m}^3) = 860\ \text{kg/m}^3$$

$$\eta = 4.2 \times 10^{-4}\ \text{Pa·s} \qquad \text{(del apéndice D)}$$

Entonces, tenemos

$$N_R = \frac{(0.932)(0.050)(860)}{4.2 \times 10^{-4}} = 9.54 \times 10^4$$

Por tanto, el flujo es turbulento. ¿Cuál relación debe emplearse para calcular h_L?

Para un flujo turbulento debe usarse la ecuación de Darcy:

$$h_L = f \times \frac{L}{D} \times \frac{v^2}{2g}$$

Se necesita el valor D/ϵ para utilizar el diagrama de Moody y encontrar el valor de *f*.

La rugosidad de un tubo de plástico está dada en la tabla 8.2, y es 3.0×10^{-7} m. Entonces,

$$\frac{D}{\epsilon} = \frac{0.050\ \text{m}}{3.0 \times 10^{-7}\ \text{m}} = 166\ 700 = 1.667 \times 10^5$$

Ahora observe en el diagrama de Moody que como el valor de D/ϵ es muy grande, las curvas convergen hacia la de *tuberías lisas*. Por tanto, para el valor de $N_R = 9.54 \times 10^4$ se lee $f = 0.018$ en dicha curva. Con esto concluimos el cálculo de h_L.

El valor correcto es $h_L = 3.83$ m.

$$h_L = f \times \frac{L}{D} \times \frac{v^2}{2g} = 0.018 \times \frac{240}{0.050} \times \frac{(0.932)^2}{2(9.81)}\,\text{m}$$

$$h_L = 3.83\ \text{m}$$

Si regresamos a la ecuación (8-6) podemos calcular p_A.

Debe tenerse $p_A = 759$ kPa, como sigue:

$$p_A = p_B + \gamma[(z_B - z_A) + h_L]$$

$$p_A = 550\ \text{kPa} + \frac{(0.86)(9.81\ \text{kN})}{\text{m}^3}(21\ \text{m} + 3.83\ \text{m})$$

$$p_A = 550\ \text{kPa} + 209\ \text{kN/m}^2 = 550\ \text{kPa} + 209\ \text{kPa}$$

$$p_A = 759\ \text{kPa}$$

■

8.8 ECUACIONES PARA EL FACTOR DE FRICCIÓN

El diagrama de Moody de la figura 8.6 es un medio exacto y conveniente, que basta para determinar el valor del factor de fricción al resolver problemas con cálculos manuales. Sin embargo, si los cálculos han de ser automáticos para llegar a la solución en una computadora o calculadora programable, necesitamos ecuaciones para el factor de fricción.

Las ecuaciones que utilizó Moody en su obra son la base del enfoque computacional.* Pero esas ecuaciones son engorrosas y requieren un enfoque iterativo. A continuación presentamos dos ecuaciones que permiten obtener la solución directa para el factor de fricción. Una cubre el flujo laminar y la otra se emplea en el turbulento.

En la *zona de flujo laminar*, para valores por debajo de 2000, f se obtiene de la ecuación (8-5),

FACTOR DE FRICCIÓN PARA EL FLUJO LAMINAR

$$f = 64/N_R$$

Esta relación, desarrollada en la sección 8-5, aparece en el diagrama de Moody como línea recta en el lado izquierdo de la gráfica.

Por supuesto, para números de Reynolds entre 2000 y 4000, el flujo está en el rango crítico y es imposible de predecir el valor de f.

La ecuación siguiente, que permite el cálculo directo del valor del factor de fricción para flujo turbulento, la desarrollaron P. K. Swamee y A. K. Jain, y se menciona en la referencia número 3:

FACTOR DE FRICCIÓN PARA EL FLUJO TURBULENTO

$$f = \frac{0.25}{\left[\log\left(\frac{1}{3.7\,(D/\epsilon)} + \frac{5.74}{N_R^{0.9}}\right)\right]^2} \qquad (8–7)$$

---

* Varios investigadores llevaron a cabo trabajos pioneros para desarrollar las ecuaciones; los más notables fueron C. F. Colebrook, L. Prandtl, H. Rouse, T. van Karman y J. Nikuradse, cuyos artículos se mencionan en la bibliografía de la referencia número 2.

La ecuación (8-7) produce valores de f que están $\pm 1.0\%$ dentro del rango de rugosidad relativa D/ϵ, de 100 a 1×10^6 y para números de Reynolds de 5×10^3 a 1×10^8. Ésta es virtualmente toda la zona turbulenta del diagrama de Moody.

Resumen Para calcular el valor del factor de fricción f cuando se conoce el número de Reynolds y la rugosidad relativa, se emplea la ecuación (8-5) para el flujo laminar, y la ecuación (8-7) para el flujo turbulento.

□ **PROBLEMA MODELO 8.9** Calcule el valor del factor de fricción si el número de Reynolds para el flujo es de 1×10^5 y la rugosidad relativa es igual a 2000.

Solución Como esto se encuentra en la zona turbulenta, empleamos la ecuación (8-7),

$$f = \frac{0.25}{\left[\log\left(\frac{1}{3.7(2000)} + \frac{5.74}{(1 \times 10^5)^{0.9}}\right)\right]^2}$$

$$f = 0.0204$$

Este valor está muy cerca del que se lee en la figura 8.6.

■

8.9 FÓRMULA DE HAZEN-WILLIAMS PARA EL FLUJO DE AGUA

La ecuación de Darcy presentada en este capítulo para calcular la pérdida de energía debido a la fricción es aplicable para cualquier fluido newtoniano. Para el caso de flujo de agua en sistemas de tubería es conveniente un enfoque alternativo.

La *fórmula de Hazen-Williams* es una de las más populares para el diseño y análisis de sistemas hidráulicos. Su uso se limita al flujo de agua en tuberías con diámetros mayores de 2.0 pulg y menores de 6.0 pies. La velocidad del flujo no debe exceder los 10.0 pies/s. Asimismo, está elaborada para agua a 60 °F. Su empleo con temperaturas mucho más bajas o altas ocasionaría cierto error.

La fórmula de Hazen-Williams es específica en cuanto a las unidades. En el sistema de unidades tradicional de Estados Unidos adopta la forma siguiente:

FÓRMULA DE HAZEN-WILLIAMS EN UNIDADES TRADICIONALES DE ESTADOS UNIDOS

$$v = 1.32 C_h R^{0.63} s^{0.54} \quad (8\text{–}8)$$

donde

v = Velocidad promedio del flujo (pies/s)

C_h = Coeficiente de Hazen-Williams (adimensional)

R = Radio hidráulico del conducto de flujo (pies)

s = Relación h_L/L: pérdida de energía/longitud del conducto (pies/pies)

El uso del radio hidráulico en la fórmula permite su aplicación a secciones no circulares y también a circulares. Para las secciones circulares se emplea $R = D/4$. Esto lo estudiaremos en el capítulo 9.

El coeficiente C_h sólo depende de la condición de la superficie de la tubería o conducto. La tabla 8.3 proporciona valores que son comunes. Observe que algunos de ellos son descritos como tubos nuevos y limpios, mientras que el valor de diseño toma en cuenta la acumulación de depósitos en las superficies interiores de la tubería des-

TABLA 8.3 Coeficiente de Hazen-Williams, C_h.

Tipo de tubo	C_h Promedio para tuberías nuevas y limpias	C_h Valor de diseño
Acero, hierro dúctil o fundido con aplicación centrífuga de cemento o revestimiento bituminoso	150	140
Plástico, cobre, latón, vidrio	140	130
Acero, hierro fundido, sin recubrimiento	130	100
Concreto	120	100
Acero corrugado	60	60

pués de cierto tiempo, aun cuando fluya agua limpia a través de ellos. Tuberías más lisas presentan valores más elevados de C_h que las rugosas.

Con unidades del SI, la fórmula de Hazen-Williams es

FÓRMULA DE HAZEN-WILLIAMS EN UNIDADES DEL SI

$$v = 0.85 C_h R^{0.63} s^{0.54} \quad (8\text{–}9)$$

donde

v = Velocidad promedio del flujo (m/s)
C_h = Coeficiente de Hazen-Williams (adimensional)
R = Radio hidráulico del conducto de flujo (m)
s = Relación h_L/L: pérdida de energía/longitud del conducto (m/m)

Igual que antes, el flujo volumétrico se calcula con $Q = Av$.

☐ **PROBLEMA MODELO 8.10**

Para qué velocidad de flujo de agua habría una pérdida de 20 pies de carga en una tubería de acero nueva y limpia de 6 pulg, cédula 40, con una longitud de 1000 pies. Calcule el flujo volumétrico a dicha velocidad. Después vuelva a calcular con el valor de diseño de C_h para tubo de acero.

Solución

Al utilizar la ecuación (8-8), escribimos

$$s = h_L/L = (20\,\text{pies})/(1000\,\text{pies}) = 0.02$$
$$R = D/4 = (0.5054\,\text{pie})/4 = 0.126\,\text{pie}$$
$$C_h = 130$$

Entonces,

$$v = 1.32\, C_h R^{0.63} s^{0.54}$$
$$v = (1.32)(130)(0.126)^{0.63}(0.02)^{0.54} = 5.64\,\text{pies/s}$$
$$Q = Av = (0.2006\,\text{pie}^2)(5.64\,\text{pies/s}) = 1.13\,\text{pies}^3/\text{s}$$

Ahora, ajustamos el resultado para el valor de diseño de C_h.

Observe que la velocidad y el flujo volumétrico son directamente proporcionales al valor de C_h. Si el tubo se deteriorara por el uso, de modo que $C_h = 100$, el flujo volumétrico permisible que limitaría la pérdida de energía al mismo valor de 20 pies por 1000 pies de longitud de tubo, sería

$$v = (5.64\,\text{pies/s})(100/130) = 4.34\,\text{pies/s}$$
$$Q = (1.13\,\text{pies}^3/\text{s})(100/130) = 0.869\,\text{pie}^3/\text{s}$$

■

8.10 OTRAS FORMAS DE LA FÓRMULA DE HAZEN-WILLIAMS

Las ecuaciones (8-8) y (8-9) permiten el cálculo directo de la velocidad de flujo para un tipo y tamaño dados de conducto, cuando se conoce o especifica la pérdida de energía por unidad de longitud. El flujo volumétrico se calcula con $Q = Av$, sencillamente. Es frecuente que se quiera utilizar otros cálculos para:

1. Determinar el tamaño de tubería que se requiere para conducir un flujo volumétrico dado con una pérdida de energía limitada a cierto valor especificado.
2. Obtener la pérdida de energía para un flujo volumétrico dado a través de una tubería conociendo su tamaño y longitud.

La tabla 8.4 presenta varias formas que adopta la fórmula de Hazen-Williams y que facilitan dichos cálculos.

TABLA 8.4 Formas alternativas de la fórmula Hazen-Williams.

Unidades tradicionales de Estados Unidos	Unidades del SI
$v = 1.32C_h R^{0.63} s^{0.54}$	$v = 0.85C_h R^{0.63} s^{0.54}$
$Q = 1.32AC_h R^{0.63} s^{0.54}$	$Q = 0.85AC_h R^{0.63} s^{0.54}$
$h_L = L\left[\dfrac{Q}{1.32AC_h R^{0.63}}\right]^{1.852}$	$h_L = L\left[\dfrac{Q}{0.85AC_h R^{0.63}}\right]^{1.852}$
$D = \left[\dfrac{2.31Q}{C_h s^{0.54}}\right]^{0.380}$	$D = \left[\dfrac{3.59Q}{C_h s^{0.54}}\right]^{0.380}$
Nota: las unidades deben ser consistentes:	
v en pies/s	v en m/s
Q en pies^3/s	Q en m^3/s
A en pies^2	A en m^2
h_L, L, R y D en pies	h_L, L, R y D en m
s en pies/pies (adimensional)	s en m/m (adimensional)

8.11 NOMOGRAMA PARA RESOLVER LA FÓRMULA DE HAZEN-WILLIAMS

El nomograma que presentamos en la figura 8.9 permite resolver la fórmula de Hazen-Williams con sólo alinear cantidades conocidas por medio de una recta y leer las incógnitas en la intersección de ésta con el eje vertical apropiado. *Observe que el nomograma está construido para el valor del coeficiente de Hazen-Williams con* C_h = 100. Si las condiciones reales de la tubería garantizan el empleo de un valor diferente de C_h, se emplean las fórmulas siguientes para ajustar los resultados. El subíndice 100 se refiere al valor que se lee en el nomograma para $C_h = 100$. El subíndice c se refiere al valor para el C_h dado.

$$v_c = v_{100}(C_h/100) \quad \text{[velocidad]} \quad (8\text{–}10)$$

$$Q_c = Q_{100}(C_h/100) \quad \text{[flujo volumétrico]} \quad (8\text{–}11)$$

$$D_c = D_{100}(100/C_h)^{0.38} \quad \text{[diámetro de la tubería]} \quad (8\text{–}12)$$

$$s_c = s_{100}(100/C_h)^{1.85} \quad \text{[pérdida de carga/longitud]} \quad (8\text{–}13)$$

La línea punteada de la gráfica muestra el empleo del nomograma para los datos del problema modelo 8.10, para el caso de $C_h = 100$.

Un uso frecuente de un nomograma como el de la figura 8.9 consiste en determinar el tamaño de tubería que se requiere para conducir un flujo volumétrico dado, al mismo tiempo que se limita la pérdida de energía a cierto valor especificado. Por esto constituye una herramienta conveniente de diseño. (Consulte la referencia 4.)

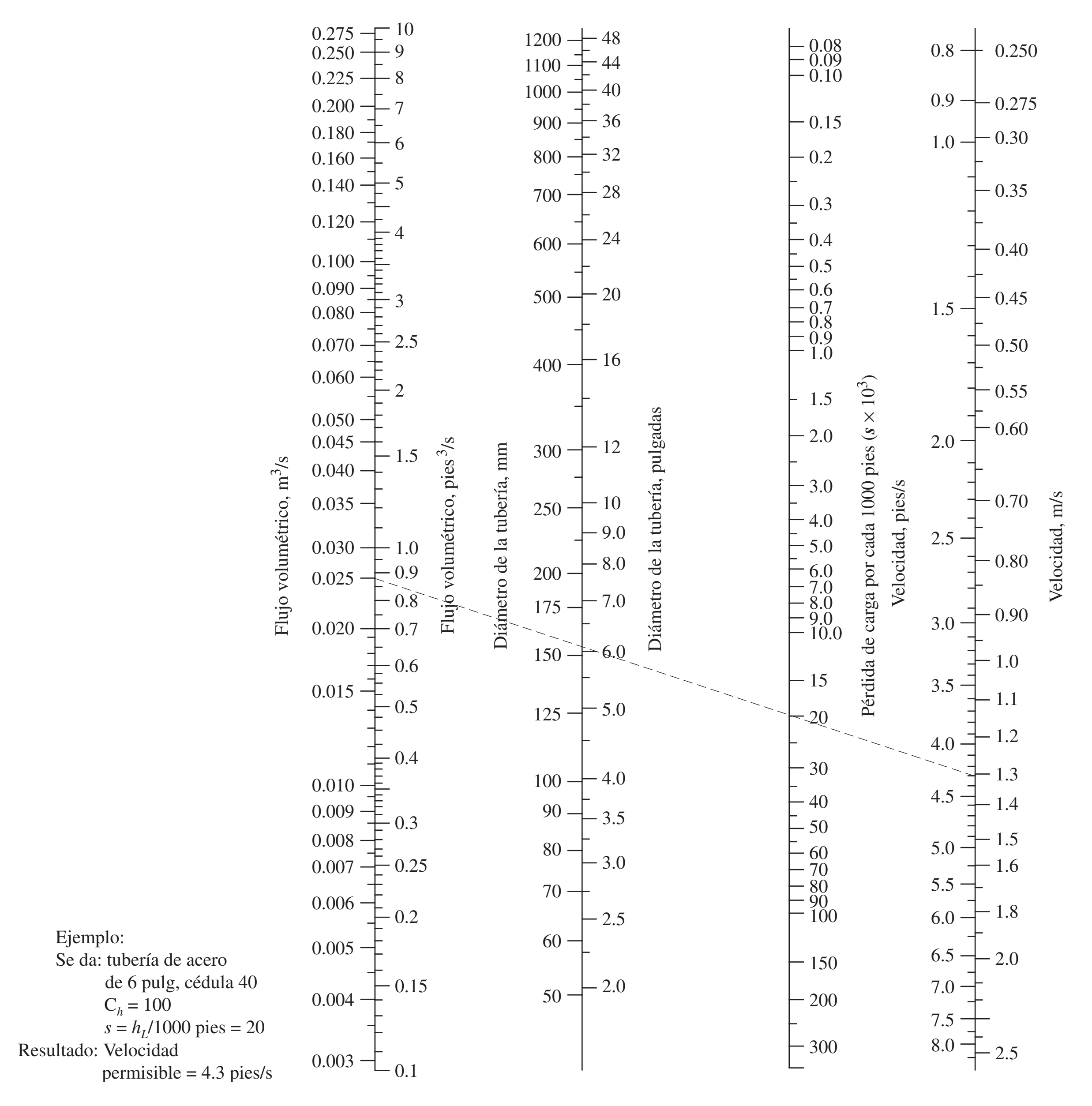


FIGURA 8.9 Nomograma para la solución de la fórmula de Hazen-Williams con $C_h = 100$.

☐ **PROBLEMA MODELO 8.11** Especifique el tamaño de una tubería de acero, cédula 40, para que conduzca 1.20 pies³/s de agua, sin que la pérdida de carga exceda 4.0 pies en una longitud de 1000 pies. Utilice el valor de diseño de C_h.

Solución La tabla 8.3 sugiere que $C_h = 100$. Ahora, con el empleo de la figura 8.9, se traza una línea recta que una al valor de $Q = 1.20$ pies³/s en el eje del flujo volumétrico con el valor de $s = (4.0$ pies)/(1000 pies) en el eje de la pérdida de energía. Con lo anterior, la línea recta intercepta el eje del tamaño de tubería en aproximadamente 9.7 pulg. El tamaño siguiente de tubo estándar que se menciona en el apéndice F es el nominal de 10 pulg, con diámetro interior de 10.02 pulgadas.

Regrese a la gráfica de la figura 8.9 y vuelva a alinear con cuidado a $Q = 1.20$ pies^3/s con $D = 10.02$ pulg; se leerá una velocidad promedio de $v = 2.25$ pies/s. Ésta es relativamente baja para un sistema de distribución hidráulico, y la tubería es demasiado larga. Si la línea es larga, el costo de la tubería sería excesivo.

Si se permite que la velocidad de flujo se incremente a aproximadamente 6.0 pies/s para el mismo flujo volumétrico, se puede utilizar la gráfica para demostrar que una tubería de 6 pulg ocasionaría una pérdida de carga de aproximadamente 37 pies por cada 1000 pies de tubería. Tendría que compararse el costo menor de éste y el de 10 pulg, con el costo mayor de la energía que se requiere para superar la pérdida adicional de carga.

REFERENCIAS

1. Fox, Robert W., Alan T. McDonald y Philip J. Pritchard. 2003. *Introduction to Fluid Mechanics*, 6a. ed, Nueva York: McGraw-Hill.
2. Moody, L. F. 1994. Friction Factors for Pipe Flow. *Transactions of the ASME* 66(8): 671-684. Nueva York: American Society of Mechanical Engineers.
3. Swamee, P. K. y A. K. Jain. 1976. Explicit Equations for Pipe-flow Problems. *Journal of the Hydraulics Division* 102(HY5): 657-664. Nueva York: American Society of Civil Engineers.
4. McGhee, T. J., T. McGhee y E. W. Steel. 1990. *Water Supply and Sewerage*, 6a. ed. Nueva York: McGraw-Hill.

SITIOS DE INTERNET

1. The Piping Tool Box *www.piping-toolbox.com/6_307.html* Esta página proporciona una tabla de datos para la pérdida de presión en tuberías de acero, cédula 40, como función del flujo volumétrico y el tamaño de la tubería. Desde este sitio también puede accederse a otros datos para sistemas de tubería.
2. The MacTutor History of Mathematics *http://turnbull.mcs.st-and.ac.uk/history/* Archivo de más de 1000 biografías y temas de historia, incluida la biografía de Osborne Reynolds. Consulte el Biographies Index.
3. CARF-Engineering *www.carf-engineering.com* Calculadora para la caída de presión con ayuda visual para mostrar flujo laminar y turbulento. Contiene vínculos con otros programas de movimiento de fluidos

PROBLEMAS

Los problemas siguientes requieren el manejo de los datos de referencia listados a continuación:

- Apéndices A-C: propiedades de los líquidos.
- Apéndice D: viscosidad dinámica de fluidos.
- Apéndice F-J: dimensiones de tuberías y tubos.
- Apéndice K: factores de conversión.
- Apéndice L: propiedades de áreas.

Números de Reynolds

8.1E Una tubería de 4 pulg de diámetro conduce 0.20 pie^3/s de glicerina (sg = 1.26) a 100 °F. ¿El flujo es laminar o turbulento?

8.2C Calcule la velocidad mínima del flujo en pies/s y m/s cuando circula agua a 160 °F en una tubería de 2 pulg de diámetro y el flujo es turbulento.

8.3M *Calcule el máximo flujo volumétrico de combustóleo a 45 °C, en la que el flujo permanecerá como laminar en una tubería de 100 mm de diámetro. Para el combustóleo utilice sg = 0.895 y viscosidad dinámica = 4.0×10^{-2} Pa·s.*

8.4E Calcule el número de Reynolds para la circulación de cada uno de los fluidos siguientes, en una tubería de 2 pulg, cédula 40, si el flujo volumétrico es 0.25 pie^3/s: (a) agua a 60 °F, (b) acetona a 77 °F, (c) aceite de ricino a 77 °F y (d) aceite SAE 10 a 210 °F (sg = 0.87).

8.5M *Determine el tamaño más pequeño de tubo de cobre que conducirá con flujo laminar 4 L/min de los fluidos siguientes: (a) agua a 40 °C, (b) gasolina (sg = 0.68) a 25 °C, (c) alcohol etílico (sg = 0.79) a 0 °C y (d) combustóleo pesado a 25 °C.*

8.6M *En una instalación, debe transportarse aceite SAE 10 (sg = 0.89) por una tubería de acero de 3 pulg, cédula 40, a razón de 850 L/min. La operación eficiente de cierto proceso requiere que el número de Reynolds del flujo sea de aproximadamente 5×10^4. ¿A qué tempe-*

ratura debe calentarse el aceite para que cumpla con lo anterior?

8.7E En los datos del apéndice C observamos que el aceite hidráulico automotriz y el aceite de máquina herramienta medio tienen casi la misma viscosidad cinemática, a 212 °F. Sin embargo, debido a su índice de viscosidad diferente, a 104 °F sus viscosidades son muy distintas. Calcule el número de Reynolds para el flujo en cada uno de ellos para cada temperatura, en una tubería de acero de 5 pulg, cédula 80, a 10 pies/s. ¿Los flujos son laminares o turbulentos?

8.8M *Calcule el número de Reynolds para el flujo de 325 L/min de agua a 10 °C en una tubería de acero estándar de 2 pulg, con espesor de pared de 0.065 pulg. ¿El flujo es laminar o turbulento?*

8.9M *Por una tubería de acero de 1 pulg, cédula 80, fluye benceno (sg = 0.86) a 60 °C, a razón de 25L/min. ¿El flujo es laminar o turbulento?*

8.10M *En una lavadora de trastos fluye agua caliente a 80 °C a razón de 15.0 L/min, a través de un tubo de cobre de 1/2 pulgada tipo K. ¿El flujo es laminar o turbulento?*

8.11E Un colector de agua es una tubería de hierro dúctil de 18 pulg. Calcule el número de Reynolds si conduce 16.5 $pies^3/s$ de agua a 50 °F.

8.12E El cárter de un motor contiene aceite SAE 10 (sg = 0.88). El aceite se distribuye a otras partes del motor por medio de una bomba de aceite, a través de un tubo de acero de $\frac{1}{8}$ de pulg, con espesor de pared de 0.032 pulg. Es obvio que la facilidad con que el aceite se bombea se ve afectada por su viscosidad. Calcule el número de Reynolds para el flujo de 0.40 gal/h del aceite a 40 °F.

8.13E Repita el problema 8.12 para un aceite a 160 °F.

8.14E ¿A qué flujo volumétrico aproximado se vuelve turbulento el alcohol propílico a 77 °F, si fluye por un tubo de cobre de 3 pulg tipo K.

8.15M *Por un tubo de acero de 7/8 pulg y espesor de pared de 0.065 pulg, fluye aceite SAE 30 (sg = 0.89) a 45 L/min. Si el aceite está a 110 °C ¿el flujo es laminar o turbulento?*

8.16M *Repita el problema 8.15 para el aceite con temperatura de 0 °C.*

8.17M *Repita el problema 8.15 para un tubo de 2 pulg con espesor de pared de 0.065.*

8.18M *Repita el problema 8.17, para el aceite con temperatura de 0 °C.*

8.19C El sistema de lubricación de una prensa troqueladora transporta 1.65 gal/min de un aceite lubricante ligero (consulte el apéndice C), a través de tubos de acero de 5/16 pulg, con espesor de pared de 0.049 pulg. Poco después de que la prensa arranca, la temperatura del aceite es de 104 °F. Calcule el número de Reynolds para el flujo del aceite.

8.20C En el problema 8.19, después de que la prensa funcionó durante cierto tiempo, el aceite lubricante descrito se calienta a 212 °F. Calcule el número de Reynolds para el flujo de aceite a dicha temperatura. Estudie la posible dificultad de operación conforme el aceite se calienta.

8.21E Un sistema está diseñado para transportar 500 gal/min de etilenglicol a 77 °F con una velocidad máxima de 10.0 pies/s. Especifique la tubería de acero estándar más pequeña, cédula 40, que cumpla dicha condición. Después, calcule el número de Reynolds para el flujo en la tubería seleccionada.

8.22E Al rango de los números de Reynolds entre 2000 y 4000 se le denomina *región crítica* porque no es posible predecir si el flujo es laminar o turbulento. En este rango debe evitarse la operación de sistemas de flujo. Calcule el rango de los flujos volumétricos en gal/min de agua a 60 °F, donde el flujo estaría en la región crítica, en un tubo de cobre de 3/4 de pulg tipo K.

8.23E La línea descrita en el problema 8.22 es para distribuir agua fría. En cierto punto del sistema el tubo del mismo tamaño transporta agua a 180 °F. Calcule el rango de los flujos volumétricos donde el flujo estaría en la región crítica.

8.24C En una lechería se informa que la leche a 100 °F tiene una viscosidad cinemática de 1.30 centistokes. Calcule el número de Reynolds para un flujo de 45 gal/min que circula en un tubo de acero de $1\frac{1}{4}$ pulg con espesor de pared de 0.065 pulg.

8.25C En una planta embotelladora de refrescos, el jarabe concentrado que se emplea para fabricar la bebida tiene una viscosidad cinemática de 17.0 centistokes a 80 °F. Calcule el número de Reynolds para un flujo de 215 L/min de jarabe que circula a través de un tubo de cobre de 1 pulg tipo K.

8.26C Cierto combustible aeronáutico tiene una viscosidad cinemática de 1.20 centistokes. Si se lleva combustible al motor a razón de 200 L/min por un tubo de acero de 1 pulg, con espesor de pared de 0.065 pulg, calcule el número de Reynolds para el flujo.

Pérdidas de energía

8.27M *Por una tubería de acero de 1 pulg, cédula 80, fluye petróleo crudo 60 m hacia abajo en forma vertical, a una velocidad de 0.64 m/s. El petróleo tiene una gravedad específica de 0.86 y está a 0 °C. Calcule la diferencia de presión entre las partes superior e inferior de la tubería.*

8.28M *A través de un tubo de cobre de 1/2 pulg tipo K fluye agua a 75 °C a razón de 12.9 L/min. Calcule la diferencia de presión entre dos puntos separados 45 m, si el tubo está en posición horizontal.*

8.29E Por una tubería de acero de 4 pulg, cédula 40, fluye combustóleo a la tasa máxima para que el flujo sea laminar. Si el líquido tiene una gravedad específica de 0.895 y viscosidad dinámica de 8.3×10^{-4} lb-s/$pies^2$, calcule la pérdida de energía por cada 100 pies de tubo.

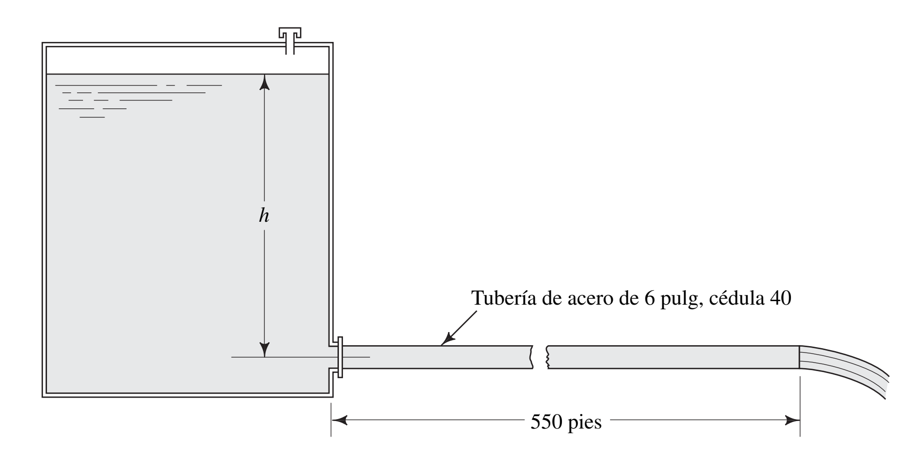
8.30E Una tubería de acero de 3 pulg, cédula 40, tiene 5000 pies de longitud y conduce un aceite lubricante entre dos puntos A y B, de modo que el número de Reynolds es 800. El punto B está 20 pies más arriba que el A. El aceite tiene una gravedad específica de 0.90 y viscosidad dinámica de 4×10^{-4} lb-s/$pies^2$. Si la presión en A es de 50 psig, calcule la presión en B.

8.31M *Por una tubería de acero de 1 pulg, cédula 80, circula benceno a 60 °C a razón de 20 L/min. El peso específico del benceno es de 8.62 kN/m^3. Calcule la diferencia de presión entre dos puntos separados 100 m si la tubería se encuentra en posición horizontal.*

8.32M *Como prueba para determinar la rugosidad de la pared de una instalación de tubería, se bombea agua a 10 °C a razón de 225 L/min. La tubería es de acero comercial estándar de 1½ pulg con espesor de pared de 0.083 pulg. Las lecturas de dos medidores de presión a 30 m de distancia uno de otro en un tramo horizontal de la tubería son de 1035 kPa y 669 kPa. Determine la rugosidad de la pared de la tubería.*

8.33E Desde un tanque de almacenamiento fluye agua a 80 °F a través de 550 pies de tubería de acero de 6 pulg, cédula 40, como se observa en la figura 8.10. Si se toma en cuenta la pérdida de energía debido a la fricción, calcule la altura *h* que se requiere sobre la entrada de la tubería con el fin de producir un flujo volumétrico de 2.50 pies^3/s.

FIGURA 8.10 Problema 8.33.



8.34E Un colector de agua está hecho de tubo de concreto de 18 pulg de alta presión. Calcule la caída de presión en una longitud de una milla debido a la fricción del tubo, si éste conduce 15 pies^3/s de agua a 50 °F.

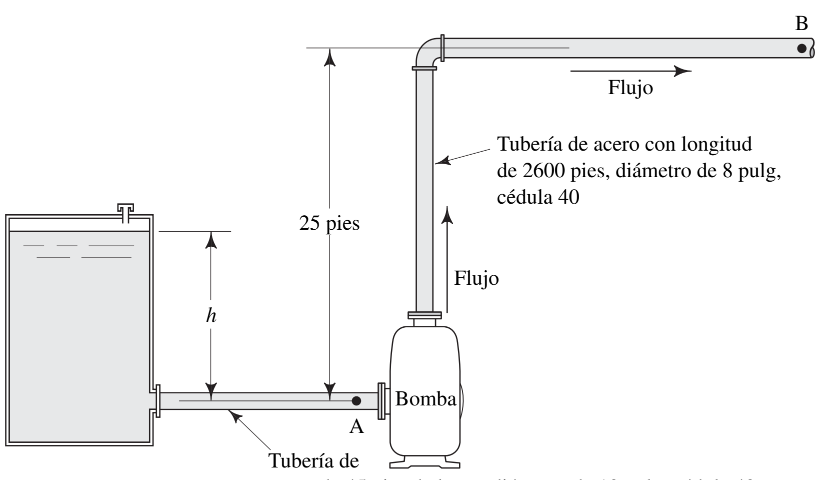
8.35E La figura 8.11 muestra una parte de un sistema de protección contra incendios donde una bomba impulsa agua a 60 °F desde un depósito y la lleva al punto B a razón de 1500 gal/min.

a. Calcule la altura *h* que se requiere para el nivel del agua en el tanque, con el fin de mantener una presión de 5.0 psig en el punto A.

b. Si suponemos que la presión en A es de 5.0 psig, calcule la potencia que transmite la bomba al agua con objeto de conservar una presión de 85 psig en el punto B. Incluya la pérdida de energía debido a la fricción, pero ignore las demás.

8.36E Una bomba sumergible de pozo profundo mueve 745 gal/h de agua a 60 °F, a través de una tubería de acero de 1 pulg, cédula 40, cuando opera en el sistema de la figura 8.12. Si la longitud total de la tubería es de 140 pies, calcule la potencia que la bomba trasmite al agua.

FIGURA 8.11 Problema 8.35.



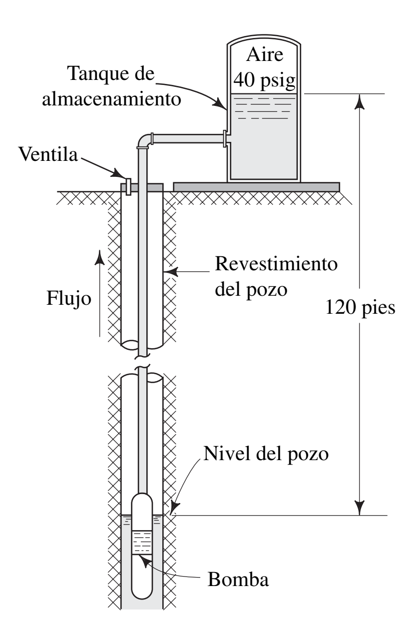


FIGURA 8.12 Problema 8.36.

8.37E En una granja se transporta agua a 60 °F, desde un tanque de almacenamiento presurizado hasta un bebedero para animales, por medio de una tubería de 300 pies de longitud, de 1 1/2 pulg, cédula 40, como se ilustra en la figura 8.13. Calcule la presión de aire que se requiere sobre el agua del tanque con el fin de producir un flujo de 75 gal/min.

8.38M *La figura 8.14 muestra un sistema de distribución de fertilizante líquido de pasto. Para operar con eficacia, la boquilla en el extremo de la manguera requiere 140 kPa de presión. La manguera es de plástico liso y tiene un diámetro interior de 25 mm. La solución del fertilizante tiene una gravedad específica de 1.10 y viscosidad dinámica de 2.0×10^{-3} Pa·s. Si la longitud de la manguera es de 85 m, determine (a) la potencia que trasmite la bomba a la solución y (b) la presión en la salida de la bomba. Ignore la pérdida de energía en el lado de toma de la bomba. El flujo volumétrico es de 95 L/min.*

8.39M *Un ducto que transporta petróleo crudo (sg = 0.93) a 1200 L/min está hecho de tubería de acero de 6 pulg, cédula 80. Las estaciones de bombeo están espaciadas a 3.2 km. Si el petróleo está a 10 °C, calcule (a) la caída de presión entre las estaciones y (b) la potencia que se requiere para mantener la misma presión en la entrada de cada bomba.*

8.40M *Para el oleoducto que se describe en el problema 8.39, considere que el aceite se va a calentar a 100 °C con el fin de disminuir su viscosidad.*

a. *¿Cómo afecta lo anterior al requerimiento de potencia de la bomba?*

b. *¿A qué distancia podrían separarse las bombas con la misma caída de presión que la del problema 8.13?*

FIGURA 8.13 Problema 8.37.

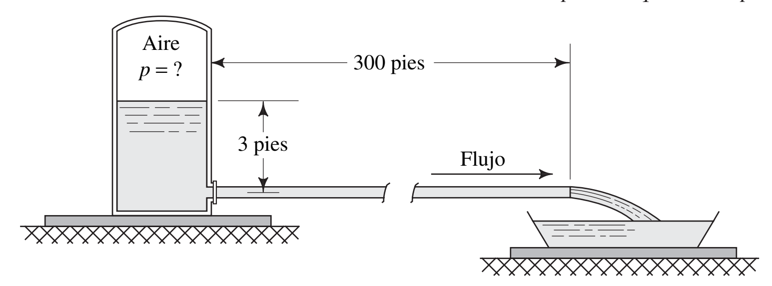


FIGURA 8.14 Problema 8.38.

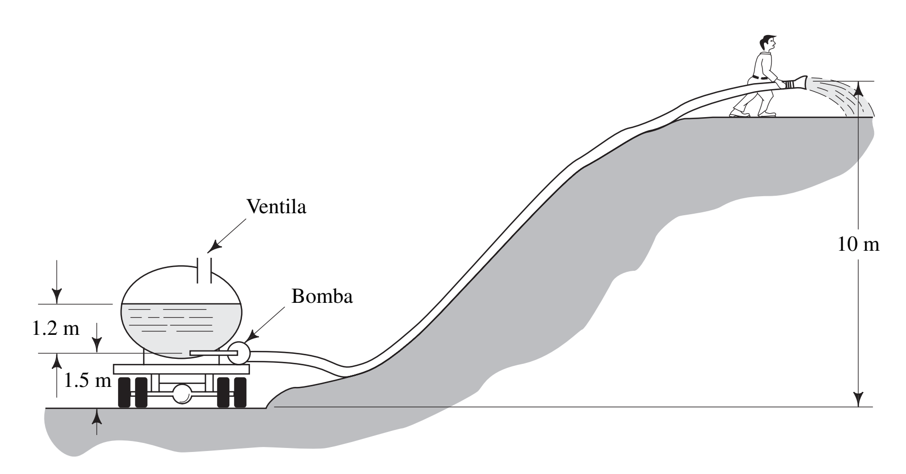
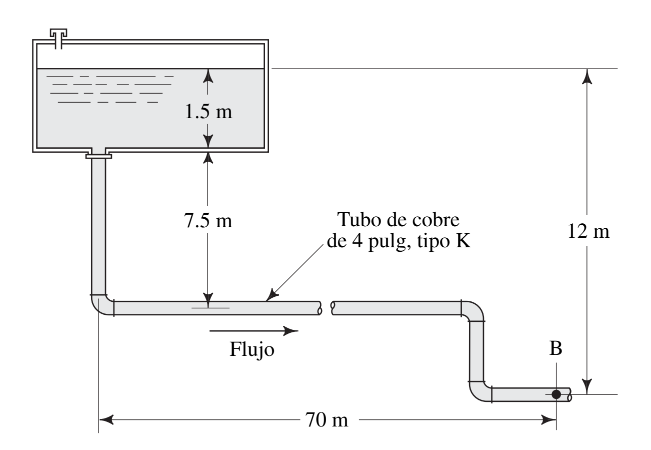


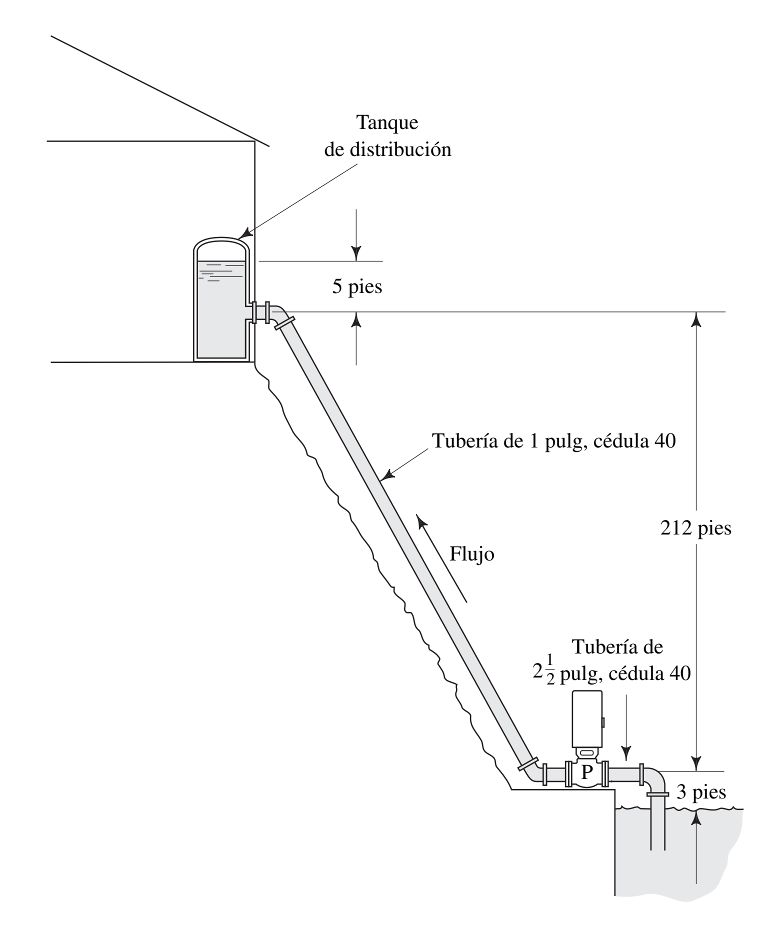
FIGURA 8.15 Problema 8.41.



8.41M *Desde el depósito de la figura 8.15 y por el tubo que se aprecia, fluye agua a 10 °C, a razón de 900 L/min. Calcule la presión en el punto B; tome en cuenta la pérdida de energía debido a la fricción, pero ignore las demás.*

8.42E Para el sistema de la figura 8.16, calcule la potencia que la bomba trasmite al agua si mueve 50 gal/min de agua a 60 °F hacia el tanque. El aire en el tanque se encuentra a 40 psig. Considere la pérdida por fricción en la tubería de descarga de 225 pies de largo e ignore las demás. Después, rediseñe el sistema con el empleo de un tamaño de tubería más grande, con el fin de reducir la pérdida de energía y reducir la potencia que se requiere a no más de 5.0 hp.

FIGURA 8.16 Problema 8.42.



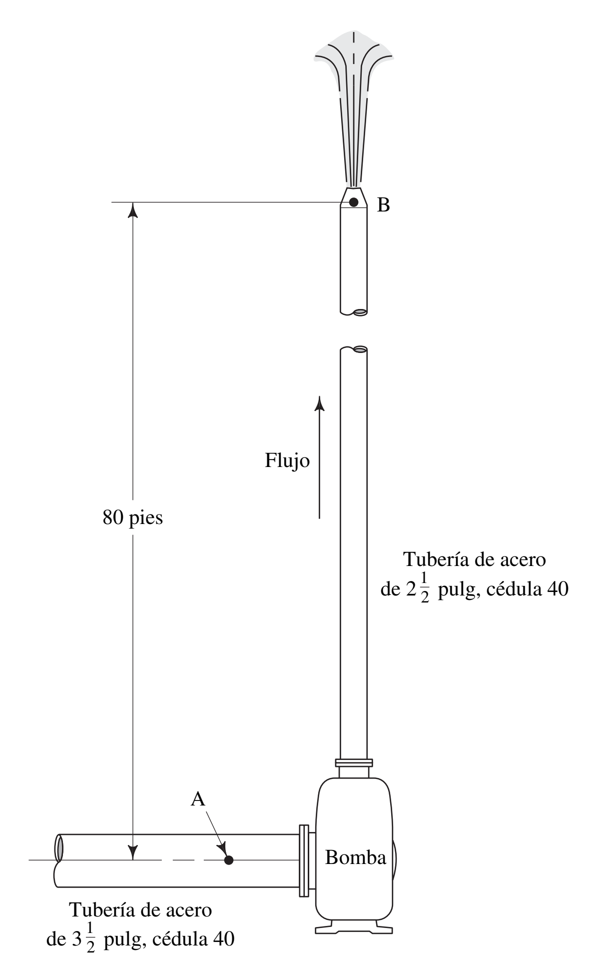


FIGURA 8.17 Problema 8.44.

8.43E Se transporta combustóleo (sg = 0.94) a una caldera, a razón de 60 gal/min, a través de una tubería de acero de $1\frac{1}{2}$ pulg, cédula 40. Calcule la diferencia de presión entre dos puntos separados por 40.0 pies, si la tubería está en posición horizontal y el combustóleo está a 85 °F.

8.44E La figura 8.17 muestra un sistema que se usa para rociar agua contaminada al aire, con el fin de incrementar el contenido de oxígeno de aquélla y hacer que los solventes volátiles que contiene se evaporen. La presión en el punto B, justo afuera de la boquilla, debe ser de 25.0 psig para que ésta tenga un rendimiento apropiado. La presión en el punto A (entrada de la bomba) es de -3.50 psig. El flujo volumétrico es de 0.50 pie^3/s. La viscosidad dinámica del fluido es de 4.0×10^{-5} lb·s/pies^2. La gravedad específica del fluido es de 1.026. Calcule la potencia que la bomba trasmite al fluido; tome en cuenta la pérdida de energía en la línea de descarga.

8.45E En un sistema de procesamiento químico el flujo de glicerina a 60 °F (sg = 1.24) por un tubo de cobre debe permanecer en régimen laminar, con un número de Reynolds aproximadamente igual a 300, sin excederlo. Especifique el tubo estándar de cobre más pequeño que transportaría un flujo volumétrico de 0.90 pie^3/s. Después, para un flujo de 0.90 pie^3/s en el tubo que haya especificado, calcule la caída de presión entre dos puntos separados por 55.0 pies, si el tubo se encuentra en posición horizontal.

8.46E Se bombea agua a 60 °F desde una corriente hacia un almacenamiento cuya superficie está a 210 pies por arriba de la bomba. (Consulte la figura 8.18.) La tubería que va de la bomba al almacenamiento mide 2500 pies de largo, es de acero de 8 pulg, cédula 40. Si se bombean 4.00 pies^3/s, calcule la presión en la salida de la bomba. Considere la pérdida por fricción en la línea de descarga e ignore las demás.

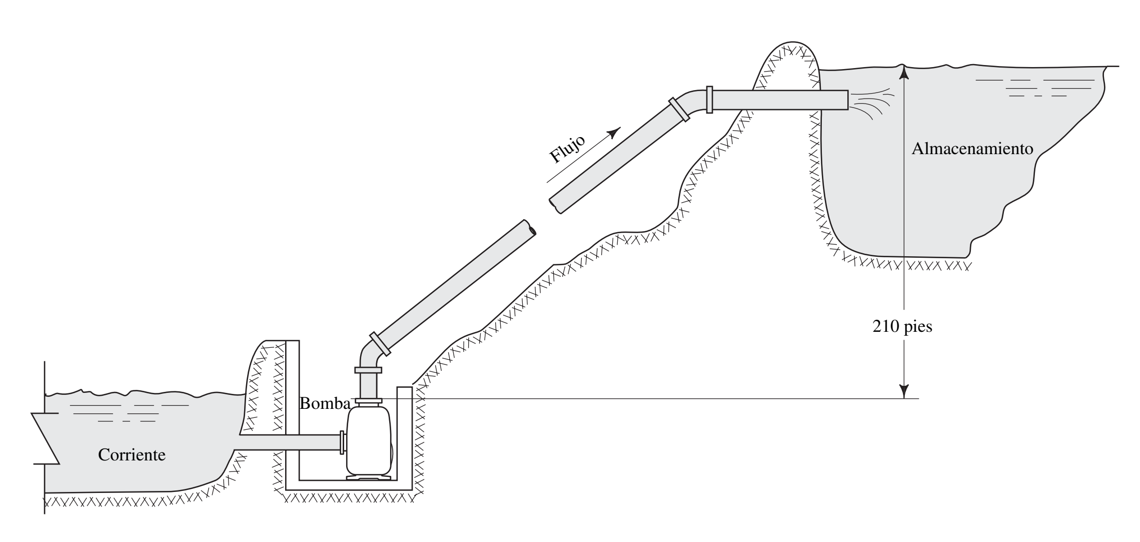


FIGURA 8.18 Problemas 8.46 y 8.47.

8.47E Si la presión en la entrada de la bomba descrita en el problema 8.46 es −2.36 psig, calcule la potencia que la bomba trasmite al agua.

8.48E A lo largo de 3200 pies de una tubería de acero estándar de 10 pulg, cédula 40, fluye gasolina a 50 °F del punto A al B a razón de 4.25 pies^3/s. El punto B se encuentra a 85 pies por arriba del punto A y la presión en B debe ser de 40.0 psig. Calcule la presión que se requiere en A. Considere la pérdida por fricción en la tubería.

8.49E En la figura 8.19 se ilustra una bomba que recircula 300 gal/min de aceite lubricante pesado para máquinas herramientas, a 104 °F, con objeto de probar la estabilidad del aceite. La longitud total de la tubería de 4 pulg es de 25.0 pies, y la de la tubería de 3 pulg es de 75.0 pies. Calcule la potencia que la bomba trasmite al aceite.

8.50E En un tubo de cobre de 3/4 pulg, tipo K, fluye aceite de linaza a 25 °C y 3.65 m/s. Calcule la diferencia de presión entre dos puntos del tubo, separados por 17.5 m, si el primer punto está a 1.88 m por arriba del segundo.

8.51M *Por un tubo de cobre recto (3 pulg, tipo K) fluye glicerina a 25 °C, a una tasa de 180 L/min. Calcule la diferencia de presión entre dos puntos separados por 25.8 m, si el primer punto está a 0.68 m por debajo del segundo.*

Nota: Para calcular el factor de fricción en los problemas 8.52 a 8.62, utilice las ecuaciones de la sección 8.8.

8.52M *En un tubo de cobre, tipo K de 1/2 pulg, fluye agua a 75 °C, a una tasa de 12.9 L/min.*

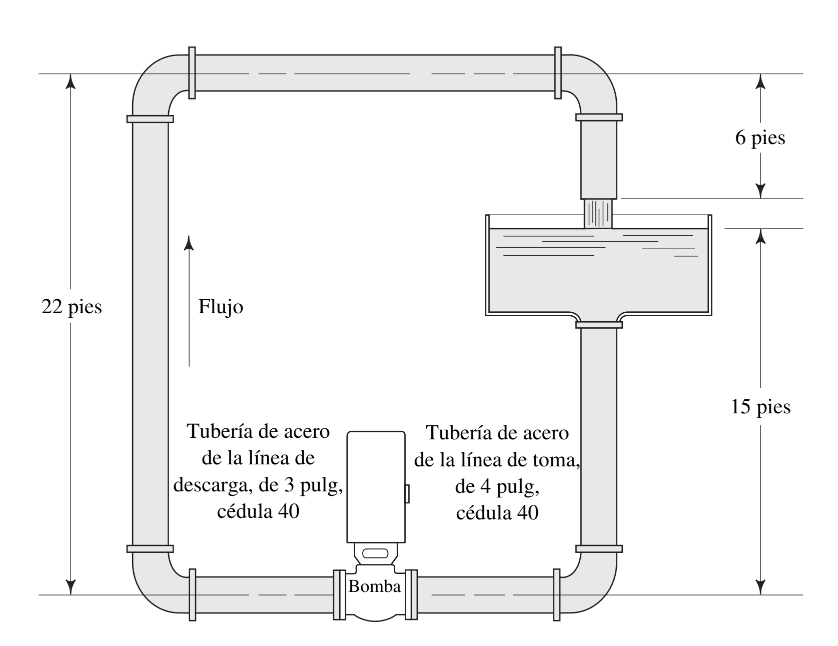


FIGURA 8.19 Problema 8.49.

8.53M *En una tubería de acero, cédula 80, de 1 pulg, fluye benceno (sg = 0.88) a 60 °C, a razón de 20 L/min.*

8.54E A través de un tubo de hierro dúctil de 6 pulg, recubierto, fluye agua a 80 °F a razón de 2.50 pies^3/s

8.55E En un tubo de concreto con diámetro interior de 18.0 pulg, circulan 15.0 pies^3/s de agua a 50 °F.

8.56E En una tubería de acero de 10 pulg, cédula 40, fluyen 1500 gal/min de agua a 60 °F.

8.57M *Un líquido fertilizante (sg = 1.10) con viscosidad dinámica de 2.0×10^{-3} Pa·s, circula a razón de 95 L/min por una manguera de plástico liso de 25 mm de diámetro.*

8.58M *En una tubería de acero de 6 pulg, cédula 80, fluye petróleo crudo (sg = 0.93) a 100 °C a una tasa de 1200 L/min.*

8.59M *Agua a 65 °C, fluye en una tubería de acero de 1 1/2 pulg, cédula 40, con una velocidad de 10 m/s.*

8.60M *En un tubo de cobre de 3 pulg. tipo K, fluye alcohol propílico a 25 °C, a razón de 0.026 m^3/s.*

8.61E En un tubo de concreto de 12 pulg de diámetro fluyen 3.0 pies^3/s de agua a 70 °F.

8.62E En una tubería de acero de 6 pulg, cédula 40, fluye combustóleo pesado a 77 °F y 12 pies/s.

Pérdida de energía por medio de la fórmula de Hazen-Williams

A menos que se diga otra cosa, utilice los valores de diseño para el coeficiente C_h de la tabla 8.2. Emplee cualquiera de las distintas formas de la fórmula o el nomograma de la figura 8.9, según se pida.

8.63E Fluyen 1.50 pies^3/s de agua a través de 550 pies de una tubería de hierro dúctil recubierto de cemento de 6 pulg. Calcule la pérdida de energía.

8.64M *Calcule la pérdida de energía conforme pasa agua a lo largo de 45 m de un tubo de cobre de 4 pulg, tipo K, a razón de 1000 L/min.*

8.65E Un colector de agua de 18 pulg de diámetro está hecho de tubo de concreto de alta presión. Calcule la pérdida de energía a lo largo de 1 m, si conduce 7.50 pies^3/s de agua.

8.66E Un sistema de protección contra incendios incluye 1500 pies de tubería de acero de 10 pulg, cédula 40. Calcule la pérdida de energía en el tubo cuando conduce 1500 gal/min de agua.

8.67M *En un tubo de cobre de 4 pulg tipo K fluyen 900 L/min de agua a lo largo de 80 m. Calcule la pérdida de energía.*

8.68E Determine la pérdida de energía de 0.20 pie^3/s de agua que fluye en una longitud de 80 pies a través de una tubería de acero de 2½ pulg, cédula 40.

8.69E Se desea transportar 2.0 pies^3/s de agua en una longitud de 2500 pies a través de una tubería de 8 pulg. Calcule la pérdida de carga tanto para una tubería de acero cédula 40 como para un tubo de hierro dúctil recubierto con cemento aplicado en forma centrífuga.

8.70E Especifique un tamaño apropiado de tubería de acero nuevo y limpio, cédula 40, capaz de conducir 300 gal/min de agua en una longitud de 1200 pies, con no más de 10 pies de pérdida de carga. Para la tubería seleccionada, calcule la pérdida de carga real esperada.

8.71E Para la tubería seleccionada en el problema 8.70, encuentre la pérdida de carga con el empleo del valor de diseño de C_h, en lugar del que corresponde a una tubería nueva y limpia.

8.72E Compare la pérdida de carga que resultaría del flujo de 100 gal/min de agua que recorriera 1000 pies de tubería de acero nueva y limpia, cédula 40, para tamaños de 2 y 3 pulgadas.

TAREA DE PROGRAMACIÓN DE COMPUTADORAS

1. Diseñe un programa que calcule el factor de fricción para el flujo de cualquier fluido a través de tuberías y tubos, por medio de las ecuaciones (8-5) y (8-7). El programa debe calcular el número de Reynolds y la rugosidad relativa. Después, debe tomar decisiones según lo siguiente::
   a. Si $N_R < 2000$, emplee $f = 64/N_R$ [ecuación (8-5)].
   b. Si $2000 < N_R < 4000$, el flujo está en el rango crítico y no es posible calcular un valor confiable de f. Muestre un mensaje para el usuario del programa.
   c. Si $N_R > 4000$, el flujo es turbulento. Emplee la ecuación (8-7) para calcular f.
   d. Imprima N_R, D/ϵ y f.
2. Incorpore el programa 1 en otro mejorado para calcular la caída de presión para el flujo de cualquier fluido a través de una tubería de cualquier tamaño. Los dos puntos de interés pueden tener cualquier separación, y un extremo puede estar a cualquier elevación respecto del otro. El programa debe estar configurado para efectuar análisis como los solicitados en los problemas 8.27, 8.28 y 8.31. El programa también debe determinar la pérdida de energía sólo con objeto de resolver problemas como el 8.29.
3. Diseñe un programa para resolver la fórmula de Hazen-Williams en cualquiera de las formas presentadas en la tabla 8.4. Permita que el operador del programa especifique el sistema de unidades por utilizar, los valores conocidos y los valores por conocer.
4. Diseñe una hoja de cálculo para resolver la fórmula de Hazen-Williams en cualquiera de las formas presentadas en la tabla 8.4. Partes distintas de la hoja calcularán cantidades diferentes: velocidad, pérdida de carga o diámetro de la tubería. Aporte soluciones en unidades del SI y en el sistema tradicional de Estados Unidos.

9 Perfiles de velocidad para secciones circulares y flujo en secciones no circulares

9.1 Panorama

Mapa de aprendizaje

- Veremos dos temas nuevos que tienen como base lo visto en los capítulos 6 a 8.
- Cuando los fluidos se mueven en una tubería o en cualquier otra forma de conducto, la velocidad *no* es uniforme en los puntos de la sección transversal.
- Estudiaremos la naturaleza del perfil de velocidad y la manera de predecir ésta en cualquier punto, tanto para el flujo laminar como para el flujo turbulento.
- También aprenderemos cómo analizar el flujo en secciones transversales llenas y que no son circulares, y cómo calcular la velocidad, el número de Reynolds y la pérdida de energía debido a la fricción.

En este capítulo aprenderá a determinar el perfil de velocidad para un fluido que circula en una tubería, en un tubo o en una manguera. También aprenderá a estudiar el flujo en secciones no circulares, para determinar la velocidad promedio, el número de Reynolds y la pérdida de energía debido a la fricción.

Conceptos introductorios

En este capítulo demostraremos que la velocidad del flujo en una tubería circular varía de un punto a otro de la sección transversal. La velocidad junto a la pared del tubo en realidad es igual a cero, ya que el fluido está en contacto con la tubería estacionaria. Conforme se aleja de la pared, la velocidad se incrementa y alcanza un máximo en la línea central de la tubería.

¿Por qué alguien querría saber la forma en que la velocidad varía? Una razón importante es el estudio de la transferencia de calor. Por ejemplo, cuando en su hogar fluye agua caliente a lo largo de un tubo de cobre el calor se transfiere del agua a la pared del tubo y de ahí al aire circundante. La cantidad de calor que se transfiere depende de la velocidad del agua en la capa delgada más cercana a la pared, a la cual se le conoce como capa límite.

Otro ejemplo involucra la medición del flujo volumétrico en un conducto. Algunos artefactos de medición que estudiaremos en el capítulo 15, en realidad detectan la velocidad local en un punto pequeño dentro del fluido. Para utilizar dichos equipos con objeto de determinar el flujo volumétrico a partir de $Q = Av$, se necesita la velocidad promedio, no la velocidad local. Usted aprenderá que se debe atravesar el diámetro del conducto para realizar varias mediciones de la velocidad en ubicaciones específicas, para después calcular el promedio.

Asimismo, hay que recordar que en capítulos anteriores estudiamos el movimiento de fluidos en secciones transversales circulares como tuberías, tubos o mangueras. Pero existen muchas situaciones prácticas de flujo donde la sección transversal no es circular. Un ejemplo es el intercambiador de calor de coraza y tubo, presentado en la figura 9.1, donde el agua caliente que proviene de un proceso industrial fluye por el tubo interior hacia el lado derecho. El análisis de este flujo se lleva a cabo con el empleo de los principios de los capítulos 6 a 8. Pero considere el espacio entre el tubo interior y la coraza exterior cuadrada, donde hay agua

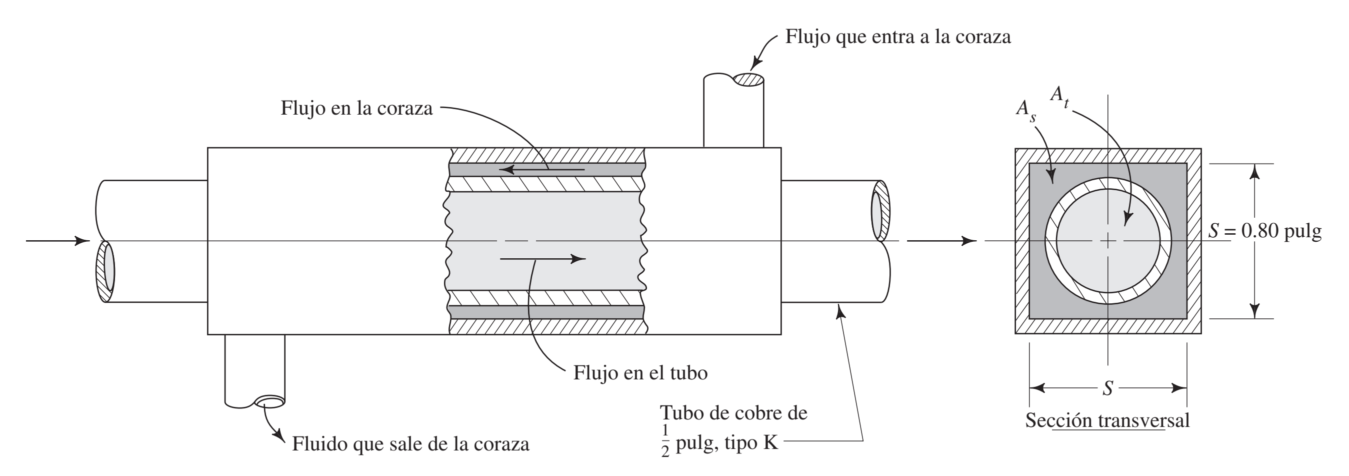


FIGURA 9.1 Intercambiador de calor de coraza y tubo.

fría que fluye hacia la izquierda, tomando calor de la pared caliente del tubo interior. En la figura, el área de flujo del agua fría está sombreada con gris más oscuro. Muchos de los cálculos en los capítulos precedentes dependían del diámetro interior D de una tubería. En este capítulo aprenderá que es posible caracterizar el tamaño de una sección transversal no circular por medio del cálculo del radio hidráulico.

¿Podría pensar en cualesquiera otras situaciones en que el fluido se mueva por secciones que no sean circulares?

9.2 OBJETIVOS

Al terminar este capítulo podrá:

1. Describir el perfil de velocidad para el flujo laminar y el flujo turbulento en tuberías, tubos o mangueras.
2. Describir la capa límite laminar según ocurre en el flujo turbulento.
3. Calcular la velocidad local de flujo en cualquier posición radial dada en una sección transversal circular.
4. Calcular la velocidad promedio de flujo en secciones transversales no circulares.
5. Obtener el número de Reynolds para el flujo en secciones transversales no circulares por medio del *radio hidráulico*, para caracterizar el tamaño de la sección transversal.
6. Hallar la pérdida de energía para el flujo de un fluido en una sección transversal no circular con el análisis de formas especiales en cuanto a rugosidad relativa y la ecuación de Darcy.

9.3 PERFILES DE VELOCIDAD

La magnitud de la velocidad local del flujo es muy desigual en zonas diferentes de la sección transversal de un ducto circular, tubo o manguera. En la figura 9.2 se ilustra la forma general de los perfiles de velocidad para el flujo laminar y el turbulento. En el capítulo 2 observamos que la velocidad de un fluido en contacto con una frontera sólida estacionaria es igual a cero. Esto corresponde a la pared interior de cualquier conducto. A partir de ahí la velocidad se incrementa en puntos hacia fuera de la pared, y alcanza un máximo en la línea central del conducto circular.

En la figura 8.1 se mostró que el flujo laminar puede verse como una serie de capas concéntricas del fluido que se deslizan una junto a otra. Este flujo suave da como resultado una forma parabólica para el perfil de velocidad.

Por el contrario, se mostró al flujo turbulento como caótico, con cantidades significativas de partículas del fluido que se entremezclan, con la consecuente transferencia de cantidad de movimiento entre ellas. El resultado es una velocidad más cerca de la uniforme a través de gran parte de la sección transversal. Aún más, la velocidad en la pared de la tubería es igual a cero. La velocidad local se incrementa con rapidez en una distancia corta a partir de la pared.

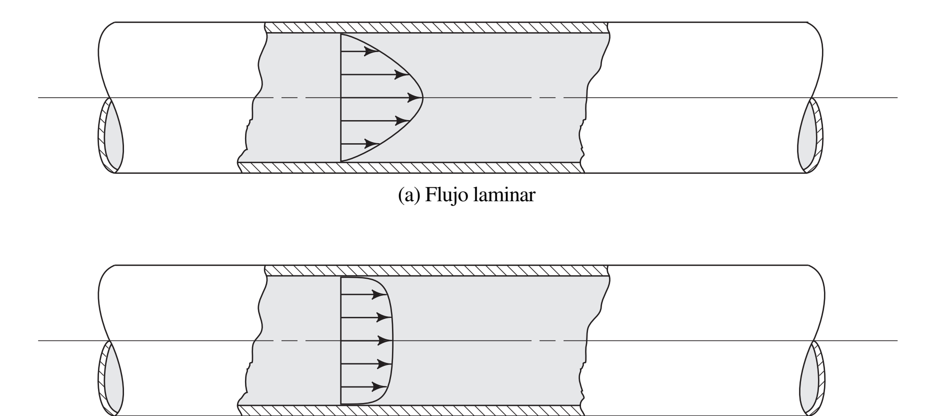


FIGURA 9.2 Perfiles de velocidad para el flujo en tuberías.

9.4 PERFIL DE VELOCIDAD PARA EL FLUJO LAMINAR

Debido a la regularidad del perfil de velocidad en el flujo laminar, es posible definir una ecuación para la velocidad local en cualquier punto dentro de la trayectoria del flujo. Si se denota con U a la velocidad local en un radio r, el radio máximo con r_o y la velocidad promedio con v, entonces

$$U = 2v[1 - (r/r_o)^2] \tag{9–1}$$

☐ **PROBLEMA MODELO 9.1**

En el problema modelo 8.1 encontramos que el número de Reynolds es 708 cuando fluye glicerina a 25 °C, con velocidad de flujo promedio de 3.6 m/s, por una tubería de 150 mm de diámetro interior. Con eso, el flujo es laminar. Calcule puntos en el perfil de velocidad desde la pared de la tubería hasta la línea central de ésta, con incrementos de 15 mm. Grafique los datos para la velocidad local U *versus* el radio r. También muestre en la gráfica la velocidad promedio.

Solución Utilizamos la ecuación (9-1) para calcular U. En primer lugar calculamos el radio máximo r_o.

$$r_o = D/2 = 150/2 = 75 \text{ mm}$$

Con la ecuación (9-1), en $r = 75$ mm $= r_o$ en la pared de la tubería, $r/r_o = 1$ y $U = 0$. Este resultado es consistente con la observación de que la velocidad de un fluido en una frontera sólida es igual a la velocidad de dicha frontera.

En $r = 60$ mm,

$$U = 2(3.6 \text{ m/s})[1 - (60/75)^2] = 2.59 \text{ m/s}$$

Con una técnica similar, calculamos los valores siguientes:

r (mm)	r/r_o	U (m/s)	
75	1.0	0	(en la pared de la tubería)
60	0.8	2.59	
45	0.6	4.61	
30	0.4	6.05	
15	0.2	6.91	
0	0.0	7.20	(en mitad de la tubería)

Observe que la velocidad local a la mitad de la tubería es 2.0 veces la velocidad promedio. La figura 9.3 ilustra la gráfica de U *versus* r.

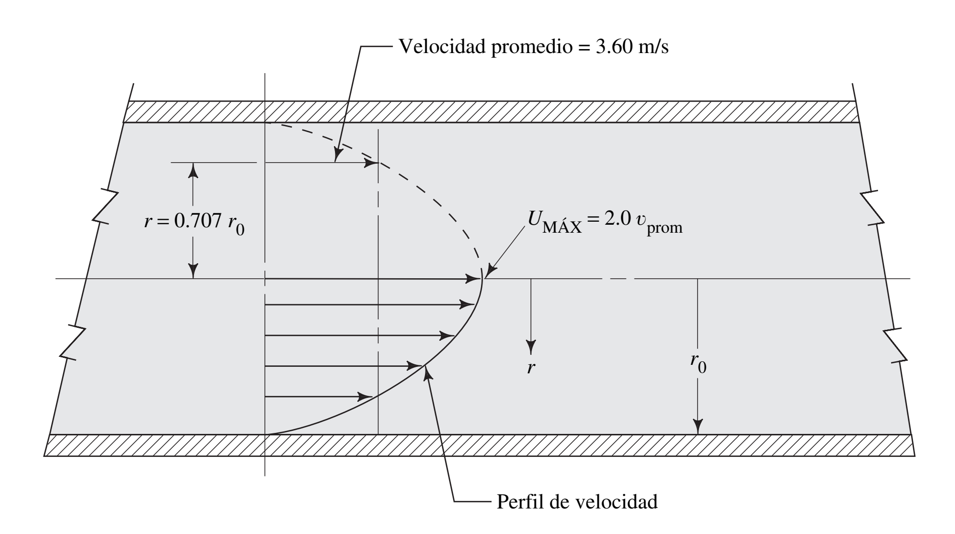


FIGURA 9.3 Resultados de los problemas modelo 9.1 y 9.2. Perfil de velocidad para el flujo laminar.

☐ **PROBLEMA MODELO 9.2** Calcule el radio donde la velocidad local U sería igual a la velocidad promedio v para un flujo laminar.

Solución En la ecuación (9-1), para la condición en que $U = v$, primero dividimos entre U para obtener

$$1 = 2[1 - (r/r_o)^2]$$

Ahora, al despejar r, queda

$$r = \sqrt{0.5}\, r_o = 0.707 r_o \quad \text{(9–2)}$$

Para los datos del problema modelo 9.1, la velocidad local es igual a la velocidad promedio de 3.6 m/s en

$$r = 0.707(75\text{ mm}) = 53.0\text{ mm}$$

■

9.5 PERFIL DE VELOCIDAD PARA EL FLUJO TURBULENTO

El perfil de velocidad para el flujo turbulento es muy diferente de la distribución parabólica del flujo laminar. Como se aprecia en la figura 9.4, la velocidad del fluido cerca de la pared del tubo cambia con rapidez desde cero en la pared a una distribución de velocidad casi uniforme en toda la sección transversal. La forma real del perfil de velocidad varía con el factor de fricción f, el que a su vez varía con el número de Reynolds y la rugosidad relativa de la tubería. La ecuación que gobierna el fenómeno (consulte la referencia número 1) es

$$U = v[1 + 1.43\sqrt{f} + 2.15\sqrt{f}\,\log_{10}(1 - r/r_o)] \quad \text{(9–3a)}$$

Una forma alternativa de esta ecuación se desarrolla con la definición de la distancia a partir de la pared del tubo como $y = r_o - r$. Entonces, el argumento del término logarítmico se convierte en

$$1 - \frac{r}{r_o} = \frac{r_o - r}{r_o} = \frac{y}{r_o}$$

Con lo que la ecuación (9-3a) es ahora

$$U = v[1 + 1.43\sqrt{f} + 2.15\sqrt{f}\,\log_{10}(y/r_o)] \quad \text{(9–3b)}$$

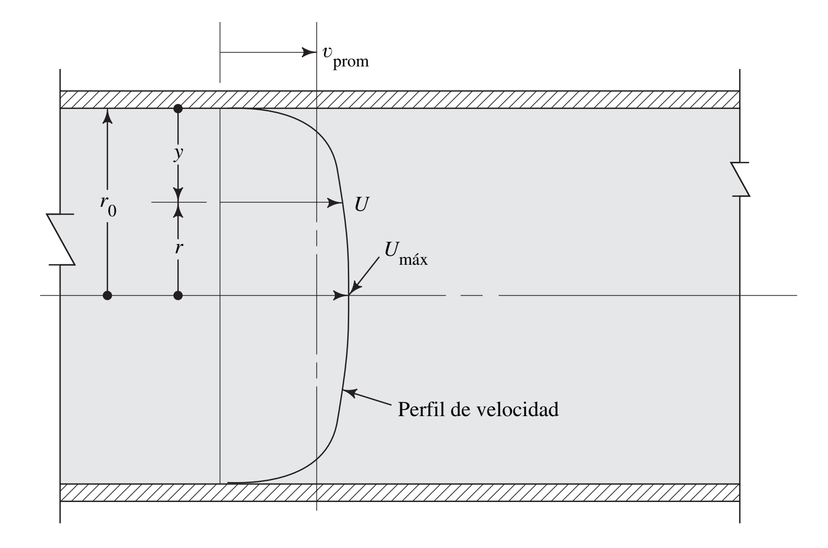


FIGURA 9.4 Forma general del perfil de velocidad para el flujo turbulento.

Al evaluar las ecuaciones (9.3a) o (9-3b) hay que recordar que el logaritmo de cero no está definido. Es posible que *r tienda* a r_o, pero no que sea igual. En forma similar, y sólo puede tender a cero.

La velocidad máxima ocurre en el centro de la tubería ($r = 0$ o $y = r_o$), y su valor se calcula a partir de

$$U_{máx} = v(1 + 1.43\sqrt{f}) \tag{9–4}$$

En la figura 9.5 se comparan los perfiles de velocidad para el flujo laminar y el turbulento para varios números de Reynolds.

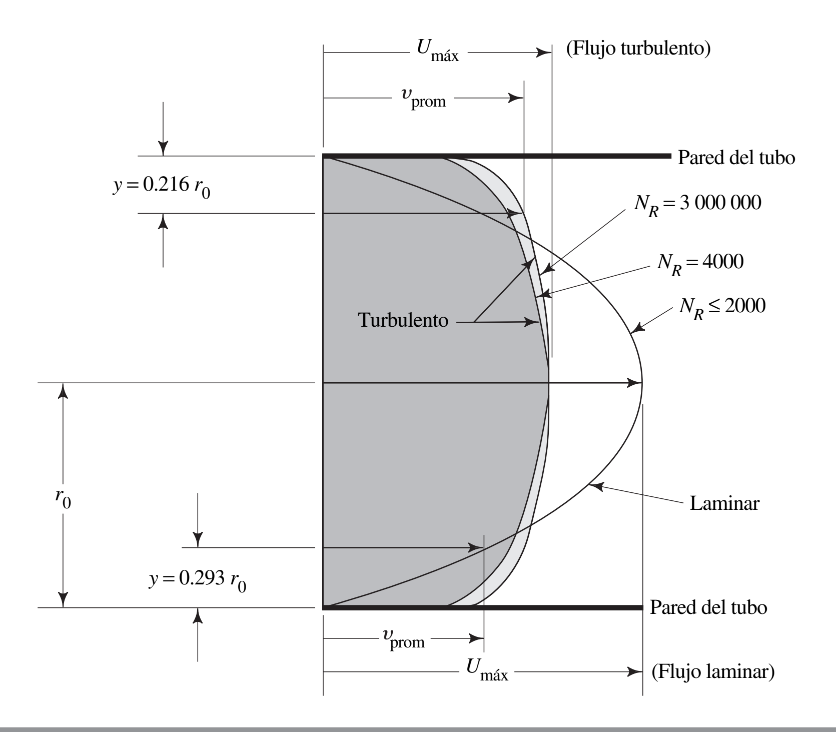


FIGURA 9.5 Perfiles de velocidad en los flujos laminar y turbulento en una tubería lisa. (Fuente: Miller, R. W. 1983. *Flow Measurement Engineering Handbook*. Nueva York: McGraw-Hill.)

☐ **PROBLEMA MODELO 9.3** Para los datos del problema modelo 8.8, calcule la velocidad máxima esperada del flujo y obtenga varios puntos del perfil de velocidad. Grafique la velocidad versus la distancia a partir de la pared de la tubería.

Solución Del problema modelo 8.8 extraemos los datos siguientes:

$$D = 50 \text{ mm} = \text{diámetro interior de la tubería}$$
$$v = 0.932 \text{ m/s} = \text{velocidad promedio}$$
$$f = 0.018 = \text{factor de fricción}$$
$$N_R = 9.54 \times 10^4 \text{ (turbulento)}$$

Ahora, de la ecuación (9-4), vemos que la velocidad máxima del flujo es

$$U_{\text{máx}} = v(1 + 1.43\sqrt{f}\,) = (0.932 \text{ m/s})(1 + 1.43\sqrt{0.018})$$
$$U_{\text{máx}} = 1.111 \text{ m/s} \quad \text{en el centro de la tubería}$$

La ecuación (9-3) se utiliza para determinar los puntos sobre el perfil de la velocidad. Se sabe que la velocidad es igual a cero en la pared de la tubería ($y = 0$). Asimismo, la tasa de cambio de la velocidad con la posición es mayor cerca de la pared que cerca del centro de la tubería. Por tanto, emplearemos un incremento de 0.5 mm desde $y = 0.5$ a $y = 2.5$ mm. Después, utilizaremos incrementos de 2.5 mm hasta $y = 10$ mm. Por último, obtendremos definición suficiente del perfil cerca del centro del tubo con incrementos de 5.0 mm. En $y = 1.0$ mm y $r_o = 25$ mm.

$$U = v[1 + 1.43\sqrt{f} + 2.15\sqrt{f}\log_{10}(y/r_o)]$$
$$U = (0.932 \text{ m/s})[1 + 1.43\sqrt{0.018} + 2.15\sqrt{0.018}\log_{10}(1/25)]$$
$$U = 0.735 \text{ m/s}$$

Con ecuaciones similares, calculamos los valores siguientes:

***y* (mm)**	***y/r$_o$***	***U* (m/s)**	
0.5	0.02	0.654	
1.0	0.04	0.735	
1.5	0.06	0.782	
2.0	0.08	0.816	
2.5	0.10	0.842	
5.0	0.20	0.923	
7.5	0.30	0.970	
10.0	0.40	1.004	
15.0	0.60	1.051	
20.0	0.80	1.085	
25.0	1.00	1.111	($U_{\text{máx}}$ en el centro de la tubería)

La figura 9.6 es la gráfica de y *versus* la velocidad en la forma habitual en que se presenta el perfil de velocidad. Como la gráfica es simétrica, sólo se presenta la mitad del perfil.

■

9.6 FLUJO EN SECCIONES NO CIRCULARES

En esta sección mostramos cómo varían los cálculos del movimiento de fluidos en secciones que no son circulares, respecto de los desarrollados en los capítulos 6 a 8. Estudiamos la velocidad promedio, el radio hidráulico como el tamaño característico de la sección, el número de Reynolds y la pérdida de energía debido a la fricción. Todas las secciones consideradas aquí se encuentran llenas de líquido. En el capítulo 14 estudiaremos las secciones no circulares para el flujo en canales abiertos o las que están llenas en forma parcial.

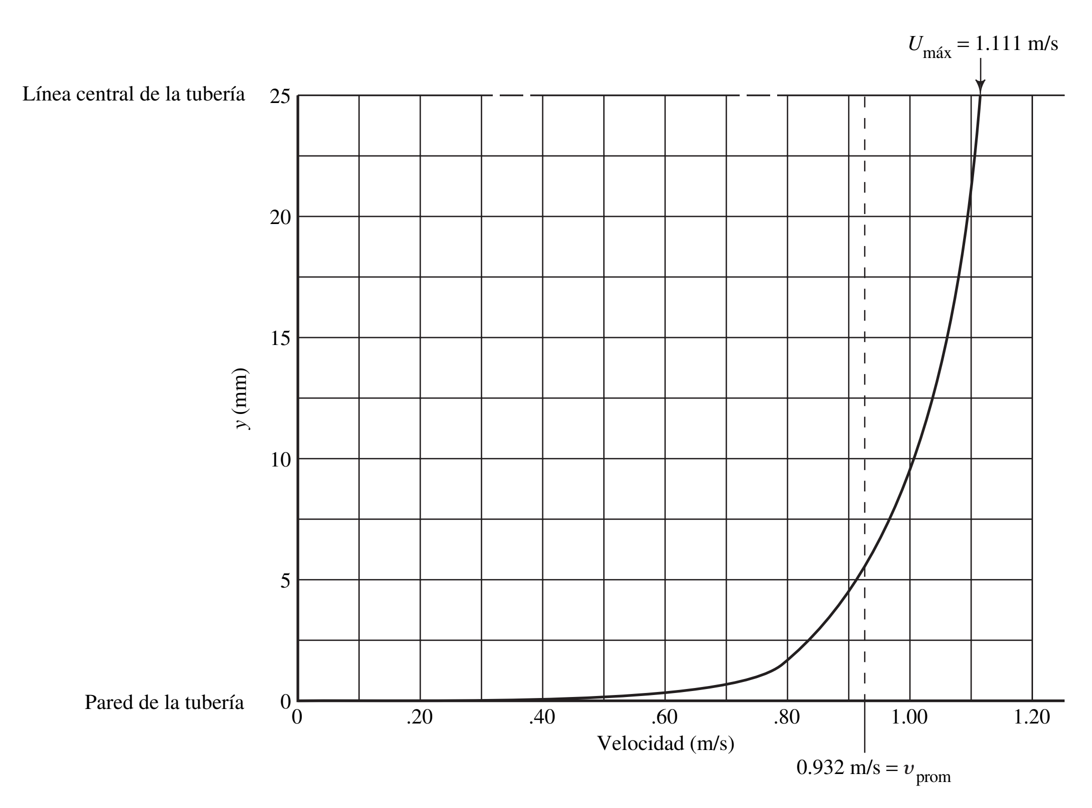


FIGURA 9.6 Perfil de velocidad para el flujo turbulento del problema modelo 9.3.

9.6.1 Velocidad promedio

La definición de flujo volumétrico y la ecuación de continuidad que empleamos en el capítulo 6 son aplicables tanto a las secciones no circulares como a las tuberías, tubos y mangueras:

$$Q = Av$$
$$v = Q/A$$
$$A_1v_1 = A_2v_2$$

Debe tenerse cuidado al calcular el área neta de la sección transversal para el flujo a partir de la geometría específica de la sección no circular.

■

□ PROBLEMA MODELO 9.4 La figura 9.7 muestra un intercambiador de calor empleado para transferirlo desde el fluido en el tubo interior hacia aquel que está en el espacio entre el exterior del tubo y el interior de la coraza cuadrada que rodea al tubo. Con frecuencia, un dispositivo de ese tipo recibe el nombre de *intercambiador de calor de coraza y tubo*. Calcule el flujo volumétrico en gal/min que produciría una velocidad de 8.0 pies/s, tanto dentro del tubo como en la coraza.

Solución Empleamos la fórmula para el flujo volumétrico $Q = Av$, para cada una de las partes.

(a) Dentro del tubo de cobre de $\frac{1}{2}$ pulg, tipo K, en el apéndice H, se lee lo siguiente:

$$OD = 0.625 \text{ pulg}$$
$$ID = 0.527 \text{ pulg}$$
$$\text{Espesor de pared} = 0.049 \text{ pulg}$$
$$A_t = 1.515 \times 10^{-3} \text{ pies}^2$$

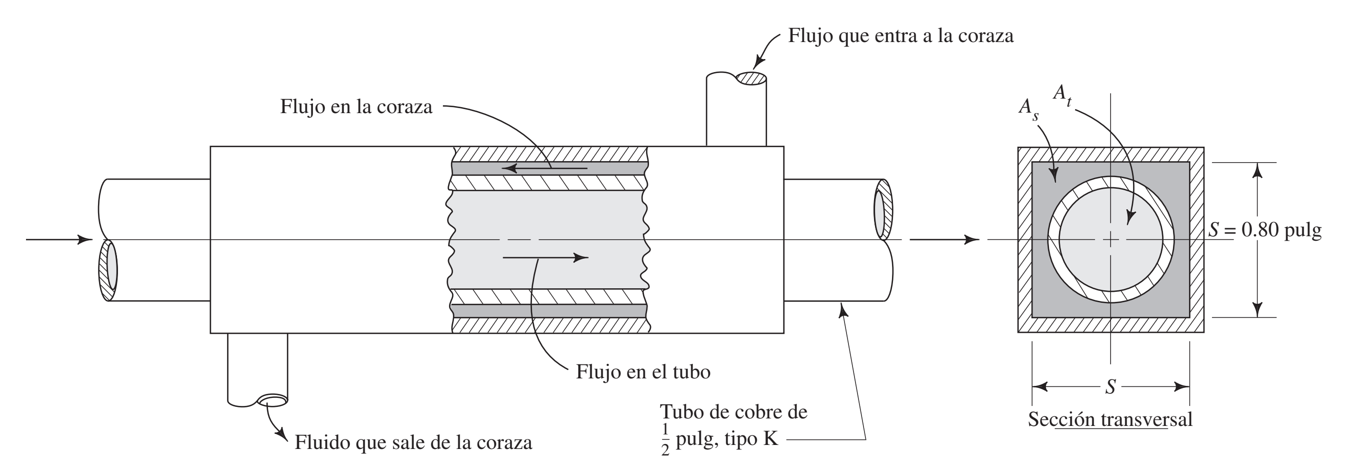


FIGURA 9.7 Intercambiador de calor de coraza y tubo.

Entonces, el flujo volumétrico dentro del tubo es

$$Q_t = A_t v = (1.515 \times 10^{-3}\ \text{pies}^2)(8.0\ \text{pies/s}) = 0.01212\ \text{pie}^3/\text{s}$$

Al convertir a gal/min, obtenemos

$$Q_t = 0.01212\ \text{pie}^3/\text{s}\ \frac{449\ \text{gal/min}}{1.0\ \text{pie}^3/\text{s}} = 5.44\ \text{gal/min}$$

(b) En la coraza: el área neta del flujo es la diferencia entre el área *dentro* de la coraza cuadrada y el *exterior* del tubo. Así,

$$A_s = S^2 - \pi OD^2/4$$
$$A_s = (0.80\ \text{pulg})^2 - \pi(0.625\ \text{pulg})^2/4 = 0.3332\ \text{pulg}^2$$

Al convertir a pies^2 queda

$$A_s = 0.3332\ \text{pulg}^2\ \frac{1.0\ \text{pie}^2}{144\ \text{pulg}^2} = 2.314 \times 10^{-3}\ \text{pies}^2$$

Entonces, el flujo volumétrico que se requiere es

$$Q_s = A_s v = (2.314 \times 10^{-3}\ \text{pies}^2)(8.0\ \text{pies/s}) = 0.01851\ \text{pie}^3/\text{s}$$
$$Q_s = 0.01851\ \text{pie}^3/\text{s}\ \frac{449\ \text{gal/min}}{1.0\ \text{pie}^3/\text{s}} = 8.31\ \text{gal/min}$$

La relación del flujo en la coraza al flujo en el tubo es

$$\text{Razón} = Q_s/Q_t = 8.31/5.44 = 1.53$$

■

9.6.2 Radio hidráulico para secciones transversales no circulares

En la figura 9.8 observamos secciones transversales que no son circulares, cerradas, que aparecen en forma común. Podrían representar (a) un intercambiador de calor de coraza y tubo, (b) y (c) ductos para distribución de aire y (d) trayectoria del flujo dentro de una máquina.

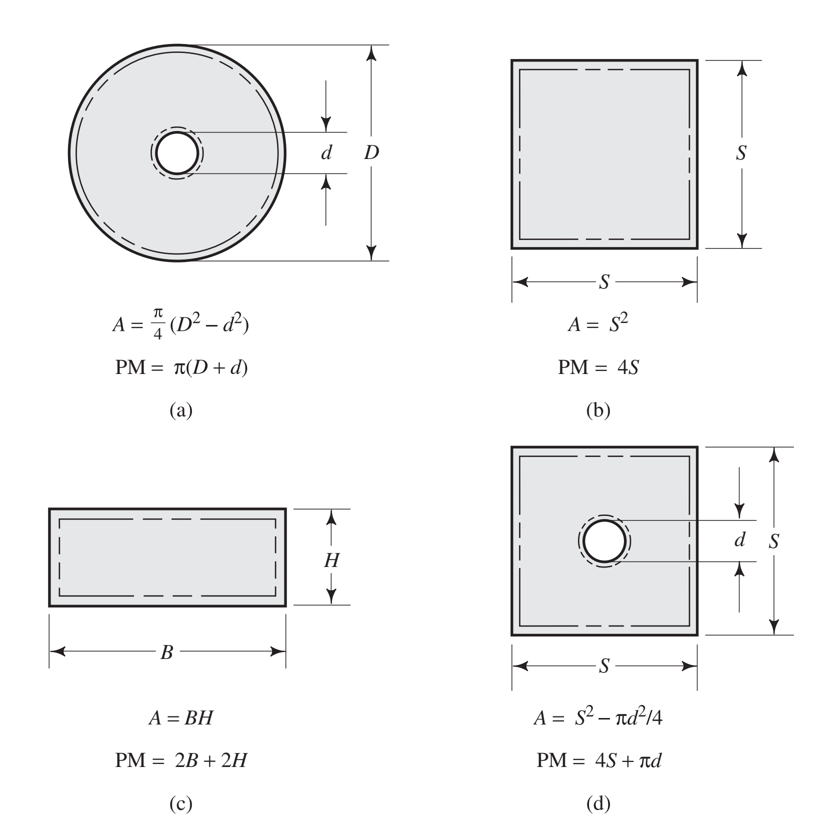


FIGURA 9.8 Ejemplos de secciones transversales cerradas que no son circulares.

A la dimensión característica de las secciones transversales no circulares se le denomina *radio hidráulico, R*, y se define como la razón del área neta de la sección transversal de una corriente de flujo al perímetro mojado de la sección. Es decir,

RADIO HIDRÁULICO

$$R = \frac{A}{PM} = \frac{\text{Área}}{\text{Perímetro mojado}} \tag{9–5}$$

La unidad de R es el metro, en el SI. En el sistema tradicional de Estados Unidos, R se expresa en pies.

En el cálculo del radio hidráulico, el área neta de la sección transversal debe ser evidente a partir de la geometría de la sección.

Al perímetro mojado se le define como la suma de la longitud de las fronteras de la sección que están en contacto con (es decir, mojadas por) el fluido.

En la figura 9.8 presentamos expresiones para el área A y el perímetro mojado PM de las secciones ilustradas. En cada caso, el fluido fluye en la parte sombreada de la sección. Junto a las fronteras que constituyen el perímetro mojado se aprecia una línea punteada.

☐ **PROBLEMA MODELO 9.5** Determine el radio hidráulico de la sección que se ilustra en la figura 9.9, si la dimensión interior de cada lado del cuadrado es de 250 mm y el diámetro exterior del tubo es de 150 mm.

Solución El área neta de flujo es la diferencia entre el área del cuadrado y el área del círculo:

$$A = S^2 - \pi d^2/4 = (250)^2 - \pi(150)^2/4 = 44\,829 \text{ mm}^2$$

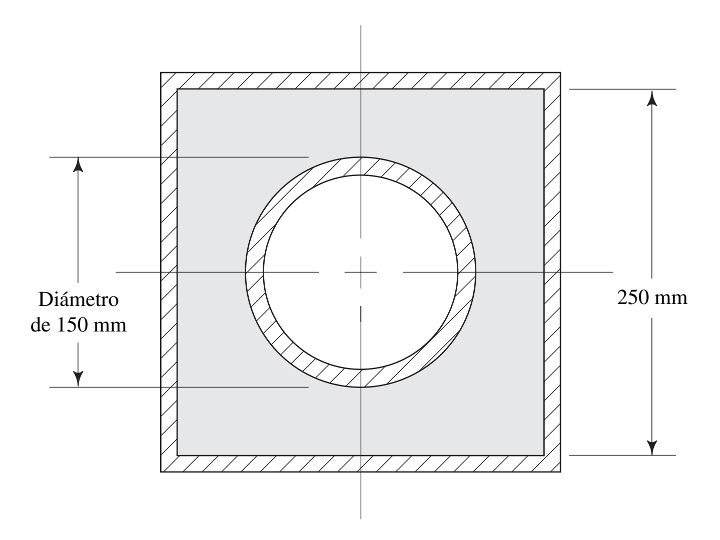


FIGURA 9.9 Sección transversal para el ducto de los problemas modelo 9.5 a 9.7.

El perímetro mojado es la suma de los cuatro lados del cuadrado y la circunferencia del círculo:

$$PM = 4S + \pi d = 4(250) + \pi(150) = 1471 \text{ mm}$$

Entonces, el radio hidráulico R es

$$R = \frac{A}{PM} = \frac{44\,829 \text{ mm}^2}{1471 \text{ mm}} = 30.5 \text{ mm} = 0.0305 \text{ m}$$

■

9.6.3 Número de Reynolds para secciones transversales cerradas no circulares

Cuando el fluido llena por completo el área disponible de la sección transversal y está sujeto a presión, su velocidad promedio se determina por medio del flujo volumétrico y el área neta de flujo en la ecuación que ya le es familiar,

$$v = Q/A$$

Observe que el área es la misma que la que se usa para calcular el radio hidráulico.

El número de Reynolds para el flujo en secciones no circulares se calcula en una forma muy similar que la que se emplea para tuberías y tubos. El único cambio en la ecuación (8-1) es la sustitución del diámetro D por $4R$, cuatro veces el radio hidráulico. El resultado es

NÚMERO DE REYNOLDS —SECCIONES NO CIRCULARES

$$N_R = \frac{v(4R)\rho}{\eta} = \frac{v(4R)}{\nu} \quad (9\text{–}6)$$

La validez de esta sustitución se demuestra con el cálculo del radio hidráulico de un conducto circular:

$$R = \frac{A}{PM} = \frac{\pi D^2/4}{\pi D} = \frac{D}{4}$$

entonces,

$$D = 4R$$

Por tanto, $4R$ es equivalente a D para el tubo circular. Así, por analogía, resulta apropiado el uso de $4R$ como la dimensión característica para secciones transversales no circulares. Este enfoque dará resultados razonables en tanto que la sección transversal tenga una *relación de aspecto* no muy diferente del de la sección transversal circular. En este contexto, la relación de aspecto es la relación del ancho de la sección a su altura. Por tanto, para una sección circular la relación de aspecto es de 1.0. En la figura 9.8 todos los ejemplos tienen relaciones de aspecto razonables.

Un ejemplo de forma que tiene relación de aspecto inaceptable es un rectángulo cuyo ancho sea más de cuatro veces la altura. (Consulte la referencia 2.) Para tales formas, el radio hidráulico tiene aproximadamente la mitad de altura. (Consulte la referencia 3.) Algunas formas anulares, parecidas a la presentada en la figura 9.8(a), tendrían relaciones de aspecto elevadas si el espacio entre los dos tubos fuera pequeño. Sin embargo, no disponemos de datos generales para lo que constituiría un espacio pequeño o para determinar el radio hidráulico. Se recomienda probar el rendimiento para secciones como ésa.

☐ PROBLEMA MODELO 9.6

Calcule el número de Reynolds para el flujo de etilen glicol a 25 °C a través de la sección de la figura 9.8(d). El flujo volumétrico es de 0.16 m^3/s. Utilice las dimensiones dadas en el problema modelo 9.5.

Solución

Puede usarse el resultado del radio hidráulico para la sección del problema modelo 9.5: $R = 0.0305$ m. El número de Reynolds se calcula con la ecuación (9-6). Se utiliza $\eta = 1.62 \times 10^{-2}$ Pa•s y $\rho = 1100\ kg/m^3$ (del apéndice B). El área debe convertirse a m^2. Tenemos

$$A = (44\,829\ mm^2)(1\ m^2/10^6\ mm^2) = 0.0448\ m^2$$

La velocidad promedio del flujo es

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{0.16\ m^3/s}{0.0448\ m^2} = 3.57\ m/s$$

Ahora calculamos el número de Reynolds:

$$N_R = \frac{v(4R)\rho}{\eta} = \frac{(3.57)(4)(0.0305)(1100)}{1.62 \times 10^{-2}}$$

$$N_R = 2.96 \times 10^4$$

■

9.6.4 Pérdida por fricción en secciones transversales no circulares

Se utiliza la ecuación de Darcy para la pérdida por fricción si la geometría está representada por el radio hidráulico en lugar del diámetro de la tubería, como se hizo para las secciones circulares. Después de calcular el radio hidráulico, se calcula el número de Reynolds con la ecuación (9-6). En la ecuación de Darcy, si se sustituye D por $4R$, obtenemos

ECUACIÓN DE DARCY PARA SECCIONES NO CIRCULARES

$$h_L = f\frac{L}{4R}\frac{v^2}{2g} \qquad (9\text{–}7)$$

La rugosidad relativa D/ϵ se convierte en $4R/\epsilon$. El factor de fricción se encuentra con el diagrama de Moody.

□ **PROBLEMA MODELO 9.7** Determine la caída de la presión para una longitud de ducto de 50 m que tiene la sección transversal de la figura 9.9. Hay etilenglicol a 25 °C que fluye a razón de 0.16 m^3/s. La dimensión interior del cuadrado es de 250 mm y el diámetro exterior del tubo es de 150 mm. Emplee $\epsilon = 3 \times 10^{-5}$ m, algo más liso que la tubería de acero comercial.

Solución Se calcularon el área, radio hidráulico y número de Reynolds en los problemas modelo 9.5 y 9.6. Los resultados fueron

$$A = 0.0448\ \text{m}^2$$
$$v = 3.57\ \text{m/s}$$
$$R = 0.0305\ \text{m}$$
$$N_R = 2.96 \times 10^4$$

El flujo es turbulento, y se utiliza la ecuación de Darcy para calcular la pérdida de energía entre dos puntos separados por 50 m. Para determinar el factor de fricción, primero se debe encontrar la rugosidad relativa:

$$4R/\epsilon = (4)(0.0305)/(3 \times 10^{-5}) = 4067$$

Del diagrama de Moody, $f = 0.0245$. Entonces, tenemos

$$h_L = f \times \frac{L}{4R} \times \frac{v^2}{2g} = 0.0245 \times \frac{50}{(4)(0.0305)} \times \frac{(3.57)^2}{(2)(9.81)}\ \text{m}$$
$$h_L = 6.52\ \text{m}$$

Si el ducto está en posición horizontal,

$$h_L = \Delta p/\gamma$$
$$\Delta p = \gamma h_L$$

donde Δp es la caída de presión ocasionada por la pérdida de energía. Del apéndice B, se utiliza $\gamma = 10.79\ \text{kN/m}^3$. Entonces, tenemos

$$\Delta p = \frac{10.79\ \text{kN}}{\text{m}^3} \times 6.52\ \text{m} = 70.4\ \text{kPa}$$

■

9.7 DINÁMICA DE FLUIDOS COMPUTACIONAL

El movimiento de los fluidos en ciertos pasajes, y en general en formas complejas, desafía el análisis directo por medio de las ecuaciones que lo gobiernan. Algunos ejemplos de esto son el flujo en pasajes interiores de válvulas, bombas, ventiladores, sopladores y compresores; el flujo en tomas de motores y múltiples de escape; y el flujo alrededor de proyectiles, aeronaves o barcos. Las ecuaciones diferenciales parciales que gobiernan la mecánica de los fluidos y la transferencia de calor incluyen la ecuación de continuidad (conservación de la cantidad de movimiento), las ecuaciones de Navier-Stokes (conservación del momento o segunda ley de Newton) y la ecuación de la energía (conservación de la energía o primera ley de la termodinámica). Estas ecuaciones son complejas, se relacionan íntimamente y no son lineales, lo que hace imposible una solución analítica general, excepto para un número limitado de problemas especiales en los que es posible reducir las ecuaciones con el fin de llegar a soluciones analíticas.

Debido a que la mayoría de problemas prácticos de interés no cae en esta categoría limitada, se emplean métodos aproximados o numéricos para determinar la solución de dichas ecuaciones. Se dispone de métodos numerosos para efectuar lo anterior, a los que en conjunto se les denomina *dinámica de fluidos computacional* (*DFC*), los cuales utilizan el método del elemento finito para reducir las ecuaciones complejas que

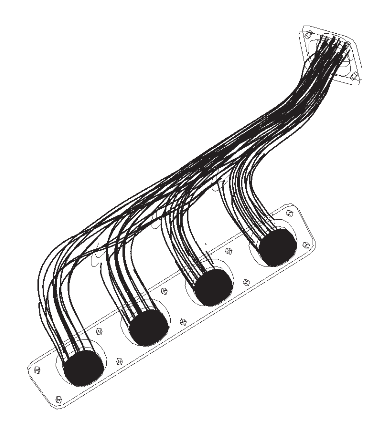


FIGURA 9.10 Flujo a través de un múltiple de escape. (Fuente: Blue Ridge Numerics, Charlottesville, VA.)

lo gobiernan, a un conjunto de ecuaciones algebraicas en puntos discretos o nodos sobre cada elemento pequeño dentro del fluido. Además de caracterizar el fenómeno del flujo, la DFC analiza la transferencia de calor en el fluido.

Para lograr la exactitud adecuada se requiere que los elementos sean muy pequeños, de modo que el modelo del elemento finito contenga literalmente millones de elementos. El cómputo de alta velocidad y los códigos eficientes de programación hacen que este análisis sea práctico. Los resultados incluyen perfiles de velocidad del flujo, presiones, temperaturas y líneas de corriente que se representan en forma gráfica, por lo general en colores que ayudan al usuario a interpretar los resultados.

La figura 9.10 ilustra los resultados de un modelo de DFC para un múltiple de escape de un motor, donde se muestra la forma en que el flujo circula alrededor de las curvas en los pasajes y cómo se combinan los flujos conforme ingresan al escape único en forma de tubo. La figura 9.11 presenta el flujo del aire alrededor de una bala. El aire se eleva conforme se acerca a la nariz del proyectil, fluye a lo largo del cuerpo recto y forma una estela en la parte posterior que incluye cierta recirculación en dirección del extremo posterior de la bala.

Los pasos requeridos para emplear la DFC incluyen lo siguiente:

1. Establecer las condiciones de frontera que definan valores conocidos de presión, velocidad, temperatura y coeficientes de transferencia de calor en el fluido.
2. Asignar un tamaño de malla a cada elemento, con tamaño nominal de 0.10 mm.
3. Después, la mayoría del software que existe comercialmente creará en forma automática el modelo del elemento finito.
4. Especificar el tipo de material para los componentes sólidos (como acero, aluminio y plástico) y los fluidos (como aire, agua y aceite). Es común que el software incluya las propiedades necesarias de tales materiales.
5. Iniciar el proceso de cómputo. Debido a que existe un número enorme de cálculos por hacer, este proceso puede tomar una cantidad significativa de tiempo, en función de la complejidad del modelo.
6. Cuando se termina el análisis, el usuario selecciona el tipo de presentación pertinente para los factores investigados. Pueden ser trayectorias del fluido, perfiles de velocidad, gráficas de isotermas y distribuciones de presión, entre otros.

El sitio de Internet número 1 incluye más detalles acerca del software para la DFC, al que se conoce como CFDesign, creado por Blue Ridge Numerics, que corre en computadoras personales comunes. Para importar el modelo sólido directamente de CFDesign,

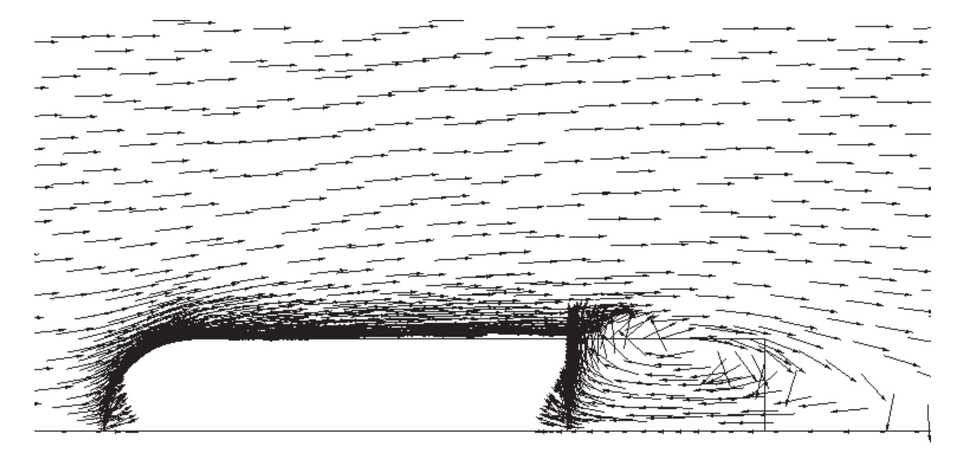


FIGURA 9.11 Flujo de aire alrededor de una bala. (Fuente: Blue Ridge Numerics, Charlottesville, VA.)

el programa se integra con otros programas de diseño en tres dimensiones asistido por computadora, como Inventor, Mechanical Desktop, SolidWorks, ProEngineer y otros. La generación de la malla es automática, con su geometría optimizada alrededor de características pequeñas. Es posible analizar los regímenes de flujo laminar y turbulento para fluidos compresibles o incompresibles en regiones de velocidad subsónicas, transónicas o supersónicas. También se incluyen los modos de transferencia de calor por conducción, convección (natural o forzada) o radiación.

El uso del software de DFC proporciona una disminución notable del tiempo necesario para desarrollar un producto nuevo, la elaboración virtual de prototipos de los componentes y la reducción del número de modelos de prueba que se requiere para estudiar un diseño antes de llevarlo a la producción. En los sitios 2 a 5 de Internet mencionamos otros paquetes de programación de DFC, algunos de los cuales son de propósito general, mientras que otros se especializan en aplicaciones tales como el análisis térmico de sistemas electrónicos de enfriamiento, flujo en motores, aeroacústica (combinación de análisis de flujo y ruido en ductos), análisis aeronáutico, procesamiento de polímeros, modelos contra incendio, análisis del flujo en canales abiertos, calefacción, ventilación y aire acondicionado y sistemas marinos.

REFERENCIAS

1. Miller, R. W. 1996. *Flow Measurement Engineering Handbook,* 3a. ed., Nueva York: McGraw-Hill.
2. Fox, Robert W., Alan T. McDonald y Philip J. Pritchard. 2003. *Introduction to Fluid Mechanics,* 6a. ed., Nueva York: McGraw-Hill.
3. Crane Company. 2002. *Flow of Fluids through Valves, Fittings, and Pipe* (Technical Paper No. 410). Signal Hill, CA: Crane Valves.

SITIOS DE INTERNET

1. Blue Ridge Numerics *www.cfdesign.com* Productor del programa de dinámica de fluidos computacional denominado CFDesign, diseñado para correr en una computadora personal con vinculación automática con sistemas populares de diseño mecánico asistido por computadora, como Autodesk Inventor, Mechanical Desktop, SolidWorks, Solid Edge y ProEngineer.
2. Fluent Software *www.fluent.com* Productor del software de dinámica de fluidos computacional FLUENT, FIDAP, POLYFLOW y FloWizard, que incluye la construcción de modelos con la aplicación de una malla y el posprocesamiento.
3. Flow Science, Inc. *www.flow3d.com* Productor del programa FLOW3D, con énfasis especial sobre flujos con superficie libre, también maneja flujos externos y confinados, y proporciona ayuda para la creación de la geometría, preprocesamiento y posprocesamiento.
4. CFD Codes Listing *www-berkeley.ansys.com/cfd/CFD_codes_c.html* Sitio Web desarrollado en forma privada que lista aproximadamente 100 paquetes de cómputo de DFC con vínculos para cada uno, con el fin de obtener más información.
5. CFD-Online *www.cfd-online.com* Centro en línea relacionado con la dinámica de fluidos computacional, enlista recursos de DFC, eventos, noticias, libros y foros de análisis.

PROBLEMAS

Perfil de velocidad–Flujo laminar

9.1E Obtenga puntos sobre el perfil de velocidad desde la pared a la línea central de una tubería de acero de 20 pulg, cédula 40, si el flujo volumétrico de aceite de ricino a 77 °F es de 0.25 pie^3/s. Utilice incrementos de 0.20 pulg e incluya la velocidad en la línea central.

9.2E Calcule los puntos sobre el perfil de velocidad, desde la pared hasta la línea central de un tubo de cobre de 3/4 pulg, tipo K, si el flujo volumétrico de agua a 60 °F es de 0.50 gal/min. Emplee incrementos de 0.05 pulg e incluya la velocidad en la línea central.

9.3M Calcule los puntos sobre el perfil de velocidad, desde la pared hasta la línea central de un tubo de cobre de 4 pulg, tipo K, si el flujo volumétrico de gasolina (sg = 0.68) a 25 °C es de 3.0 L/min. Emplee incrementos de 8.0 mm e incluya la velocidad en la línea central.

9.4M Calcule puntos del perfil de velocidad, desde la pared hasta la línea central de una tubería de acero de 2 pulg (espesor de pared de 0.065 pulg), si el flujo volumétrico de aceite SAE 30 (sg = 0.89) a 110 °C es de 25 L/min. Utilice incrementos de 4.0 mm e incluya la velocidad en la línea central.

9.5M *Una sonda pequeña para medir la velocidad se va a insertar a través de la pared de una tubería. Si se mide desde el exterior de una tubería de 6 pulg, cédula 80, ¿qué tan lejos (en mm) ha de insertarse la sonda para que se detecte la velocidad promedio si el flujo en la tubería es laminar?*

9.6M *Si la exactitud para colocar en posición la sonda del problema 9.5 es de más o menos 5.0 mm, calcule el error posible en la medición de la velocidad promedio.*

9.7M *Un esquema alternativo para utilizar la sonda de medición de la velocidad que se describe en el problema 9.5, es colocarla en la mitad de la tubería, donde se espera que la velocidad sea 2.0 veces la velocidad promedio. Calcule la cantidad de inserción que se requiere para centrar la sonda. Después, si la exactitud del emplazamiento de nuevo es de más o menos 5.0 mm, calcule el error posible en la medición de la velocidad promedio.*

9.8M *Un dispositivo existente inserta la sonda para medir la velocidad que se describe en el problema 9.5, a 60.0 mm exactos desde la superficie de la tubería. Si la sonda da una lectura de 2.48 m/s, calcule la velocidad promedio real del flujo, si se supone que éste es laminar. Después, compruebe para ver si el flujo en realidad es laminar, si el fluido es combustóleo pesado cuya viscosidad cinemática es de 850 centistokes.*

Perfil de velocidad–Flujo turbulento

9.9M *Para el flujo de 12.9 L/min de agua a 75 °C en un tubo de cobre de $\frac{1}{2}$ pulg, tipo K, obtenga la velocidad máxima esperada, con la ecuación (9-4).*

9.10M *Un tubo largo con diámetro interior de 1.200 m conduce aceite similar al SAE 10 a 40 °C (sg = 0.8). Calcule el flujo volumétrico que se requiere para producir un número de Reynolds de 3.60×10^4. Después, si el tubo es de acero limpio, calcule varios puntos del perfil de velocidad y grafique los datos en forma similar a la que se ilustra en la figura 9.6.*

9.11M *Repita el problema 9.10 si el aceite está a 110 °C, pero con el mismo flujo volumétrico. Estudie las diferencias en el perfil de velocidad.*

9.12 Por medio de la ecuación (9-3), obtenga la distancia y para la cual la velocidad local U es igual a la velocidad promedio v.

9.13E El resultado del problema 9.12 predice que la velocidad promedio para un flujo turbulento se encontrará a una distancia de $0.216r_o$ de la pared del tubo. Calcule esta distancia para una tubería de acero de 24 pulg, cédula 40. Después, si la tubería conduce agua a 50 °F, con un flujo volumétrico de 16.75 pies^3/s, calcule la velocidad en puntos a 0.50 pulg en cualquier lado del punto de la velocidad promedio.

9.14 Con la ecuación (9-4), calcule la relación de la velocidad promedio a la velocidad máxima del flujo en tuberías lisas con números de Reynolds de 4000, 10^4, 10^5 y 10^6.

9.15 Con la ecuación (9-4) obtenga la relación de la velocidad promedio a la velocidad máxima del flujo de un líquido a través de un tubo de concreto cuyo diámetro interior es de 8.00 pulg, con números de Reynolds de 4000, 10^4, 10^5 y 10^6.

9.16E Con la ecuación (9-3), calcule varios puntos sobre el perfil de velocidad para el flujo de 400 gal/min de agua a 50 °F por una tubería de acero nueva, limpia, de 4 pulg, cédula 40. Diseñe una gráfica similar a la de la figura 9.6, a una escala suficientemente grande.

9.17E Repita el problema 9.16 para las mismas condiciones, excepto que el interior de la tubería se encuentra rugoso por el tiempo, de modo que $\epsilon = 5.0 \times 10^{-3}$. Dibuje los resultados en la misma gráfica del problema 9.16.

9.18E Para las dos situaciones descritas en los problemas 9.16 y 9.17, calcule la caída de presión que se requiere en una distancia de 250 pies de tubería horizontal.

Secciones no circulares–Velocidad promedio

9.19E Un intercambiador de calor de coraza y tubo está hecho de dos tubos de acero estándar, como se aprecia en la figura 9.12. Cada tubo tiene un espesor de pared de 0.049 pulg. Calcule la relación que se requiere, del flujo volumétrico en la coraza a la del tubo, si la velocidad promedio del flujo ha de ser la misma en cada uno.

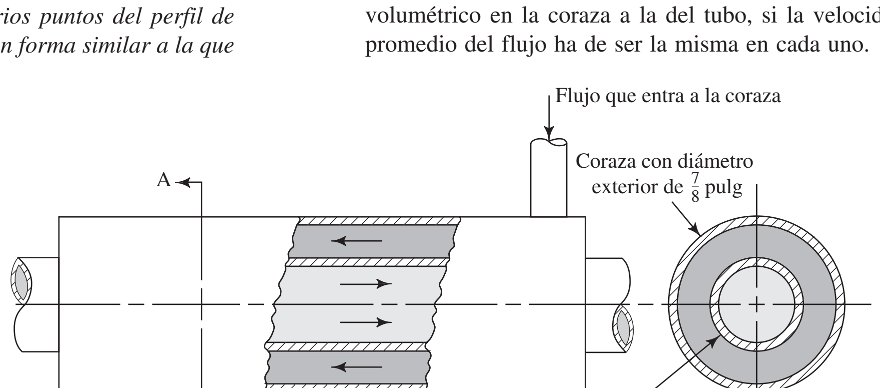
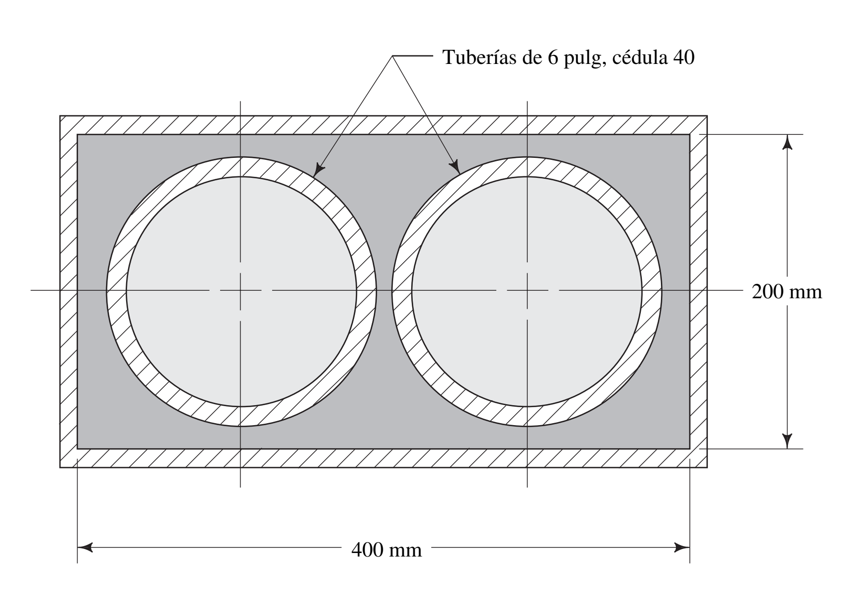


FIGURA 9.12 Intercambiador de calor de coraza y tubo para los problemas 9.19 y 9.25.

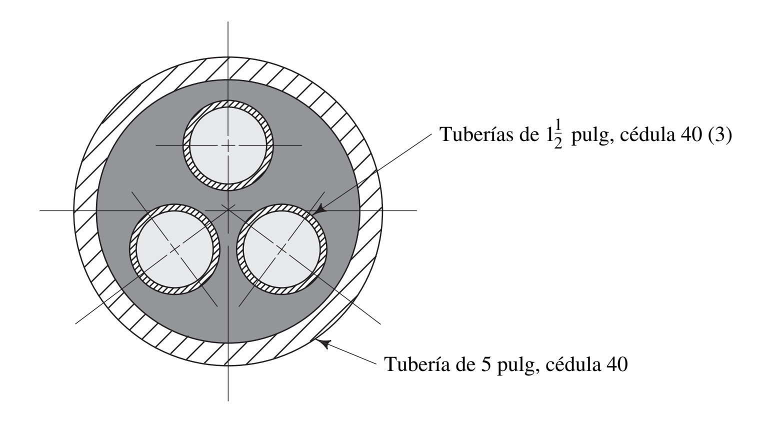
9.20M *En la figura 9.13 se muestra un intercambiador de calor donde cada una de las dos tuberías de 6 pulg, cédula 40, conduce 450 L/min de agua. Las tuberías están dentro de un ducto rectangular con dimensiones de 200 mm por 400 mm. Calcule la velocidad del flujo en las tuberías. Después, calcule el flujo volumétrico que se requiere en el ducto para obtener la misma velocidad promedio.*

FIGURA 9.13 Problema 9.20.



9.21E La figura 9.14 presenta la sección transversal de un intercambiador de calor de coraza y tubo. Calcule el flujo volumétrico que se requiere en cada tubería pequeña y en la coraza para obtener una velocidad promedio de flujo de 25 pies/s en todas las partes.

FIGURA 9.14 Problema 9.21.



Secciones transversales no circulares–Número de Reynolds

9.22M *A través de la porción sombreada del ducto de la figura 9.15 fluye aire con peso específico de 12.5 N/m^3 y viscosidad dinámica de 2.0×10^{-5} Pa•s, a razón de 150 m^3/h. Calcule el número de Reynolds del flujo.*

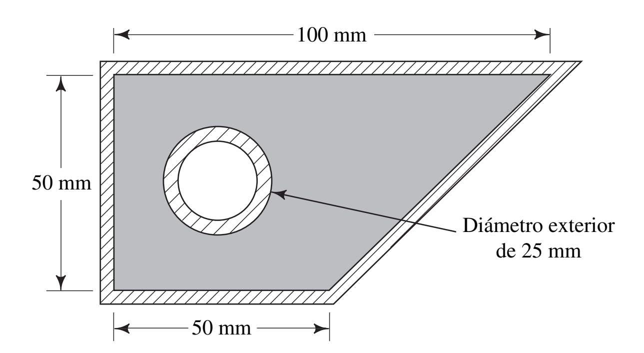


FIGURA 9.15 Problema 9.22.

9.23E En la parte sombreada del ducto de la figura 9.16 fluye dióxido de carbono con peso específico de 0.114 lb/pies^3 y viscosidad dinámica de 3.34×10^{-7} lb-s/pies^2. Si el flujo volumétrico es de 200 pies^3/min, calcule el número de Reynolds del flujo.

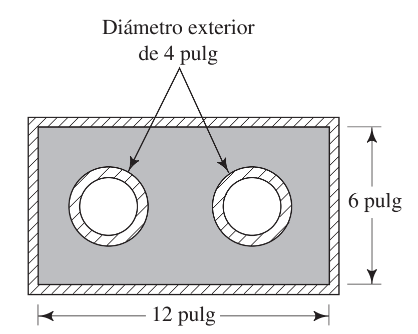
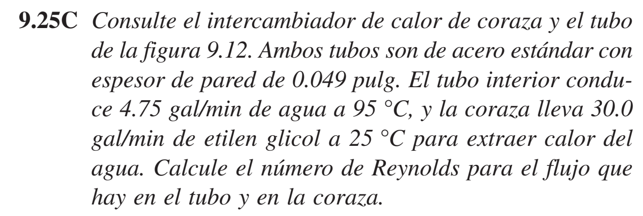


FIGURA 9.16 Problema 9.23.

9.24E En el espacio que hay entre una tubería de acero de 6 pulg, cédula 40, y un ducto cuadrado con dimensiones interiores de 10.0 pulg, fluye agua a 90 °F. El ducto es similar al que se presenta en la figura 9.9. Calcule el número de Reynolds si el flujo volumétrico es de 4.00 pies^3/s.



9.25C *Consulte el intercambiador de calor de coraza y el tubo de la figura 9.12. Ambos tubos son de acero estándar con espesor de pared de 0.049 pulg. El tubo interior conduce 4.75 gal/min de agua a 95 °C, y la coraza lleva 30.0 gal/min de etilen glicol a 25 °C para extraer calor del agua. Calcule el número de Reynolds para el flujo que hay en el tubo y en la coraza.*

9.26M *Consulte la figura 9.13, que muestra dos tuberias de 6 pulg, cédula 40, dentro de un ducto rectangular. Cada tubo conduce 450 L/min de agua a 20 °C. Obtenga el número de Reynolds para el flujo de agua. Después, para un flujo de benceno (sg = 0.862) a 70 °C, que circula en el ducto, calcule el flujo volumétrico que se necesita para producir el mismo número de Reynolds.*

9.27E Consulte la figura 9.14, que ilustra tres tuberías dentro de otra más grande. Las tuberías interiores llevan agua a 200 °F, y la tubería mayor la conduce a 60 °F. La velocidad promedio del flujo es de 25.0 pies/s en cada tubería. Calcule el número de Reynolds para cada una de ellas.

9.28M *En la coraza de la figura 9.17 fluye agua a 10 °C a razón de 850 L/min. La coraza está hecha de tubo de cobre de 2 pulg, tipo K, y los tubos también son de cobre de 3/8 pulg, tipo K. Calcule el número de Reynolds para el flujo.*

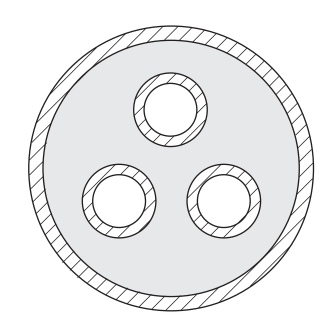
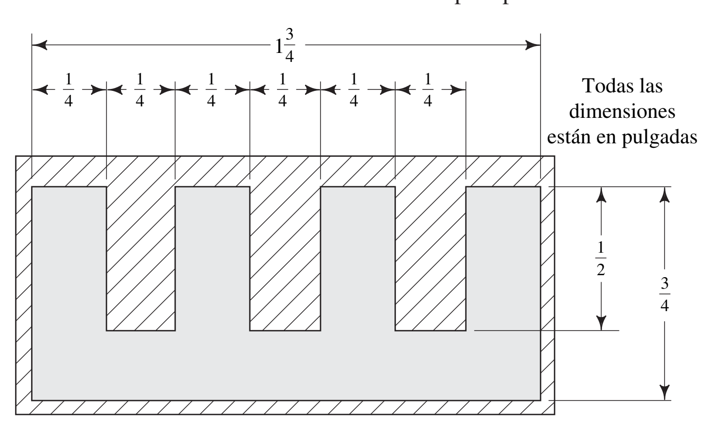


FIGURA 9.17 Problema 9.28.

9.29E En la figura 9.18 mostramos la sección transversal de un intercambiador de calor que se emplea para enfriar un banco de dispositivos electrónicos. En el área sombreada fluye etilenglicol a 77 °F. Calcule el flujo volumétrico que se necesita para producir un número de Reynolds de 1500.

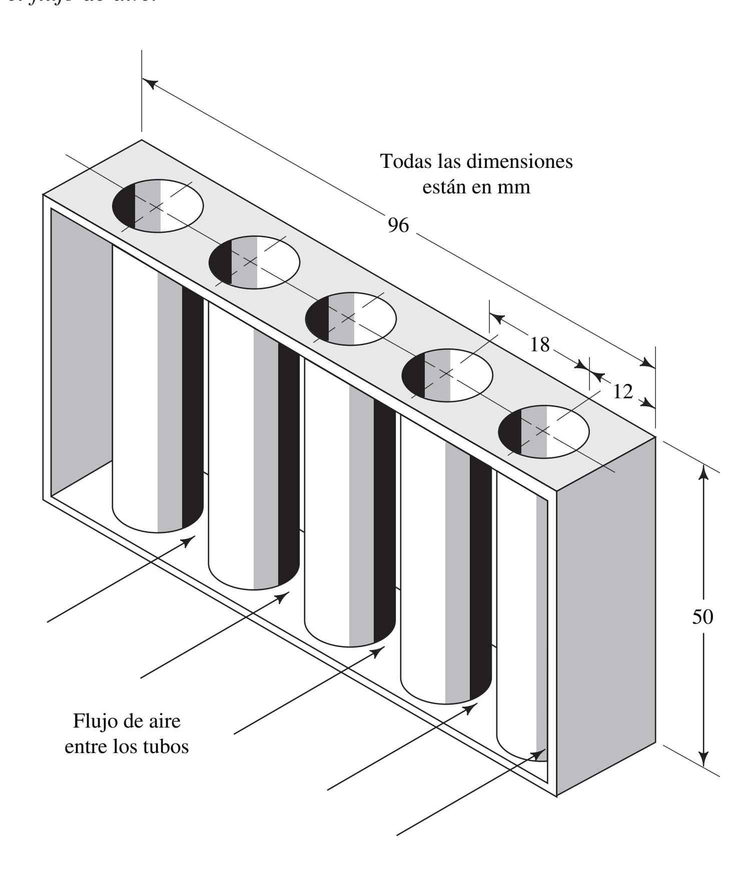
FIGURA 9.18 Problema 9.29.



9.30M *En la figura 9.19 mostramos un intercambiador de calor líquido-aire, por el que fluye aire a 50 m^3/h dentro de un pasaje rectangular alrededor de cinco tubos verticales. Cada tubo es de acero de $\frac{1}{2}$ pulg con espesor de pared de 0.049 pulg. El aire tiene una densidad de 1.15 kg/m^3 y una viscosidad dinámica de 1.63×10^{-5} Pa•s. Calcule el número de Reynolds para el flujo de aire.*

9.31M *En la parte del ducto fuera de los conductos cuadrados de la figura 9.20 fluye glicerina (sg = 1.26) a 40 °C. Calcule el número de Reynolds para un flujo volumétrico de 0.10 m^3/s.*

FIGURA 9.19 Problema 9.30.



9.32M *Cada uno de los conductos cuadrados de la figura 9.20 transporta 0.75 m^3/s de agua a 90 °C. El espesor de las paredes de los conductos es de 2.77 mm. Calcule el número de Reynolds del flujo del agua.*

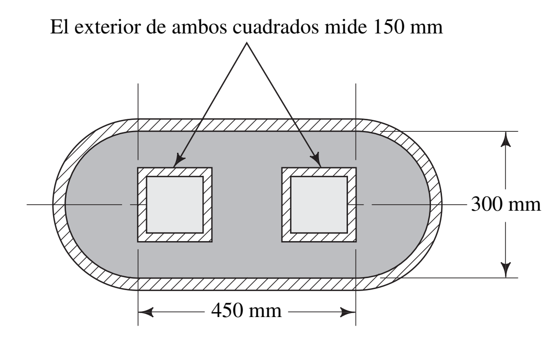


FIGURA 9.20 Problemas 9.31 y 9.32.

9.33E El depósito calorífico de un circuito electrónico está constituido por una oquedad practicada en un bloque de aluminio, que después se recubrió con una placa plana para proveer un pasaje para el agua del enfriamiento, como se ilustra en la figura 9.21. Calcule el número de Reynolds si el agua está a 50 °F y fluye a 78.0 gal/min.

9.34E La figura 9.22 muestra la sección transversal de un pasaje de enfriamiento para un dispositivo de forma irregular. Calcule el flujo volumétrico del agua a 50 °F que produciría un número de Reynolds de 1.5×10^5.

9.35E La figura 9.23 muestra la sección transversal de una trayectoria de flujo construida de una pieza fundida por medio de un cortador de ¾ pulg de diámetro. Considere todos los cortes para calcular el radio hidráulico del pasaje y después obtenga el flujo volumétrico de la acetona a 77 °F que se requiere para producir un número de Reynolds para el flujo de 2.6×10^4.

FIGURA 9.21 Problema 9.33.

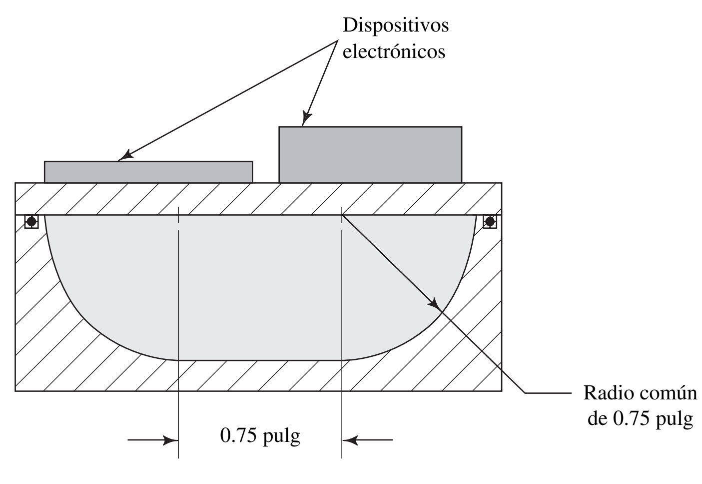


FIGURA 9.22 Problema 9.34.

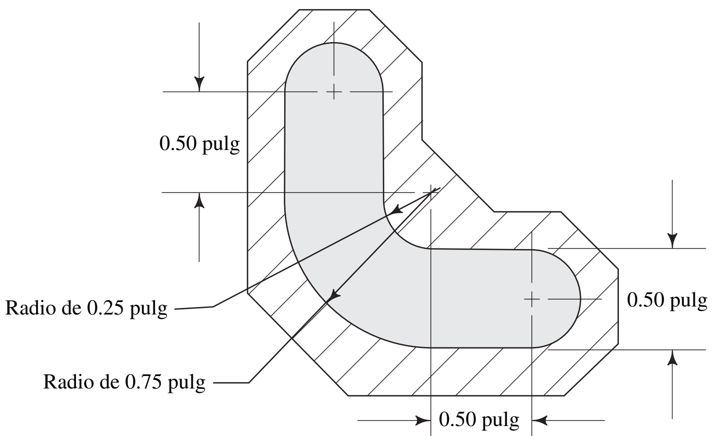


FIGURA 9.23 Problema 9.35.

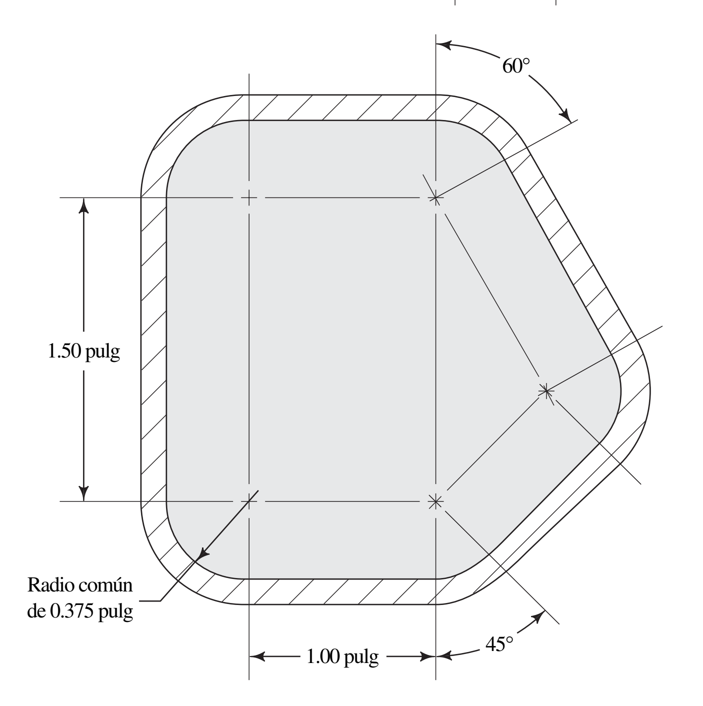
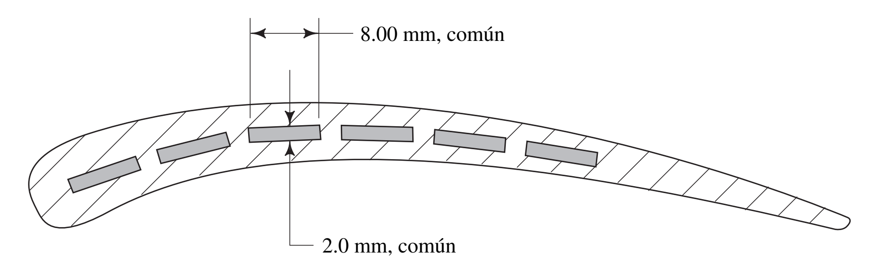


FIGURA 9.24 Problema 9.36.



9.36M *El álabe de una turbina de gas contiene pasajes de enfriamiento internos, como se ilustra en la figura 9.24. Obtenga el flujo volumétrico del aire que se requiere para producir una velocidad promedio del flujo en cada pasaje de 25.0 m/s. El flujo de aire se distribuye por igual en los seis pasajes. Después, calcule el número de Reynolds si el aire tiene una densidad de 1.20 kg/m^3 y una viscosidad dinámica de 1.50×10^{-5} Pa•s.*

Secciones transversales no circulares–Pérdidas de energía

9.37E Para el sistema descrito en el problema 9.24, calcule la diferencia de presión entre dos puntos separados por 30.0 pies si el ducto se encuentra en posición horizontal. Emplee $\epsilon = 8.5 \times 10^{-5}$ pies.

9.38M *Para el intercambiador de calor de coraza y tubo del problema 9.25, obtenga la diferencia de presión para los dos fluidos entre dos puntos separados por 5.25 m, si el intercambiador de calor está en posición horizontal.*

9.39M *Para el sistema descrito en el problema 9.26, calcule la caída de presión para ambos fluidos entre dos puntos separados por 3.80 m, si el ducto está en posición horizontal. Utilice la rugosidad de la tubería de acero para todas las superficies.*

9.40E Para el sistema descrito en el problema 9.27 calcule la caída de presión en las tuberías pequeñas y en la grande, entre dos puntos a 50.0 pies uno de otro, si las tuberías están en posición horizontal. Utilice la rugosidad de la tubería de acero para todas las superficies.

9.41M *Para el intercambiador de calor de coraza y tubo descrito en el problema 9.28, calcule la caída de presión para el flujo de agua en la coraza. Utilice la rugosidad del cobre para todas las superficies. La longitud es de 3.60 m.*

9.42E Para el intercambiador de calor descrito en el problema 9.29, calcule la caída de presión para una longitud de 57 pulgadas.

9.43M *Para la glicerina descrita en el problema 9.31, calcule la caída de presión en un ducto horizontal de 22.6 m de largo. Todas las superficies son de cobre.*

9.44M *Para el flujo de agua en los conductos cuadrados del problema 9.32, calcule la caída de presión en una longitud de 22.6 m. Todas las superficies son de cobre y los conductos se encuentran en posición horizontal.*

9.45E Si el depósito de calor descrito en el problema 9.33 mide 105 pulg de largo, calcule la caída de presión cuando circula agua. Utilice $\epsilon = 2.5 \times 10^{-5}$ pies para el aluminio.

9.46E Calcule la pérdida de energía para el flujo de agua en el pasaje de enfriamiento descrito en el problema 9.34, si su longitud total es de 45 pulg. Emplee la ϵ del acero. También calcule la diferencia de presión a través de toda la longitud del pasaje de enfriamiento.

9.47E En la figura 9.25 se ilustra la forma en que fluye etilen glicol (sg = 1.10) a 77 °F alrededor de los tubos y dentro del pasaje rectangular. Calcule el flujo volumétrico del etilen glicol, en gal/min, que se requiere para que el flujo tenga un número de Reynolds de 8000. Después, determine la pérdida de energía a lo largo de una longitud de 128 pulg. Todas las superficies son de latón.

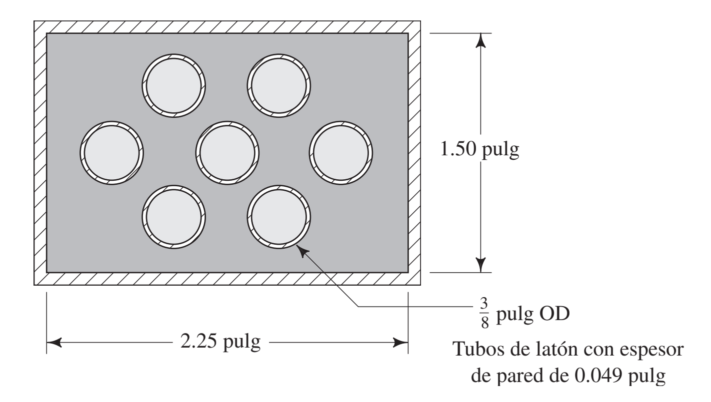


FIGURA 9.25 Problema 9.47.

9.48M *La figura 9.26 muestra un ducto por el que fluye alcohol metílico a 25 °C a razón de 3000 L/min. Calcule la pérdida de energía en 2.25 m de longitud del ducto. Todas las superficies son de plástico liso.*

9.49E El intercambiador de calor de un horno tiene su sección transversal como la mostrada en la figura 9.27. El aire fluye alrededor de los tres pasajes estrechos por los que circulan gases calientes. El aire se encuentra a 140 °F y tiene una densidad de 2.06×10^{-3} slugs/pies^3, y viscosidad dinámica de 4.14×10^{-7} lb•s/pies^2. Calcule el número de Reynolds para el flujo si la velocidad es de 20 pies/seg.

9.50E En la figura 9.28 se ilustra un sistema en el que circula alcohol metílico a 77 °F por el exterior de los tres tubos, en tanto que por el interior de éstos fluye alcohol etílico a 0 °F. Calcule el flujo volumétrico que se requiere para cada fluido con el fin de producir un número de Reynolds de 3.5×10^4 en todas las partes del sistema. Después, calcule la diferencia de presión entre dos puntos separados por 10.5 pies, si el sistema está en posición horizontal. Todas las superficies son de cobre.

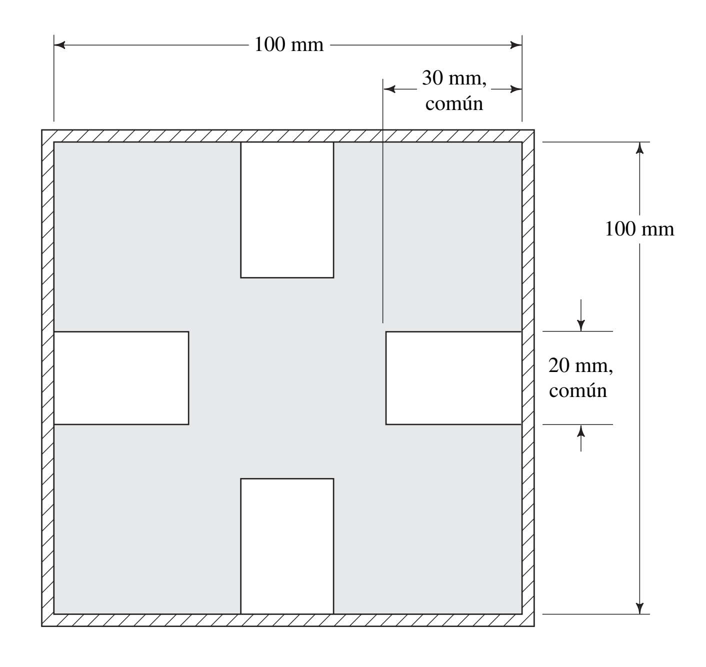


FIGURA 9.26 Problema 9.48.

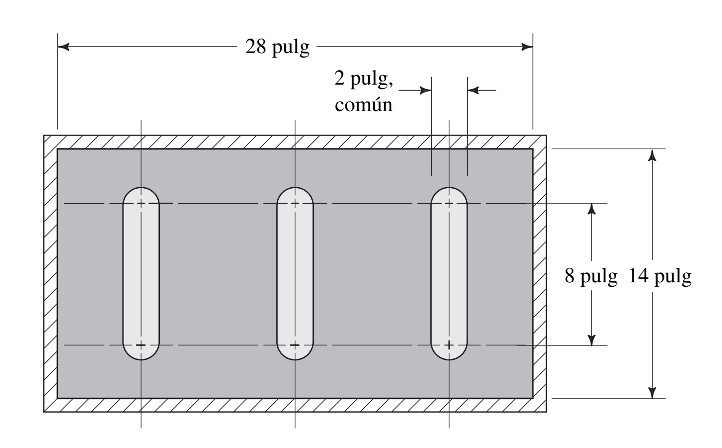


FIGURA 9.27 Problema 9.49.

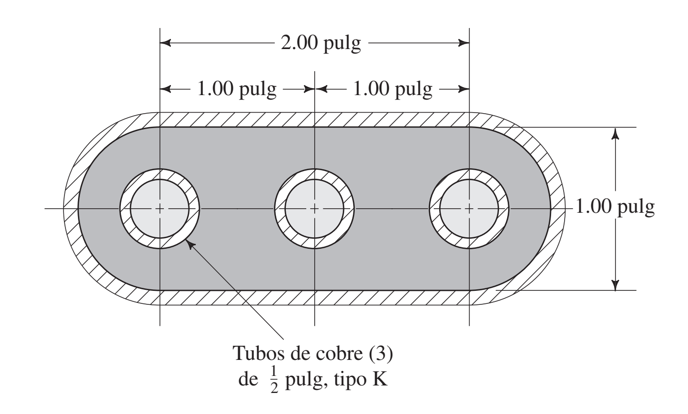


FIGURA 9.28 Problema 9.50.

9.51E Un intercambiador de calor sencillo está hecho con la mitad de un tubo de acero de 1¾ pulg soldado a una placa plana, como se ve en la figura 9.29. En el espacio abierto fluye agua a 40 °C que enfría la placa. Calcule el flujo volumétrico que se necesita para que el número de Reynolds del flujo sea de 3.5×10^4. Después, obtenga la pérdida de energía en una longitud de 92 pulg.

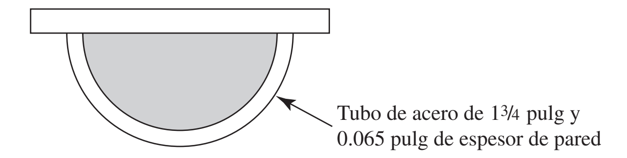
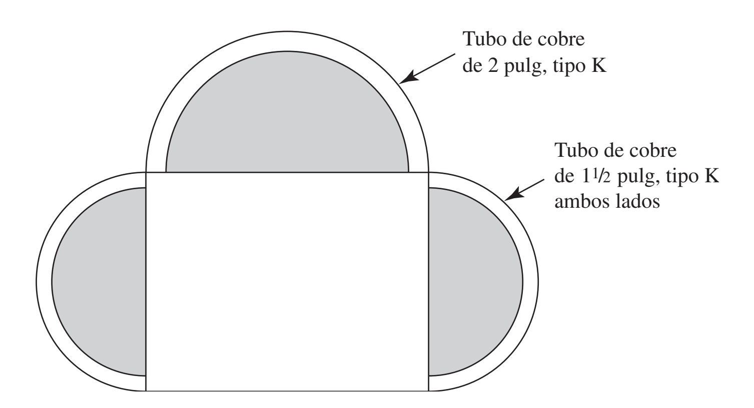


FIGURA 9.29 Problema 9.51.

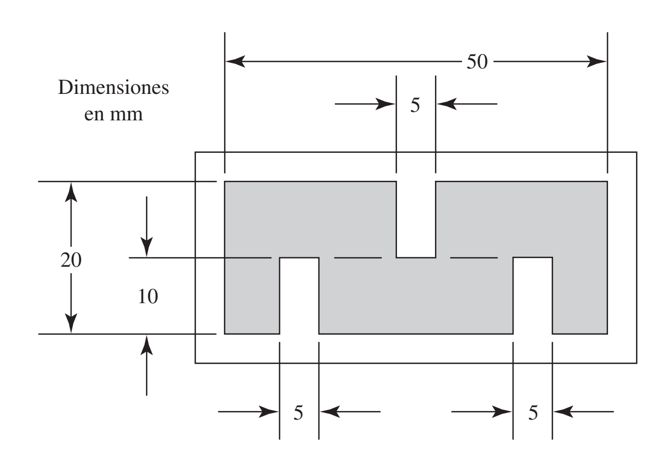
9.52E Enfriamos tres superficies de un paquete de instrumentos al soldar mitades de secciones de tubos de cobre, como se ve en la figura 9.30. Obtenga el número de Reynolds para cada sección si fluye en ellas etilenglicol a 77 °F, con velocidad promedio de 15 pies/s. Después, calcule la pérdida de energía en una longitud de 54 pulg.

FIGURA 9.30 Problema 9.52.



9.53M *En la figura 9.31 se muestra un intercambiador de calor con aletas internas. Calcule el número de Reynolds para el flujo de salmuera (20% NaCl) a 0 °C, con un flujo volumétrico de 225 L/min dentro del intercambiador de calor. La salmuera tiene una gravedad específica de 1.10. Después, calcule la pérdida de energía a lo largo de una longitud de 1.80 m. Suponga que la rugosidad de la superficie es similar a la del tubo de acero comercial.*

FIGURA 9.31 Problema 9.53.



TAREA DE PROGRAMACIÓN DE COMPUTADORAS

1. Diseñe un programa u hoja de cálculo para determinar puntos sobre el perfil de velocidad en una tubería para flujo laminar por medio de la ecuación (9-1). Un dato de entrada es la velocidad promedio. Después grafique la curva de la velocidad versus el radio. Es válido introducir incrementos específicos de la posición radial, pero debe incluirse la línea central.
2. Modifique el ejercicio anterior para que se pida la introducción de datos de las propiedades del fluido, como el flujo volumétrico y el tamaño de la tubería. Después, calcule la velocidad promedio, número de Reynolds y puntos del perfil de velocidad.
3. Diseñe un programa u hoja de cálculo para determinar puntos del perfil de velocidad en una tubería para flujo turbulento, por medio de las ecuaciones (9-2) o (9-3). La velocidad promedio y el factor de fricción son datos de entrada. Después, elabore la gráfica de velocidad versus el radio. Los incrementos específicos de la posición radial pueden ser datos introducidos por el operador, pero deben incluir la línea central.
4. Modifique la tarea 3 para que se pidan los datos de entrada de las propiedades del fluido, como el flujo volumétrico, la rugosidad de la pared de la tubería, y el tamaño de ésta. Luego, calcule la velocidad promedio, número de Reynolds, rugosidad relativa, factor de fricción y puntos sobre el perfil de velocidad.

10 Pérdidas menores

10.1 Panorama

Mapa de aprendizaje

- En este capítulo, aprenderá técnicas para analizar sistemas reales de tubería, donde hay varios tipos de sistemas de flujo.
- Se basará en los principios aprendidos en los capítulos 6 a 8.
- Ahora desarrollará su habilidad para determinar las pérdidas de energía que ocurren conforme el fluido circula por conductos de diferente tamaño.
- También aprenderá a evaluar la pérdida de energía que ocasionan diversas válvulas y accesorios que es común encontrar en los sistemas de tubería.

Descubrimientos

Vuelva a estudiar la figura 7.1, en la sección Panorama del capítulo 7. La fotografía muestra un sistema de tubería industrial que lleva fluido de tanques de almacenamiento a procesos que lo emplean. Haga una lista de todos los componentes de la ilustración que se utilizan para controlar el flujo o dirigirlo a destinos específicos. Éstos constituyen ejemplos de dispositivos que ocasionan pérdida de energía del fluido en movimiento.

Haga una lista más de otros sistemas de flujo de fluidos e identifique los componentes que provocan pérdida de energía.

Platique con sus compañeros y con su profesor acerca de esos sistemas.

En este capítulo aprenderá a determinar la pérdida de energía que tiene lugar conforme el fluido pasa por dispositivos donde hay agrandamientos en el tamaño de la trayectoria de flujo, reducciones, entrada del fluido de un tanque a una tubería, salida del líquido de una tubería a un tanque, codos, tes y válvulas.

Conceptos introductorios

Aquí aprenderá técnicas para analizar problemas de tuberías reales en las que hay varios componentes del sistema de flujo. Usted se encuentra cerca del objetivo que se propuso en el capítulo 6, donde se presentó la ecuación de Bernoulli. En los capítulos 6 a 11 se dijo que se continuaría el desarrollo de conceptos relacionados con el flujo de fluidos en sistemas de tubería. El objetivo es reunirlos para analizar el desarrollo de dichos sistemas. Esto se hará en el capítulo 11.

En el capítulo 7 se estudió la *ecuación general de la energía*, que extendió la ecuación de Bernoulli para que tomara en cuenta las pérdidas y ganancias de energía que es común ocurran en sistemas reales de flujo. Consulte la primera parte del capítulo 7, donde se introdujo la ecuación general de la energía.

Del estudio del sistema de tubería industrial de la figura 7.1 ¿cómo se compara la lista de los componentes para controlar el fluido, que elaboró, con la que se presenta a continuación?

1. En la ilustración, el fluido llega a través de un tubo muy largo en el lado izquierdo, que lo conduce a la bomba. Éste se denomina *tubo de succión* o *línea de succión*.
2. Justo antes de que el fluido ingrese a la bomba por su flanco de succión, el tamaño del tubo se reduce por medio de un *reductor gradual*. El reductor es necesario debido a que el tamaño de la línea de succión es más grande que la conexión estándar que proporciona el fabricante de la bomba. Esto tiene como resultado que la velocidad del fluido se incremente algo conforme se mueve de la tubería al lado de succión de la bomba.

3. La bomba, impulsada por un motor eléctrico, jala el fluido de la línea de succión y le agrega energía mientras lo mueve hacia el *tubo de descarga*, que a veces recibe el nombre de *línea de descarga*. Ahora el fluido en la línea de descarga tiene un nivel mayor de energía, lo que da como resultado una carga de presión más elevada.
4. Conectado con el flanco de descarga de la bomba, hay una *expansión* que aumenta el tamaño del conducto de flujo desde la salida de la bomba al tamaño total de la línea de descarga. Conforme el fluido se mueve por la expansión, su velocidad disminuye.
5. Justo a la derecha de la expansión, en la tubería hay una *te*. Esto permite que el operador del sistema dirija el flujo en cualquiera de dos caminos. La dirección normal es continuar a través de la línea de descarga principal. Esto pasaría si se cerrara la válvula en el costado de la te. Pero si se abriera, todo el flujo o parte de él iría hacia el ramal de la te y fluiría hacia la *válvula* adyacente. Entonces continuaría por la línea del ramal.
6. Ahora, supongamos que la válvula del ramal está cerrada. El fluido continúa por la línea de descarga y encuentra otra *válvula*. Normalmente, esta válvula está abierta por completo, lo que permite que el fluido vaya a su destino. La válvula se encuentra ahí para permitir que el sistema se interrumpa una vez que la bomba se detiene. Esto es para que la bomba reciba mantenimiento o se reemplace sin drenar el sistema de tubería aguas abajo* de la bomba. Es probable que en la línea de succión se encuentre una válvula similar, a la izquierda, fuera de los límites de la fotografía.
7. Después de que el fluido pasa por la válvula en la línea de descarga, otra *te* permite que siga derecho o se ramifique hacia la tubería largo que va hacia la parte posterior de la fotografía. Suponga que va hacia el ramal.
8. Después de abandonar la te a través del ramal, el fluido encuentra de inmediato un *codo* que lo encauza de una dirección vertical a otra horizontal.
9. Una vez que recorre una longitud corta de la línea, en ésta se encuentra otra *válvula* para controlar el flujo en el resto del sistema.
10. Más allá de la válvula, la tubería está recubierta por un aislamiento, por lo que es difícil apreciar los detalles del sistema de distribución. Pero observe que existe un conjunto de bridas apenas pasada la válvula. Ahí hay un *medidor de flujo* que permite que el operador mida cuánto pasa por la tubería.
11. Ya que pasó el medidor, el fluido continúa por la tubería larga hacia el proceso donde se utilizará.
12. ¿Se fijó también en la *válvula* grande de la base del tanque, a la izquierda del fondo de la fotografía, justo a la izquierda del motor? Esto permite que el tanque se drene, quizá hacia un vehículo que retire el fluido residual.

Observe los numerosos dispositivos de control (en cursivas) mencionados en la lista anterior. En cada uno de ellos se pierde energía del sistema. Cuando diseñe un sistema como el que se ilustra, necesitará tomar en cuenta esta pérdida de energía.

Ahora, estudie la lista de otros sistemas de flujo que haya visto e identifique otros elementos que ocasionen pérdida de energía.

- Considere el sistema de drenaje de su hogar. Rastree la manera en que el agua va del punto de suministro principal al fregadero de la cocina. Anote cada elemento que constituya una obstrucción del flujo (como una válvula) y que cambie la dirección de éste o modifique su velocidad.
- Estudie la forma en que el agua llega a algún grifo en el exterior que se utilice para regar el césped o jardín. Siga el flujo durante todo su camino hasta el extremo que lo impulsa.
- ¿Cómo se impulsa el agua de los pozos o almacenamientos de la ciudad a su casa?
- ¿Cómo se impulsa el fluido refrigerante de un motor de automóvil, del radiador a la máquina y de regreso al radiador?
- ¿Cómo se impulsa el fluido para lavar el parabrisas, del depósito al vidrio?
- ¿Cómo se impulsa la gasolina de su automóvil, del tanque de combustible a los puertos de entrada del motor?

---

* En la vida profesional, el término *aguas abajo* significa *hacia donde va el agua*, en cambio *aguas arriba* quiere decir *de donde viene el agua*. Es más frecuente utilizarlos al referirse al flujo en ríos o canales abiertos. N. del T.

- ¿Cómo se impulsa el combustible de un aeroplano, de los tanques que están en las alas a los motores?
- ¿Cómo se impulsa el refrigerante del sistema de aire acondicionado de su carro, del compresor en el motor a través del sistema que enfría el vehículo?
- ¿Cómo se impulsa el refrigerante de su frigorífico por el sistema de enfriamiento?
- ¿Cómo se impulsa el agua de una lavadora de ropa, del sistema de tubería de la casa a la tina de lavado?
- ¿De qué modo sale de la tina el agua que se usó para lavar y se bombea al drenaje?
- ¿Cómo fluye el agua por un juguete lanzador?
- ¿Ha visto un sistema de lavado de alta presión que se utilice para remover la mugre persistente de un muelle, carretera o barco? Siga el flujo del fluido por ese sistema.
- ¿Cómo se impulsa el agua desde la fuente de abasto de una ciudad a cada uno de los departamentos de un edificio habitacional o a los cuartos de un hotel?
- ¿Cómo se impulsa el agua desde el abastecimiento de una ciudad al sistema rociador de un edificio de oficinas o almacén para proteger contra el fuego a la gente, productos y equipo?
- ¿Cómo se impulsa el aceite desde la bomba de un sistema de potencia de fluido a las válvulas de control, cilindros y otros dispositivos del fluido, para activar sistemas automáticos industriales, equipo de construcción, maquinaria agrícola o el tren de aterrizaje de un avión?
- ¿Cómo se bombea el aceite automotriz desde el depósito para lubricar las partes móviles del motor?
- ¿Cómo se distribuye el fluido lubricante de un elemento complejo de equipo de manufactura a las partes móviles críticas?
- ¿Cómo se mueven los componentes líquidos en los sistemas de procesamiento químico?
- ¿De qué manera fluyen la leche, jugo o mezclas de refrescos por los sistemas que hacen su distribución final a la planta embotelladora?

¿En qué otros sistemas pensó?

A continuación presentaremos la forma de analizar la pérdida de energía en esos sistemas. En este capítulo, aprenderá a determinar la pérdida de energía a través de dichos dispositivos. Muchas de las pérdidas que ocurren en codos, válvulas, tes, medidores, y otros elementos de control son pequeñas en comparación con la pérdida de energía debido a la fricción en secciones largas y rectas de tubería. Por esta razón, aquéllas reciben el nombre de *pérdidas menores*. Sin embargo, el efecto combinado de todas ellas resulta significativo. Las prácticas correctas de diseño de sistemas requieren que se les evalúe..

10.2 OBJETIVOS

Al terminar este capítulo podrá:

1. Reconocer las fuentes de las pérdidas menores.
2. Definir el *coeficiente de resistencia*.
3. Determinar la pérdida de energía para el flujo a través de los tipos siguientes de pérdidas menores:
   a. Expansión súbita de la trayectoria del flujo.
   b. Pérdida en la salida, cuando el fluido sale de una tubería y entra a un almacenamiento estático.
   c. Expansión gradual de la trayectoria del flujo.
   d. Contracción súbita de la trayectoria del flujo.
   e. Contracción gradual de la trayectoria del flujo.
   f. Pérdida en la entrada, cuando el fluido ingresa a un tubo desde un almacenamiento estático.
4. Definir el término *vena contracta*.
5. Definir y usar la *técnica de la longitud equivalente* para calcular la pérdida de energía en válvulas, acoplamientos y vueltas de la tubería.
6. Describir las pérdidas de energía que tienen lugar en un sistema común de potencia de fluido.
7. Demostrar cómo se emplea el *coeficiente de flujo* C_V, para evaluar la pérdida de energía en ciertos tipos de válvulas.

10.3 COEFICIENTE DE RESISTENCIA

PÉRDIDAS MENORES, SEGÚN EL COEFICIENTE DE RESISTENCIA

Las pérdidas de energía son proporcionales a la carga de velocidad del fluido, conforme pasa por un codo, expansión o contracción de la sección de flujo, o por una válvula. Por lo general, los valores experimentales de las pérdidas de energía se reportan en términos de un coeficiente de resistencia *K* como sigue:

$$h_L = K(v^2/2g) \qquad (10\text{–}1)$$

En la ecuación (10-1), h_L es la pérdida menor, *K* es el coeficiente de resistencia y v es la velocidad promedio del flujo en el tubo en la vecindad donde ocurre la pérdida menor. En ciertos casos puede haber más de una velocidad de flujo, como en las expansiones y contracciones. Es de la mayor importancia que sepa cuál velocidad usar con cada coeficiente de resistencia.

El coeficiente de resistencia es adimensional debido a que representa una constante de proporcionalidad entre la pérdida de energía y la carga de velocidad. La magnitud del coeficiente de resistencia depende de la geometría del dispositivo que ocasiona la pérdida, y a veces de la velocidad de flujo. En las secciones siguientes se describirá el proceso para determinar el valor de *K* y calcular la pérdida de energía para muchos tipos y condiciones de pérdidas menores.

Igual que en la ecuación de la energía, la carga de velocidad $v^2/2g$ en la ecuación (10-1) se expresa por lo común en metros (o N·m/N de fluido en movimiento), en unidades del SI; o en pies, en unidades del sistema tradicional de Estados Unidos (o pie-lb/lb de fluido en circulación). Debido a que *K* es adimensional, la pérdida de energía tiene las mismas unidades.

10.4 EXPANSIÓN SÚBITA

Conforme un fluido pasa de una tubería pequeña a otra más grande a través de una expansión súbita, su velocidad disminuye de manera abrupta, lo que ocasiona turbulencia, que a su vez genera una pérdida de energía (vea la figura 10.1). La cantidad de turbulencia, y por tanto de la pérdida de energía, depende de la razón de los tamaños de las dos tuberías.

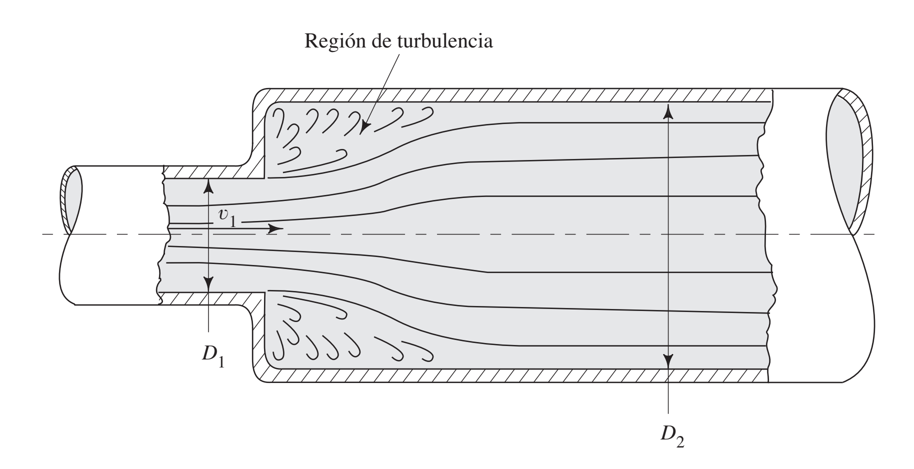


FIGURA 10.1 Expansión súbita.

La pérdida menor se calcula por medio de la ecuación

$$h_L = K(v_1^2/2g) \qquad (10\text{–}2)$$

donde v_1 es la velocidad promedio del flujo en la tubería más pequeña antes de la expansión. Las pruebas han demostrado que el valor del coeficiente de pérdida, *K*, depende tanto de la relación de los tamaños de las dos tuberías como de la magnitud de la velo-

cidad de flujo. Esto se ilustra en forma gráfica en la figura 10.2, y en forma tabular en la tabla 10.1.

Al hacer algunas suposiciones simplificadoras sobre el carácter de la corriente de flujo conforme se expande en la expansión súbita, es posible predecir de manera analítica el valor de K, con la ecuación siguiente:

$$K = [1 - (A_1/A_2)]^2 = [1 - (D_1/D_2)^2]^2 \qquad (10\text{–}3)$$

Los subíndices 1 y 2 se refieren a las secciones más pequeña y más grande, respectivamente, como se aprecia en la figura 10.1. Con esta ecuación, los valores de K concuerdan bien con los datos experimentales cuando la velocidad v_1 es aproximadamente de 1.2 m/s (4 pies/s). A velocidades mayores, los valores reales de K son más pequeños que los teóricos. Si se conoce la velocidad de flujo, se recomienda utilizar los valores experimentales.

FIGURA 10.2 Coeficiente de resistencia-expansión súbita.

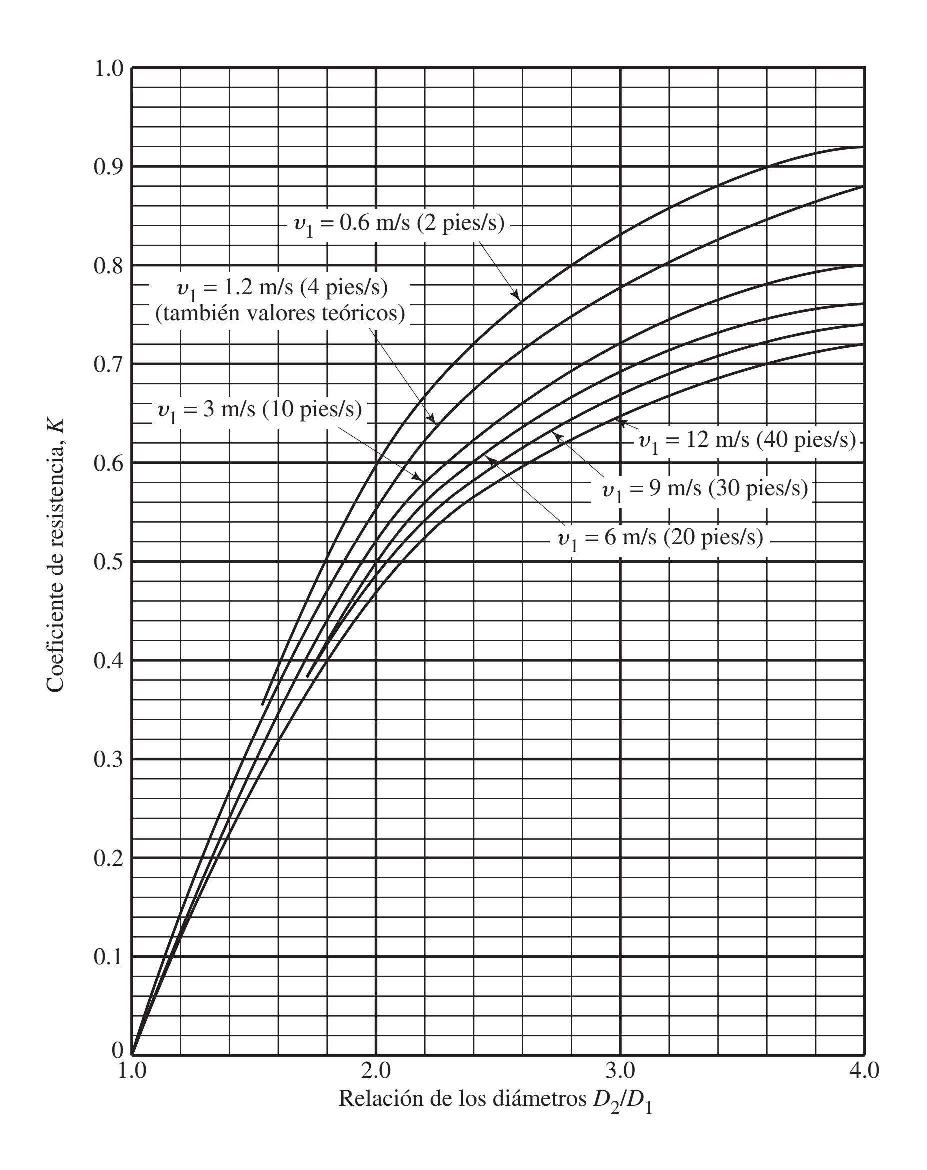


TABLA 10.1 Coeficiente de resistencia-expansión súbita.

	Velocidad v_1						
D_2/D_1	**0.6 m/s 2 pies/s**	**1.2 m/s 4 pies/s**	**3 m/s 10 pies/s**	**4.5 m/s 15 pies/s**	**6 m/s 20 pies/s**	**9 m/s 30 pies/s**	**12 m/s 40 pies/s**
1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
1.2	0.11	0.10	0.09	0.09	0.09	0.09	0.08
1.4	0.26	0.25	0.23	0.22	0.22	0.21	0.20
1.6	0.40	0.38	0.35	0.34	0.33	0.32	0.32
1.8	0.51	0.48	0.45	0.43	0.42	0.41	0.40
2.0	0.60	0.56	0.52	0.51	0.50	0.48	0.47
2.5	0.74	0.70	0.65	0.63	0.62	0.60	0.58
3.0	0.83	0.78	0.73	0.70	0.69	0.67	0.65
4.0	0.92	0.87	0.80	0.78	0.76	0.74	0.72
5.0	0.96	0.91	0.84	0.82	0.80	0.77	0.75
10.0	1.00	0.96	0.89	0.86	0.84	0.82	0.80
∞	1.00	0.98	0.91	0.88	0.86	0.83	0.81

Fuente: King, H. W. y E. F. Brater, 1963. *Handbook of Hydraulics*, 5a. ed., Nueva York: McGraw-Hill, tabla 6-7.

☐ **PROBLEMA MODELO 10.1** Determine la pérdida de energía que ocurrirá si fluyen 100 L/min de agua a través de una expansión súbita, de un tubo de cobre de 1 pulg (tipo K) a otro de 3 pulg (tipo K). Consulte en el apéndice H las dimensiones del tubo.

Solución Se empleará el subíndice 1 para la sección antes de la expansión, y el 2 para la sección que está aguas debajo de éste, con lo que obtenemos

$$D_1 = 25.3 \text{ mm} = 0.0253 \text{ m}$$
$$A_1 = 5.017 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$
$$D_2 = 73.8 \text{ mm} = 0.0738 \text{ m}$$
$$A_2 = 4.282 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$
$$v_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{100 \text{ L/min}}{5.017 \times 10^{-4} \text{ m}^2} \times \frac{1 \text{ m}^3/\text{s}}{60\,000 \text{ L/min}} = 3.32 \text{ m/s}$$
$$\frac{v_1^2}{2g} = \frac{(3.32)^2}{(2)(9.81)} \text{ m} = 0.56 \text{ m}$$

Para encontrar el valor de K se necesita la relación de los diámetros. Encontramos que

$$D_2/D_1 = 73.8/25.3 = 2.92$$

De la figura 10.2, $K = 0.72$. Entonces, tenemos

$$h_L = K(v_1^2/2g) = (0.72)(0.56 \text{ m}) = 0.40 \text{ m}$$

Este resultado indica que por cada newton de agua que fluye por la expansión súbita se disipa 0.40 N·m de energía.

El problema siguiente ilustra el cálculo de la diferencia de presiones entre los puntos 1 y 2.

☐ **PROBLEMA MODELO 10.2** Determine la diferencia entre la carga de presión antes y después de una expansión súbita. Utilice los datos del problema modelo 10.1.

Solución En primer lugar, se escribe la ecuación de la energía:

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} - h_L = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

Al despejar $p_1 - p_2$, queda

$$p_1 - p_2 = \gamma[(z_2 - z_1) + (v_2^2 - v_1^2)/2g + h_L]$$

Si la expansión es horizontal, $z_2 - z_1 = 0$. Aun si fuera vertical, es común que la distancia entre los puntos 1 y 2 sea tan pequeña que se considera despreciable. Ahora, al calcular la velocidad en el tubo más grande, obtenemos

$$v_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{100\ \text{L/min}}{4.282 \times 10^{-3}\ \text{m}^2} \times \frac{1\ \text{m}^3/\text{s}}{60\,000\ \text{L/min}} = 0.39\ \text{m/s}$$

Si $\gamma = 9.81\ \text{kN/m}^3$ para el agua y $h_L = 0.40$ m, del problema modelo 10.1, tenemos

$$p_1 - p_2 = \frac{9.81\ \text{kN}}{\text{m}^3}\left[0 + \frac{(0.39)^2 - (3.32)^2}{(2)(9.81)}\ \text{m} + 0.40\ \text{m}\right]$$
$$= -1.51\ \text{kN/m}^2 = -1.51\ \text{kPa}$$

Por tanto, p_2 es 1.51 kPa mayor que p_1. ■

10.5 PÉRDIDA EN LA SALIDA

Conforme el fluido pasa de una tubería a un depósito o tanque grande, como se muestra en la figura 10.3, su velocidad disminuye hasta casi cero. En el proceso se disipa la energía cinética que el fluido tenía en la tubería, indicada por la carga de $v_1^2/2g$. Por tanto, la energía perdida por esta condición es

$$h_L = 1.0(v_1^2/2g) \tag{10–4}$$

A ésta se le denomina *pérdida en la salida*. El valor de $K = 1.0$ se emplea sin que importe la forma de la salida en el lugar donde el tubo se conecta a la pared del tanque.

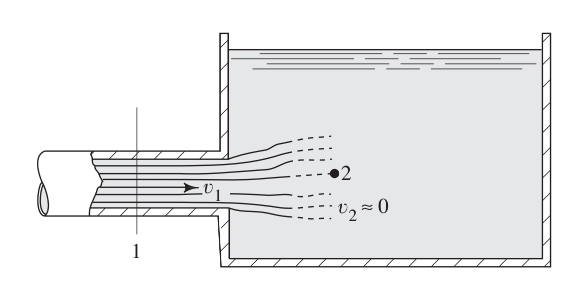


FIGURA 10.3 Pérdida en la salida conforme el fluido pasa de una tubería a un depósito estático.

FIGURA 10.4 Expansión gradual.

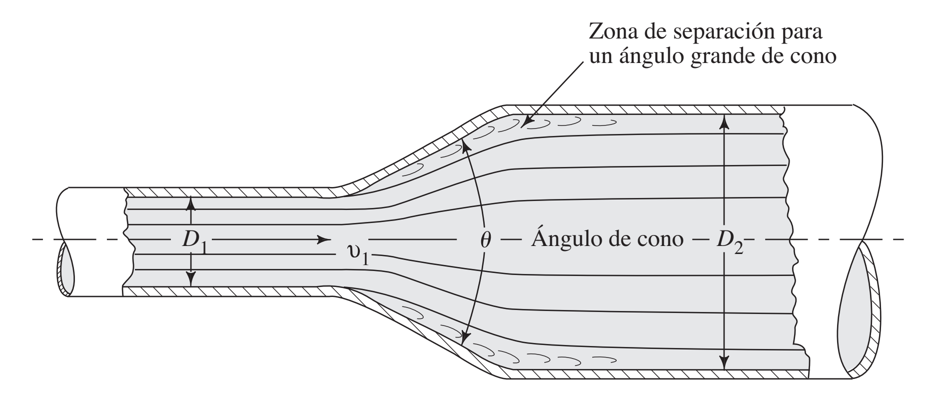


FIGURA 10.5 Coeficiente de resistencia-expansión gradual.

Coeficiente de resistencia, K

0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0

60°
40°
30°
20°, ángulo de cono
15°
10°
2°

1.0 2.0 3.0 4.0

Coeficiente de resistencia, D_2/D_1

☐ **PROBLEMA MODELO 10.3** Determine la pérdida de energía que ocurre conforme circulan 100 L/min de agua, de un tubo de cobre de 1 pulg (tipo K) a un tanque más grande.

Solución Con la ecuación (10-4), tenemos

$$h_L = 1.0(v_1^2/2g)$$

De los cálculos del problema modelo 10.1, sabemos que

$$v_1 = 3.32 \text{ m/s}$$

$$v_1^2/2g = 0.56 \text{ m}$$

Entonces, la pérdida de energía es

$$h_L = (1.0)(0.56 \text{ m}) = 0.56 \text{ m}$$

■

10.6 EXPANSIÓN GRADUAL

Si es posible hacer que la transición de una tubería pequeña a otro más grande sea menos abrupta que aquella que se logra con una expansión súbita con aristas afiladas, la pérdida de energía se reduce. Es normal que esto se lleve a cabo al colocar una sección cónica entre las dos tuberías, como se ilustra en la figura 10.4. Las paredes pendientes del cono tienden a guiar el fluido durante la desaceleración y expansión de la corriente de flujo. Por tanto, conforme el ángulo del cono disminuye, se reduce el tamaño de la zona de separación y la cantidad de turbulencia.

La pérdida de energía para una expansión gradual se calcula con la ecuación

$$h_L = K(v_1^2/2g) \qquad (10\text{–}5)$$

donde v_1 es la velocidad en la tubería más pequeña antes de la expansión. La magnitud de K depende tanto de la relación de diámetros D_2/D_1 como del ángulo del cono θ. En la figura 10.5 y en la tabla 10.2 aparecen varios valores de θ y D_2/D_1.

TABLA 10.2 Coeficiente de resistencia-expansión gradual.

	Ángulo del cono θ											
D_2/D_1	2°	6°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°	50°	60°
1.1	0.01	0.01	0.03	0.05	0.10	0.13	0.16	0.18	0.19	0.20	0.21	0.23
1.2	0.02	0.02	0.04	0.09	0.16	0.21	0.25	0.29	0.31	0.33	0.35	0.37
1.4	0.02	0.03	0.06	0.12	0.23	0.30	0.36	0.41	0.44	0.47	0.50	0.53
1.6	0.03	0.04	0.07	0.14	0.26	0.35	0.42	0.47	0.51	0.54	0.57	0.61
1.8	0.03	0.04	0.07	0.15	0.28	0.37	0.44	0.50	0.54	0.58	0.61	0.65
2.0	0.03	0.04	0.07	0.16	0.29	0.38	0.46	0.52	0.56	0.60	0.63	0.68
2.5	0.03	0.04	0.08	0.16	0.30	0.39	0.48	0.54	0.58	0.62	0.65	0.70
3.0	0.03	0.04	0.08	0.16	0.31	0.40	0.48	0.55	0.59	0.63	0.66	0.71
∞	0.03	0.05	0.08	0.16	0.31	0.40	0.49	0.56	0.60	0.64	0.67	0.72

Fuente: King, H.W. y E. F. Brater. 1963. *Handbook of Hydraulics*, 5a. ed., Nueva York: McGraw-Hill, tabla 6-8.

La pérdida de energía calculada con la ecuación (10-5) no incluye la pérdida por la fricción en las paredes de la transición. Para ángulos de cono relativamente eleva dos, la longitud de la transición es corta y por tanto la fricción con la pared es despreciable. Sin embargo, conforme disminuye el ángulo del cono, la longitud de la transición aumenta y la fricción con la pared se vuelve significativa. Al tomar en cuenta tanto la pérdida por fricción con la pared como la que se debe a la expansión, se obtiene la pérdida mínima de energía con un ángulo de cono de 7 ° aproximadamente.

☐ **PROBLEMA MODELO 10.4** Determine la pérdida de energía que ocurrirá cuando fluyan 100 L/min de agua, de un tubo de cobre (tipo K) de 1 pulg a otro similar, pero de 3 pulg, a través de una expansión gradual que incluye un ángulo de cono de 30 °.

Solución Con los datos del apéndice H y los resultados de ciertos cálculos del problema modelo anterior, sabemos que

$$v_1 = 3.32 \text{ m/s}$$

$$v_1^2/2g = 0.56 \text{ m}$$

$$D_2/D_1 = 73.8/25.3 = 2.92$$

En la figura 10.5 encontramos que $K = 0.48$. Entonces, tenemos

$$h_L = K(v_1^2/2g) = (0.48)(0.56 \text{ m}) = 0.27 \text{ m}$$

En comparación con la expansión súbita descrita en el problema modelo 10.2, la pérdida de energía disminuye 33% cuando se emplea una expansión gradual de 30 °.

■

Difusor

Otro término para denominar una expansión es el de *difusor*. La función de un difusor es convertir la energía cinética (representada por carga de velocidad $v^2/2g$) a energía de presión (representada por la carga de presión p/γ), desacelerando el fluido conforme circula de la tubería más pequeña a la más grande. El difusor puede ser súbito o gradual, pero el término se usa sobre todo para describir una expansión gradual.

Un difusor ideal es aquél en el que no se pierde energía cuando el fluido desacelera. Por supuesto, ningún difusor funciona de manera ideal. Si así fuera, la presión teórica máxima después de la expansión se calcularía con la ecuación de Bernoulli,

$$p_1/\gamma + z_1 + v_1^2/2g = p_2/\gamma + z_2 + v_2^2/2g$$

Si el difusor se encuentra en un plano horizontal, los términos de la elevación se cancelan. Entonces, el incremento de presión a través del difusor ideal es

⇨ RECUPERACIÓN DE LA PRESIÓN-DIFUSOR IDEAL

$$\Delta p = p_2 - p_1 = \gamma(v_1^2 - v_2^2)/2g$$

Con frecuencia, a ésta se le da el nombre de *presión de recuperación*.

En un *difusor real*, las pérdidas de energía sí ocurren, y debe utilizarse la ecuación de la energía:

$$p_1/\gamma + z_1 + v_1^2/2g - h_L = p_2/\gamma + z_2 + v_2^2/2g$$

El incremento de la presión se convierte en

$$\Delta p = p_2 - p_1 = \gamma[(v_1^2 - v_2^2)/2g - h_L]$$

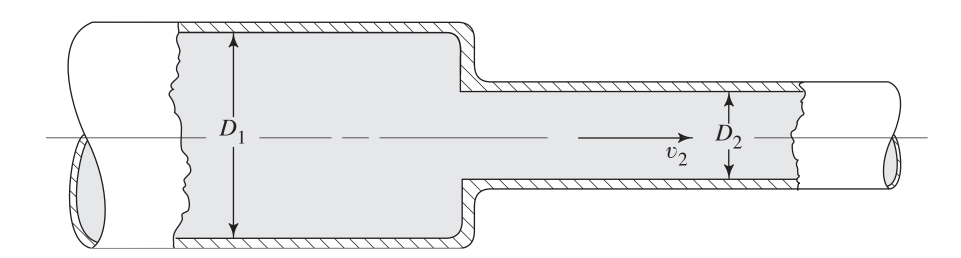


FIGURA 10.6 Contracción súbita.

La pérdida de energía se calcula con los datos y procedimientos de esta sección. La relación de la recuperación de la presión del difusor real a la del difusor ideal, es una medida de la efectividad del difusor.

10.7 CONTRACCIÓN SÚBITA

La pérdida de energía debida a una contracción súbita, como la que se ilustra en la figura 10.6, se calcula por medio de

$$h_L = K(v_2^2/2g) \tag{10–6}$$

donde v_2 es la velocidad en la tubería pequeña aguas abajo de la contracción. El coeficiente de resistencia K depende de la relación de los tamaños de las dos tuberías y de la velocidad de flujo, como se muestra en la figura 10.7 y en la tabla 10.3.

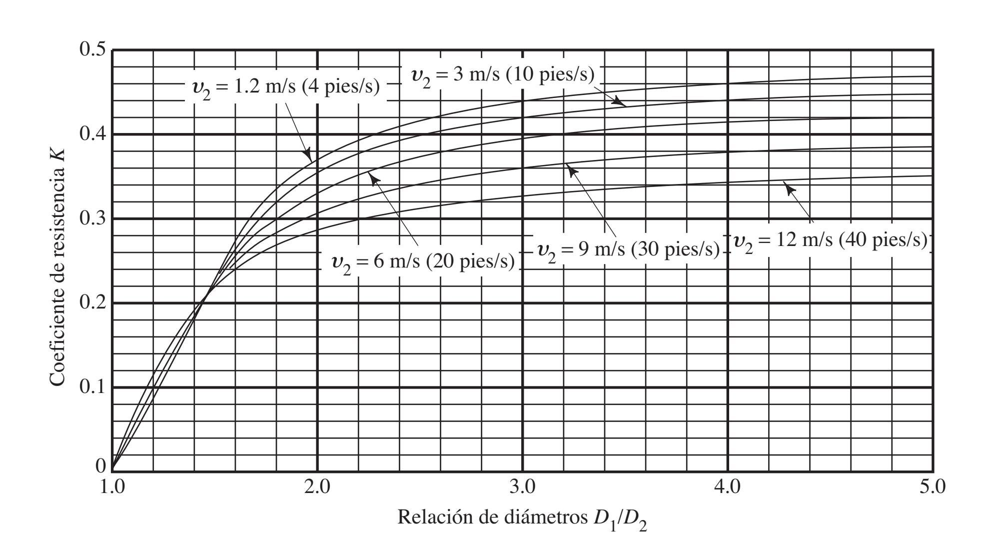


FIGURA 10.7 Coeficiente de resistencia-contracción súbita.

Es muy complejo el mecanismo por el cual se pierde la energía debido a una contracción súbita. La figura 10.8 muestra lo que pasa conforme la corriente de fluido converge. En la ilustración, las líneas representan las trayectorias de varias partes del flujo a las que se denomina *líneas de corriente*. Conforme las líneas de corriente se acercan a la contracción, adoptan una trayectoria curva y durante cierta distancia la corriente en su conjunto sigue después del angostamiento. Así, la sección transversal mínima efectiva del flujo es más pequeña que la de la tubería menor. La sección en que ocurre esta área mínima de flujo se denomina *vena contracta*. Después de la vena contracta, la corriente debe desacelerar y expandirse de nuevo para llenar la tubería. La turbulencia que ocasionan la contracción y la expansión subsecuente es lo que genera la pérdida de energía.

TABLA 10.3 Coeficiente de resistencia-contracción súbita.

	Velocidad v_2								
D_1/D_2	0.6 m/s 2 pies/s	1.2 m/s 4 pies/s	1.8 m/s 6 pies/s	2.4 m/s 8 pies/s	3 m/s 10 pies/s	4.5 m/s 15 pies/s	6 m/s 20 pies/s	9 m/s 30 pies/s	12 m/s 40 pies/s
1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
1.1	0.03	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.05	0.05	0.06
1.2	0.07	0.07	0.07	0.07	0.08	0.08	0.09	0.10	0.11
1.4	0.17	0.17	0.17	0.17	0.18	0.18	0.18	0.19	0.20
1.6	0.26	0.26	0.26	0.26	0.26	0.25	0.25	0.25	0.24
1.8	0.34	0.34	0.34	0.33	0.33	0.32	0.31	0.29	0.27
2.0	0.38	0.37	0.37	0.36	0.36	0.34	0.33	0.31	0.29
2.2	0.40	0.40	0.39	0.39	0.38	0.37	0.35	0.33	0.30
2.5	0.42	0.42	0.41	0.40	0.40	0.38	0.37	0.34	0.31
3.0	0.44	0.44	0.43	0.42	0.42	0.40	0.39	0.36	0.33
4.0	0.47	0.46	0.45	0.45	0.44	0.42	0.41	0.37	0.34
5.0	0.48	0.47	0.47	0.46	0.45	0.44	0.42	0.38	0.35
10.0	0.49	0.48	0.48	0.47	0.46	0.45	0.43	0.40	0.36
∞	0.49	0.48	0.48	0.47	0.47	0.45	0.44	0.41	0.38

Fuente: King, H. W. y E. F. Brater, 1963. *Handbook of Hydraulics*, 5a. ed., Nueva York: McGraw-Hill, tabla 6-9.

Al comparar los valores para los coeficientes de pérdida en el caso de la contracción súbita (figura 10.7), con los de expansiones súbitas (figura 10.2), se observa que la pérdida de energía en la primera es algo más pequeña. En general, la aceleración de un fluido causa menos turbulencia que la desaceleración, para una relación dada de cambio de diámetro.

☐ **PROBLEMA MODELO 10.5** Determine la pérdida de energía que ocurre cuando 100 L/min de agua circulan de un tubo de cobre de 3 pulg (tipo K) a otro de 1 pulg (tipo K) a través de una contracción súbita.

Solución De la ecuación (10-6), tenemos

$$h_L = K(v_2^2/2g)$$

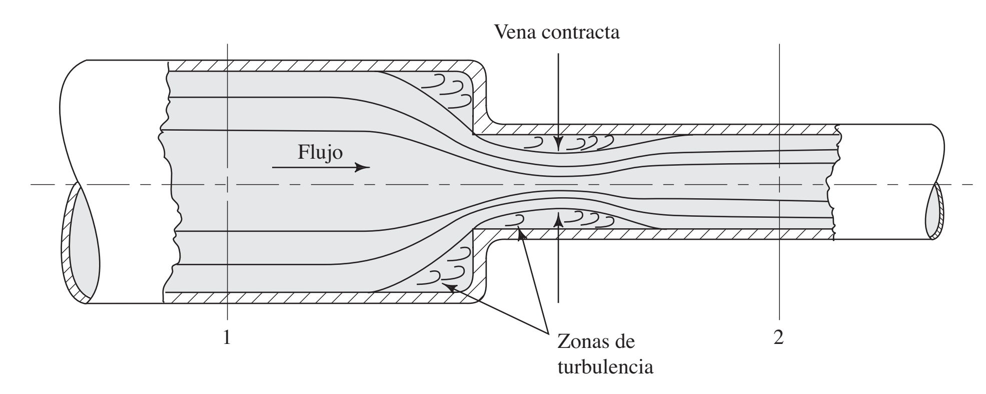


FIGURA 10.8 Vena contracta que se forma en una contracción súbita.

Para el tubo de cobre, se sabe que $D_1 = 73.8$ mm, $D_2 = 25.3$ mm y $A_2 = 5.017 \times 10^{-4}\ \text{m}^2$. Entonces, podemos encontrar los valores siguientes:

$$D_1/D_2 = 73.8/25.3 = 2.92$$

$$v_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{100\ \text{L/min}}{5.017 \times 10^{-4}\ \text{m}^2} \times \frac{1\ \text{m}^3/\text{s}}{60\,000\ \text{L/min}} = 3.32\ \text{m/s}$$

$$v_2^2/2g = 0.56\ \text{m}$$

De la figura 10.7, encontramos que $K = 0.42$. Con esto, tenemos

$$h_L = K(v_2^2/2g) = (0.42)(0.56\ \text{m}) = 0.24\ \text{m}$$

■

10.8 CONTRACCIÓN GRADUAL

La pérdida de energía en una contracción puede disminuir en forma sustancial si la contracción se hace más gradual. La figura 10.9 muestra tal contracción, formada por una sección cónica entre los dos diámetros, con bordes afilados en las uniones. El ángulo θ se denomina *ángulo del cono*.

La figura 10.10 muestra los datos (de la referencia 8) para el coeficiente de resistencia versus la relación de diámetros para distintos valores del ángulo del cono. La pérdida de energía se calcula con la ecuación (10-6), donde el coeficiente de resistencia se basa en la carga de velocidad en un tubo más pequeño después de la contracción. Estos datos son para números de Reynolds mayores que 1.0×10^5. Observe que para ángulos en el rango de 15° a 40°, $K = 0.05$ o menos, un valor pequeño. Para ángulos hasta de 60°, K es menor que 0.08.

Conforme el ángulo del cono de la contracción disminuye a menos de 15°, el coeficiente de resistencia en realidad se incrementa, como se aprecia en la figura 10.11. La razón es que los datos incluyen los efectos, tanto de la turbulencia local que ocasiona la separación del flujo como los de la fricción con el tubo. Para ángulos del cono más pequeños, la transición entre los dos diámetros es muy larga, lo que aumenta las pérdidas por fricción.

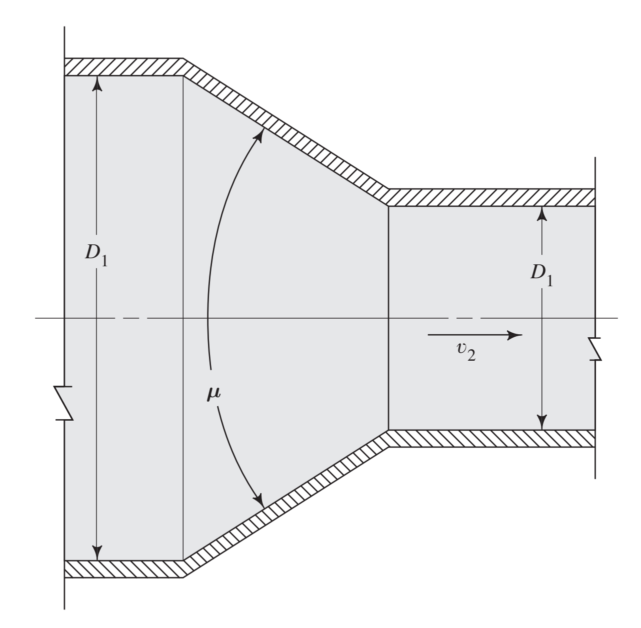


FIGURA 10.9 Contracción gradual.

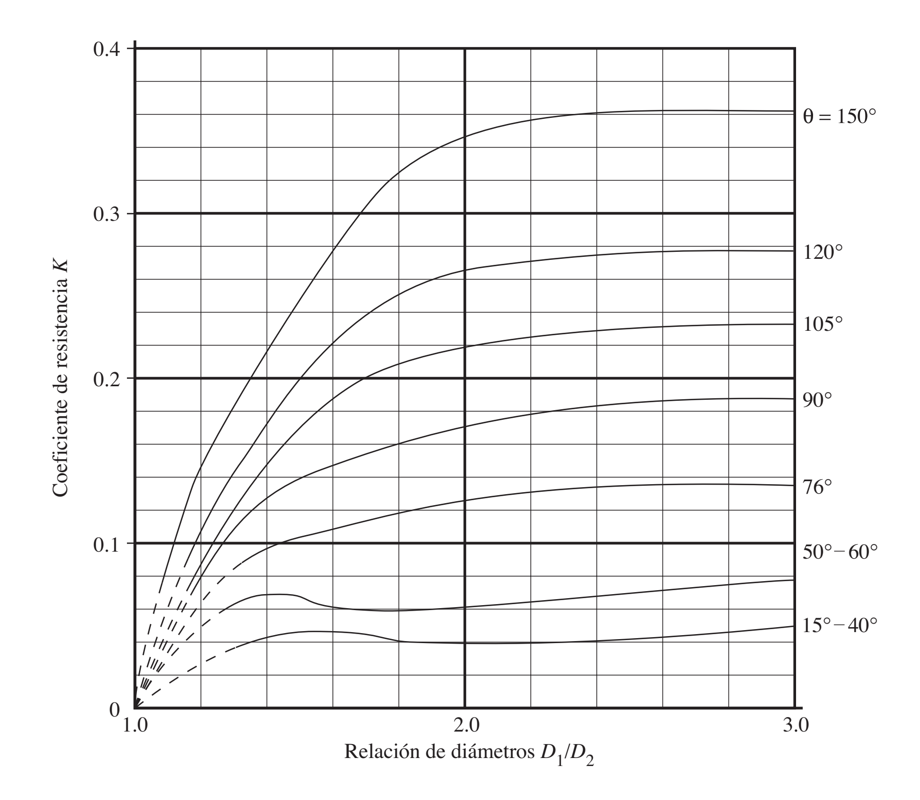


FIGURA 10.10 Coeficiente de resistencia-contracción gradual con $\theta \geq 15°$.

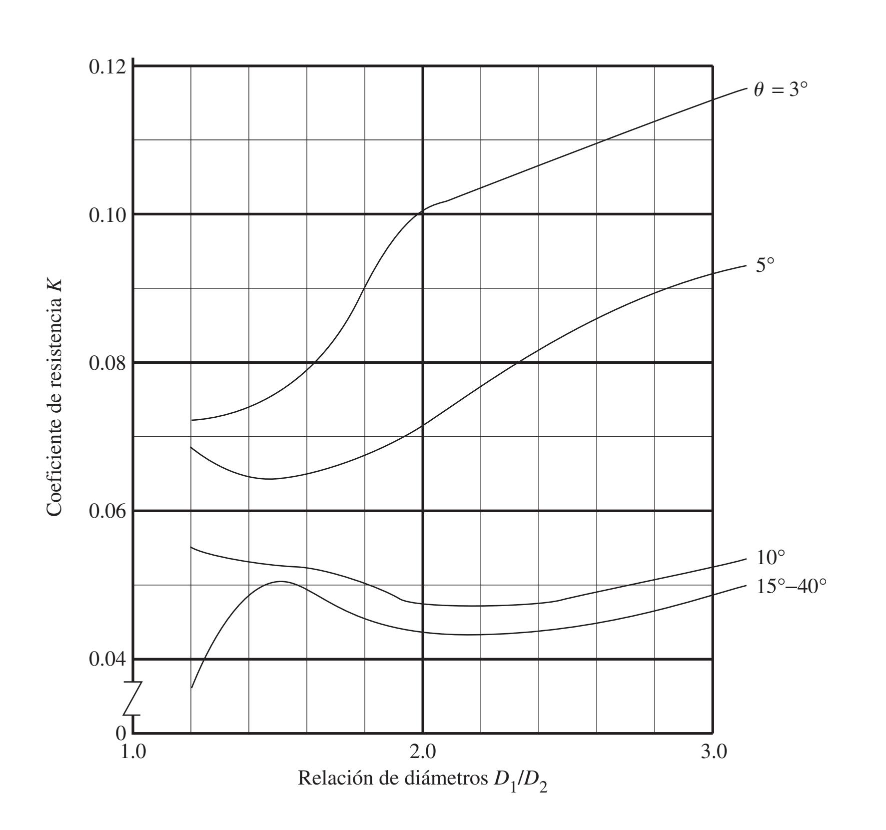


FIGURA 10.11 Coeficiente de resistencia-contracción gradual con $\theta < 15°$.

Si se redondea el extremo de la transición cónica para que se ajuste al tubo más pequeño, disminuye el coeficiente de resistencia y se abaten los valores mostrados en la figura 10.10. Por ejemplo, en la figura 10.12, que muestra una contracción con un ángulo de 120° y $D_1/D_2 = 2.0$, el valor de K disminuye de 0.27 a 0.10, aproximadamente, con una relación de sólo $0.05(D_2)$, donde D_2 es el diámetro interior del tubo más chico.

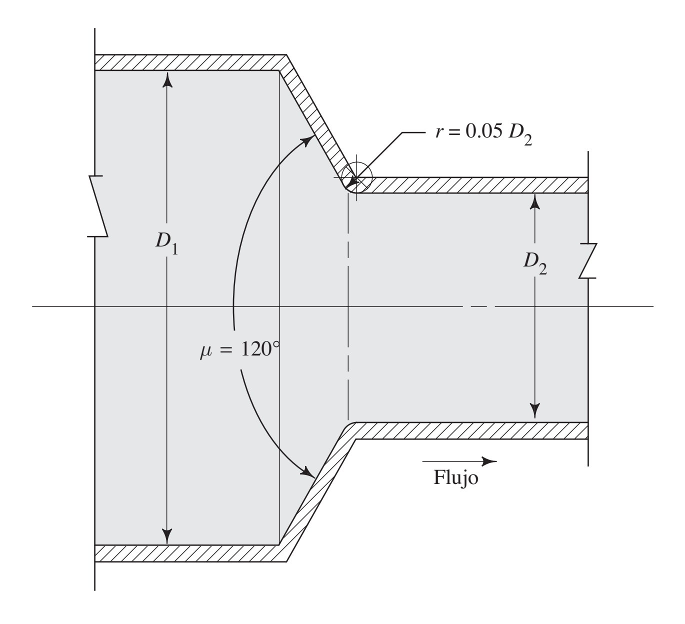


FIGURA 10.12 Contracción gradual con un extremo redondeado en el diámetro pequeño.

10.9 PÉRDIDA EN LA ENTRADA

Un caso especial de contracción sucede cuando un fluido se mueve de un depósito o tanque relativamente grande hacia una tubería. El fluido debe acelerar desde una velocidad despreciable a la velocidad de flujo en la tubería. La facilidad con que la aceleración se lleva a cabo determina la cantidad de la pérdida de energía y, por tanto, el valor del coeficiente de resistencia de la entrada depende de la geometría de ésta.

La figura 10.13 muestra cuatro configuraciones diferentes y el valor sugerido de K para cada una. Las líneas de corriente ilustran el movimiento del fluido dentro de la tubería y muestran que la turbulencia asociada con la formación de una vena contracta en la tubería es la causa principal de la pérdida de energía. Esta condición es más severa para la entrada que se proyecta hacia dentro, por lo que se recomienda un valor de $K = 1.0$, para resolver los problemas que se presentan en este libro. La referencia número 2 recomienda un valor de $K = 0.78$. En la referencia 8 se da una estimación más precisa del coeficiente de resistencia para una entrada que se proyecte hacia dentro. Para una *entrada bien redondeada con* $r/D_2 > 0.15$, no se forma vena contracta, la pérdida de energía es muy pequeña y se utiliza $K = 0.04$.

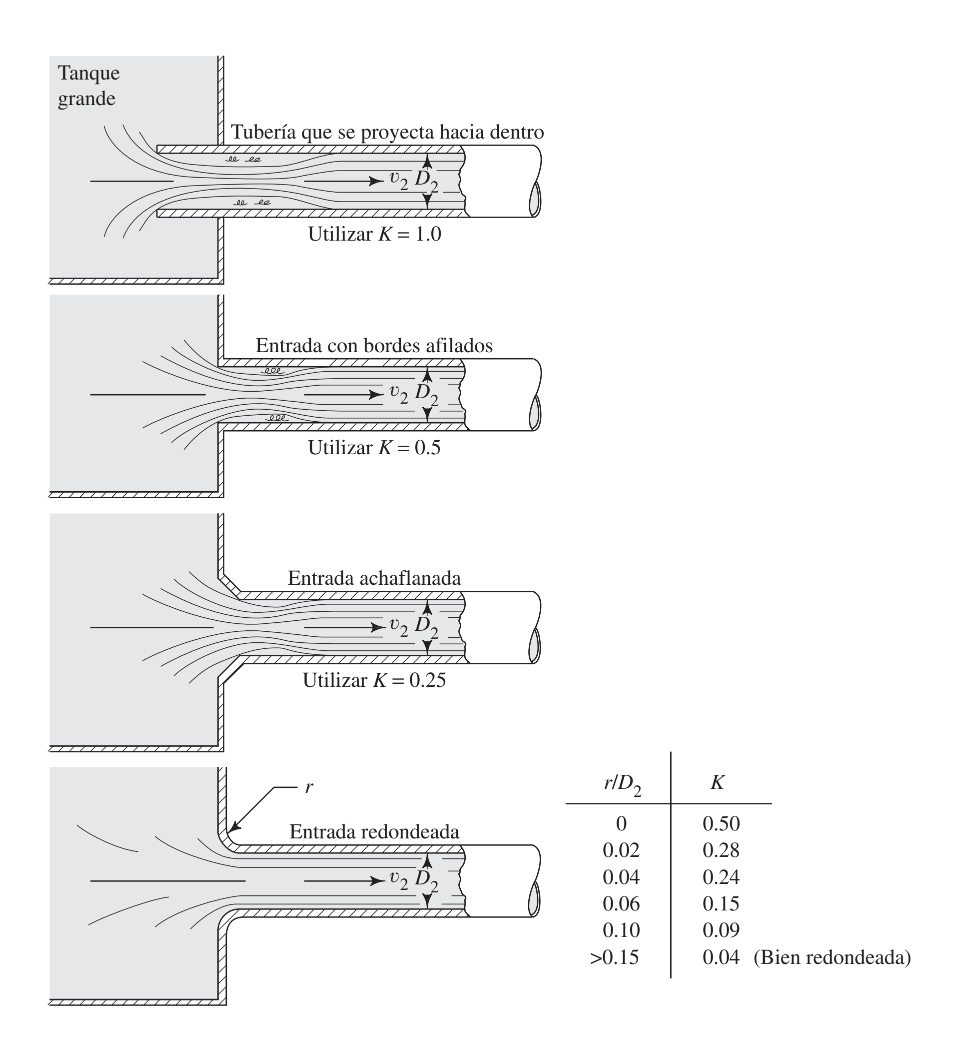
En resumen, después de seleccionar un valor para el coeficiente de resistencia por medio de la figura 10.13, podemos calcular la pérdida de energía en la entrada con la ecuación

$$h_L = K(v_2^2/2g) \qquad (10\text{–}7)$$

donde v_2 es la velocidad del flujo en el tubo.

☐ PROBLEMA MODELO 10.6

Determine la pérdida de energía que tiene lugar cuando fluyen 100 L/min de agua, de un depósito a un tubo de cobre de 1 pulg (tipo K), (a) a través de una tubería que se proyecta hacia dentro del almacenamiento y (b) por una entrada bien redondeada.



r/D_2	K
0	0.50
0.02	0.28
0.04	0.24
0.06	0.15
0.10	0.09
>0.15	0.04 (Bien redondeada)

FIGURA 10.13 Coeficientes de resistencia de entradas.

Solución Parte (a): Para el tubo, $D_2 = 25.3$ mm y $A_2 = 5.017 \times 10^{-4}$ m^2. Por tanto, tenemos

$$v_2 = Q/A_2 = 3.32 \text{ m/s} \qquad \text{(del problema modelo 10.1)}$$

$$v_2^2/2g = 0.56 \text{ m}$$

Para una entrada que se proyecta hacia dentro, $K = 1.0$. Entonces, tenemos

$$h_L = (1.0)(0.56 \text{ m}) = 0.56 \text{ m}$$

Parte (b): Para una entrada bien redondeada, $K = 0.04$. Entonces, tenemos

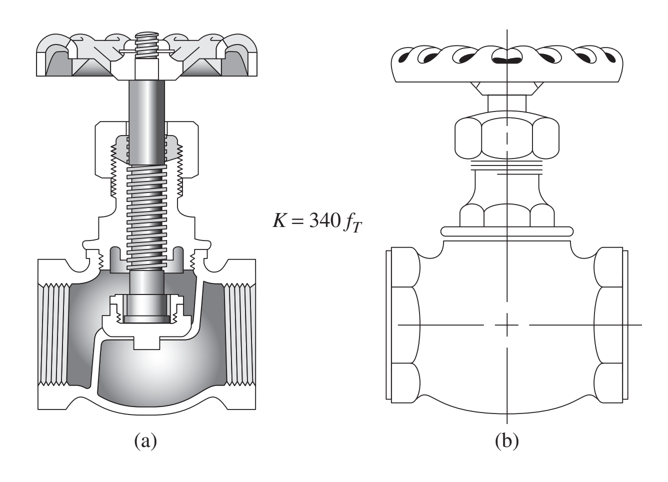
$$h_L = (0.04)(0.56 \text{ m}) = 0.02 \text{ m}$$

■

10.10 COEFICIENTES DE RESISTENCIA PARA VÁLVULAS Y ACOPLAMIENTOS

Disponemos de muchas clases de válvulas y acoplamientos (accesorios) de distintos fabricantes, para cumplir las especificaciones de las instalaciones de sistemas de circulación de fluidos. Las válvulas se emplean para controlar la cantidad de fluido; pueden ser de globo, ángulo, compuerta, mariposa, cualquiera de varios tipos de válvulas de verificación y muchas más. Para ver algunos ejemplos, consulte las figuras 10.14 a 10.21. Los acopla-

FIGURA 10.14 Válvula de globo. (Fuente: Crane Valves, Signal Hill, CA.)



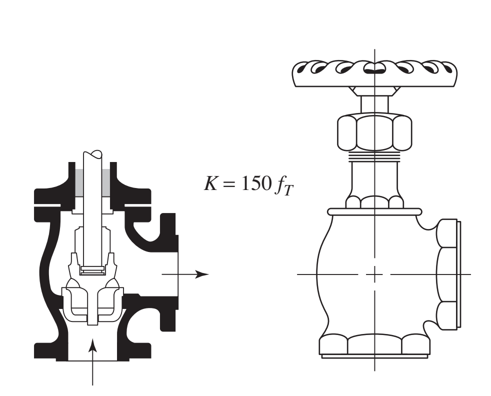


FIGURA 10.15 Válvula de ángulo. (Fuente: Crane Valves, Signal Hill, CA.)

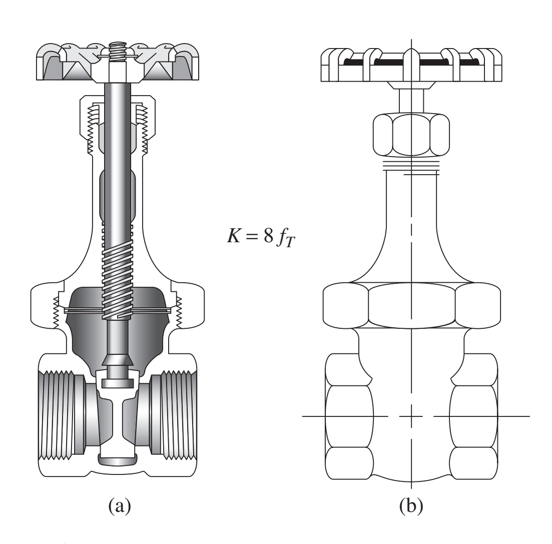
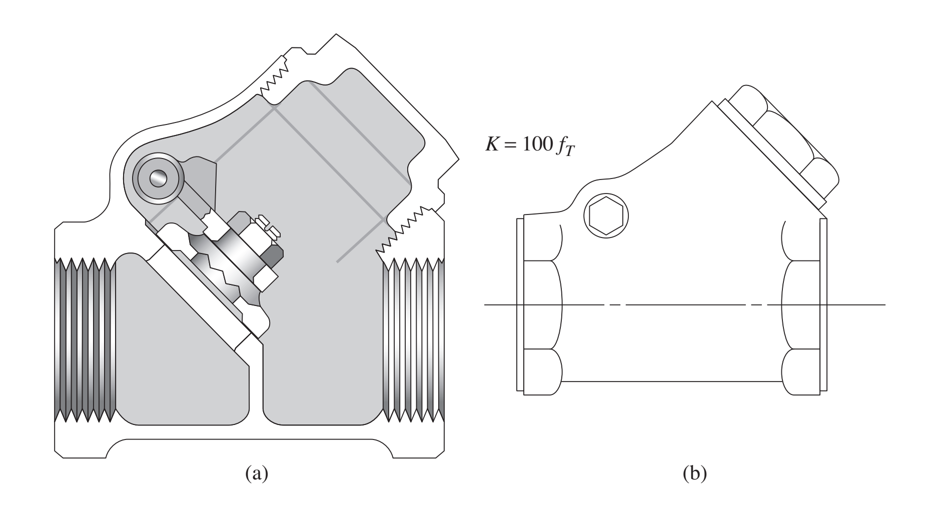


FIGURA 10.16 Válvula de compuerta. (Fuente: Crane Valves, Signal Hill, CA.)

FIGURA 10.17 Válvula de verificación-tipo giratorio. (Fuente: Crane Valves, Signal Hill, CA.)



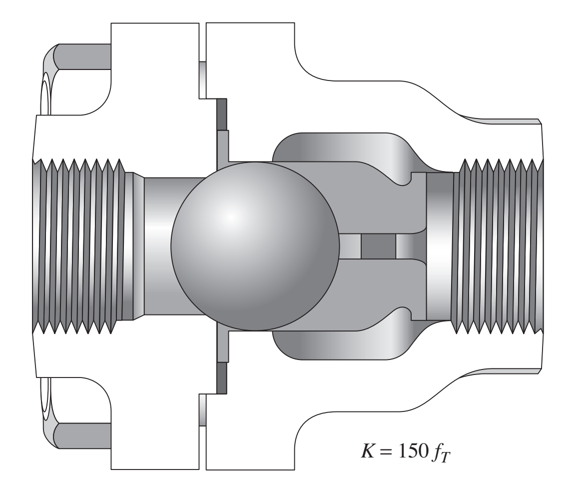


FIGURA 10.18 Válvula de verificación-tipo bola. (Fuente: Crane Valves, Signal Hill, CA.)

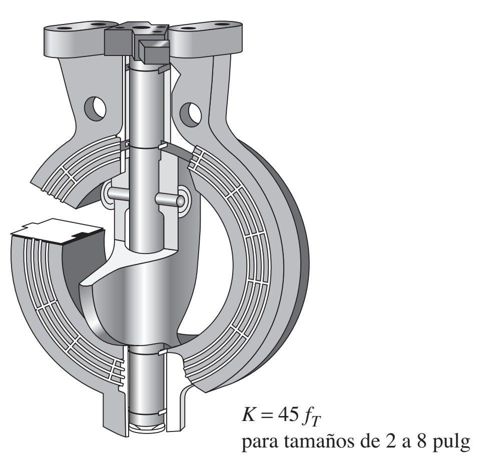


FIGURA 10.19 Válvula de mariposa. (Fuente: Crane Valves, Signal Hill, CA.)

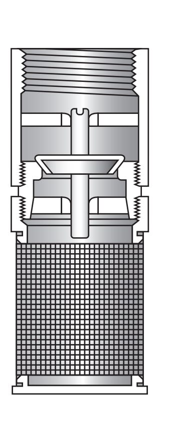


FIGURA 10.20 Válvula de pie con alcachofa (colador) tipo disco de vástago. (Fuente: Crane Valves, Signal Hill, CA.)

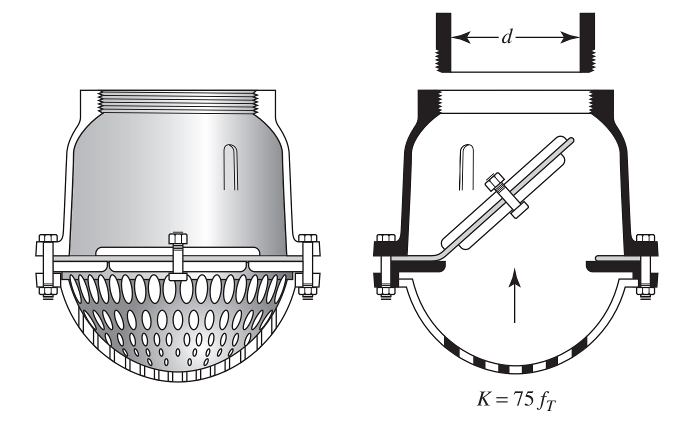


FIGURA 10.21 Válvula de pie con alcachofa (colador) tipo disco de bisagra. (Fuente: Crane Valves, Signal Hill, CA.)

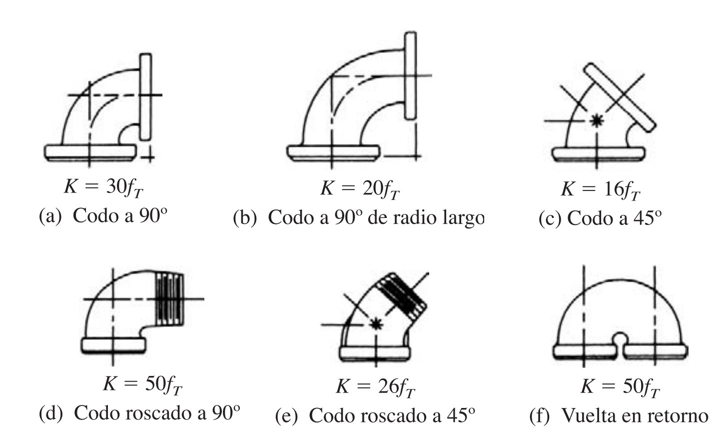


FIGURA 10.22 Codos de tubería. (Fuente: Crane Valves, Signal Hill, CA.)

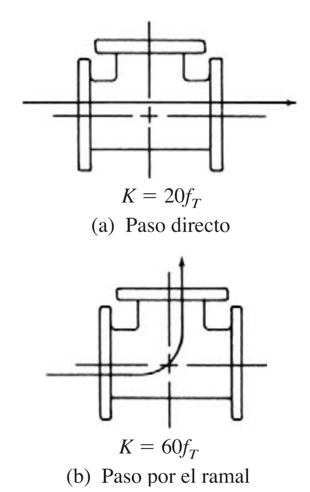


FIGURA 10.23 Tes estándar. (Fuente: Crane Valves, Signal Hill, CA.)

mientos dirigen la trayectoria del flujo o hacen que cambie su tamaño. Incluyen codos de varios diseños, tes, reductores, boquillas y orificios. Vea las figuras 10.22 y 10.23.

Es importante determinar los datos de resistencia para el tipo particular y tamaño elegidos, porque aquélla depende de la geometría de la válvula o accesorio de acoplamiento. Asimismo, los distintos fabricantes reportan los datos de diferentes formas.

Tomamos los datos aquí plasmados de la referencia número 2, que incluye una lista extensa. Consulte también el sitio 1 de Internet.

La pérdida de energía que tiene lugar cuando el fluido circula por una válvula o acoplamiento se calcula con la ecuación (10-1), como ya se estudió para las pérdidas menores. Sin embargo, el método para determinar el coeficiente de resistencia K es diferente. El valor de K se reporta en la forma

$$K = (L_e/D)f_T \quad \textbf{(10–8)}$$

En la tabla 10.4 presentamos el valor L_e/D, llamado relación de longitud equivalente, y se considera constante para un tipo dado de válvula o acoplamiento. El valor de L_e se denomina longitud equivalente, y es la longitud de una tubería recta del mismo diámetro nominal que el de la válvula, la cual tendría la misma resistencia que ésta. El término D es el diámetro interior real de la tubería.

El término f_T es el factor de fricción en la tubería a la que está conectada la válvula o acoplamiento, *que se da por hecho está en la zona de turbulencia completa*. Observe en la figura 8.6, el diagrama de Moody, que la zona de turbulencia completa se encuentra en el área del extremo derecho, donde el factor de fricción es independiente del número de Reynolds. La línea punteada que en general cruza en diagonal el diagrama, divide la zona de turbulencia completa de la zona de transición, que está a la izquierda.

Los valores para f_T varían según el tamaño de la tubería y la válvula, lo que hace que el valor del coeficiente de resistencia K también varíe. La tabla 10.5 presenta una lista de los valores de f_T para tamaños estándar de tubería de acero comercial, nueva y limpia.

Algunos diseñadores de sistemas prefieren calcular la longitud equivalente de tubería para una válvula y combinar dicho valor con la longitud real de tubo. De la ecuación (10-8) se despeja L_e:

$$L_e = KD/f_T \quad \textbf{(10–9)}$$

TABLA 10.4 Resistencia de válvulas y acoplamientos, expresada como longitud equivalente en diámetros de tubería L_e/D.

Tipo	Longitud equivalente en diámetros de tubería L_e/D
Válvula de globo—abierta por completo	340
Válvula de ángulo—abierta por completo	150
Válvula de compuerta—abierta por completo	8
—¾ abierta	35
—½ abierta	160
—¼ abierta	900
Válvula de verificación—tipo giratorio	100
Válvula de verificación—tipo bola	150
Válvula de mariposa—abierta por completo, 2 a 8 pulg	45
—10 a 14 pulg	35
—16 a 24 pulg	25
Válvula de pie—tipo disco de vástago	420
Válvula de pie—tipo disco de bisagra	75
Codo estándar a 90°	30
Codo a 90° de radio largo	20
Codo roscado a 90°	50
Codo estándar a 45°	16
Codo roscado a 45°	26
Vuelta cerrada en retorno	50
Te estándar—con flujo directo	20
—con flujo en el ramal	60

Fuente: Crane Valves, Signal Hill, CA.

También podemos calcular $L_e = (L_e/D)D$. Sin embargo, observe que esto sólo sería válido si el flujo en la tubería estuviera en la zona de turbulencia completa.

Si la tubería estuviera hecha de un material diferente de acero comercial, nueva y limpia, sería necesario calcular la rugosidad relativa D/ϵ, y después usar el diagrama de Moody para determinar el factor de fricción en la zona de turbulencia completa.

TABLA 10.5 Factor de fricción en la zona de turbulencia completa para tubería de acero comercial, nueva y limpia.

Tamaño nominal de la tubería (pulg)	Factor de fricción f_T	Tamaño nominal de la tubería (pulg)	Factor de frición f_T
½	0.027	3½, 4	0.017
¾	0.025	5	0.016
1	0.023	6	0.015
1¼	0.022	8–10	0.014
1½	0.021	12–16	0.013
2	0.019	18–24	0.012
2½, 3	0.018		

Procedimiento para calcular la pérdida de energía que causan las válvulas y accesorios de acoplamientos, por medio de la ecuación (10-8)

1. En la tabla 10.4, encontrar L_e/D para la válvula o acoplamiento.

2a. *Si la tubería es de acero nueva y limpia:*

En la tabla 10.5, encontrar f_T.

2b. *Para tubo de otros materiales:*

Con la tabla 8.2, determinar la rugosidad ϵ del tubo
Calcular D/ϵ.
Emplear el diagrama de Moody, figura 8.6, para determinar f_T en la zona de turbulencia completa.

3. Calcular $K = f_T(L_e/D)$.

4. Calcular $h_L = K(v_p^2/2g)$, donde v_p es la velocidad en el tubo.

☐ **PROBLEMA MODELO 10.7** Determine el coeficiente de resistencia K para una válvula de globo abierta por completo, colocada en una tubería de acero de 6 pulg cédula 40.

Solución En la tabla 10.4 encontramos que la relación de longitud equivalente L_e/D para una válvula de globo abierta por completo es de 340. En la tabla 10.5 vemos que para una tubería de 6 pulg, $f_T = 0.015$. Entonces,

$$K = (L_e/D)f_T = (340)(0.015) = 5.10$$

Con $D = 0.5054$ pies para el tubo, encontramos la longitud equivalente

$$L_e = K\,D/f_T = (5.10)(0.5054\text{ pie})/(0.015) = 172\text{ pies}$$

O bien,

$$L_e = (L_e/D)D = (340)(0.5054\text{ pie}) = 172\text{ pies}$$

☐ **PROBLEMA MODELO 10.8** Calcule la caída de presión a través de una válvula de globo abierta por completo, situada en una tubería de acero de 4 pulg cédula 40, por la que circulan 400 gal/min de aceite (sg = 0.87).

Solución En la figura 10.24 se presenta un diagrama de la instalación. Para determinar la caída de presión, debe escribirse la ecuación de la energía para el flujo entre los puntos 1 y 2:

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} - h_L = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

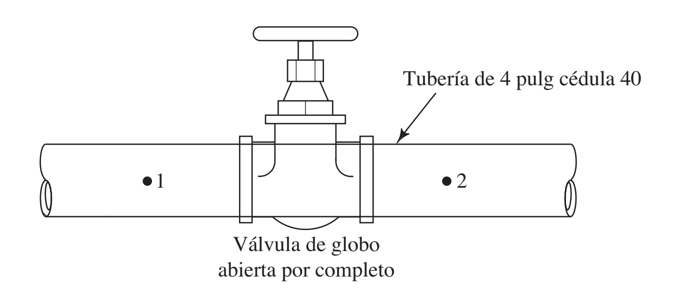


FIGURA 10.24 Válvula de globo para el problema modelo 10.8.

La energía que se pierde, h_L, es la pérdida menor debida a la válvula, solamente. La caída de presión es la diferencia entre p_1 y p_2. Al despejar de la ecuación de la energía esta diferencia, queda

$$p_1 - p_2 = \gamma\left[(z_2 - z_1) + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} + h_L\right]$$

Pero $z_1 = z_2$, y $v_1 = v_2$. Entonces, tenemos

$$p_1 - p_2 = \gamma h_L$$

Se emplea la ecuación (10-1) para determinar h_L:

$$h_L = K \times \frac{v^2}{2g} = f_T \times \frac{L_e}{D} \times \frac{v^2}{2g}$$

La v es la velocidad promedio del flujo en la tubería de 4 pulg. Para la tubería, $D = 0.3355$ pie y $A = 0.0884$ pie^2. Entonces, tenemos

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{400\text{ gal/min}}{0.0884\text{ pie}^2} \times \frac{1\text{ pie}^3\text{/s}}{449\text{ gal/min}} = 10.08\text{ pies/s}$$

En la tabla 10.5, encontramos que para una tubería de 4 pulg, $f_T = 0.017$. Para la válvula de globo, $L_e/D = 340$. Entonces,

$$K = f_T\frac{L_e}{D} = (0.017)(340) = 5.78$$

$$h_L = K \times \frac{v^2}{2g} = (5.78)\frac{(10.08)^2}{(2)(32.2)}\text{ pies} = 9.12\text{ pies}$$

Para el aceite, $\gamma = (0.870)(62.4\text{ lb/pie}^3)$. Entonces, tenemos

$$p_1 - p_2 = \gamma h_L = \frac{(0.870)(62.4)\text{ lb}}{\text{pie}^3} \times 9.12\text{ pies} \times \frac{1\text{ pie}^2}{144\text{ pulg}^2}$$

$$p_1 - p_2 = 3.4\text{ psi}$$

Por tanto, la presión en el aceite cae 3.4 psi al pasar por la válvula. Asimismo, se pierde una energía de 9.12 lb-pie, que se disipa en forma de calor, por cada libra de aceite que fluye a través de la válvula.

☐ PROBLEMA MODELO 10.9 Calcule la pérdida de energía para el flujo de 500 m^3/h de agua, a través de una te estándar conectada a una tubería de hierro dúctil de 6 pulg, sin recubrimiento. El flujo tiene lugar por el ramal.

Solución Se utiliza el *procedimiento para calcular la pérdida de energía.*

1. De la tabla 10.4, $L_e/D = 60$.
2. Para la tubería de hierro dúctil, $\epsilon = 2.4 \times 10^{-4}$ m (tabla 8.2) y $D = 0.156$ m (apéndice I).

   La rugosidad relativa es $D/\epsilon = (0.156\text{ m})/(2.4 \times 10^{-4}\text{ m}) = 650$.

   Del diagrama de Moody, $f_T = 0.022$ pulg, en la zona de turbulencia completa.
3. El coeficiente de resistencia es $K = f_T(L_e/D) = (0.022)(60) = 1.32$.
4. La velocidad en la tubería es

$$v_p = \frac{Q}{A} = \frac{500\text{ m}^3}{\text{h}}\;\frac{1\text{ h}}{3600\text{ s}}\;\frac{1}{1.910 \times 10^{-2}\text{ m}^2} = 7.27\text{ m/s}$$

   Entonces, la pérdida de energía es de

$$h_L = K(v_p^2/2g) = (1.32)(7.27\text{ m/s})^2/[(2)(9.81\text{ m/s}^2)] = 3.56\text{ m}$$

■

10.11 APLICACIÓN DE VÁLVULAS ESTÁNDAR

En la sección anterior presentamos varios tipos de válvulas utilizadas comúnmente en los sistemas de distribución de fluidos. En las figuras 10.14 a 10.21 mostramos diagramas y fotografías de cortes de la configuración de estas válvulas. La resistencia es muy dependiente de la trayectoria que sigue el fluido al moverse hacia la válvula, a través de ésta y fuera de ella. Una válvula con trayectoria más estrecha ocasionará pérdidas de energía mayores. Por tanto, si deseamos que el sistema que se diseña sea eficiente y tenga pérdidas de energía relativamente bajas, hay que seleccionar con cuidado el tipo de válvula. En esta sección describimos las características generales de las válvulas mostradas. Para otros tipos de válvulas debe buscarse datos similares. Consulte los sitios de Internet 1 a 6.

Válvula de globo

En la figura 10.14 se presentan la construcción interna y apariencia externa de la válvula de globo. Al girar la llave se hace que el dispositivo sellador se eleve en forma vertical y se aleje del fondo. Esta es una de las válvulas más comunes y es relativamente barata. Sin embargo, es una de las de peor rendimiento, en términos de energía que se pierde. Observe que el factor de resistencia K es

$$K = f_T(L_e/D) = 340f_T$$

Éste se encuentra entre los más elevados de los que aparecen en la lista de la tabla 10.4. Debe emplearse donde no exista un problema real que provoque la pérdida de energía. Dicha pérdida ocurre porque el fluido debe seguir una trayectoria compleja de la entrada a la salida, pues primero se mueve hacia arriba, luego hacia abajo alrededor del fondo de la válvula y después gira de nuevo hacia la salida. Se crea mucha turbulencia.

Otro aprovechamiento de la válvula de globo es *estrangular el flujo* de un sistema. El término estrangular se refiere a agregar a propósito resistencia al flujo, con el fin de controlar la cantidad de flujo que circula. Un ejemplo de lo anterior es la llave sencilla de una manguera de jardín. Para arrojar el flujo máximo de agua al jardín o pasto, se elegiría abrir por completo la válvula. Sin embargo, si ésta se cierra en forma parcial se obtendría un flujo volumétrico menor para lanzar un rocío suave, útil para, entre otras tareas, bañar al perro. El cierre parcial de la válvula proporciona más restricción, y se incrementa la caída de presión de la entrada a la salida. El resultado es un flujo menor.

Si se empleara una válvula de globo en un sistema comercial de tubería en la que no fuera necesaria la estrangulación, habría un desperdicio grande de energía. En este caso debemos considerar válvulas más eficientes con valores menores de L_e/D.

Válvulas de ángulo

La figura 10.15 muestra el aspecto externo de la válvula de ángulo y un diagrama de sus conductos interiores. Su construcción es muy parecida a la de la válvula de globo. Sin embargo, la trayectoria es algo más simple, debido a que el fluido llega por la entrada inferior, se mueve alrededor del fondo de la válvula y gira para salir por el lado derecho. El factor de resistencia K es

$$K = f_T(L_e/D) = 150f_T$$

Válvulas de compuerta

En la figura 10.16 se muestra una válvula de compuerta en posición cerrada. Si giramos la llave, la compuerta se eleva en forma vertical y se aparta de la trayectoria del flujo. Cuando está abierta por completo, hay muy poca obstrucción del camino del flujo que ocasione turbulencia en la corriente. Por tanto, este tipo de válvula es uno de los mejores para limitar la pérdida de energía. El factor de resistencia K es

$$K = f_T(L_e/D) = 8f_T$$

En una instalación dada, la válvula de compuerta abierta por completo sólo pierde el 2.4% (8/340 × 100%) de la energía que pierde una válvula de globo. El costo más alto de la válvula por lo general se justifica con el ahorro de energía durante el ciclo de vida del sistema.

Si cerráramos en forma parcial al llevar la compuerta de regreso hasta cierto punto en la corriente, la válvula de puerta estrangularía el flujo. En la tabla 10.4 se proporcionan datos para las posiciones cerradas parcialmente. Observe que es no lineal y debe tenerse cuidado al usarla para obtener el flujo volumétrico que se desea por medio de estrangulación. También debe considerarse emplear guías y superficies selladoras.

Válvulas de verificación

La función de una válvula de verificación es permitir el flujo en una dirección y detenerlo en la contraria. En la figura 10.25 se ilustra un uso común, en el que la bomba de una fosa séptica impulsa fluido de ésta, por debajo del piso, al exterior de una casa o edificio comercial, con el fin de mantener seca el área de la cimentación. La bomba extrae agua de la fosa y la impulsa hacia arriba a través del tubo de descarga. Cuando el nivel del agua en la fosa baja a un nivel aceptable, la bomba se detiene. En ese momento no se querría que el agua en la tubería regresara hacia abajo, por la bomba, y volviera a inundar la fosa. El empleo de una válvula de verificación justo afuera de la abertura de descarga de la bomba impide que esto ocurra. La válvula de verificación se cierra de inmediato cuando la presión en el lado de salida excede la del interior.

Se muestran dos tipos de válvula de paso, la de tipo bola y la de tipo giratorio. Hay diseños diferentes disponibles. Cuando se halla abierta, la de tipo giratorio proporciona una restricción pequeña al movimiento del fluido, lo que da como resultado el factor de resistencia siguiente:

$$K = f_T(L_e/D) = 100 f_T$$

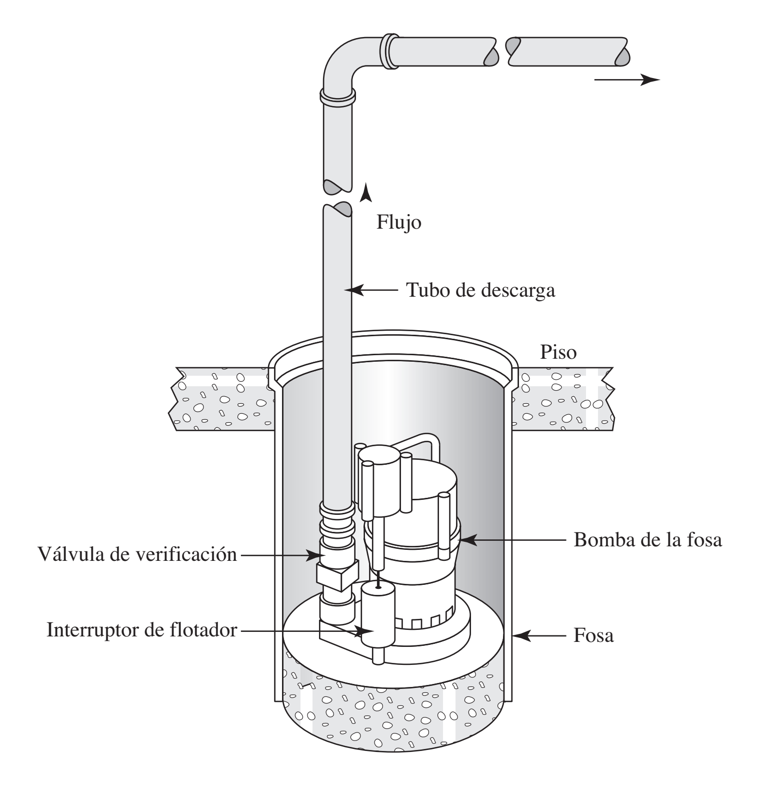


FIGURA 10.25 Sistema de bombeo de una fosa séptica con válvula de verificación.

La válvula de verificación tipo bola ocasiona una restricción mayor porque el fluido debe moverse por completo alrededor de ella. Sin embargo, es común que la verificación tipo bola sea más pequeña y sencilla que la de tipo giratorio. Su resistencia es

$$K = f_T(L_e/D) = 150f_T$$

Un factor de aplicación importante para las válvulas de verificación es que se requiere cierta velocidad mínima de flujo para hacer que la válvula abra por completo. A bajos flujos volumétricos, una válvula abierta en forma parcial presentaría más restricción y mayor pérdida de energía. Consulte los datos que proporcione el fabricante acerca de la velocidad mínima necesaria para un tipo particular de válvula.

Válvula de mariposa

En la figura 10.19 se presenta una fotografía del corte de una válvula común de mariposa, donde un disco relativamente delgado y suave pivotea sobre un eje vertical. Cuando está abierta por completo, sólo la dimensión delgada del disco queda frente al flujo, lo que sólo causa una obstrucción pequeña. El cierre de la válvula sólo requiere de un cuarto de vuelta de la llave, y es frecuente que esto se realice por medio de un mecanismo de motor de operación remota. La válvula de mariposa, cuando está abierta por completo, tiene una resistencia de

$$K = f_T(L_e/D) = 45f_T$$

Este valor es para las válvulas más pequeñas, de 2 a 8 pulg. Entre 10 y 14 pulg, el factor es de 35 f_T. Las válvulas más grandes, de 16 a 24 pulg, tienen un factor de resistencia de 25 f_T.

Válvulas de pie con alcachofa (colador)

Las válvulas de pie llevan a cabo una función similar a las válvulas de verificación. Se emplean en la entrada de las líneas de succión que conducen fluido de un tanque de abastecimiento a una bomba, como se ilustra en la figura 10.26. Es común que estén equipadas con un filtro integral para mantener los objetos extraños fuera del sistema de tuberías. Esto es necesario, en especial cuando se toma agua desde un depósito abierto, un lago o una corriente natural. ¡Puede haber peces en el lago!

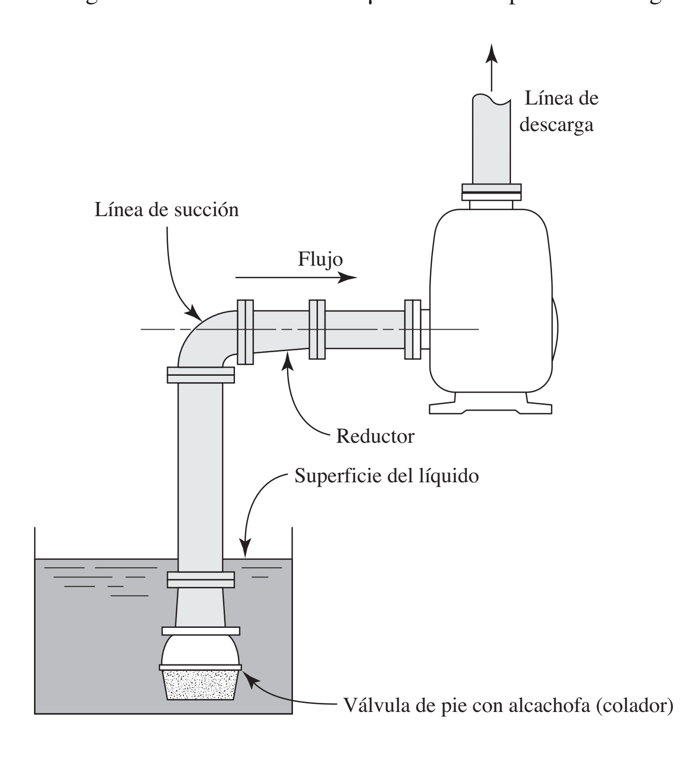


FIGURA 10.26 Sistema de bombeo con válvula de pie en la línea de succión.

Las resistencias para los dos tipos de válvulas de pie son:

$$K = f_T(L_e/D) = 420 f_T \quad \text{Tipo disco de vástago}$$
$$K = f_T(L_e/D) = 75 f_T \quad \text{Tipo disco de bisagra}$$

El tipo de disco de vástago es similar a la válvula de globo en cuanto a su construcción interna, pero es aún más angosta. La de tipo de bisagra es similar a la válvula de verificación de tipo giratorio. Debe planearse alguna resistencia adicional por si el filtro se viera obstruido durante el servicio. Consulte en los sitios 1 a 6 de Internet las descripciones de otras válvulas y acoplamientos.

10.12 VUELTAS DE TUBERÍA

Con frecuencia es más conveniente doblar un ducto o tubo que instalar un codo de fábrica. La resistencia al flujo que opone una vuelta depende de la relación del radio de curvatura r, al diámetro interior del tubo D. En la figura 10.27 se aprecia que la resistencia mínima para una vuelta a 90° ocurre cuando la razón r/D es igual a tres, aproximadamente. La resistencia está dada en términos de la razón de longitud equivalente L_e/D, por tanto debe emplearse la ecuación (10-8) para calcular el coeficiente de resistencia. La resistencia que se muestra en la figura 10.27 incluye tanto la resistencia de la vuelta como la resistencia debido a la longitud del tubo en la curvatura.

Cuando se calcula la razón r/D, se define r como el radio de la *línea central* del ducto o tubo, que se denomina *radio medio* (consulte la figura 10.28). Es decir, si R_o es el radio al exterior de la vuelta, entonces R_i es el radio al interior de ésta y D_o es el *diámetro exterior* del ducto o tubo:

$$r = R_i + D_o/2$$
$$r = R_o - D_o/2$$
$$r = (R_o + R_i)/2$$

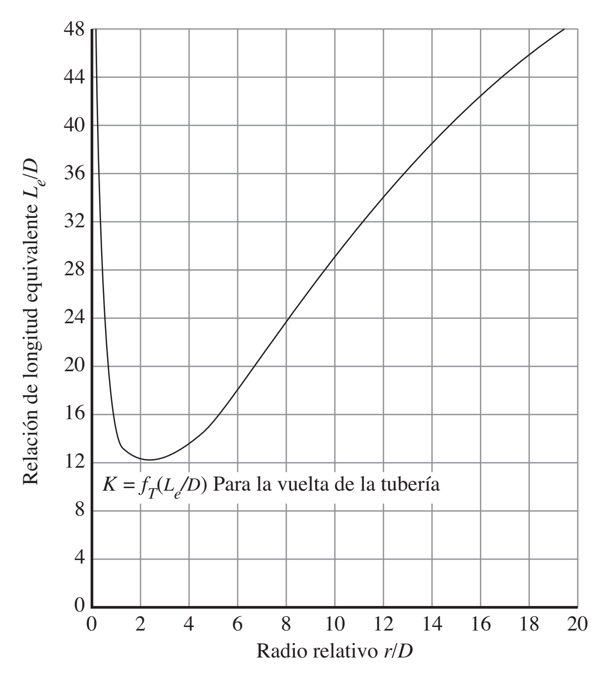


FIGURA 10.27 Resistencia debido a las vueltas a 90° en tuberías. (Fuente: Beij, K. H., Pressure Losses for Fluid Flow in 90 Degree Pipe Bends. *Journal of Research of the National Bureau of Standards* 21 [julio de 1938]: 1-18.)

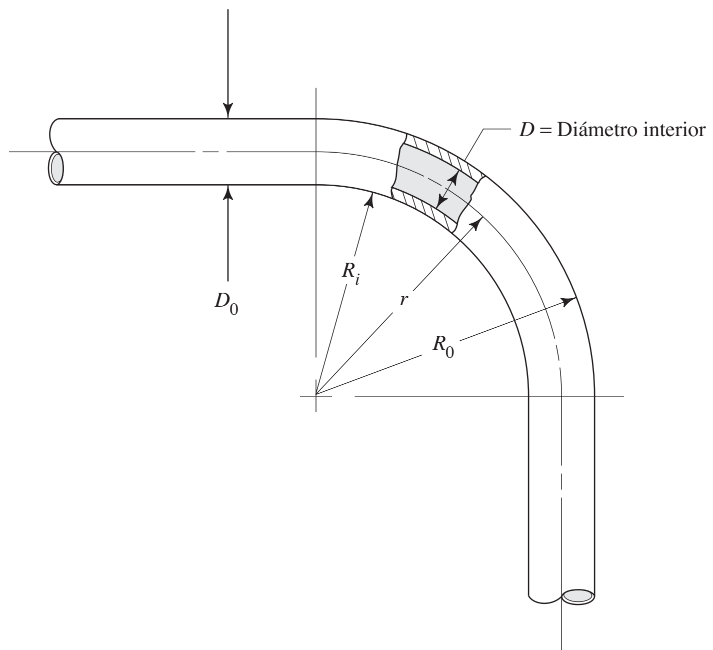


FIGURA 10.28 Curva a 90° en una tubería.

☐ **PROBLEMA MODELO 10.10** Un sistema de distribución de propano líquido está constituido por tubería de acero de $1\frac{1}{4}$ pulg, con espesor de pared de 0.083 pulg. Se requieren varias veltas a 90° para acoplar las tuberías a los demás equipos del sistema. Las especificaciones requieren que el radio al interior de cada vuelta sea de 200 mm. Calcule la pérdida de energía cuando el sistema conduce 160 L/min de propano a 25 °C.

Solución Debe emplearse la ecuación de Darcy para calcular la pérdida de energía por medio de la relación Le/D, para las vueltas, obtenida de la figura 10.27. En primer lugar, se determina r/D, hay que recordar que D es el diámetro interior de la tubería y r el radio a la línea central de ésta. Del apéndice G se obtiene que $D = 27.5$ mm $= 0.0275$ m. El radio r debe calcularse con

$$r = R_i + D_o/2$$

donde $D_o = 31.75$ mm, diámetro exterior de la tubería según se obtuvo del apéndice G. Se termina el cálculo y se obtiene

$$r = 200\text{ mm} + (31.75\text{ mm})/2 = 215.9\text{ mm}$$

y

$$r/D = 215.9\text{ mm}/27.5\text{ mm} = 7.85$$

De la figura 10.27 se encuentra que la relación de longitud equivalente es 23.

Ahora debe calcularse la velocidad para completar la evaluación de la pérdida de energía con la ecuación de Darcy:

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{160\text{ L/min}}{5.954 \times 10^{-4}\text{ m}^2}\,\frac{1.0\text{ m}^3\text{/s}}{60\,000\text{ L/min}} = 4.48\text{ m/s}$$

La rugosidad relativa es

$$D/\epsilon = (0.0275\text{ m})/(1.5 \times 10^{-6}\text{ m}) = 18\,333$$

Después, con el diagrama de Moody (figura 8.6), se encuentra que $f_T = 0.0108$ en la zona de turbulencia completa. Entonces,

$$K = f_T\left(\frac{L_e}{D}\right) = 0.0108(23) = 0.248$$

Y ahora se calcula la pérdida de energía:

$$h_L = K\frac{v^2}{2g} = 0.248\,\frac{(4.48)^2}{(2)(9.81)} = 0.254\text{ m} = 0.254\text{ N}\cdot\text{m/N}$$

■

Vueltas a ángulos distintos de 90°

En la referencia número 2 se recomienda la fórmula siguiente para calcular el factor de resistencia K, para vueltas con ángulos distintos de 90°:

$$K_B = (n - 1)[0.25\pi f_T(r/D) + 0.5\,K] + K \tag{10–10}$$

donde K es la resistencia para una vuelta a 90°, según se obtuvo de la figura 10.27. A continuación se ilustra el empleo de esta ecuación por medio de un ejemplo.

☐ **PROBLEMA MODELO 10.11** Evalúe la pérdida de energía que ocurriría si en la tubería de acero que se utiliza para el flujo descrito en el problema modelo 10.10 existe un enrollamiento que forma 4½ revoluciones para constituir un intercambiador de calor. El radio interior de la vuelta mide los mismos 200 mm utilizados antes y las demás condiciones permanecen sin cambio.

Solución Se comienza con la extracción de algunos datos del problema modelo 10.10.

$$r/D = 7.85$$
$$f_T = 0.0108$$
$$K = 0.248$$
$$v = 4.48 \text{ m/s}$$

Ahora, por medio de la ecuación (10-10) se calcula el valor de K_B para el enrollamiento completo. Observe que cada revolución de éste contiene cuatro vueltas a 90°. Entonces,

$$n = 4.5 \text{ revoluciones } (4.0 \text{ vueltas a } 90°/\text{rev}) = 18$$

La resistencia total de las curvas K_B es

$$K_B = (n - 1)[0.25\pi f_T(r/D) + 0.5\,K] + K$$
$$K_B = (18 - 1)[0.25\pi(0.0108)(7.85) + 0.5(0.248)] + 0.248$$
$$K_B = 3.49$$

Entonces, la pérdida de energía se determina con

$$h_L = K_B(v^2/2g) = 3.49(4.48)^2/[2(9.81)] = 3.57 \text{ N}\cdot\text{m/N}$$

■

10.13 CAÍDA DE PRESIÓN EN VÁLVULAS DE POTENCIA DE FLUIDOS

El campo de la potencia de fluidos comprende tanto fluidos hidráulicos líquidos como sistemas de flujo de aire denominados *sistemas neumáticos*. Los fluidos hidráulicos líquidos por lo general son algún tipo de petroquímico, aunque también se utiliza muchas clases de materiales mezclados y sintéticos. Se hará referencia a los fluidos hidráulicos líquidos sólo como *aceite*.

Tal vez usted se encuentre familiarizado con sistemas de potencia de fluidos que operan los equipos automáticos de un sistema de producción. Ellos son los que mueven productos a través de un sistema de ensamblado y empaque. Actúan en prensas que ejercen fuerzas enormes. Levantan componentes o productos a diferentes alturas, en forma parecida a como lo hace un elevador. Desarrollan procesos para realizar una variedad de funciones como cortar metal, sujetar, rebanar, comprimir materiales a granel y colocar sujetadores tales como tornillos, remaches, tuercas, uñas y grapas.

Además, tienen otro uso importante en el equipo agrícola y de construcción. Considere el tractor que da forma al terreno de un proyecto de construcción. El operador ajusta el nivel de la hoja del tractor por medio de los controles de potencia del fluido para asegurar que la pendiente del terreno cumple los objetivos del cédula. Cuando hay que retirar el exceso de desperdicios, es frecuente que se emplee un cargador frontal para levantarlos y colocarlos en un camión. Son numerosos los actuadores hidráulicos que impulsan el interesante sistema que liga todo y permiten que la pala levante los desperdicios y los mantenga en una posición segura mientras los lleva al camión donde los depositará. Después, este vehículo se vacía en otro lado por medio de cilindros actuadores que levantan su caja. En el trabajo agrícola, la mayoría de los tractores modernos y equipo para cosechar llevan sistemas hidráulicos para subir y bajar componentes, impulsar motores rotatorios y a veces impulsar incluso las unidades en sí.

Los elementos comunes en un sistema hidráulico de líquidos incluyen:

- Una bomba que provee al sistema de fluido a presión adecuada y con el flujo volumétrico apropiado para llevar a cabo la tarea en cuestión.
- Un tanque o almacenamiento de fluido hidráulico donde la bomba toma y regresa el fluido después de haber ejecutado la tarea. La mayor parte de sistemas de potencia de fluido son circuitos cerrados en los que el fluido circula de manera continua.
- Una o más válvulas de control para administrar el flujo conforme circula por el sistema.
- Actuadores lineales, llamados con frecuencia cilindros hidráulicos, que proporcionan las fuerzas y movimiento necesarios para llevar a cabo las tareas de actuación.
- Actuadores rotatorios, llamados motores de fluido, para operar herramientas giratorias de corte, agitadores, ruedas, bandas y otros dispositivos de movimiento rotatorio necesarios.
- Válvulas de control de la presión para garantizar que exista un nivel adecuado y seguro de presión en todas las partes del sistema.
- Dispositivos de control del flujo para asegurar que se lleve el flujo volumétrico correcto a los actuadores, a fin de proporcionar las velocidades apropiadas, lineal o rotacional angular.

Consulte en el sitio 3 de Internet los datos de los fabricantes de dispositivos de potencia de fluidos.

Los sistemas de potencia de fluido consisten en una variedad muy amplia de componentes dispuestos en formas numerosas para llevar a cabo tareas específicas. Asimismo, los sistemas por inherencia *no operan con un flujo estable*, como se supuso en la mayoría de los ejemplos de este libro. Por tanto, es común que para analizar los componentes de potencia de fluido se utilicen métodos distintos de los que se emplean para los dispositivos de manejo de fluidos de propósito general, abordados antes en este capítulo.

Sin embargo, se aplican los mismos principios de pérdida de energía que ya estudiamos. Usted deberá tratar con la pérdida de energía debido a un cambio de dirección, tamaño de la trayectoria del flujo, restricciones por el empleo de las válvulas y fricción conforme los fluidos se mueven a través de ductos y tuberías.

Ejemplo de sistema de potencia de fluido

Considere el sistema de potencia de fluido de la figura 10.29. A continuación se describe el propósito fundamental y la operación del sistema.

ACTUACIÓN HACIA DELANTE DE LA CARGA DE LA DERECHA: FIGURA 10.29(A)

- La función del sistema consiste en ejercer una fuerza de 20 000 lb sobre una carga al aplicarle un movimiento lineal de actuación. Se requiere una magnitud enorme de fuerza para realizar una operación de formación cerca del final de esta etapa.
- Un actuador lineal a base de aceite hidráulico proporciona la fuerza.
- El fluido se lleva al actuador por medio de una bomba de desplazamiento positivo, la cual lo extrae de un tanque.
- El fluido sale de la bomba y circula hacia la válvula de control direccional. Cuando se desea que actúe sobre la carga, pasa por la válvula, del puerto P al A (P − A).
- La válvula de control de flujo está colocada entre la válvula de control direccional y el actuador, con el fin de permitir que el sistema se ajuste para un desempeño óptimo en condiciones de carga.
- El fluido pasa al pistón en el extremo del actuador.
- La presión del fluido actúa sobre el área frontal del pistón, con lo que ejerce la fuerza requerida para mover la carga y llevar a cabo la operación de formación.
- De manera simultánea, el fluido en el extremo de la biela del actuador sale de éste, pasa a través de la válvula de control direccional y regresa al tanque.
- Entre la bomba y la válvula de control direccional está colocado un dispositivo de protección denominado válvula de alivio de presión, con el fin de garantizar que la presión

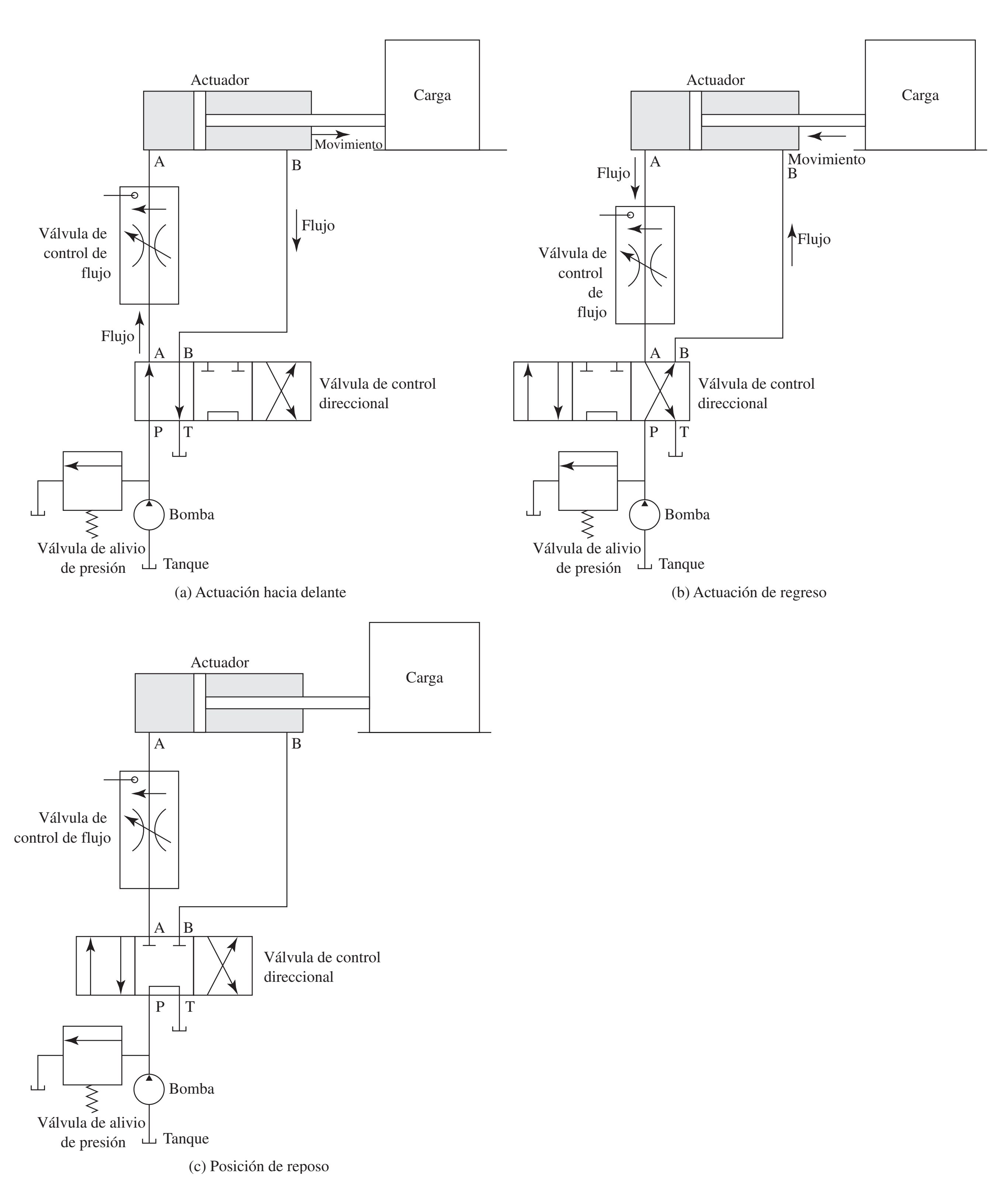


FIGURA 10.29 Sistema de potencia de fluido.

en el sistema nunca exceda del nivel establecido por ésta. Cuando la presión pasa del límite establecido, la válvula se abre y lleva parte del flujo de regreso al tanque. El flujo continúa a través de la válvula de control direccional, pero su presión será menor de la que hubiera sido si el sistema no contara con la válvula de alivio de presión.

ACTUACIÓN DE REGRESO DEL PISTÓN HACIA LA IZQUIERDA: FIGURA 10.29(B)

La acción de regreso tiene lugar con mucho menos requerimiento de fuerza porque la carga es relativamente ligera y no se ejecuta ninguna acción de formación. La secuencia se desarrolla así:

- La válvula de control direccional se mueve a la derecha, lo que cambia la dirección del flujo. El fluido que llega de la bomba al puerto P se dirige al puerto B y con ello al extremo del actuador.
- Conforme el fluido pasa al cilindro, el pistón se ve forzado hacia la izquierda, a su posición original.
- De manera simultánea, el fluido en el pistón es forzado a salir del puerto A, pasa al puerto A de la válvula y va de regreso al tanque.
- Como la presión que se requiere para realizar esta tarea es menor, la válvula de alivio de presión no se abre.

POSICIÓN DE REPOSO DEL SISTEMA: FIGURA 10.29(C)

- Cuando la carga regresa a su posición original, tal vez se requiera que el sistema permanezca inmóvil hasta que termine alguna otra acción y se reciba la señal para comenzar un ciclo nuevo. Para realizar esto, la válvula se coloca en su posición central.
- El flujo desde la bomba se dirige de inmediato al tanque.
- Se bloquean los puertos A y B de la válvula, con lo que ningún flujo puede regresar del actuador. Esto lo mantiene en posición.
- Cuando las condiciones son las apropiadas para realizar otra carrera, la válvula de control direccional opera de regreso a la izquierda y el ciclo comienza de nuevo.

NIVELES DE PRESIÓN, Y PÉRDIDAS Y GANANCIAS DE ENERGÍA EN ESTE SISTEMA DE POTENCIA DE FLUIDO

Ahora, se van a identificar las ganancias y pérdidas de energía que ocurren en este sistema, y la manera en que los niveles de presión varían en los puntos críticos.

1. Se comenzará con el fluido en el tanque. Suponga que se encuentra en reposo y que el tanque está abierto a la presión atmosférica sobre la superficie del fluido.
2. Como la bomba impulsa el fluido, se observa que una línea de succión debe acelerarlo desde la condición de reposo que tiene en el tanque a la velocidad del flujo en la línea de succión. Así, habrá *una pérdida en la entrada* que depende de la configuración de ésta. El tubo puede estar sumergido sencillamente en el fluido hidráulico o tener un filtro en la entrada, con el fin de mantener las partículas fuera de la bomba y de las válvulas.
3. Habrá *pérdidas por fricción en el tubo* conforme el fluido pasa al puerto de succión de la bomba.
4. A lo largo de la trayectoria, habrá *pérdidas de energía en cualesquiera codos o curvas* del tubo.
5. Debe tenerse en cuenta la presión a la entrada de la bomba para garantizar que no haya cavitación y que exista un abasto adecuado de fluido.
6. La *bomba agrega energía al fluido* para provocar que haya circulación y para elevar la presión de aquél a los niveles requeridos para que el sistema opere. La energía proviene del impulsor principal, que por lo general es un motor eléctrico o de otro tipo. Algo de la *energía de entrada se pierde debido a la eficiencia volumétrica*

y mecánica de la bomba. (Consulte el capítulo 7.) Estas condiciones se combinan para producir la eficiencia conjunta, que se define como:

$$\text{Eficiencia conjunta } e_o = (\text{eficiencia volumétrica } e_v)(\text{eficiencia mecánica } e_M)$$
$$\text{Potencia de entrada } P_I = (\text{potencia trasmitida al fluido})/e_o$$

7. Conforme el fluido sale de la bomba y se mueve hacia la válvula de control direccional *ocurren pérdidas por fricción en el sistema de tubería, lo que incluye cualesquiera codos, tes o vueltas de tubería*. Estas pérdidas provocarán que la presión en el puerto P de la válvula sea menor que aquélla a la salida de la bomba.
8. Si la válvula de alivio de presión actúa porque la presión de descarga de la bomba exceda el límite establecido por la válvula, habrá una *caída de presión a través de ésta*. La presión en realidad se reduce desde la presión de la línea de descarga p_d a la presión atmosférica en el tanque p_T. Durante este proceso se pierde mucha energía. Si se aplica la ecuación de la energía a la entrada y salida de la válvula de alivio de presión, se demostraría que

$$h_L = (p_d - p_T)/\gamma$$

9. De regreso a la válvula de control direccional, el fluido pasa a través de la válvula del puerto P al puerto A. *En la válvula hay pérdida de energía* porque el fluido debe circular a través de varias restricciones y cambios de dirección en los puertos y alrededor del carrete móvil de la válvula que dirige el fluido hacia el puerto de salida apropiado. Estas pérdidas de energía ocasionan una caída de presión en la válvula. La cantidad de caída de presión depende del diseño de la válvula. Es común que la bibliografía del fabricante incluya datos con los que se estime la magnitud de dicha caída. La figura 10.30 muestra una gráfica común. Estas gráficas tienen un uso, más que para reportar factores de resistencia como se hizo para las válvulas estándar de distribución de fluidos, estudiadas antes en este capítulo.
10. Conforme el fluido pasa del puerto A a la válvula de control de flujo, *hay pérdida de energía en el tubo*, igual que antes.

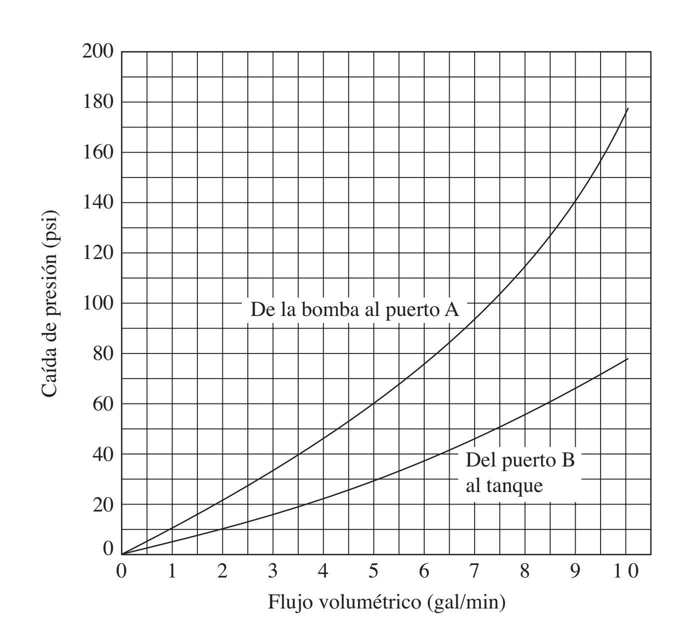


FIGURA 10.30 Caída de presión en una válvula de control direccional.

11. La válvula de control de flujo asegura que el movimiento del fluido hacia el cilindro, en el extremo izquierdo del actuador, sea apropiado para hacer que la carga se mueva a la velocidad que se desea. El control se efectúa por medio de restricciones internas ajustables, que se establecen durante la operación del sistema. *Las restricciones ocasionan pérdida de energía* y por tanto existe una caída de presión a través de la válvula.
12. *En el actuador se pierde energía* conforme el fluido pasa hacia el extremo izquierdo del cilindro, en A, y fuera del extremo derecho, en B.
13. En la trayectoria de regreso *hay pérdidas de energía en el sistema de tubería.*
14. Hay más *pérdida de energía en la válvula de control direccional*, mientras el fluido circula de regreso a través del puerto B y hacia el tanque. Las razones de estas pérdidas son similares a las descritas en el número 9.

El resumen identifica 14 formas donde la energía se agrega o pierde cuando hay fluido hidráulico, en este sistema de potencia de fluido relativamente sencillo. Cada pérdida de energía desemboca en una caída de presión que podría afectar el rendimiento del sistema.

Sin embargo, los diseñadores de sistemas de fluidos de potencia no siempre analizan cada caída de presión. La naturaleza transitoria de la operación hace que se complique por la existencia de presión suficiente y flujo en el actuador en todas las condiciones razonables. No es raro que los diseñadores proporcionen capacidad adicional en el diseño básico del sistema para resolver contingencias imprevistas. En el circuito que se acaba de describir, las caídas de presión críticas ocurren en la válvula de alivio de presión, en la de control direccional y en la de control del flujo. Estos elementos se analizarán con cuidado. En el diseño inicial, será frecuente que otras pérdidas sólo se estimen. En muchos casos, la configuración real del sistema de tubería no se define durante el proceso de diseño, sino que se deja a cargo de técnicos capacitados para que ajusten los componentes a la máquina en forma adecuada. Una vez que el sistema se encuentra en operación, se harán algunas adecuaciones finas para garantizar que funcione de modo correcto.

Este escenario se aplica a la mayoría de los sistemas diseñados con un propósito especial cuando ha de construirse uno o unos cuantos. Si un sistema se diseña para una aplicación productiva o muy compleja, se justifica dedicar más tiempo al análisis y optimización de su desempeño. Algunos ejemplos son los sistemas de control de aeronaves y los actuadores de equipo para la construcción y equipo agrícola que se fabrican en serie.

10.14 COEFICIENTES DE FLUJO PARA VÁLVULAS, POR MEDIO DEL C_V

Un número importante de fabricantes de válvulas utilizadas para el control de líquidos, aire y otros gases, prefieren calificar el rendimiento de su producto por medio del coeficiente de flujo C_V. Una base para este coeficiente de flujo es que una válvula con coeficiente de 1.0 permitirá el paso de 1.0 gal/min de agua, con una caída de presión de 1.0 psi a través de ella. Es conveniente aplicar esta prueba, ya que proporciona un medio confiable para comparar las características de rendimiento conjunto de diferentes válvulas.

La ecuación básica de flujo del líquido es

$$\text{Flujo en gal/min} = C_V\sqrt{\Delta p/\text{sg}} \qquad \textbf{(10–10)}$$

donde Δp está en lb/pulg^2. Δp se denomina caída de presión y se calcula con $p_U - p_D$, la diferencia de presión entre puntos corriente arriba y corriente abajo de la válvula. El término sg es la gravedad específica del fluido. *Hay que observar con cuidado que* C_V *es un factor adimensional*.

Es común que entre los datos que reporta el catálogo de un fabricante se mencione el valor C_V de la válvula en condiciones de apertura total. Pero es frecuente que la válvula se utilice para controlar el flujo volumétrico y cerrar parcialmente en forma manual o automática. Por tanto, muchos fabricantes reportarán el C_V efectivo como función del número de vueltas del vástago de la válvula desde cerrado por completo hasta

la apertura completa. Dichas curvas dependen demasiado de la construcción de los elementos internos de la válvula, en particular del dispositivo de cierre.

Algunas válvulas emplean un vástago graduado que se retira desde el fondo conforme la válvula se abre, con lo que el flujo aumenta en forma progresiva alrededor del vástago. Este tipo de válvula recibe el nombre de *válvula de aguja*.

Los usuarios de dichas válvulas para control del flujo de aire u otros gases deben tomar en cuenta la compresibilidad de dichos fluidos y el efecto de la diferencia conjunta de presión a través de la válvula. Como se estudiará en un capítulo posterior acerca del flujo de gases, cuando la razón de la presión arriba a la presión que hay abajo alcanza la *relación crítica de presión*, no habrá más incremento del flujo conforme baje la presión corriente abajo. Con la relación crítica de presión, la velocidad del flujo a través de la boquilla o válvula es igual a la velocidad del sonido en el gas, en las condiciones locales.

□ **PROBLEMA MODELO 10.12** Cierto diseño particular de una válvula de aguja de ½ pulg tiene un C_V de 1.5. Calcule la caída de presión cuando a través de la válvula fluye agua a 60 °F a razón de 5.0 gal/min.

Solución Se puede despejar Δp, si se utiliza la ecuación (10-10). Observe que esta es una ecuación específica en cuanto a unidades, con Δp en psi y Q en gal/min. Tanto C_V como sg son adimensionales. El agua tiene una gravedad específica sg = 1.0. Entonces,

$$\Delta p = \text{sg}\left(\frac{Q}{C_V}\right)^2 = 1.0\left(\frac{5.0}{1.5}\right)^2 = 11.1 \text{ psi}$$

□ **PROBLEMA MODELO 10.13** El diseño particular de una válvula de plástico de tipo mariposa de 4 pulg tiene un C_V de 550. Calcule la caída de presión cuando a través de ella pasan 875 gal/min de aguarrás a 77 °F.

Solución De la ecuación (10-10) se despeja Δp. Observe que ésta es una ecuación específica en cuanto a unidades, con Δp en psi y Q en gal/min. Tanto C_V como sg son adimensionales. El aguarrás tiene una gravedad específica sg = 0.87 (apéndice B). Entonces,

$$\Delta p = \text{sg}\left(\frac{Q}{C_V}\right)^2 = (0.87)\left(\frac{875}{550}\right)^2 = 2.20 \text{ psi}$$

■

10.15 VÁLVULAS DE PLÁSTICO

Se emplean válvulas de plástico en numerosas industrias en las que se requiere excelente resistencia a la corrosión y control de la contaminación. Algunos ejemplos incluyen el procesamiento de alimentos, producción farmacéutica, procesamiento químico, acuarios, irrigación, aplicación de pesticidas y purificación de agua. Los materiales utilizados son similares a los que estudiamos en la sección 6.4.5, en el capítulo 6, para los ductos y tubos de plástico, cloruro de polivinilo (PVC), cloruro de polivinilo clorado (CPVC), fluoruro de polivinilo (PVDF), polietileno (PE) y polipropileno (PP o PPL). Es común que los asientos y sellos estén hechos de politetrafluoretileno (PTFE), etil propileno de monómero (EPDM), Buna-N (NBR o nitrilo), o elastómeros fluorocarbonados (FKM) como el Viton (marca registrada de DuPont Dow Elastomers) y Fluorel (marca registrada de 3M Corporation).

Los límites de temperatura y presión por lo general son más bajos para las válvulas de plástico que para las de metal. Por ejemplo, el PVC está limitado a aproximadamente a 140 °F (60 °C); el CPVC a 190 °F (88 °C); el PP a 250 °F (121 °C); el EPDM a 300 °F (149 °C); el FKM a 400 °F (204 °C) y el PTFE a 500 °F (260 °C). Los límites inferiores de la temperatura varían de aproximadamente −20 °F (−29 °C) para la mayor parte de los materiales de sello y a −80 °F (−62 °C) para el PVDF. Los rangos de pre-

sión de las válvulas de plástico van de 100 a 225 psi (690 a 1550 kPa), a temperaturas moderadas, según el diseño y tamaño.

El análisis siguiente comprende una muestra de los tipos de válvulas de plástico disponibles. En la mayoría de los casos, el diseño general es similar a los tipos metálicos que estudiamos antes, en este capítulo, y que se muestran en las figuras 10.14 a 10.19. En los sitios 4 a 6 de Internet hay descripciones más completas y datos del rendimiento.

Válvulas de bola

Se utilizan con más frecuencia en operaciones para arrancar y parar; sólo se requiere de un cuarto de vuelta para que cierren por completo o abran totalmente. Es común que la bola esférica giratoria tenga un agujero del mismo diámetro que el ducto o tubo al que se conecta, con el fin de que proporcione una pérdida de energía y caída de presión bajas. Se conectan directamente al ducto o tubo por medio de adhesivos o bridas, uniones o extremos atornillados. Algunas válvulas de bola están diseñadas especialmente para ejercer el control proporcional del flujo al adecuar la forma del agujero. Consulte el sitio 4 de Internet.

Válvulas de mariposa

El disco de la mariposa proporciona abertura y cierre fáciles, con un cuarto de vuelta de la llave. La actuación es manual, eléctrica o neumática. Todas las partes en contacto con el fluido están hechas de material no corrosivo. Es común que el eje del disco esté elaborado con acero inoxidable y aislado del contacto con el fluido. La mayor parte de las válvulas son muy delgadas y se montan entre las bridas de una tubería estándar para una instalación y retiro fáciles. Ciertos diseños reemplazan las válvulas metálicas existentes en los sitios apropiados.

Válvulas de diafragma

Es común que el diafragma esté fabricado con EPDM, PTFE o FKM, y está diseñado para elevarse desde el fondo cuando se gira la rueda de mano. Un giro en sentido contrario vuelve a cerrar la válvula. La válvula es apropiada para arrancar y parar, y para modular la operación del flujo. El diafragma aísla del fluido al eje de latón de la rueda de mano y a otras partes. Se seleccionan los materiales de las partes mojadas para que tengan resistencia a la corrosión del fluido en particular y a las temperaturas que soporten. Los extremos se conectan en forma directa con el ducto o tubo por medio de adhesivos o bridas, uniones o extremos atornillados.

Válvulas de verificación tipo giratorio

Su diseño es similar al que se aprecia en la figura 10.17; se abren con facilidad en la dirección apropiada del flujo, pero se cierran con rapidez para impedir el retroceso de éste. Todas las partes mojadas están hechas de plástico resistente a la corrosión, incluso el perno que sirve de pivote al disco. Es común que se fabriquen los sujetadores externos con acero inoxidable. La tapadera se retira con facilidad para limpiar la válvula o para reemplazar los sellos.

Filtradores de sedimentos

Los filtros retiran las impurezas de la corriente de fluido, con el fin de proteger la calidad del producto o el equipo sensible. Todo el fluido se dirige a la corriente a través de filtros perforados o estilo pantalla conforme pasa por el cuerpo del filtro. Las pantallas de plástico están elaboradas con perforaciones de $\frac{1}{32}$ a $\frac{3}{16}$ pulg (0.8 a 4.8 mm) con objeto de retirar los desperdicios y partículas grandes. Es posible elaborar pantallas de acero inoxidable con perforaciones grandes o con una o hasta 325 mallas con aberturas de unos cuantos milésimos de pulgada (aproximadamente 0.05 mm o 50 μm). Se deben retirar las pantallas en forma periódica para que reciban limpieza. Consulte el sitio 4 de Internet para mayores detalles y datos del C_V.

Datos de muestra para el C_V de válvulas de plástico

En la tabla 10.6 se proporciona una muestra representativa de datos de válvulas de plástico que se utiliza para resolver problemas de este libro. Los diseños finales deben basarse en los datos reales del fabricante para la válvula específica. Consulte los sitios de Internet 4 a 6.

TABLA 10.6 Datos de muestra del C_V para tipos y tamaños distintos de válvulas de plástico.

Tipo y tamaño *Válvula de bola*	C_V	**Tipo y tamaño** *Válvula de mariposa*	C_V
½ pulg (20 mm)	12	1½ pulg (50 mm)	90
¾ pulg (25 mm)	25	2 pulg (63 mm)	115
1 pulg (32 mm)	37	3 pulg (90 mm)	330
1½ pulg (50 mm)	120	4 pulg (110 mm)	550
2 pulg (63 mm)	170	6 pulg (160 mm)	1150
3 pulg (90 mm)	450	8 pulg (225 mm)	2280
4 pulg (110 mm)	640	10 pulg (280 mm)	4230
6 pulg (160 mm)	1400	12 pulg (315 mm)	5600
Válvula de diafragma		***Válvula de verificación tipo giratorio***	
½ pulg (20 mm)	5	—	
¾ pulg (25 mm)	9	¾ pulg (25 mm)	25
1 pulg (32 mm)	15	1 pulg (32 mm)	40
1½ pulg (50 mm)	34	1½ pulg (50 mm)	80
2 pulg (63 mm)	65	2 pulg (63 mm)	115
3 pulg (90 mm)	160	3 pulg (90 mm)	330
4 pulg (110 mm)	275	4 pulg (110 mm)	500
6 pulg (160 mm)	700	6 pulg (160 mm)	1240
—		8 pulg (225 mm)	2300

REFERENCIAS

1. Beiji, K. H. 1938. Pressure Losses for Fluid Flow in 90 Degree Pipe Bends. *Journal of Research of the National Bureau of Standards* 21: 1-18.
2. Crane Co. 2002. *Flow of Fluids through Valves, Fittings, and Pipe* (Technical Paper No. 410). Signal Hill, CA: Author.
3. The Hydraulic Institute. 1994. *Engineering Data Book.* Parsippany, NJ: Author.
4. Brater, Ernest, C. Wei, Horace King y James Kindell. 1996. *Handbook of Hydraulics*, 7a. ed., Nueva York: McGraw-Hill.
5. Crocker, Sabin y R. C. King. 1972. *Piping Handbook*, 6a. ed., Nueva York: McGraw-Hill.
6. Dickenson, T. C. 1999. *Valves, Piping, and Pipelines Handbook*, 3a. ed., Nueva York: Elsevier Science.
7. Frankel, Michael. 2001. *Facility Piping Systems Handbook*, 2a. ed., Nueva York: McGraw-Hill.
8. Idelchik, I. E. y M. O. Steinberg. 1994. *Handbook of Hydraulic Resistance*, 3a. ed., Boca Raton, FL: CRC Press.
9. Nayyar, Mohinder L. 2000. *Piping Handbook*, 7a ed. New York: McGraw-Hill.
10. Skousen, Philip L. 2004. *Valve Handbook*, 2a. ed., Nueva York: McGraw-Hill.
11. Willoughby, David A., Rick Sutherland y R. Dodge Woodson. 2001. *Plastic Piping Handbook*. Nueva York: McGraw-Hill.
12. Zappe, R. W. 1999. *Valve Selection Handbook*, 4a. ed., Houston, TX: Gulf.

SITIOS DE INTERNET

1. Crane Valve Company *www.cranevalve.com* Fabricante de numerosos tipos de válvulas para aplicaciones en tubería de las industrias de refinación, petróleo, gas, pulpa, papel, tratamiento de aguas residuales y procesamiento químico. Las marcas incluyen Crane, Jenkins-NH, Pacific y otras. El sitio ofrece un catálogo electrónico y un programa para seleccionar válvulas. En este sitio se puede ordenar la referencia útil *Crane Technical Paper 410.*
2. Zurn Industries *www.zurn.com* Fabricante de válvulas para control, grifos, filtros, reguladores de presión, válvulas de liberación de presión, dispositivos para impedir el retroceso de flujos y otros, para aplicar en la tubería de instalaciones comerciales y residenciales.
3. Eaton Hydraulics *http://hydraulics.eaton.com/products/menu_main.htm* Fabricante de válvulas para potencia de fluido, bombas, actuadores, y otros componentes de sistemas de

fluidos de potencia para aplicaciones industriales, agrícolas, construcción, minería, marina, y cuidado del césped y jardines. Las marcas incluyen Eaton, Vickers, Char-Lynn, Denison Hydraulics, Rexroth, Sundstrand, Hydro-Line, Aeroquip y otras.

4. Hayward Industrial Products, Inc. *www. haywardindustrial.com* Fabricante de componentes de plástico para tuberías para aplicaciones industriales y comerciales. Los productos incluyen válvulas de bola, de mariposa, de diafragma, de verificación, de control, coladeras y filtros para tubería. Las tablas de datos de cada producto incluyen los que se refieren a la resistencia al flujo, expresados como coeficientes de flujo C_V. Muchas páginas incluyen una calculadora en línea de la pérdida de presión, fácil de usar. Los tamaños van de ½ pulg a 24 pulg.
5. Kerotest Company *www.kerotest.com/keroprod.html* Fabricante de válvulas de aguja de aleaciones de acero, de bolas múltiples de plástico y de otros tipos. Se proporciona los datos de resistencia al flujo como coeficientes de flujo C_V.
6. Thermoplastic Valves, Inc. *www.plasticvalves.com* Fabricante de líneas diversas de válvulas termoplásticas para industrias tales como la de filtración de agua, irrigación, procesamiento químico, producción farmacéutica, procesamiento de alimentos y otras. Los productos incluyen válvulas de bola, de mariposa, de paso, de diafragma y filtros. Se proporciona los datos de resistencia al flujo como coeficientes de flujo C_V.

PROBLEMAS

10.1M *Determine la pérdida de energía debido a la expansión súbita de un tubo de 50 mm a otro de 100 mm, cuando la velocidad del flujo es de 3 m/s en el tubo pequeño.*

10.2M *Determine la pérdida de energía debido a la expansión súbita de una tubería estándar de 1 pulg cédula 80, a otra de 3½ cédula 80, cuando el flujo volumétrico es de 3×10^{-3} m³/s.*

10.3E Determine la pérdida de energía debido a la expansión súbita de una tubería estándar de 1 pulg cédula 80, a otra de 3½ pulg cédula 80, cuando el flujo volumétrico es de 0.10 pie³/s.

10.4E Determine la diferencia de presión entre dos puntos a cada lado de la expansión súbita de un tubo con diámetro interno de 2 pulg a otro con diámetro interno de 6 pulg, si la velocidad del flujo de agua es de 4 pies/s en el tubo más pequeño.

10.5E Determine la diferencia de presiones para las condiciones del problema 10.4 si la expansión es gradual con un ángulo del cono de 15°.

10.6M *Determine la pérdida de energía debido a la expansión gradual de un tubo que pasa de 25 mm a 75 mm, cuando la velocidad del flujo es de 3 m/s en el tubo pequeño y el ángulo del cono del agrandamiento es de 20°.*

10.7M *Determine la pérdida de energía para las condiciones del problema 10.6, si el ángulo del cono se incrementa a 60°.*

10.8E Calcule la pérdida de energía para expansiones graduales con ángulos de cono que van de 2° a 60°, para los incrementos mostrados en la figura 10.5. En cada caso fluyen 85 gal/min de agua a 60°F, por una tubería de acero de 2 pulg cédula 40, que aumenta a otra de 6 pulg cédula 40.

10.9E Para los resultados del problema 10.8, elabore una gráfica de la pérdida de energía versus el ángulo del cono.

10.10E Para los datos del problema 10.8, calcule la longitud que se requiere para lograr la expansión en cada ángulo del cono. Después, calcule la pérdida de energía por la fricción en dicha longitud, con el empleo de la velocidad, diámetro y número de Reynolds para el punto medio entre los extremos de la expansión. Utilice agua a 60 °F.

10.11E Sume la pérdida de energía debido a la fricción que obtuvo en el problema 10.10 a la del problema 10.8, y grafique el total versus el ángulo del cono en la misma gráfica que utilizó para el problema 10.9.

10.12M *Difusor es otro término que se utiliza para designar una expansión. Un difusor se emplea para convertir energía cinética ($v^2/2g$) a energía de presión (p/γ). Un difusor ideal es aquél en el que no existe pérdida de energía, y puede usarse la ecuación de Bernoulli para calcular la presión después de la expansión. Calcule la presión después de la expansión para un difusor ideal con un flujo de agua a 20 °C, de un tubo de cobre de 1 pulg tipo K, a otro de 3 pulg tipo K. El flujo volumétrico es de 150 L/min, y la presión antes de la expansión es de 500 kPa.*

10.13M *Calcule la presión resultante después de un difusor "real" donde la pérdida de energía debido a la expansión se considera para los datos presentados en el problema 10.12. La expansión es súbita.*

10.14M *Calcule la presión resultante después de un difusor "real" en el que la pérdida de energía debido a la expansión se considera para los datos presentados en el problema 10.12. La expansión es gradual con ángulos de cono de (a) 60°, (b) 30° y (c) 10°. Compare los resultados con aquellos que obtuvo para los problemas 10.12 y 10.13.*

10.15M *Determine la pérdida de energía cuando fluyen 0.04 m³/s de agua, de una tubería estándar de 6 pulg cédula 40, a un depósito grande.*

10.16E Determine la pérdida de energía cuando fluyen 1.50 pies³/s de agua, de una tubería estándar de 6 pulg cédula 40, a un depósito grande.

10.17E Determine la pérdida de energía cuando fluye aceite con gravedad específica de 0.87 de un tubo de 4 pulg a otro de 2 pulg, a través de una contracción súbita, si la velocidad del flujo en el tubo grande es de 4.0 pies/s.

10.18E Para las condiciones del problema 10.17, calcule la presión en el tubo más pequeño si la presión antes de la contracción fuera de 80 psig.

10.19 Responda si es verdadero o falso el enunciado siguiente: para una contracción súbita con relación de diámetros de 3.0, la pérdida de energía disminuye conforme la velocidad aumenta.

10.20M *Determine la pérdida de energía para la contracción súbita de una tubería de acero de 5 pulg cédula 80 a otra de 2 pulg cédula 80, para un flujo volumétrico de 500 L/min.*

10.21M *Determine la pérdida de energía para la contracción gradual de una tubería de acero de 5 pulg cédula 80 a otra de 2 pulg cédula 80, para un flujo volumétrico de 500 L/min. El ángulo del cono para la contracción es de 105°.*

10.22E Determine la pérdida de energía para una contracción gradual de una tubería de acero de 4 pulg cédula 80 a otra de 1½ pulg cédula 80, para un flujo volumétrico de 250 gal/min.

10.23E Calcule la pérdida de energía para una contracción gradual de una tubería de acero de 4 pulg cédula 80 a otra de 1½ pulg cédula 80, para un flujo volumétrico de 250 gal/min. El ángulo del cono para la contracción es de 76°.

10.24E Para los datos del problema 10.22, calcule la pérdida de energía para contracciones graduales con cada uno de los ángulos de cono que aparecen en las figuras 10.10 y 10.11. Grafique la pérdida de energía versus el ángulo de cono.

10.25E Para cada contracción de las descritas en los problemas 10.22 y 10.24, elabore un dibujo a escala del dispositivo, con el fin de que se aprecie su aspecto físico.

10.26E En las figuras 10.10 y 10.11, observe que la energía mínima para una contracción gradual ($K = 0.04$, aproximadamente) ocurre cuando el ángulo del cono está en el rango de 15° a 40°. Elabore dibujos a escala de las contracciones en ambos extremos, para una reducción de 6 a 3 pulg de un tubo de hierro dúctil.

10.27E Si la contracción del tubo de hierro dúctil, de 6 a 3 pulg descrita en el problema 10.26, ocurre con un ángulo de cono de 120° ¿cuál sería el coeficiente de resistencia que resultaría? Elabore un dibujo a escala de este reductor.

10.28E Calcule la pérdida de energía que ocurriría con el flujo de 50 gal/min, de un tanque a un tubo de acero con diámetro exterior de 2.0 pulg y espesor de pared de 0.065 pulg. El tubo está instalado con su extremo de descarga dentro de la pared del tanque y es un cuadrado con aristas afiladas.

10.29M *Determine la pérdida de energía que ocurriría si fluyera agua desde un depósito a un tubo, con una velocidad de 3 m/s, si la configuración de la entrada fuera (a) un tubo que se proyectara hacia dentro (con $K = 1.0$), (b) una entrada de orillas cuadradas con aristas afiladas, (c) una entrada biselada o (d) una abertura bien redondeada.*

10.30M *Calcule la longitud equivalente, en metros de tubería, de una válvula de globo abierta por completo y situada en una tubería de 10 pulg cédula 40.*

10.31M *Repita el problema 10.30, para una válvula de compuerta abierta por completo.*

10.32E Calcule el coeficiente de resistencia K para una válvula de verificación tipo bola, colocada en una tubería de 2 pulg cédula 40, si fluye agua a 100 °F con una velocidad de 10 pies/s.

10.33E Calcule la diferencia de presión a través de una válvula de ángulo abierta por completo, que está situada en una tubería de acero de 5 pulg cédula 40, por el que pasan 650 gal/min de aceite (sg = 0.90).

10.34M *Determine la caída de presión a través de un codo estándar a 90°, en una tubería de acero de 2½ pulg cédula 40, si existe un flujo de agua a 15 °C a razón de 750 L/min.*

10.35M *Repita el problema 10.34 para un codo roscado.*

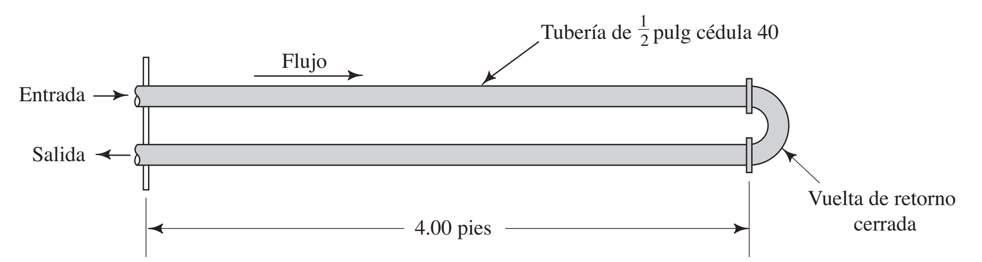
10.36M *Repita el problema 10.34 para un codo de radio largo. Compare los resultados con aquéllos de los problemas 10.34 a 10.36.*

10.37E Se construye un intercambiador de calor sencillo con la instalación de una vuelta de retorno cerrada sobre dos tuberías de acero de ½ pulg cédula 40, como se muestra en la figura 10.31. Calcule la diferencia de presión entre la entrada y la salida para un flujo volumétrico de 12.5 gal/min de etilen glicol a 77 °F.

10.38E En la figura 10.32 se presenta una propuesta alternativa para el intercambiador de calor descrito en el problema 10.37. Todo el conducto de flujo está constituido por un tubo de acero de ¾ de pulg, cuyo espesor de pared es de 0.065 pulg. Observe que el diámetro interior para este tubo es de 0.620 pulg, ligeramente más pequeño que el de la tubería de ½ pulg cédula 40 ($D = 0.622$ pulg). La vuelta de retorno está constituida por vueltas a 90° con longitud corta de tubo recto entre ellas. Calcule la diferencia de presión entre la entrada y la salida de este diseño y compárela con el sistema del problema 10.37.

10.39E Un sistema de tubería para una bomba contiene una te, como se aprecia en la figura 10.33, con el fin de permitir la medición de la presión en la salida de la bomba. Sin embargo, no existe flujo en la línea que lleva al instrumento. Calcule la pérdida de energía conforme circulan 0.40 pie^3/s de agua a 50 °F a través de la te.

FIGURA 10.31 Problema 10.37.



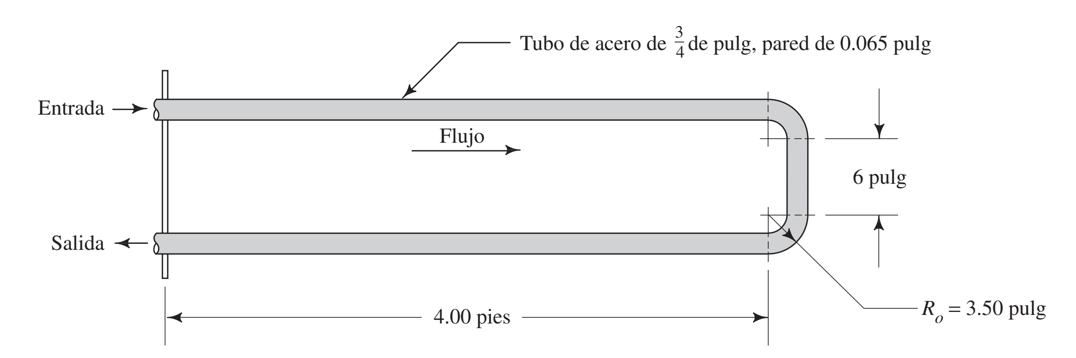


FIGURA 10.32 Problema 10.38.

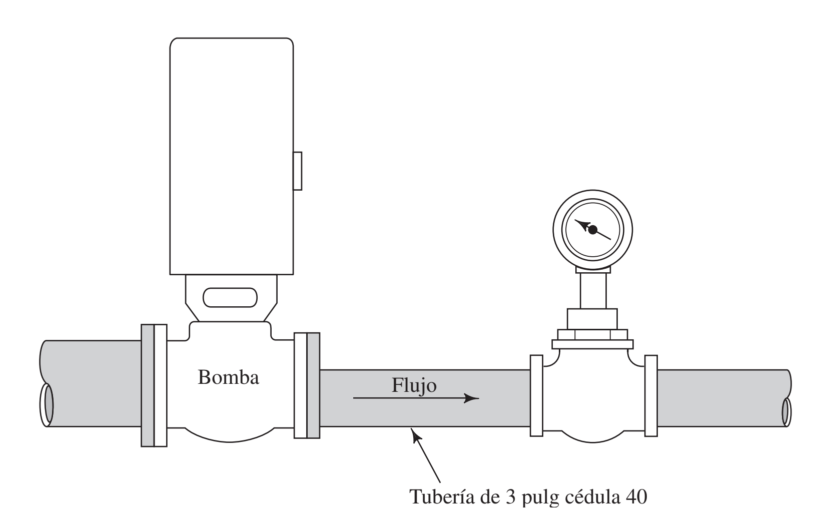


FIGURA 10.33 Problema 10.39.

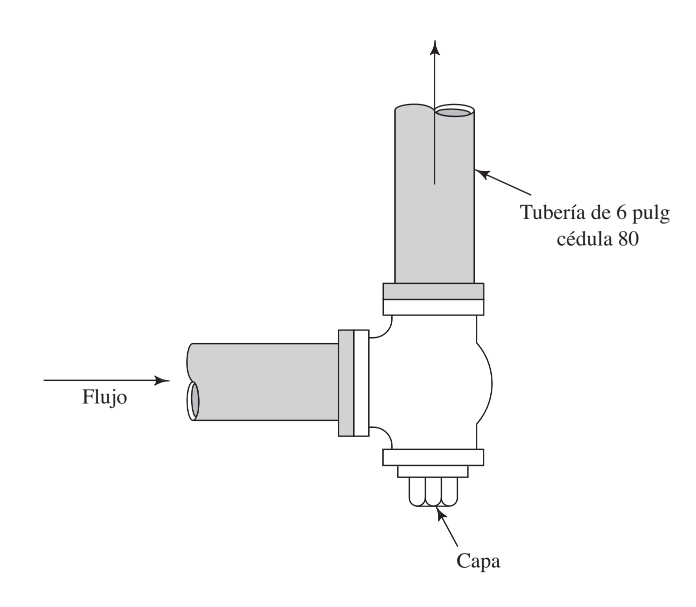


FIGURA 10.34 Problema 10.40.

10.40M *Un sistema de tubería para abastecer de petróleo pesado a 25 °C tiene el arreglo que se presenta en la figura 10.34. El ramal inferior de la te está normalmente cerrado, pero es posible quitar la tapa para limpiar la tubería. Calcule la pérdida de energía cuando existe un flujo de 0.08 m^3/s a través de la te.*

10.41M *Un tubo de cobre tipo K de 1 pulg suministra agua caliente (80 °C) a un sistema de lavado en una fábrica, con un flujo volumétrico de 250 L/min. En varios puntos del sistema se requiere vueltas a 90°. Calcule la pérdida de energía en cada vuelta si el radio al exterior de ésta es de 300 mm.*

10.42M *Especifique cuál debe ser el radio a la línea central de una vuelta a 90° en un tubo de cobre tipo K de 1 pulg, con el fin de lograr la mínima pérdida de energía. Para una vuelta como esa que conduzca 250 L/min de agua a 80 °C, calcule la pérdida de energía. Compare los resultados con los del problema 10.41.*

10.43M *Se van a conectar la entrada y la salida de la figura 10.35 (a) con un tubo de cobre de 2 pulg tipo K, para que conduzca 750 L/min de alcohol propílico a 25 °C. Evalúe los dos esquemas mostrados en las partes (b) y (c) de la figura, en cuanto a la pérdida de energía. Incluya las pérdidas debido a la vuelta y a la fricción en el tubo recto.*

10.44M *Compare las pérdidas de energía para las dos propuestas del problema 10.43, con aquélla de la figura 10.36.*

10.45M *Determine la pérdida de energía que tiene lugar cuando fluyen 40 L/min de agua a 10 °C por una vuelta a 90°, en un tubo de acero comercial que tiene un diámetro exterior de ¾ de pulg y un espesor de pared de 0.065 pulg. El radio a la línea central de la vuelta del tubo es de 150 mm.*

10.46M *La figura 10.37 muestra el arreglo de una prueba para determinar la pérdida de energía que se debe a un intercambiador de calor. Fluye agua a 50 °C en forma ver-*

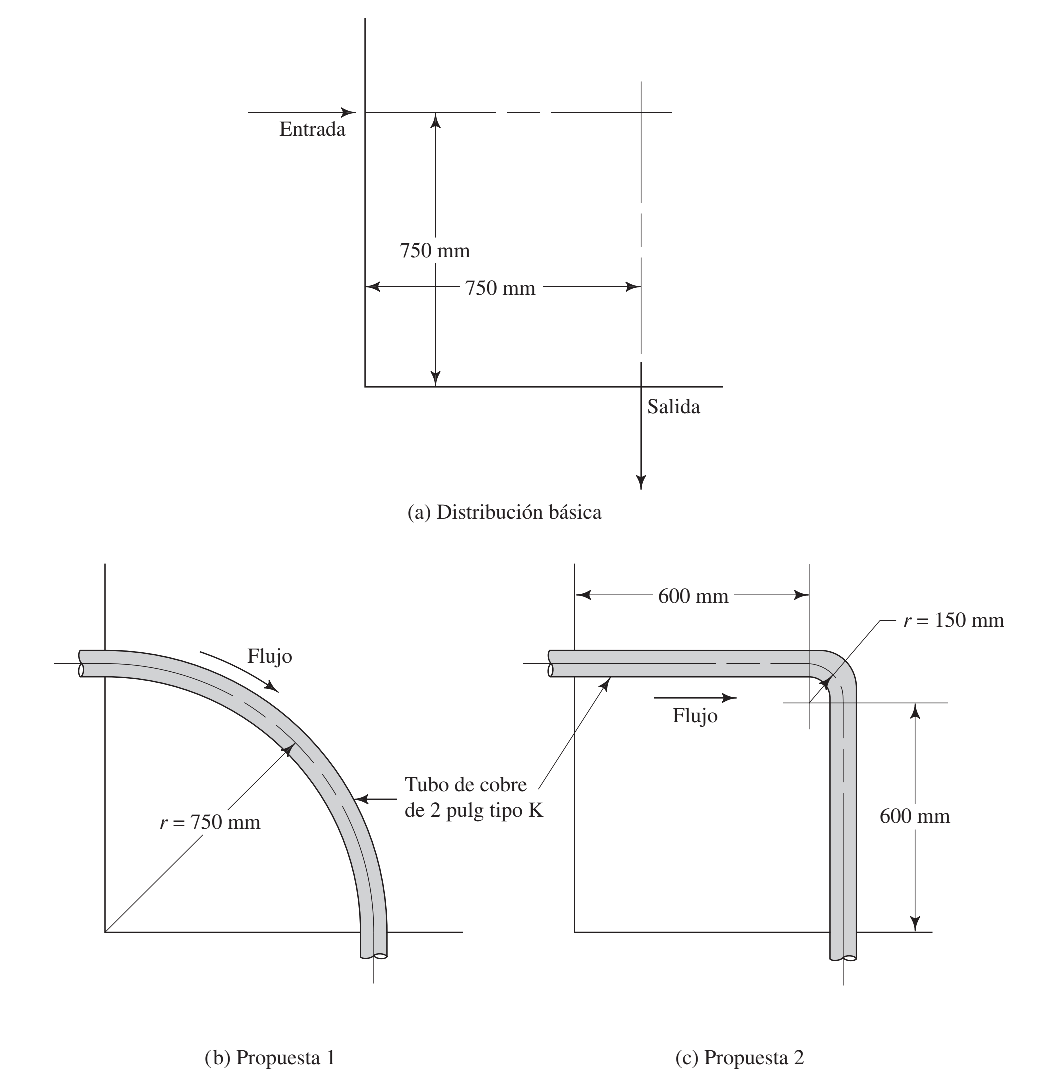


FIGURA 10.35 Problema 10.43.

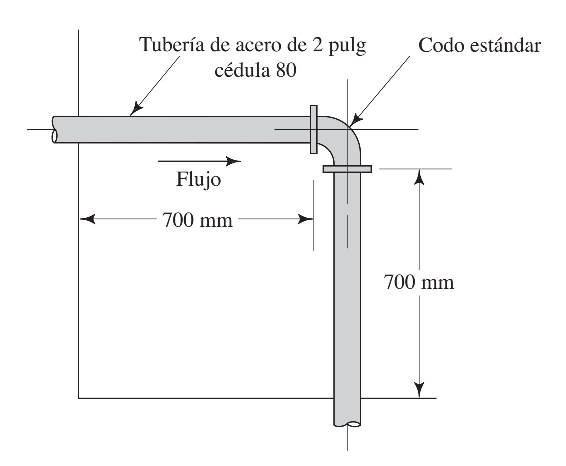


FIGURA 10.36 Problema 10.44.

tical hacia arriba, a razón de 6.0×10^{-3} m³/s. Calcule la pérdida de energía entre los puntos 1 y 2. Determine el coeficiente de resistencia para el intercambiador de calor, con base en la velocidad en la entrada del tubo.

10.47E Calcule la pérdida de energía en una vuelta a 90° de un tubo de acero que se utiliza para un sistema de potencia de fluido. El tubo tiene un diámetro exterior de ½ pulg y un espesor de pared de 0.065 pulg. El radio medio de la vuelta es de 2.00 pulg. El flujo volumétrico del aceite hidráulico es de 3.5 gal/min.

10.48E Calcule la pérdida de energía en una vuelta a 90° en un tubo de acero que se utiliza para un sistema de potencia de fluido. El tubo tiene un diámetro exterior de 1¼ de pulg y un espesor de pared de 0.083 pulg. El radio medio de la vuelta es de 3.25 pulg. El flujo volumétrico del aceite hidráulico es de 27.5 gal/min.

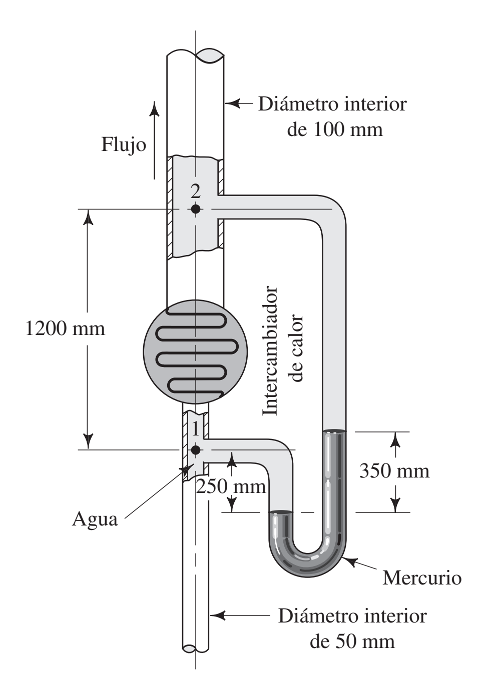


FIGURA 10.37 Problema 10.46.

10.49E Para los datos del problema 10.47, calcule el factor de resistencia y la pérdida de energía para un serpentín del tubo dado, que forma seis vueltas completas. El radio medio de las vueltas es el mismo: 2.00 pulg.

10.50E Para los datos del problema 10.48, calcule el factor de resistencia y la pérdida de energía para un serpentín del tubo dado, que forma 8.5 vueltas. El radio medio de las vueltas es el mismo: 3.50 pulg.

10.51E Un tubo similar al del problema 10.47 recorre una maquinaria compleja. En cierto punto, el tubo debe doblar con un ángulo de 145°. Calcule la pérdida de energía en la vuelta.

10.52E Un tubo similar al del problema 10.48 recorre una maquinaria compleja. En cierto punto, el tubo debe dar vuelta con un ángulo de 60°. Calcule la pérdida de energía en la vuelta.

10.53E Un sistema de potencia de fluido incorpora una válvula de control direccional similar a la que se muestra en la figura 10.29(a). Determine la caída de presión a través de la válvula cuando fluyen 5.0 gal/min de aceite hidráulico a través de la válvula, desde el puerto de la bomba al puerto A.

10.54E Repita el problema 10.53 para flujos volumétricos de 7.5 y 10.0 gal/min.

10.55E Para los datos del problema 10.53, calcule el valor equivalente del coeficiente de resistencia K, si se determina que la caída de presión se obtiene a partir de $\Delta p = \gamma h_L$ y $h_L = K(v^2/2g)$. El aceite tiene una gravedad específica de 0.90. El factor K se basa en la carga de velocidad en un tubo de acero con diámetro exterior de ⅝ de pulg, con espesor de pared de 0.065 pulg.

10.56E Repita el problema 10.55 para flujos volumétricos de 7.5 y 10.0 gal/min.

10.57E Para los datos del problema 10.53, calcule el coeficiente de flujo C_V según se definió en la sección 10.14. El aceite tiene una gravedad específica de 0.90.

10.58E Vuelva a resolver el problema 10.57 para flujos volumétricos de 7.5 y 10.0 gal/min. (Consulte el problema 10.54.)

Para los problemas 10.59 a 10.70, utilice los datos de muestra de la tabla 10.6.

10.59E Por una válvula de plástico de 2 pulg pasan 150 gal/min de agua a 150 °F. Calcule la caída de presión esperada a través de la válvula.

10.60E Por una válvula de bola de plástico de 4 pulg pasan 600 gal/min de agua a 120 °F. Calcule la caída de presión esperada a través de la válvula.

10.61E Por una válvula de bola de plástico de ¾ de pulg circulan 15 gal/min de agua a 80 °F. Calcule la caída de presión esperada a través de la válvula.

10.62E Por una válvula de plástico tipo mariposa de 1½ pulg pasan 60 gal/min de tetracloruro de carbono a 77 °F. Calcule la caída de presión esperada a través de la válvula.

10.63E Por una válvula de plástico tipo mariposa de 3 pulg circulan 300 gal/min de gasolina a 77 °F. Calcule la caída de presión esperada a través de la válvula.

10.64E Por una válvula de plástico tipo mariposa de 10 pulg circulan 5000 gal/min de propano líquido a 77 °F. Calcule la caída de presión esperada a través de la válvula.

10.65E Por una válvula de diafragma de plástico de 1½ pasan 60 gal/min de tetracloruro de carbono a 77 °F. Calcule la caída de presión esperada a través de la válvula.

10.66E Por una válvula de diafragma de plástico de 3 pulg pasan 300 gal/min de gasolina a 77 °F. Calcule la caída de presión esperada a través de la válvula.

10.67E Por una válvula de diafragma de plástico de 6 pulg circulan 1500 gal/min de propano líquido a 77 °F. Calcule la caída de presión esperada a través de la válvula.

10.68E Por una válvula de verificación tipo giratorio de ¾ de pulg circulan 18 gal/min de agua de mar a 77 °F. Calcule la caída de presión esperada a través de la válvula.

10.69E Por una válvula de verificación tipo giratorio de 3 pulg pasan 300 gal/min de keroseno a 77 °F. Calcule la caída de presión esperada a través de la válvula.

10.70E Por una válvula de verificación tipo giratorio de 8 pulg pasan 3500 gal/min de glicerina a 77 °F. Calcule la caída de presión esperada a través de la válvula.

ANÁLISIS ASISTIDO POR COMPUTADORA Y EJERCICIOS DE DISEÑO

El propósito de los ejercicios que a continuación presentamos es preparar herramientas que utilice un diseñador de sistemas de potencia de fluido para especificar los tamaños apropiados de tubería de acero para el sistema que diseñe. Algunos de ellos también ayudan a evaluar las pérdidas de energía y permiten asegurarnos de que las pérdidas debido a las vueltas del tubo sean tan bajas como prácticas.

1. Su compañía diseña sistemas de potencia de fluido de propósito especial para el mercado de la automatización industrial. La técnica que se usa normalmente para fabricar los sistemas consiste en colocar tubos de acero entre las bombas, válvulas de control y actuadores para el sistema, con el empleo de tubos rectos y vueltas a 90°. En los sistemas se utilizan diversos tubos de tamaños diferentes, lo que depende del flujo volumétrico del aceite hidráulico requerido para la aplicación. Se le pide que construya una tabla del radio recomendable de la vuelta para cada uno de los tamaños nominales de tubería de acero que aparecen en el apéndice G. El espesor de pared para cada tamaño siempre será el más grande de los mencionados en la tabla, debido a las presiones tan altas en los sistemas hidráulicos. De acuerdo con la figura 10.27, la resistencia mínima ocurre cuando el radio relativo de la vuelta es aproximadamente de 3.0. Elabore la tabla de los radios de vuelta recomendables con un redondeo de ½ pulg, pero asegúrese de que el radio relativo de cualquier vuelta nunca sea menor de 2.0. Se le sugiere que utilice un enfoque de hoja de cálculo.
2. La sección 6.5 incluye la recomendación de que la velocidad de flujo en las líneas de descarga de sistemas de fluido de potencia esté en el rango de 7 a 18 pies/s. El promedio de éstos valores es de 12.5 pies/s. Diseñe una hoja de cálculo para determinar el diámetro interior de la línea de descarga, con el fin de lograr esta velocidad para cualquier flujo volumétrico de diseño. Después, consulte el apéndice G para especificar un tubo de acero apropiado, con el uso del espesor de pared más grande de los que se da para cualquier tamaño, esto debido a las altas presiones ejercidas en los sistemas de potencia de fluido. Para el tubo seleccionado, calcule la velocidad real de flujo cuando se conduzca la tasa de flujo volumétrico de diseño.
3. Para cada tamaño de tubo de los que utilizó en el ejercicio 1, determine el valor de f_T para denotarlo en la ecuación de la pérdida de energía ante cualquier cálculo de pérdida menor que requiera dicho valor para las válvulas, acoplamientos y vueltas. Consulte el problema modelo 10.9 como ejemplo. Se necesitará calcular la razón D/ϵ para cada tamaño de tubo que utilice la rugosidad de los tubos de acero. Después, consulte el diagrama de Moody para determinar el factor de fricción en la zona de turbulencia completa. Incorpore dicho valor en la hoja de cálculo del ejercicio 1 o construya otra por separado para la lista.
4. Combine los ejercicios 1 a 3 para incluir el cálculo de la pérdida de energía para una vuelta dada, por medio del proceso siguiente:
   - Dado un flujo volumétrico requerido para un sistema de potencia de fluido, determine un tamaño apropiado para la tubería de descarga para producir una velocidad de flujo dentro del rango recomendado.
   - Para el tamaño de tubo seleccionado, recomiende el radio de las vueltas a 90°.
   - Para el tamaño de tubo seleccionado, calcule el valor de f_T, el factor de fricción en el rango de turbulencia completa.
   - Calcule el factor de resistencia K para la vuelta, por medio de $K = f_T(L_e/D)$.
   - Calcule la velocidad real del flujo para el flujo volumétrico dado en el tamaño de tubo seleccionado.
   - Calcule la pérdida de energía en la vuelta, con $h_L = K(v^2/2g)$.
5. Repita el ejercicio número 1 para cada tamaño de tubo, pero utilice el espesor de pared más pequeño en lugar del más grande. Dichos tubos pueden usarse en las líneas de toma que lleven aceite del tanque a la entrada de la bomba. La presión en la tubería de succión es muy baja.
6. Repita el ejercicio número 2, pero agregue una sugerencia para el tamaño de la línea de succión, con el fin de lograr una velocidad del flujo de 3.0 pies/s, recomendable en las líneas de succión. Emplee el espesor de pared más pequeño para cualquier tamaño de tubo, debido a la presión tan baja que hay en las líneas de succión.
7. Repita los ejercicios 1 a 6 con el manejo de datos del SI. Los flujos volumétricos han de estar en las unidades apropiadas que determine el profesor, como m^3/s, m^3/h, L/s o L/min. Los cálculos de velocidad deben estar en m/s.

11 Sistemas de tuberías en serie

11.1 Panorama

Mapa de aprendizaje

- Este capítulo es la culminación de los anteriores, del 6 al 10, donde estudiamos aspectos específicos del movimiento de los fluidos en tuberías y ductos.
- Un sistema de tubería en serie es aquel donde el fluido sigue una trayectoria única a través de él.
- Debe usted desarrollar la capacidad de identificar tres clases diferentes de sistemas de tuberías en serie y practicar las técnicas para analizarlos.
- Debido a que la mayoría de los sistemas reales incluyen varios elementos diferentes, los cálculos se entremezclan con frecuencia. Debe ser capaz de efectuar análisis asistidos por computadora de los sistemas de flujo de fluidos, con el fin de realizar la mayor parte de dichos cálculos.

Descubrimientos

- Repase los capítulos 6 a 10 para que recuerde las herramientas de análisis ahí presentadas: la ecuación de continuidad, la ecuación general de la energía, pérdidas de energía debido a la fricción y pérdidas menores.
- Estudie los distintos sistemas de tubería ilustrados en el capítulo 7 e identifique dónde ocurren las pérdidas de energía.
- Repase los análisis de la sección Panorama de los capítulos 8 a 10, en las que describió las pérdidas de energía en varias clases de sistemas.

En este capítulo aprenderá a analizar tres clases diferentes de sistemas de tuberías en serie donde el fluido sigue una sola trayectoria. También verá algunas aplicaciones del análisis asistido por computadora, con el empleo de hojas de cálculo de sistemas de circulación de fluido.

Conceptos introductorios

Este capítulo es la culminación de los anteriores, dedicados al movimiento de los fluidos en tuberías y ductos. Desarrollamos los conceptos de flujo volumétrico, ecuación de continuidad, ecuación de Bernoulli y la ecuación general de la energía. Definimos los flujos laminar y turbulento, y se empleó el número de Reynolds para determinar el tipo de flujo en un sistema dado. Presentamos la manera de calcular las pérdidas de energía debido a la fricción. También estudiamos varios tipos de pérdidas menores para el movimiento de los fluidos a través de válvulas y acoplamientos, y para cambios en la velocidad o dirección del flujo.

Por supuesto, es frecuente que los sistemas reales de circulación de fluidos contengan varias pérdidas menores, así como las provocadas por la fricción, conforme ocurre el movimiento de un punto a otro. Tal vez haya más de un tamaño de tubería. En este capítulo presentamos los métodos de análisis de sistemas de tuberías reales, donde el fluido se mueve a través de una sola trayectoria continua. Un sistema como el descrito recibe el nombre de *sistema de tubería en serie*.

Recuerde el análisis de la sección Panorama del capítulo 10. En él examinó sistemas reales, con el fin de seguir la trayectoria del flujo e identificar los tipos de pérdidas menores que ocurren en los sistemas. Cada uno de dichos dispositivos como las válvulas, acoplamientos o cambios en el tamaño o dirección de la trayectoria, ocasionan una pérdida de energía en el sistema. La energía se pierde en forma de calor que disipa el fluido. Como resultado

de esta pérdida la presión del fluido disminuye. La energía que se perdió, primero se introdujo al sistema por medio o bombas o porque la fuente estaba en una elevación mayor. Por tanto, la pérdida de energía es un desperdicio. Las pérdidas de energía pequeñas por lo general significa que es posible emplear una bomba y motor más pequeños, o que un sistema dado produciría una salida más grande.

El análisis de sistemas y los problemas de diseño pueden ser clasificados en tres clases:

Clase I El sistema está definido por completo en términos del tamaño de las tuberías, los tipos de pérdidas menores presentes y el flujo volumétrico del fluido del sistema. El objetivo común es calcular la presión en algún punto de interés, para determinar la carga total de la bomba o encontrar la elevación de una fuente de fluido, con el fin de producir un flujo volumétrico que se desea o ciertas presiones en puntos seleccionados del sistema.

Clase II El sistema está descrito por completo en término de sus elevaciones, tamaños de tuberías, válvulas y acoplamientos, y la caída de presión permisible en puntos clave del sistema. Se desea conocer el flujo volumétrico del fluido que podría conducir un sistema dado.

Clase III Se conoce el arreglo general del sistema, así como el flujo volumétrico que se quiere. Ha de calcularse el tamaño de la tubería que se requiere para conducir un flujo volumétrico dado de cierto fluido.

Conforme estudie los métodos de análisis y diseño de estas tres clases de sistema, también debe aprender cuáles son los elementos deseables en éste. ¿Qué válvulas son adecuadas para usarlas en determinadas aplicaciones? ¿Dónde se localizan los puntos críticos de un sistema para evaluar las presiones? ¿En qué lugar debe colocarse la bomba de un sistema en relación con la fuente del fluido? ¿Cuáles son las velocidades razonables de flujo en partes diferentes de los sistemas? Estudiamos algunos de estos temas en capítulos anteriores. Ahora emplearemos algunos de ellos para evaluar la factibilidad de un sistema propuesto y para recomendar mejoras.

11.2 OBJETIVOS

Al terminar este capítulo podrá:

1. Identificar sistemas de tubería en serie.
2. Determinar si un sistema dado es de clase I, clase II o clase III.
3. Calcular la pérdida total de energía, diferencias de elevación o diferencias de presión para sistemas de clase I con cualquier combinación de tuberías, pérdidas menores, bombas o depósitos, cuando el sistema conduce cierto flujo volumétrico.
4. Determinar, para sistemas de clase II, la velocidad o el flujo volumétrico a través del sistema, con diferencias de presión y alturas de elevación conocidas.
5. Determinar, para sistemas de clase III, el tamaño de tubería que se requiere para conducir un flujo volumétrico dado, con una caída de presión limitante específica o para una diferencia de elevación también dada.

11.3 SISTEMA DE CLASE I

En este capítulo sólo abordamos sistemas en serie, como el que se ilustra en la figura 11.1. Para dicho sistema la ecuación de la energía, con el empleo de la superficie de cada depósito como punto de referencia, es la siguiente:

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} + h_A - h_L = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g} \qquad (11\text{–}1)$$

Los primeros tres términos del lado izquierdo de esta ecuación representan la energía que tiene el fluido en el punto 1, en forma de carga de presión, carga de elevación y carga de velocidad. Los términos del lado derecho de la ecuación representan la energía el fluido en el punto 2. El término h_A es la energía que una bomba agrega al sistema. El nombre común para esta energía es *carga total sobre la bomba*, y se emplea como uno de los parámetros principales para seleccionar una bomba y determinar su rendimiento. El tér-

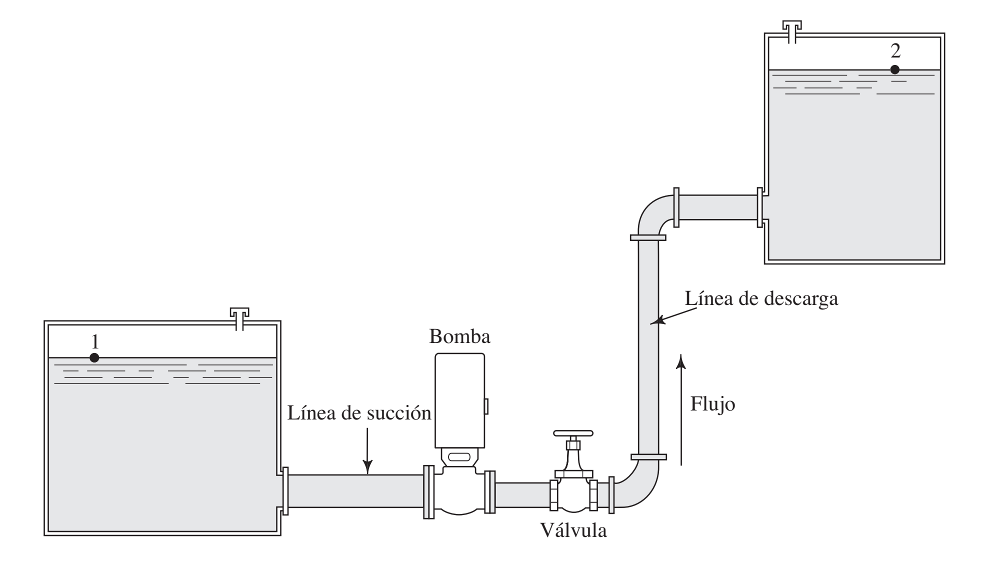


FIGURA 11.1 Sistema de tubería en serie.

mino h_L denota la energía total que se pierde en el sistema en cualquier lugar entre los puntos de referencia 1 y 2. Es común que haya varios factores que contribuyen a la pérdida total de energía. En este problema actúan seis de ellos:

$$h_L = h_1 + h_2 + h_3 + h_4 + h_5 + h_6 \quad (11\text{–}2)$$

donde

h_L = Pérdida total de energía por unidad de peso del fluido en movimiento

h_1 = Pérdida en la entrada

h_2 = Pérdida por fricción en la línea de succión

h_3 = Pérdida de energía en la válvula

h_4 = Pérdida de energía en los dos codos a 90º

h_5 = Pérdida por fricción en la línea de descarga

h_6 = Pérdida en la salida

En un sistema de tuberías en serie, la pérdida total de energía es la suma de las pérdidas individuales menores más todas las pérdidas provocadas por la fricción. Este enunciado coincide con el principio de que la ecuación de la energía es el recuento de toda la energía entre dos puntos de referencia del sistema.

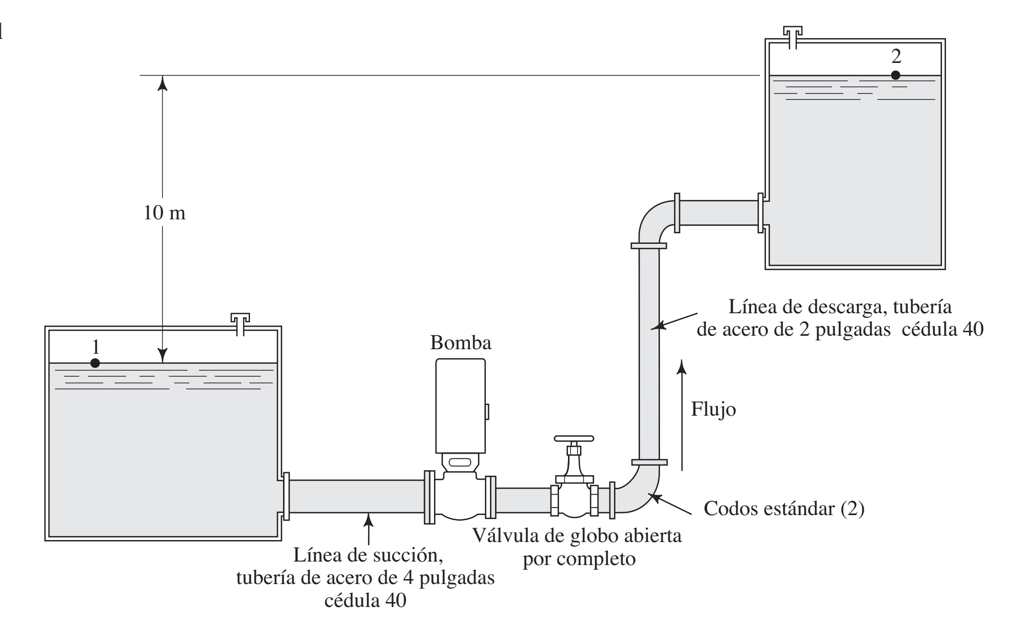
El enfoque al análisis de los sistemas de clase I es idéntico al utilizado en los capítulos anteriores, excepto que por lo general habrá varios tipos de pérdidas de energía. El problema modelo programado que sigue ilustrará la solución de un problema de clase I.

PROBLEMA MODELO PROGRAMADO

☐ **PROBLEMA MODELO 11.1**

Calcule la potencia que suministra la bomba de la figura 11.2, si sabemos que su eficiencia es de 76%. Hay un flujo de 54.0 m^3/h de alcohol metílico a 25 °C. La línea de succión es una tubería de acero estándar de 4 pulgadas, cédula 40, y de 15 m de largo. La longitud total de la tubería de acero de 2 pulgadas cédula 40 que constituye la línea de descarga es de 200 m. Suponga que la entrada desde el almacenamiento 1 es a través de una entrada de bordes cuadrados, y que los codos son estándar. La válvula está abierta por completo y es de tipo globo.

FIGURA 11.2 Sistema para el problema modelo 11.1.



La solución comienza con la escritura de la ecuación de la energía del sistema.

Se utilizan las superficies de los depósitostos como puntos de referencia, y se tiene

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} + h_A - h_L = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

Como $p_1 = p_2 = 0$, y v_1 y v_2 son aproximadamente igual a cero, la ecuación se simplifica y queda así:

$$z_1 + h_A - h_L = z_2$$

Debido a que el objetivo del problema es calcular la potencia que se suministra a la bomba, ahora se resuelve para la carga total, h_A.

La carga total es

$$h_A = z_2 - z_1 + h_L$$

Hay seis componentes de la pérdida total de energía. Haga una lista y escriba la fórmula para evaluar cada una de ellas.

La lista debe incluir lo siguiente. El subíndice *s* denota la línea de succión y *d* indica la línea de descarga:

$h_1 = K(v_s^2/2g)$ (pérdida en la entrada)
$h_2 = f_s(L/D)(v_s^2/2g)$ (pérdida por fricción en la línea de succión)
$h_3 = f_{dT}(L_e/D)(v_d^2/2g)$ (válvula)
$h_4 = f_{dT}(L_e/D)(v_d^2/2g)$ (dos codos a 90°)
$h_5 = f_d(L/D)(v_d^2/2g)$ (pérdida por fricción en la línea de descarga)
$h_6 = 1.0(v_d^2/2g)$ (pérdida en la salida)

Debido a que se requiere la carga de velocidad en las líneas de succión o descarga para cada pérdida de energía, ahora calculamos estos valores.

Debió obtener $v_s^2/2g = 0.17$ m y $v_d^2/2g = 2.44$ m, como sigue:

$$Q = \frac{54.0\text{ m}^3}{\text{h}} \times \frac{1\text{ h}}{3600\text{ s}} = 0.015\text{ m}^3/\text{s}$$

$$v_s = \frac{Q}{A_s} = \frac{0.015\text{ m}^3}{\text{s}} \times \frac{1}{8.213 \times 10^{-3}\text{ m}^2} = 1.83\text{ m/s}$$

$$\frac{v_s^2}{2g} = \frac{(1.83)^2}{2(9.81)}\text{ m} = 0.17\text{ m}$$

$$v_d = \frac{Q}{A_d} = \frac{0.015\text{ m}^3}{\text{s}} \times \frac{1}{2.168 \times 10^{-3}\text{ m}^2} = 6.92\text{ m/s}$$

$$\frac{v_d^2}{2g} = \frac{(6.92)^2}{2(9.81)}\text{ m} = 2.44\text{ m}$$

Para determinar las pérdidas de energía por fricción en las líneas de succión y descarga, y las pérdidas menores en esta última, se necesitan el número de Reynolds, la rugosidad relativa y el factor de fricción para cada tubería, así como el factor de fricción en la zona de turbulencia completa para la línea de descarga que contiene una válvula y acoplamientos. Ahora, encuentre dichos valores.

Para el alcohol metílico a 25 °C, $\rho = 789$ kg/m^3 y $\eta = 5.60 \times 10^{-4}$ Pa·s. Después, en la línea de succión, tenemos

$$N_R = \frac{vD\rho}{\eta} = \frac{(1.83)(0.1023)(789)}{5.60 \times 10^{-4}} = 2.64 \times 10^5$$

Como el flujo es turbulento, el valor de f_s debe evaluarse a partir del diagrama de Moody, en la figura 8.6. Para tubo de acero, $\epsilon = 4.6 \times 10^{-5}$ m. Se escribe

$$D/\epsilon = 0.1023/(4.6 \times 10^{-5}) = 2224$$
$$N_R = 2.64 \times 10^5$$

Por tanto, $f_s = 0.018$.

En la línea de descarga, tenemos

$$N_R = \frac{vD\rho}{\eta} = \frac{(6.92)(0.0525)(789)}{5.60 \times 10^{-4}} = 5.12 \times 10^5$$

Este flujo también es turbulento. Al evaluar el factor de fricción f_d, queda

$$D/\epsilon = 0.0525/(4.6 \times 10^{-5}) = 1141$$
$$N_R = 5.12 \times 10^5$$
$$f_d = 0.020$$

De la tabla 10.5 se encuentra que $f_{dT} = 0.019$ para la tubería de descarga de 2 pulgadas en la zona de turbulencia completa.

Ahora, hay que regresar a los cálculos de pérdida de energía y evaluar h_1, la pérdida en la entrada, en N·m/N o m.

El resultado es $h_1 = 0.09$ m. Para una entrada de bordes cuadradas, $K = 0.5$ y

$$h_1 = 0.5(v_s^2/2g) = (0.5)(0.17\text{ m}) = 0.09\text{ m}$$

Ahora se calcula h_2, la pérdida por fricción en la línea de succión.

El resultado es $h_2 = 0.45$ m.

$$h_2 = f_s \times \frac{L}{D} \times \frac{v_s^2}{2g} = f_s\left(\frac{15}{0.1023}\right)(0.17)\text{ m}$$

$$h_2 = (0.018)\left(\frac{15}{0.1023}\right)(0.17)\text{ m} = 0.45\text{ m}$$

Luego, se calcula h_3, la pérdida de energía en la válvula de la línea de descarga.

De los datos del capítulo 10, la razón de longitud equivalente L_e/D para una válvula de globo abierta por completo es 340. El factor de fricción es $f_{dT} = 0.019$. Entonces, tenemos

$$h_3 = f_{dT} \times \frac{L_e}{D} \times \frac{v_d^2}{2g} = (0.019)(340)(2.44)\text{ m} = 15.76\text{ m}$$

Ahora se calcula h_4, la pérdida de energía en los dos codos a 90°.

Para codos estándar a 90°, $L_e/D = 30$. El valor de f_{dT} es 0.019, el mismo que se empleó en el panel anterior. Por tanto, tenemos

$$h_4 = 2f_{dT} \times \frac{L_e}{D} \times \frac{v_d^2}{2g} = (2)(0.019)(30)(2.44)\text{ m} = 2.78\text{ m}$$

Ahora se calcula h_5, la pérdida por fricción en la línea de descarga.

La pérdida por fricción en la línea de descarga es

$$h_5 = f_d \times \frac{L}{D} \times \frac{v_d^2}{2g} = (0.020)\left(\frac{200}{0.0525}\right)(2.44)\text{ m} = 185.9\text{ m}$$

Sigue el cálculo de h_6, la pérdida en la salida.

La pérdida en la salida es

$$h_6 = 1.0(v_d^2/2g) = 2.44\text{ m}$$

Con esto terminamos el cálculo de las pérdidas individuales de energía. Ahora es posible determinar la pérdida total h_L.

$$h_L = h_1 + h_2 + h_3 + h_4 + h_5 + h_6$$
$$h_L = (0.09 + 0.45 + 15.76 + 2.78 + 185.9 + 2.44)\text{ m}$$
$$h_L = 207.4\text{ m}$$

De la ecuación de la energía, la expresión para la carga total sobre la bomba es

$$h_A = z_2 - z_1 + h_L$$

Entonces, tenemos

$$h_A = 10\,\text{m} + 207.4\,\text{m} = 217.4\,\text{m}$$

Ahora se calcula la potencia suministrada a la bomba, P_A.

$$\text{Potencia} = \frac{h_A \gamma Q}{e_M} = \frac{(217.4\,\text{m})(7.74 \times 10^3\,\text{N/m}^3)(0.015\,\text{m}^3/\text{s})}{0.76}$$

$$P_A = 33.2 \times 10^3\,\text{N·m/s} = 33.2\,\text{kW}$$

Con esto concluimos el problema modelo programado.

■

Principios generales del diseño de sistemas de tubería

Aunque los requerimientos específicos de un sistema dado imponen algunas de las características de un sistema de tubería, los lineamientos siguientes ayudan a diseñar sistemas con eficiencia razonable.

1. Recuerde que, de acuerdo con lo que se estudió en el capítulo 7, la potencia que la bomba de un sistema requiere se calcula por medio de

$$P_A = h_A \gamma Q$$

donde h_A es la carga total sobre la bomba. Las pérdidas de energía contribuyen mucho a esta carga total, lo que hace deseable minimizarlas.

2. Debe ponerse atención particular a la presión en la entrada de una bomba; hay que hacerla tan elevada como sea práctico. Debe verificarse el diseño final de la línea de succión, con el fin de asegurar que no haya *cavitación* en el puerto de succión de la bomba, por medio del cálculo de la *carga de succión positiva neta* (*NPSH*), como se estudiará detenidamente en el capítulo 13.

3. Deben seleccionarse los componentes del sistema para minimizar las pérdidas de energía, al mismo tiempo que se mantiene un tamaño físico y costo razonables de los componentes.

4. La selección de los tamaños de tubería debe hacerse de acuerdo con las recomendaciones dadas en la sección 6.5 del capítulo 6, tomando en cuenta el tipo de sistema que se diseña. Debe emplearse la figura 6.2 para determinar los tamaños aproximados de las líneas de succión y descarga de sistemas comunes de transferencia de fluidos. Para tuberías muy largas o cuando haya que minimizar las pérdidas de energía, hay que especificar tamaños grandes.

5. Si los tamaños de tubería seleccionados difieren de las conexiones de succión y descarga de la bomba, basta utilizar reducciones o expansiones graduales de pérdida baja, como se dijo en el capítulo 10. Para muchos tipos de tubería están disponibles comercialmente componentes estándar.

6. La longitud de las líneas de succión debe ser tan corta como sea práctico.

7. Se recomienda emplear válvulas de control y apagado de pérdida baja, como las de tipo compuerta o mariposa, a menos que el diseño del sistema requiera otras que estrangulen el flujo. En ese caso, pueden especificarse válvulas de globo.

8. Frecuentemente es deseable colocar una válvula de cierre en cualquier lado de la bomba, con el fin de permitir que ésta se repare o retire.

Crítica del sistema de la figura 11.2, analizado en el problema modelo 11.1

La solución de problemas como el anterior dan al diseñador del sistema de circulación de fluido vasta información útil, con la cual puede evaluar el diseño propuesto y tomar

decisiones racionales para mejorarlo. Aquí aplicamos los principios presentados en el sistema que se analizó en el problema modelo 11.1. El objetivo es proponer varias formas para rediseñar el sistema, con el fin de reducir bastante la potencia que requiere la bomba y ajustar el diseño de la línea de succión. Veamos algunas observaciones:

1. La longitud de la línea de succión entre el primer depósito o almacenamiento y la bomba (15 m) parece ser larga en exceso. Se recomienda que la bomba se traslade más cerca del depósito, de modo que la línea de succión sea tan corta como sea práctico.
2. Es deseable colocar una válvula en la línea de succión antes de la entrada a la bomba, para permitir que ésta se retire o reciba mantenimiento sin drenar el depósito. Debe emplearse una válvula de compuerta, de modo que la pérdida de energía sea pequeña durante la operación normal con la válvula abierta por completo.
3. Para determinar un tamaño apropiado para la línea de succión, consulte la sección 6.5 y la figura 6.2. Para un flujo volumétrico de 54.0 m^3/s, se sugiere una tubería de $3\frac{1}{2}$ pulgadas, aproximadamente. La de 4 pulgadas que se utilizó en el problema modelo 11.1 es aceptable, y la velocidad de 1.83 m/s en la línea de succión produce una carga de velocidad muy baja de 0.17 m, con la correspondiente pérdida pequeña por fricción.
4. La pérdida de energía en la línea de descarga de 200 m de largo es muy elevada, debido sobre todo a la velocidad alta del flujo en la tubería de 2 pulgadas, 6.92 m/s. La figura 6.2 sugiere un tamaño para la línea de descarga de $2\frac{1}{2}$ pulgadas aproximadamente Sin embargo, debido a la longitud extensa, se especificará una tubería de acero de 3 pulgadas cédula 40, que producirá una velocidad de 3.15 m/s y una carga de velocidad de 0.504 m. En comparación con la carga de velocidad original de 2.44 m para la tubería de 2 pulgadas, esto constituye *una reducción de casi cinco veces*. La pérdida de energía se reducirá en forma aproximadamente proporcional.
5. La válvula de globo en la línea de descarga debe reemplazarse por un tipo con menos resistencia. La razón de longitud equivalente, L_e/D, de 340, está entre la más alta de cualquier tipo de válvula. Una válvula de compuerta abierta por completo tiene una $L_e/D = 8$, *¡reducida más de 42 veces!*

Resumen de cambios en el diseño

Se proponen los cambios siguientes:

1. Disminuir la longitud de la línea de succión, de 15 m a 1.5 m. Si se supone que los dos depósitos deben permanecer en la misma posición, los 13.5 m adicionales de longitud se agregarán a la línea de descarga, lo que hace una longitud total de 213.5 m.
2. En la línea de succión hay que colocar una válvula de compuerta abierta por completo.
3. Incrementar el tamaño de la línea de descarga, de 2 a 3 pulgadas cédula 40. Entonces, $v_d = 3.15$ m/s, y la carga de velocidad es de 0.504 m.
4. Reemplazar la válvula de globo en la línea de descarga por otra de compuerta abierta por completo.

Realizar todos estos cambios reduciría la energía que debe agregar la bomba, de 217.4 m a 37.9 m. La potencia suministrada a la bomba disminuiría de 33.2 kW a 5.8 kW, *¡una reducción de casi un factor de 6!*

11.4 SOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE CLASE I, CON AYUDA DE UNA HOJA DE CÁLCULO

El procedimiento de solución para problemas de tuberías en serie de la clase I es directo, en el sentido de que el sistema está definido por completo y el análisis conduce a la solución final sin ninguna iteración o estimación de valores. Pero es un procedimiento laborioso que requiere bastantes cálculos. Si fueran a diseñarse varios sistemas o si el diseñador quisiera probar algunas modificaciones de un diseño dado, se requeriría mucho tiempo.

El empleo de una hoja de cálculo mejora el procedimiento, ya que efectúa la mayor parte de los cálculos una vez que el operador introduce los datos básicos.

La figura 11.3 muestra un enfoque de hoja de cálculo. Está diseñado para modelar un sistema similar al que se ilustra en la figura 11.2, donde una bomba impulsa fluido desde cierta fuente y lo lleva a un punto de destino. Los datos mostrados proceden del problema modelo 11.1, donde el objetivo consistía en calcular la potencia requerida para mover la bomba. Compare los valores de la hoja de cálculo con los que se encontró en el problema modelo. Las diferencias pequeñas se deben sobre todo al redondeo y al

MECÁNICA DE FLUIDOS APLICADA				**SISTEMAS EN SERIE DE CLASE I**					
Objetivo: ***potencia de bomba***				*Puntos de referencia para la ecuación de la energía:*					
Problema modelo 11.1				Punto 1: Superficie del depósito inferior					
Figura 11.2				Punto 2: Superficie del depósito superior					
Datos del sistema:	**Unidades del SI**								
Flujo volumétrico: Q =	*0.015*	*m^3/s*		*Elevación en el punto 1 =*	*0*	*m*			
Presión en el punto 1 =	*0*	*kPa*		*Elevación en el punto 2 =*	*10*	*m*			
Presión en el punto 2 =	*0*	*kPa*		*Si el punto está en la tubería: indicar v1 "=B20" o v2 "=E20"*					
Velocidad en el punto 1 =	*0*	*m/s →*		Carga de velocidad en el punto 1 =	*0*	*m*			
Velocidad en el punto 2 =	*0*	*m/s →*		Carga de velocidad en el punto 2 =	*0*	*m*			
Propiedades del fluido:				Tal vez se necesite calcular $\nu = \eta/\rho$					
Peso específico =	*7.74*	*kN/m^3*		*Viscosidad cinemática =*	*7.10E-07*	*m^2/s*			
Tubería 1:				***Tubería 2:***					
Diámetro: D =	*0.1023*	*m*		*Diámetro: D =*	*0.0525*	*m*			
Rugosidad de la pared: ϵ =	*4.60E-05*	*m*		*Rugosidad de la pared: ϵ =*	*4.60E-05*	*m*	*[Vea la tabla 8.2]*		
Longitud: L =	*15*	*m*		*Longitud: L =*	*200*	*m*			
Área: A =	8.22E-03	m^2		Área: A =	2.16E-03	m^2	[$A = \pi D^2/4$]		
D/ϵ =	2224			*D/ϵ* =	1141		Rugosidad relativa		
L/D =	147			*L/D* =	3810				
Velocidad del flujo =	1.82	m/s		Velocidad del flujo =	6.93	m/s	[$v = Q/A$]		
Carga de velocidad =	0.170	m		Carga de velocidad =	2.447	m	[$v^2/2g$]		
Número de Reynolds =	2.63E+05			Número de Reynolds =	5.13E+05		[$N_R = vD/\nu$]		
Factor de fricción: *f* =	0.0182			Factor de fricción: *f* =	0.0198		Emplee la ec. 8-7		
Pérdidas de energía en la tubería 1:		Qty.							
Tubería: $K_1 = f(L/D)$ =	*2.67*	*1*		Pérdida de energía h_{L1} =	0.453	m	Fricción		
Pérdida en la entrada: K_2 =	*0.50*	*1*		Pérdida de energía h_{L2} =	0.085	m			
Elemento 3: K_3 =	*0.00*	*1*		Pérdida de energía h_{L3} =	0.000	m			
Elemento 4: K_4 =	*0.00*	*1*		Pérdida de energía h_{L4} =	0.000	m			
Elemento 5: K_5 =	*0.00*	*1*		Pérdida de energía h_{L5} =	0.000	m			
Elemento 6: K_6 =	*0.00*	*1*		Pérdida de energía h_{L6} =	0.000	m			
Elemento 7: K_7 =	*0.00*	*1*		Pérdida de energía h_{L7} =	0.000	m			
Elemento 8: K_8 =	*0.00*	*1*		Pérdida de energía h_{L8} =	0.000	m			
Pérdidas de energía en la tubería 2:		Qty.							
Tubería: $K_1 = f(L/D)$ =	75.35	1		Pérdida de energía h_{L1} =	184.40	m	Fricción		
Válvula de globo: K_2 =	*6.46*	*1*		Pérdida de energía h_{L2} =	15.81	m			
2 codos estándar: K_3 =	*0.57*	*2*		Pérdida de energía h_{L3} =	2.79	m			
Pérdida en la salida: K_4 =	*1.00*	*1*		Pérdida de energía h_{L4} =	2.45	m			
Elemento 5: K_5 =	*0.00*	*1*		Pérdida de energía h_{L5} =	0.00	m			
Elemento 6: K_6 =	*0.00*	*1*		Pérdida de energía h_{L6} =	0.00	m			
Elemento 7: K_7 =	*0.00*	*1*		Pérdida de energía h_{L7} =	0.00	m			
Elemento 8: K_8 =	*0.00*	*1*		Pérdida de energía h_{L8} =	0.00	m			
				Pérdida total de energía h_{Ltot} =	205.98	m			
Resultados:				Carga total sobre la bomba: h_A =	216.0	m			
				Potencia agregada al fluido: P_A =	25.08	kW			
				Eficiencia de la bomba =	*76.00*	*%*			
				Potencia de entrada a la bomba: h_{Ltot} =	32.99	kW			

FIGURA 11.3 Hoja de cálculo para sistemas de tubería en serie de clase I. Datos del problema modelo 11.1.

hecho de que los factores de fricción los determina la hoja de cálculo, mientras que en el problema modelo se obtuvieron en forma visual del diagrama de Moody.

Sin embargo, la hoja de cálculo es algo más versátil. A continuación explicamos sus características.

CARACTERÍSTICAS DE LA HOJA DE CÁLCULO PARA DETERMINAR LA POTENCIA REQUERIDA POR UNA BOMBA EN UN SISTEMA DE TUBERÍA EN SERIE DE CLASE I (VERSIÓN EN UNIDADES DEL SI)

1. Deben introducirse los datos en las celdas pertinentes, que se identifican por las áreas sombreadas.
2. En la parte superior izquierda de la hoja se introduce la información para identificar el sistema.
3. En la parte superior derecha se introduce la descripción de los dos puntos de referencia por emplear en la ecuación de la energía.
4. Después se introducen los datos del sistema. En primer lugar, el flujo volumétrico Q, en m^3/s. Luego, las presiones y elevaciones en ambos puntos de referencia. En el problema modelo, las presiones son iguales a cero, porque ambos puntos de referencia son la superficie libre de los depósitos. La elevación de referencia se toma como la de la superficie del depósito 1. Por tanto, la elevación del punto 1 es de 0.0 m y la del punto 2 es de 10.0 m.
5. Se estudian con cuidado los datos de velocidad requeridos. En el problema modelo, la velocidad en ambos puntos de referencia es igual a cero, porque éstos se encuentran en la superficie libre y tranquila de los depósitos. Los valores de cero se introdujeron en forma manual. Pero si uno cualquiera o ambos puntos de referencia se encontraran en una tubería y no en la superficie de un depósito, se necesitarían las velocidades reales en el conducto. La instrucción que se lee en el lado derecho de la hoja de cálculo pide que se elabore una celda de referencia para las velocidades. La celda de referencia "B20" se refiere a aquella donde la velocidad del flujo en la tubería 1 se calcula abajo. La referencia "E20" es para la celda en que se calcula la velocidad del flujo para la tubería 2. Una vez que se hayan introducido los datos apropiados para los tubos, en las celdas de datos del sistema aparecerán los valores de la velocidad correcta y la carga de velocidad.
6. A continuación se introducen los datos de propiedades del fluido. Para calcular el número de Reynolds y la potencia requerida por la bomba se necesitan el peso específico γ y la viscosidad cinemática v. Observe que debe calcularse la viscosidad cinemática con $\nu = \eta/\rho$, si al principio sólo se conociera la viscosidad dinámica η y la densidad del fluido ρ.
7. Ahora se introducen los datos de la tubería. Se toman provisiones para sistemas con dos tamaños diferentes de tubería, tales como los del problema modelo. Es común que sistemas de bombeo tengan una línea de toma grande y otra chica para la descarga. Para cada una de ellas debe introducirse en las áreas sombreadas el diámetro del flujo, la rugosidad de la pared y la longitud total de tubería recta. Con ello, el sistema calcula los valores en las áreas que no están sombreadas. Observe que se calculan los factores de fricción por medio de la ecuación de Swamee-Jain, que es la ecuación (8-7) del capítulo 8.
8. A continuación, se calculan las pérdidas de energía en la hoja de cálculo. Estas pérdidas se calculan con el empleo del factor de resistencia K, apropiado para cada elemento. El valor de K para la fricción en el tubo se obtiene en forma automática. Para las pérdidas menores se tendrán que obtener valores a partir de tablas o calcularlos como se describe a continuación. Se introducen éstos en las áreas sombreadas y se hace una breve descripción de cada elemento. Se deja espacio para ocho pérdidas en cada uno de los dos tubos. Los valores para celdas no usadas deben ser capturados como cero. De los capítulos 8 y 10 hay que recordar lo siguiente:
   - Para la fricción en el tubo, $K = f(L/D)$, donde f es el factor de fricción, L es la longitud de tubería recta y D es el diámetro de flujo de la tubería. Se obtuvo estos valores en la sección de datos de la tubería, por lo que la hoja de cálculo obtiene este valor en forma automática.

- Para las pérdidas menores debido a los cambios en el tamaño de la trayectoria del flujo, consulte los valores de K en las secciones 10.4 a 10.9. Es esencial que introduzca estos valores para la tubería apropiada. Debe cerciorarse de la velocidad que se va a imprimir como referente para el tipo dado de pérdida menor. Los factores K para expansiones y contracciones se basan en la carga de velocidad en la tubería más pequeña.
- Para pérdidas menores debido a las válvulas, acoplamientos y vueltas, $K = f_T (L_e/D)$, donde f_T es el factor de fricción en la zona de turbulencia completa, para el tamaño y tipo de tubería a la que está conectado el elemento. La fuente de tales datos para tuberías de acero es la tabla 10.5. Para otras clases de ductos o tubería debe emplearse el método presentado en la sección 10.10. La rugosidad relativa D/ϵ se emplea para encontrar el valor de f en la zona de turbulencia completa, a partir del diagrama de Moody. Los valores de la relación de longitud equivalente L_e/D se encuentran en la tabla 10.4 o en la figura 10.27.

9. En la parte inferior de la hoja de cálculo se determinan de manera automática los resultados. La pérdida total de energía es la suma de todas las pérdidas por fricción más las pérdidas menores en ambas tuberías.

10. La carga total sobre la bomba h_A se encuentra al despejarla de la ecuación general de la energía así:

$$h_{\rm A} = \frac{p_2 - p_1}{\gamma} + (z_2 - z_1) + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} + h_L$$

La hoja de cálculo efectúa las operaciones necesarias por medio de los datos de las celdas apropiadas, en la parte superior.

11. La potencia que se agrega al fluido se obtiene por medio de la ecuación

$$P_A = h_A \gamma Q$$

12. La eficiencia de la bomba e_M debe introducirse como porcentaje.

13. La potencia de entrada a la bomba se calcula por medio de

$$P_I = P_A/e_M$$

Otros tipos de problemas de tuberías en serie de clase I se analizan de manera similar con el ajuste de este formato. Deben crearse hojas distintas para sistemas diferentes de unidades porque en esta versión se emplean ciertas constantes específicas en cuanto a unidades, tales como $g = 9.81 \text{ m/s}^2$.

Por ejemplo, si el objetivo del problema fuera calcular la presión en un punto particular aguas arriba del punto A, cuando se conoce la presión aguas abajo de un punto de referencia B, se despejaría de la ecuación de la energía la presión aguas arriba así:

$$p_{\rm A} = p_{\rm B} + \gamma\left[(z_{\rm B} - z_{\rm A}) + \frac{v_{\rm B}^2 - v_{\rm A}^2}{2g} + h_L\right]$$

Debe configurarse la hoja de cálculo para evaluar estos términos como el resultado final. Observe que se supone que no hay bomba o motor de fluido en el sistema.

11.5 SISTEMAS DE CLASE II

Un sistema de tubería en serie de clase II es aquel para el que se desea conocer el flujo volumétrico de fluido que un sistema dado podría conducir. El sistema está descrito por completo en términos de sus elevaciones, tamaños de tubería, válvulas y acoplamientos, y la caída de presión permisible en puntos clave del sistema.

Usted sabe que la caída de presión se relaciona en forma directa con la pérdida de energía en el sistema, y que es común que las pérdidas de energía sean proporcionales a la carga de velocidad del fluido conforme circula por aquél. Debido a que la carga de velocidad es $v^2/2g$, las pérdidas de energía son proporcionales al cuadrado de la velocidad. La tarea del diseñador consiste en determinar qué tan elevada puede ser la velocidad para satisfacer el requerimiento de una caída limitada de la presión.

Se sugieren tres enfoques diferentes para diseñar sistemas de clase II. Varían en cuanto a complejidad y grado de precisión del resultado final. La lista siguiente proporciona el tipo de sistema para el que se emplea cada método y un panorama breve de cada uno de ellos. En los problemas modelo 11.2 a 11.4 se da más detalles de cada método.

Método II-A

Este es un proceso de solución directa que se usa para sistemas en serie en los que se consideran sólo las pérdidas por fricción en la tubería, y emplea una ecuación que se basa en el trabajo de Swamee y Jain (referencia 13), que incluye el cálculo directo del factor de fricción. Consulte el problema modelo 11.2.

Método II-B

Este método agrega pasos al anterior, y se emplea para sistemas en serie en los que hay pérdidas menores (en accesorios) relativamente pequeñas con pérdidas más o menos grandes por fricción en la tubería. Al principio, se ignoran las pérdidas menores y se utiliza la misma ecuación del método II-A para estimar la velocidad permisible y el flujo volumétrico. Después, se decide acerca de un flujo volumétrico modesto por ser bajo, se introduce las pérdidas menores y se analiza el sistema como si fuera de clase I, para determinar el rendimiento final con el flujo especificado. Si el rendimiento es satisfactorio, el problema habrá concluido. Si no lo es, se intenta con diferentes flujos volumétricos hasta obtener resultados satisfactorios. Consulte la hoja de cálculo del problema modelo 11.3. Este método requiere algunas prácticas de ensayo y error, pero el proceso avanza con rapidez una vez que se introduce los datos en la hoja de cálculo.

Método II-C

Este método se emplea para un sistema en serie donde las pérdidas menores son significativas, en comparación con las provocadas por la fricción en la tubería, para la cual hay un alto grado de precisión en el análisis, es el que más tiempo consume. Requiere el análisis algebraico del comportamiento de todo el sistema y la expresión de la velocidad de flujo en términos del factor de fricción en la tubería. Se desconocen estas dos cantidades debido a que el factor de fricción también depende de la velocidad (el número de Reynolds). Para realizar el análisis se utiliza un proceso iterativo. La *iteración* consiste en un método controlado de "ensayo y error", en el que cada paso lleva a una estimación más exacta de la velocidad que limita el flujo, para que se satisfaga la restricción de la caída de presión. Es común que el proceso converja en dos a cuatro iteraciones. Vea el problema modelo 11.4.

□ **PROBLEMA MODELO 11.2** Una tubería de acero de 6 pulgadas cédula 40, en posición horizontal, debe conducir aceite lubricante con una caída máxima de presión de 60 kPa por cada 100 m de tubería. El aceite tiene una gravedad específica de 0.88 y viscosidad dinámica de 9.5×10^{-3} Pa·s. Determine el flujo volumétrico máximo permisible de aceite.

Solución La figura 11.4 muestra el sistema. Se trata de un problema de tubería en serie de clase II, debido a que se desconoce el flujo volumétrico y, por tanto, también la velocidad de flujo. En este caso se emplea el método II-A porque en el sistema sólo existen pérdidas por fricción en el tubo.

FIGURA 11.4 Puntos de referencia en la tubería del problema modelo 11.2.

Paso 1 Escribir la ecuación de la energía para el sistema.
Paso 2 Resolver para la pérdida de energía limitante, h_L.
Paso 3 Determinar los siguientes valores del sistema:
Diámetro de flujo del tubo, D
Rugosidad relativa D/ϵ
Longitud del tubo L
Viscosidad cinemática del fluido ν; podría ser necesario utilizar la ecuación $\nu = \eta/\rho$
Paso 4 Emplear la siguiente ecuación para calcular el flujo volumétrico limitante, con la comprobación de que se expresa todos los datos en unidades coherentes del sistema dado:

$$Q = -2.22\,D^2\sqrt{\frac{gDh_L}{L}}\log\left(\frac{1}{3.7D/\epsilon} + \frac{1.784\,\nu}{D\sqrt{gDh_L/L}}\right) \tag{11–3}$$

Resultados Empleamos los puntos 1 y 2 mostrados en la figura 11.3 para escribir la ecuación de la energía:

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} - h_L = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

Cancelamos algunos términos debido a que $z_1 = z_2$ y $v_1 = v_2$. Así, la ecuación se transforma en

$$\frac{p_1}{\gamma} - h_L = \frac{p_2}{\gamma}$$

Después, resolvemos en forma algebraica para h_L y se evalúa el resultado:

$$h_L = \frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \frac{60\text{ kN}}{\text{m}^2} \times \frac{\text{m}^3}{(0.88)(9.81\text{ kN})} = 6.95\text{ m}$$

Otros datos necesarios son:

Diámetro de flujo del tubo, $D = 0.1541$ m [apéndice F].

Rugosidad de la pared del tubo, $\epsilon = 4.6 \times 10^{-5}$ m [tabla 9.1].

Rugosidad relativa, $D/\epsilon = (0.1541\text{ m})/(4.6 \times 10^{-5}\text{ m}) = 3350$.

Longitud del tubo, $L = 100$ m.

Viscosidad cinemática del fluido; se emplea.

$$\rho = (0.88)(1000\text{ kg/m}^3) = 880\text{ kg/m}^3$$

Por tanto,

$$\nu = \eta/\rho = (9.5 \times 10^{-3}\text{ Pa·s})/(880\text{ kg/m}^3) = 1.08 \times 10^{-5}\text{ m}^2\text{/s}$$

Sustituimos estos valores en la ecuación (11-3); hay que asegurarse de que todos los datos se encuentran en unidades coherentes del SI, para este problema.

$$Q = -2.22(0.1541)^2\sqrt{\frac{(9.81)(0.1541)(6.95)}{100}}$$
$$\times \log\left[\frac{1}{(3.7)(3350)} + \frac{(1.784)(1.08 \times 10^{-5})}{(0.1541)\sqrt{(9.81)(0.1541)(6.95)/100}}\right]$$
$$Q = 0.057\text{ m}^3\text{/s}$$

Comentario Así, si la tasa de flujo volumétrico del aceite que circula por este tubo no es mayor que 0.057 m^3/s, la caída de presión en una longitud de 100 m no excederá 60 kPa.

■

Solución de problemas de tuberías en serie de clase II, con hoja de cálculo para el método II-A

La figura 11.5 muestra una hoja de cálculo sencilla para facilitar los cálculos que se requieren para el método II-A. Sus características son las siguientes.

1. El encabezado identifica la naturaleza de la hoja de cálculo y permite que se capturen el número u otra descripción del problema en el área sombreada.
2. Los datos del sistema consisten en las presiones y elevaciones en dos puntos de referencia. Si un problema dado proporciona la diferencia permisible de presión Δp, se puede asignar el valor de la presión en un punto y después calcularla en el segundo, por medio de $p_2 = p_1 + \Delta p$.

MECÁNICA DE FLUIDOS APLICADA	SISTEMAS EN SERIE DE CLASE II
Objetivo: flujo volumétrico	**Método II-A: no hay pérdidas menores**
Problema modelo 11.2 Figura 11.4	Se utiliza la ecuación (11-3) para encontrar el máximo flujo volumétrico permisible, con el fin de mantener la presión deseada en el punto 2 para una presión dada en el punto 1
Datos del sistema: Unidades del SI	
Presión en el punto 1 = 120 kPa	*Elevación en el punto 1 =* 0 m
Presión en el punto 2 = 60 kPa	*Elevación en el punto 2 =* 0 m
Pérdida de energía: h_L = *6.95* m	
Propiedades del fluido:	Podría necesitarse calcular $\nu = \eta/\rho$
Peso específico = *8.63 kN/m³*	*Viscosidad cinemática* 1.08E-05 m²/s
Datos de la tubería:	
Diámetro: D = 0.1541 m	
Rugosidad de la pared: ϵ = 4.60E-05 m	
Longitud: L = 100 m	***Resultados: valores máximos***
Área: A = 0.01865 m²	Flujo volumétrico: Q = 0.0569 m³/s
D/ϵ = 3350	Velocidad: v = 3.05 m/s

FIGURA 11.5 Hoja de cálculo para resolver problemas de tuberías en serie de clase II, con el método II-A.

3. En la hoja de cálculo, la pérdida de energía se calcula con la ecuación
$$h_L = (p_1 - p_2)/\gamma + z_1 - z_2$$
Ésta se encuentra a partir de la ecuación de la energía, al observar que las velocidades son iguales en los dos puntos de referencia.
4. Se introducen las propiedades del fluido, peso específico y viscosidad cinemática.
5. Se capturan los datos de la tubería, diámetro de flujo, rugosidad y longitud.
6. La hoja de cálculo efectúa los cálculos restantes del área y rugosidad relativa, necesarios para aplicar la ecuación (11-3).
7. Luego se calculan los resultados por medio de la ecuación (11-3), y en la parte inferior derecha de la hoja de cálculo se presentan el máximo flujo volumétrico y la velocidad correspondiente. Estos valores se comparan sobre los obtenidos en el problema modelo 11.2.

Solución de problemas de tuberías en serie de clase II, con hoja de cálculo para el método II-B

Para resolver con el método II-B, se emplea la hoja de cálculo nueva de la figura 11.6, que es una extensión de la del método II-A. En realidad, la primera parte de la hoja es idéntica a la de la figura 11.5, donde se determinó el máximo flujo volumétrico permisible para una tubería recta sin que se calcularan las pérdidas menores. Después, en la parte inferior de la hoja de cálculo se supone un menor flujo volumétrico que incluya el efecto de las pérdidas menores. Es obvio que con pérdidas menores sumadas a las provocadas por la fricción, según el método II-A, resultará un flujo volumétrico per-

MECÁNICA DE FLUIDOS APLICADA		**SISTEMAS EN SERIE DE CLASE II**	
Objetivo: flujo volumétrico		**Método II-A: no hay pérdidas menores**	
Problema modelo 11.3 Figura 11.7		Se utiliza la ecuación (11-3) para encontrar el máximo flujo volumétrico permisible, con el fin de mantener la presión deseada en el punto 2 para una presión dada en el punto 1	
Datos del sistema:	Unidades del SI		
Presión en el punto 1 =	*120* kPa	*Elevación en el punto 1 =*	*0* m
Presión en el punto 2 =	*60* kPa	*Elevación en el punto 2 =*	*0* m
Pérdida de energía: h_L =	6.95 m		
Propiedades del fluido:		Podría necesitarse calcular $\nu = \eta/\rho$	
Peso específico =	8.63 *kN/m³*	*Viscosidad cinemática = 1.08E-05 m²/s*	
Datos de la tubería: tubería de acero de		6 pulg cédula 40	
Diámetro: D =	*0.1541 m*		
Rugosidad de la pared: ϵ =	*4.60E-05 m*		
Longitud: L =	*100 m*	***Resultados: valores máximos***	
Área: A =	*0.01865 m²*	Flujo volumétrico: Q = 0.0569 m³/s	
D/ϵ =	*3350*	Velocidad: v = 3.05 m/s	

SISTEMAS EN SERIE DE CLASE II			*Flujo volumétrico: Q =*	0.0538 m³/s
Método II-B: *Utilizar los resultados del método II-A; incluir las pérdidas menores; después se calcula la presión en el punto 2.*			Dado: Presión p_1 =	120 kPa
			Presión p_2 =	**60.18 kPa**
			NOTA: Debe ser >	**60 kPa**
Datos adicionales de la tubería:			***Ajustar la estimación de Q hasta que p_2 sea mayor que la presión que se desea.***	
L/D =	649			
Velocidad de flujo =	2.88 m/s		Velocidad en el punto 1 = 2,88 m/s →si la velocidad es en la tubería:	
Carga de velocidad =	0.424 m		Velocidad en el punto 2 = 2,88 m/s →Introduzca "=B24"	
No. de Reynolds =	4.12E+04		Carga de vel. en el punto 1 =	0.424 m
Factor de fricción: f =	0.0228		Carga de vel. en el punto 2 =	0.424 m
Pérdidas de energía en la tubería 1:		Qty		
Tubería: K_1 = f(L/D) =	*14.76*	*1*	Pérdida de energía h_{L1} =	6.26 Fricción
2 codos estándar: K_2 =	*0.45*	*2*	Pérdida de energía h_{L2} =	0.38
Válvula de mariposa: K_3 =	*0.68*	*1*	Pérdida de energía h_{L3} =	0.29
Elemento 4: K_4 =	*0.00*	*1*	Pérdida de energía h_{L4} =	0.00
Elemento 5: K_5 =	*0.00*	*1*	Pérdida de energía h_{L5} =	0.00
Elemento 6: K_6 =	*0.00*	*1*	Pérdida de energía h_{L6} =	0.00
Elemento 7: K_7 =	*0.00*	*1*	Pérdida de energía h_{L7} =	0.00
Elemento 8: K_8 =	*0.00*	*1*	Pérdida de energía h_{L8} =	0.00
			Pérdida total de energía h_{Ltot} =	6.93 m

FIGURA 11.6 Hoja de cálculo para resolver problemas de tuberías en serie de clase II, con el método II-B.

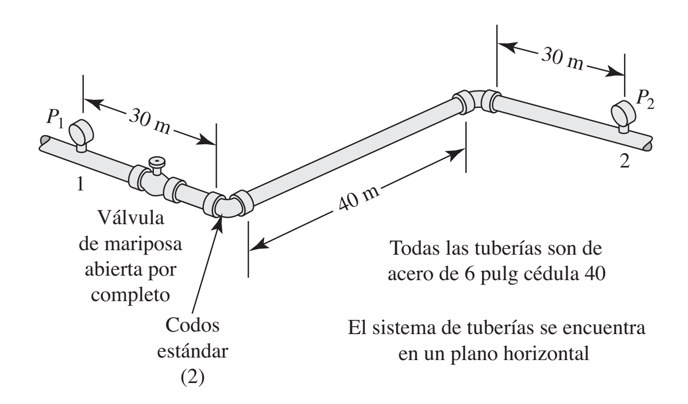
misible más bajo. El método consiste en un proceso de dos etapas, de modo inherente, y podría requerirse más de un intento en la segunda de ellas.

Para ilustrar el empleo del método creamos el problema modelo nuevo que sigue. Tomamos los mismos datos básicos de problema modelo 11.2 y agregamos pérdidas menores provocadas por dos codos estándar y una válvula de mariposa abierta por completo.

☐ **PROBLEMA MODELO 11.3** Un aceite lubricante debe circular por el sistema de tuberías que se ilustra en la figura 11.7, con una caída máxima de presión de 60 kPa entre los puntos 1 y 2. El aceite tiene una gravedad específica de 0.88 y viscosidad dinámica de 9.5×10^{-3} Pa·s. Determine el flujo volumétrico máximo permisible del aceite.

Solución El sistema es similar al del problema modelo 11.2. Hay 100 m de tubería de acero de 6 pulg cédula 40, en un plano horizontal. Pero la adición de la válvula y los dos codos proporcionan una pérdida moderada de energía.

FIGURA 11.7 Sistema de tuberías del problema modelo 11.3.



Al principio ignoramos las pérdidas menores y empleamos la ecuación (11-3) para obtener una estimación burda del flujo volumétrico permisible. Esto se lleva a cabo en la parte superior de la hoja de cálculo de la figura 11.6, y es idéntica a la solución que se muestra en la figura 11.5 para el problema modelo 11.2. Este es el punto de inicio del método II-B.

A continuación se describen las características de la parte inferior de la figura 11.6.

1. En la parte superior derecha se introduce una estimación revisada del flujo volumétrico permisible Q, justo debajo del cálculo de la estimación inicial. La estimación revisada debe ser más pequeña que la inicial.
2. Después, la hoja de cálculo obtiene los “datos adicionales del tubo”, con el empleo de los datos conocidos de éste, ubicados en la parte superior de la hoja de cálculo, y con el nuevo valor estimado de Q.
3. Observe que las velocidades en los puntos de referencia 1 y 2 deben introducirse en la parte derecha media de la hoja de cálculo. Si están en el tubo, como es el caso en este problema, entonces puede introducirse la celda de referencia “=B24”, porque es donde se calcula la velocidad en la tubería. Otros problemas podrían tener los puntos de referencia en cualquier sitio, por ejemplo en la superficie de un depósito, donde la velocidad es igual a cero. Después, debe introducirse el valor apropiado en el área sombreada.
4. Ahora se agregan los datos de las pérdidas menores en la sección llamada “pérdidas de energía en el tubo 1”. Se calcula en forma automática el factor K para la pérdida por fricción en la tubería, a partir de los datos conocidos. Hay que determinar los valores para los otros dos factores K e introducirlos en el área sombreada en forma similar a como se hizo en la hoja de cálculo para los sistemas de la clase I. En este problema, ambos dependen del valor de f_T para la tubería de 6 pulgadas. Dicho valor es de 0.015, según se encuentra en la tabla 10.5.
   - Codo (estándar) $K = f_T\,(Le/D) = (0.015)(30) = 0.45$.
   - Válvula de mariposa: $K = f_T\,(Le/D) = (0.015)(45) = 0.675$.
5. Después, la hoja de cálculo determina la pérdida total de energía y emplea dicho valor para calcular la presión en el punto de referencia 2. La ecuación se obtiene de la ecuación de la energía,

$$p_2 = p_1 + \gamma[z_1 - z_2 + v_1^2/2g - v_2^2/2g - h_L]$$

6. El valor calculado para p_2 debe ser mayor que el valor deseado según se introdujo en la parte superior de la hoja de cálculo. Este valor se coloca cerca del flujo volumétrico supuesto, para que el usuario tenga una orientación visual acerca de la aceptabilidad de la estimación actual para el flujo volumétrico limitante. Así, es posible aplicar con rapidez ajustes en el valor de Q hasta que la presión tenga un valor aceptable.

Resultado La hoja de cálculo de la figura 11.6 muestra que un flujo volumétrico de 0.0538 m^3/s a través del sistema de la figura 11.7, dará como resultado una presión de 60.18 kPa en el punto 2, ligeramente superior al valor mínimo aceptable.

■

Método II-C: Enfoque iterativo para resolver problemas de tuberías en serie de clase II

El método II-C se presenta aquí como un proceso iterativo manual. Se utiliza para sistemas de clase II donde las pérdidas menores juegan un papel principal en la determinación del que puede ser el máximo flujo volumétrico cuando existe una caída de presión limitante en el sistema, para una cantidad especificada. Igual que en todos los sistemas de clase II, excepto aquellos para los que la única pérdida significativa es la fricción en la tubería, hay más incógnitas de las que es posible resolver en forma directa. El proceso de iteración se utiliza para guiar las selecciones necesarias hasta llegar a un diseño o análisis satisfactorio.

Pero en un sistema de clase II se desconoce el factor de fricción y la velocidad de flujo; y como depende uno del otro, no es posible obtener en forma directa una solución.

La iteración avanzará con más eficiencia si el problema se plantea para facilitar el ciclo final de estimar una incógnita, el factor de fricción, y para calcular un valor aproximado de la otra incógnita principal, la velocidad de flujo en el sistema. El procedimiento brinda un medio de comprobar la exactitud del valor que se intenta para f y también indica el nuevo valor del intento si se requiriera un ciclo adicional. Esto es lo que diferencia a la iteración del proceso de ensayo y error, donde no existen lineamientos discretos para realizar los ensayos subsecuentes.

En el problema modelo 11.4 se ilustra el proceso de iteración completo. Se emplea el siguiente procedimiento paso a paso.

PROCEDIMIENTO DE SOLUCIÓN PARA SISTEMAS DE CLASE II CON UNA TUBERÍA

1. Escribir la ecuación de la energía para el sistema.
2. Evaluar las cantidades conocidas, tales como las cargas de presión y de elevación.
3. Expresar las pérdidas de energía en términos de la velocidad desconocida v y el factor de fricción f.
4. Despejar la velocidad en términos de f.
5. Expresar el número de Reynolds en términos de la velocidad.
6. Calcular la rugosidad relativa D/ϵ.
7. Seleccionar un valor para el intento de f, con base en la incógnita D/ϵ, y un número de Reynolds en el rango de turbulencia.
8. Calcular la velocidad por medio de la ecuación del paso 4.
9. Determinar el número de Reynolds con la ecuación del paso 5.
10. Evaluar el factor de fricción f para el número de Reynolds obtenido en el paso 9 y el valor conocido de D/ϵ, con el diagrama de Moody de la figura 8.6.
11. Si el valor nuevo de f es diferente del valor que se empleó en el paso 8, se repiten los pasos 8 a 11, con el empleo del valor nuevo de f.
12. Si no hay cambio significativo de f al valor supuesto, entonces la velocidad que se halló en el paso 8 es la correcta.

PROBLEMA MODELO PROGRAMADO

☐ **PROBLEMA MODELO 11.4** Desde un depósito elevado se abastece de agua a un canal de regadío, como se muestra en la figura 11.8. Calcule el flujo volumétrico del agua en el canal, si ésta tiene 80 °F.

Comience con el paso 1 del procedimiento de solución, que consiste en escribir la ecuación de la energía. Utilice A y B como los puntos de referencia y simplifique la ecuación tanto como sea posible.

Compare esto con la solución que dio:

$$\frac{p_A}{\gamma} + z_A + \frac{v_A^2}{2g} - h_L = \frac{p_B}{\gamma} + z_B + \frac{v_B^2}{2g}$$

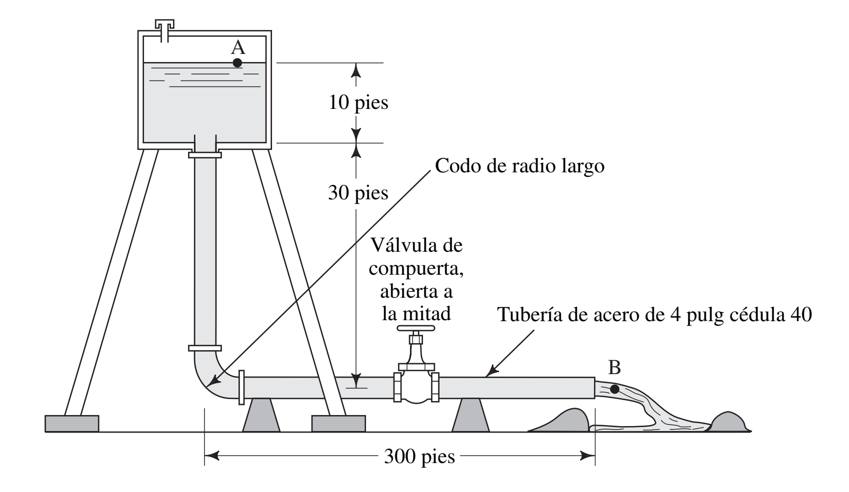


FIGURA 11.8 Sistema de tubería para el problema modelo 11.4.

Como $p_A = p_B = 0$, y v_A es aproximadamente igual a cero, entonces

$$z_A - h_L = z_B + (v_B^2/2g)$$

$$z_A - z_B = (v_B^2/2g) + h_L \tag{11–4}$$

Observe que la corriente de agua en el punto B tiene la misma velocidad que la del interior de la tubería.

Se sabe que la diferencia de elevación, $z_A - z_B$ es de 40 pies. Sin embargo, las pérdidas de energía que constituyen h_L dependen todas de la velocidad desconocida v_B. Así, se requiere iterar. Ahora, realice el paso 3 del procedimiento de solución.

Existen cuatro componentes de la pérdida de energía total h_L:

$$h_L = h_1 + h_2 + h_3 + h_4$$

donde

$$h_1 = 1.0(v_B^2/2g) \quad \text{(pérdida en la entrada)}$$

$$h_2 = f(L/D)(v_B^2/2g) \quad \text{(pérdida por fricción en la tubería)}$$
$$= f(330/0.3355)(v_B^2/2g)$$
$$= 985f(v_B^2/2g)$$

$$h_3 = f_T(L_e/D)(v_B^2/2g) \quad \text{(codo de radio largo)}$$
$$= 20f_T(v_B^2/2g)$$

$$h_4 = f_T(L_e/D)(v_B^2/2g) \quad \text{(válvula de compuerta abierta a la mitad)}$$
$$= 160f_T(v_B^2/2g)$$

De la tabla 10.5, encontramos que para una tubería de acero de 4 pulg, $f_T = 0.017$. Entonces, tenemos

$$h_L = (1.0 + 985f + 20f_T + 160f_T)(v_B^2/2g)$$
$$= (4.06 + 985f)(v_B^2/2g) \tag{11–5}$$

Ahora, sustituya esta expresión para h_L en la ecuación (11-4) y despeje v_B en términos de f.

Debería tener

$$v_B = \sqrt{2580/(5.06 + 985f)}$$

Ahora,

$$z_A - z_B = (v_B^2/2g) + h_L$$
$$40 \text{ pies} = (v_B^2/2g) + (4.06 + 985f)(v_B^2/2g)$$
$$= (5.06 + 985f)(v_B^2/2g)$$

Al despejar v_B, queda

$$v_B = \sqrt{\frac{2g(40)}{5.06 + 985f}} = \sqrt{\frac{2580}{5.06 + 985f}} \quad \text{(11–6)}$$

La ecuación (11-6) representa la conclusión del paso 4 del procedimiento. Ahora, realice los pasos 5 y 6.

$$N_R = \frac{v_B D}{\nu} = \frac{v_B(0.3355)}{9.15 \times 10^{-6}} = (0.366 \times 10^5)v_B \quad \text{(11–7)}$$

$$D/\epsilon = (0.3355/1.5 \times 10^{-4}) = 2235$$

El paso 7 es el comienzo del proceso de iteración. ¿Cuál es el rango posible de valores del factor de fricción para este sistema?

Debido a que $D/\epsilon = 2235$, el valor más bajo posible de f es 0.0155 para números de Reynolds muy altos, y el más alto posible es de 0.039 para un número de Reynolds igual a 4000. El valor inicial para el intento debe estar en este rango. Emplee $f = 0.020$, y concluya los pasos 8 y 9.

Con las ecuaciones (11-6) y (11-7) encontramos los valores de la velocidad y el número de Reynolds:

$$v_B = \sqrt{\frac{2580}{5.06 + (985)(0.02)}} = \sqrt{104} = 10.2 \text{ pies/s}$$

$$N_R = (0.366 \times 10^5)(10.2) = 3.73 \times 10^5$$

Ahora lleve a cabo el paso 10.

Debe obtener $f = 0.0175$. Como éste es diferente del valor de f para el intento inicial, debe repetir los pasos 8 a 11.

Con $f = 0.0175$, obtenemos

$$v_B = \sqrt{\frac{2580}{5.06 + (985)(0.0175)}} = \sqrt{116} = 10.8 \text{ pies/s}$$

$$N_R = (0.366 \times 10^5)(10.8) = 3.94 \times 10^5$$

El valor nuevo de f es de 0.0175, que no sufrió cambios, y el valor calculado para v_B es correcto. Por tanto, tenemos

$$v_B = 10.8 \text{ pies/s}$$

$$Q = A_B v_B = (0.0884 \text{ pies}^2)(10.8 \text{ pies/s}) = 0.955 \text{ pies}^3/\text{s}$$

Con esto concluimos el problema modelo programado.

11.6 SISTEMAS DE CLASE III

Un sistema de tuberías en serie de clase III es aquel para el que se desea conocer el tamaño de la tubería que conduciría cierto flujo volumétrico de un fluido dado, con una caída de presión especificada como máxima debido a las pérdidas de energía.

Con objeto de planear un enfoque de diseño de sistemas de clase III, es posible utilizar una lógica similar a la que se analizó para los sistemas de tuberías en serie de clase II. Se sabe que la caída de presión se relaciona directamente con la pérdida de energía en el sistema, y que es común que las pérdidas de energía sean proporcionales a la carga de velocidad del fluido, conforme se mueve a través de aquél. Como la carga de velocidad es $v^2/2g$, las pérdidas de energía son proporcionales al cuadrado de la velocidad. A su vez, la velocidad es inversamente proporcional al área de flujo que se obtiene con

$$A = \pi D^2/4$$

Por tanto, la pérdida de energía es inversamente proporcional al diámetro del flujo *elevado a la cuarta potencia*. El tamaño de la tubería es un factor principal en relación con la energía que se pierde en un sistema de tubería. La tarea del diseñador consiste en determinar qué tan pequeña puede ser la tubería y aún así alcanzar el objetivo de que haya una caída de presión limitada. Usted no querrá utilizar una tubería grande hasta lo irrazonable porque su costo aumenta con el tamaño. Sin embargo, si el tamaño de la tubería fuera demasiado pequeña, la energía que se desperdiciara por las pérdidas excesivas generaría un costo de operación elevado durante la vida útil del sistema. Debe considerarse el costo total durante el ciclo de vida.

Se sugiere seguir dos enfoques distintos para el diseño de sistemas de clase III.

Método III-A

Este enfoque simplificado sólo toma en cuenta la pérdida de energía debido a la fricción en la tubería. Se supone que los puntos de referencia para la ecuación de la energía están en la tubería que va a diseñarse y a una distancia preestablecida. Entre ellos puede haber una diferencia de elevación. Sin embargo, debido a que el diámetro del flujo es el mismo en los dos puntos de referencia, no hay diferencia en las velocidades o cargas de velocidad. Puede escribirse la ecuación de la energía y despejar la pérdida de energía,

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} - h_L = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

Pero $v_1 = v_2$. Entonces, tenemos

$$h_L = \frac{p_1 - p_2}{\gamma} + z_1 - z_2$$

Este valor, junto con los otros datos del sistema, se introduce en la ecuación de diseño siguiente. (Consulte las referencias 12 y 13):

$$D = 0.66\left[\epsilon^{1.25}\left(\frac{LQ^2}{gh_L}\right)^{4.75} + \nu Q^{9.4}\left(\frac{L}{gh_L}\right)^{5.2}\right]^{0.04} \quad \textbf{(11–8)}$$

El resultado es el diámetro más pequeño de flujo que puede usarse en una tubería, con el fin de limitar la caída de presión al valor que se desea. Lo normal es que se especifique una tubería estándar u otra que tenga un diámetro interno tan grande como dicho valor limitante.

☐ **PROBLEMA MODELO 11.5** Calcule el tamaño que se requiere de una tubería nueva y limpia cédula 40 que conducirá 0.50 pie^3/s de agua a 60 °F, y restrinja la caída de presión a 2.00 psi en una longitud de 100 pies de tubería horizontal.

Solución Primero se calcula la pérdida de energía limitante. Observe que la diferencia de elevación es igual a cero. Se escribe lo siguiente

$$h_L = (p_1 - p_2)/\gamma + (z_1 - z_2) = (2.00\ \text{lb/pulg}^2)(144\ \text{pulg}^2/\text{pies}^2)/(62.4\ \text{lb/pies}^3) + 0 = 4.62\ \text{pies}$$

Se necesitan los datos siguientes para la ecuación (11-8):

$Q = 0.50$ pies^3/s $\quad L = 100$ pies $\quad g = 32.2$ pies/s^2

$h_L = 4.62$ pies $\quad \epsilon = 1.5 \times 10^{-4}$ pies $\quad \nu = 1.21 \times 10^{-5}$ pies^2/s

Ahora introducimos estos datos en la ecuación (11-8):

$$D = 0.66\left[(1.5 \times 10^{-4})^{1.25}\left[\frac{(100)(0.50)^2}{(32.2)(4.62)}\right]^{4.75} + (1.21 \times 10^{-5})(0.50)^{9.4}\left[\frac{100}{(32.2)(4.62)}\right]^{5.2}\right]^{0.04}$$

$D = 0.309$ pies

El resultado muestra que la tubería debe tener más de $D = 0.309$ pies. El tamaño de tubería estándar siguiente más grande es de acero de 4 pulgadas cédula 40, con diámetro interior de $D = 0.3355$ pies.

■

Solución de problemas de tuberías en serie de clase III, con hoja de cálculo para el método III-A

Es obvio que la ecuación (11-8) es difícil de evaluar, y es muy fácil cometer un error de cálculo. El uso de una hoja electrónica para realizar el cálculo ayuda a resolver este problema.

La figura 11.9 muestra un ejemplo de una hoja de cálculo como la que se menciona. Sus características son las siguientes.

- En el lado izquierdo se identifica el problema y se hace una lista de los datos disponibles. Cuando se proporciona la caída de presión permisible Δp, como en el problema modelo 11.5, se especifica un valor arbitrario para la presión en el punto 2 y después se determina que ésta sea la siguiente:

$$p_2 = p_1 + \Delta p$$

- Observe que la hoja de cálculo determina la pérdida de energía permisible h_L, con el método que se muestra en el problema modelo 11.5.
- En el lado superior derecho de la hoja se introduce los datos de las propiedades del fluido.
- Los resultados intermedios se reportan sólo como referencia. Representan factores de la ecuación (11-8) y pueden emplearse para resolver la ecuación a mano, como comprobación del procedimiento de cálculo. Si usted preparara la hoja de cálculo, debiera verificar con cuidado la forma de la ecuación para resolver la ecuación (11-8), porque la programación es compleja. Separarla en partes simplifica el resultado final.

MECÁNICA DE FLUIDOS APLICADA			SISTEMAS DE TUBERÍAS EN SERIE DE CLASE III
Objetivo: diámetro mínimo de tubería			**Método III-A:** *Utilizar la ecuación (11-8) para calcular el tamaño mínimo de tubería de una longitud conocida, que conducirá un flujo volumétrico de fluido con caída de presión limitada (sin pérdidas menores)*
Problema modelo 11.5			
Datos del sistema:	***Unidades del SI***		
Presión en el punto 1 =	*102*	psig	***Propiedades del fluido:***
Presión en el punto 2 =	*100*	psig	*Peso específico* = 62.4 lb/pies^3
Elevación en el punto 1 =	*0*	pie	*Viscosidad cinemática* = 1.21E-05 pies^2/s
Elevación en el punto 2 =	*0*	pie	**Resultados intermedios de la ecuación (11-8)**
Pérdida permisible de energía: h_L =	4.62	pies	L/gh$_L$ = 0.672878
Flujo volumétrico: Q =	*0.5*	pies^3/s	Argumento entre corchetes: 5.77E-09
Longitud de tubería: L =	*100*	pies	**Diámetro mínimo final**
Rug. de la pared de la tubería: ϵ =	*1.50E-04*	pie	Diámetro mínimo: *D* = 0.3090 pies

FIGURA 11.9 Hoja de cálculo para resolver problemas de tuberías en serie de clase III, con el método III-A.

- El diámetro mínimo final es resultado del cálculo de la ecuación (11-8) y representa el tamaño mínimo aceptable de la tubería para conducir el flujo volumétrico dado, con la caída limitante establecida de presión.

Método III-B

Si se consideran pérdidas menores, se utiliza una extensión modesta del método III-A. El tamaño estándar de tubería seleccionada como resultado del método III-A normalmente es algo mayor que el diámetro mínimo permisible. Por tanto, es probable que pérdidas modestas adicionales de energía, debido a unas cuantas pérdidas menores, no produzcan una caída total de presión más grande que lo permitido. Es probable que el tamaño seleccionado de tubería siga siendo aceptable.

Después de hacer una especificación tentativa del tamaño de tubería, se agregan las pérdidas menores al análisis y se examina la presión resultante en el extremo del sistema, para garantizar que se encuentre dentro de los límites deseados. Si no fuera así, es casi seguro que un ajuste sencillo al tamaño inmediato mayor de tubería produzca un diseño aceptable. Implantar este procedimiento en una hoja electrónica hace que los cálculos sean rápidos.

La figura 11.10 muestra una hoja de cálculo que implanta esta filosofía de diseño. En realidad es una combinación de las dos hojas descritas en este capítulo. La parte su-

MECÁNICA DE FLUIDOS APLICADA		SISTEMAS DE TUBERÍAS EN SERIE DE CLASE III
Objetivo: diámetro mínimo de tubería		**Método III-A:** *Utilizar la ecuación (11-8) para calcular el tamaño mínimo de tubería de una longitud conocida, que conducirá un flujo volumétrico de fluido con caída de presión limitada (sin pérdidas menores)*
Problema modelo 11.6		
Datos del sistema:	***Unidades del SI***	
Presión en el punto 1 =	102 psig	***Propiedades del fluido:***
Presión en el punto 2 =	100 psig	*Peso específico* = 62.4 lb/pies^3
Elevación en el punto 1 =	0 pie	*Viscosidad cinemática* = 1.21E-05 pies^2/s
Elevación en el punto 2 =	0 pie	**Resultados intermedios de la ecuación (11-8)**
Pérdida permisible de energía: h_L =	4.62 pies	L/gh_L = 0.672878
Flujo volumétrico: Q =	0.5 pies^3/s	Argumento entre corchetes: 5.77E-09
Longitud de tubería: L =	100 pies	**Diámetro mínimo final**
Rug. de la pared de la tubería: ϵ =	1.50E-04 pies	Diámetro mínimo: *D* = 0.3090 pies

SISTEMAS EN SERIE DE CLASE III		*Diámetro especificado de la tubería: Q* = 0.3355 pies Tubería de acero de 4 pulgadas cédula 40	
Método III-B: *Utilizar los resultados del método III-A; especificar el diámetro real; incluir las pérdidas menores; después se calcula la presión en el punto 2.*		***Si la velocidad es en el tubo, introduzca "=B23" para el valor***	
Datos adicionales de la tubería:		Velocidad en el punto 1 =	5.66 pies/s
Flow area: *A* =	649	Velocidad en el punto 2 =	5.66 pies/s
Rugosidad relativa: *D*/ϵ =	2.88 m/s	Carga de vel. en el punto 1 =	0.497 pies
L/D =	298	Carga de vel. en el punto 2 =	0.497 pies
Velocidad del flujo =	0.424 m	***Resultados:***	
Carga de velocidad =	0.497 pies	*Presión dada en el punto 1 =*	102 psig
No. de Reynolds =	1.57E+05	*Presión que se desea en el punto 2 =*	100 psig
Factor de fricción: *f* =	0.0191	***Presión real en el punto 2*** =	**100.46 psig**
		(Compare la presión real con la que se desea en el punto 2)	

Pérdidas de energía en la tubería 1:	Qty		
Fricción en la tubería: $K_1 = f(L/D) = 5.70$	1	Pérdida de energía h_{L1} =	2.83 pies
2 codos de radio largo: $K_2 = 0.34$	2	Pérdida de energía h_{L2} =	0.34 pies
Válvula de mariposa: $K_3 = 0.77$	1	Pérdida de energía h_{L3} =	0.38 pies
Elemento 4: $K_4 = 0.00$	1	Pérdida de energía h_{L4} =	0.00 pies
Elemento 5: $K_5 = 0.00$	1	Pérdida de energía h_{L5} =	0.00 pies
Elemento 6: $K_6 = 0.00$	1	Pérdida de energía h_{L6} =	0.00 pies
Elemento 7: $K_7 = 0.00$	1	Pérdida de energía h_{L7} =	0.00 pies
Elemento 8: $K_8 = 0.00$	1	Pérdida de energía h_{L8} =	0.00 pies
		Pérdida total de energía h_{Ltot} =	3.55 pies

FIGURA 11.10 Hoja de cálculo para resolver problemas de tuberías en serie de clase III, con el método III-B.

perior es idéntica a la figura 11.9, que se empleó para resolver el problema modelo 11.5 con el método III-A. De ahí se obtuvo una estimación del tamaño de tubería que conduciría la cantidad de fluido que se desea sin pérdidas menores.

La parte inferior de la hoja de cálculo utiliza una técnica similar a la de la figura 11.3 para resolver problemas de tuberías en serie de clase I. Se simplifica para incluir sólo un tamaño de tubería. Su objetivo es calcular la presión en el punto 2 en un sistema, cuando se da la presión en el punto 1. Se incluyen pérdidas menores.

El procedimiento siguiente ilustra el uso de esta hoja de cálculo.

Hoja de cálculo para resolver problemas de tuberías en serie de clase III, con pérdidas menores y el método III-B

- Al principio, hay que ignorar las pérdidas menores y usar la parte superior de la hoja de cálculo, para estimar el tamaño de tubería que se requiere para conducir el flujo dado con menos de la caída permisible de presión. Esto es idéntico al método III-A, descrito en el problema modelo precedente.
- Introducir el siguiente tamaño estándar de tubería, en la celda denominada "diámetro especificado de la tubería: D", en la parte superior derecha de la hoja de cálculo inferior.
- La hoja calcula en forma automática los valores bajo el encabezado ***Datos adicionales de la tubería***.
- Las velocidades listadas en la columna de la derecha por lo general ocurren en la tubería que se analiza y por ello es común que sean iguales. La referencia que se hace de la celda ***B23*** introducirá de modo automático la velocidad calculada a partir de los datos del tubo. Sin embargo, si el sistema que se analiza tiene un punto de referencia fuera del tubo, debe introducirse la velocidad real. Después, se calculan las cargas de velocidad en los puntos de referencia.
- El encabezado de la sección ***Pérdidas de energía en la tubería*** requiere que el usuario introduzca los factores de resistencia K para cada pérdida menor, como se hizo en los procedimientos de solución anteriores con hojas de cálculo. El factor K para la pérdida por fricción en la tubería se calcula de manera automática a partir de los datos de éste.
- En la sección ***Resultados*** se lista la presión dada en el punto 1 y la que se desea en el punto 2, tomadas de los datos iniciales en la parte superior de la hoja de cálculo. La ***Presión real en el punto 2*** se calcula con una ecuación que se obtiene de la ecuación de la energía

$$p_2 = p_1 - \gamma(z_1 - z_2 + v_1^2/2g - v_2^2/2g - h_L)$$

- Como diseñador del sistema, debe comparar la presión real en el punto 2 con la presión que se planteó como deseable.
- Si la presión real es mayor que la deseada, el resultado es satisfactorio y el tamaño de tubería especificado es aceptable.
- Si la presión real es menor que la deseada, sólo hay que tomar el tamaño estándar inmediato mayor de tubería y repetir los cálculos con la hoja. Este paso es casi inmediato, porque todos los cálculos son automáticos una vez que se introduce el nuevo diámetro de flujo de la tubería.
- A menos que haya muchas pérdidas menores, dicho tamaño de tubería debería ser aceptable. Si no lo es, hay que continuar para especificar tuberías más grandes hasta que se llegue a una solución satisfactoria. También hay que examinar la magnitud de las pérdidas de energía que contribuyen a las pérdidas menores. Tal vez sea posible emplear un tamaño más pequeño de tubería si se cambia a válvulas y acoplamientos más eficientes, cuyo diseño implique pérdidas menores.

El problema modelo que sigue ilustra el uso de esta hoja de cálculo.

□ **PROBLEMA MODELO 11.6** Amplíe la situación descrita en el problema modelo 11.5 agregando una válvula de mariposa abierta por completo y dos codos de radio largo a la tubería recta de 100 pies. ¿La tubería de acero del tamaño seleccionado de 4 pulg cédula 40 limitará la caída de presión a 2.00 psi con las pérdidas menores agregadas?

Solución Para simular la caída de presión deseada de 2.00 psi, hacemos que la presión en el punto 1 sea de 102 psig. Después, examinamos el valor resultante de la presión en el punto 2 para ver si es mayor o igual que 100 psig.

Se muestran los cálculos en la hoja de la figura 11.10. Para cada pérdida menor se calcula un factor de resistencia K, según se definió en los capítulos 8 y 10. Para la pérdida por fricción en la tubería,

$$K_1 = f(L/D)$$

y con la hoja de calculo se obtiene el factor de fricción f, por medio de la ecuación (8-7). Para los codos y la válvula de mariposa, se aplica el método del capítulo 10. Se indica

$$K = f_T(L_e/D)$$

En las tablas 10.4 y 10.5 se encuentran los valores de (L_e/D) y f_T, respectivamente.

Resultado El resultado muestra que la presión en el punto 2, en el extremo del sistema, es de 100.46 psig. Así, el diseño es satisfactorio. Observe que la pérdida de energía debido a la fricción en la tubería es de 2.83 pies y que la pérdida total de energía es de 3.55 pies. Las pérdidas provocadas por los codos y la válvula son, en verdad, menores.

■

11.7 DISEÑO DE TUBERÍAS PARA LA INTEGRIDAD ESTRUCTURAL

Deben diseñarse los sistemas de tubería y sus apoyos para que tengan resistencia e integridad estructural, además de cumplir con los requerimientos de flujo, caída de presión y potencia de bombeo. Deben tomarse en cuenta las tensiones creadas, por los motivos siguientes:

- Presión interna.
- Fuerzas estáticas debido al peso de la tubería y el fluido.
- Fuerzas dinámicas creadas por los fluidos en movimiento dentro de la tubería (vea el capítulo 16).
- Cargas externas que generan la actividad sísmica, los cambios de temperatura, procedimientos de instalación y otras condiciones específicas de la aplicación.

Para estas consideraciones, los estándares los desarrolla la American Society of Mechanical Engineers (ASME), la American Water Works Association (AWWA), la National Fire Protection Association (NFPA) y otras sociedades profesionales más. Al respecto, consulte las referencias 1, 2, 11, 14 y 15, así como los sitios 1, 4, 5, 9 y 10 de Internet.

En las referencias 3 y 6 a 11, y en los diversos sitios de Internet mencionados al final del capítulo, se estudian otros detalles y consideraciones prácticas del diseño de sistemas de tubería.

La evaluación de la integridad estructural debe considerar los esfuerzos en la tubería provocados por la presión interna, las cargas estáticas debido al peso de la tubería y su contenido, cargas por viento, procesos de instalación, expansión y contracción térmicas, transiciones hidráulicas tales como el golpe de ariete que ocasiona la acción rápida de una válvula, la degradación a largo plazo de la tubería por corrosión y erosión, ciclo de presiones, cargas externas y reacciones ante las conexiones con otros equipos, cargas de impacto, rendimiento mecánico en respuesta a eventos sísmicos, la vibración inducida por el flujo y la ocasionada por otras estructuras o equipo.

La selección cuidadosa de los materiales de la tubería debe atender las temperaturas de operación, ductilidad, dureza, resistencia al impacto, resistencia a la radiación ultravioleta del sol, compatibilidad con el movimiento del fluido, condiciones atmosféricas alrededor de la instalación, revestimiento con pintura u otra protección contra la corrosión, aislamiento, fabricación de las conexiones de la tubería e instalación de válvulas, acoplamientos, medidores de presión y dispositivos de medición del flujo.

Es común que el tamaño nominal del ducto o tubo se determine a partir de las consideraciones de flujo descritas en este capítulo. La clase de presión (función del espesor de pared) se basa en cálculos que consideran la presión interna, esfuerzos permisibles del material de la tubería a la temperatura de operación, espesor real de la pared de la tubería, tolerancias de éste, método de fabricación del conducto, tolerancia a la corrosión a largo plazo y factor de corrección del espesor de pared. Tomamos las ecuaciones siguientes de la referencia 1, la que aconsejamos consultar para conocer detalles y datos pertinentes. La referencia 14 contiene análisis sobre el empleo de dichas ecuaciones, así como problemas modelo. Estas ecuaciones se basan en el análisis clásico de esfuerzos tangenciales (cortantes) para cilindros de pared delgada.

Cálculo básico del espesor de pared:

$$t = \frac{pD}{2(SE + pY)} \qquad \textbf{(11–9)}$$

donde

t = Espesor básico de pared (pulg o mm)
p = Presión de diseño [psig o Pa(manométrica)]
D = Diámetro exterior de la tubería (pulg o mm)
S = Esfuerzo permisible en tensión (psi o MPa)
E = Factor de calidad junta longitudinal
Y = Factor de corrección con base en el tipo de material y temperatura

Debe ponerse mucha atención y cuidado en la consistencia de las unidades.

En la referencia 1 se hace una lista de valores para los esfuerzos permisibles de una variedad de metales a temperaturas que van de 100 °F a 1500 °F (38 °C a 816 °C). Por ejemplo, para tubería de acero al carbón (ASTM A106), S = 20.0 ksi (138 MPa) para temperaturas de hasta 400 °F (204 °C).

El valor de E depende de cómo esté hecha la tubería. Por ejemplo, para tuberías de acero sin costuras y aleación de níquel, E = 1.00. Para tuberías de acero soldada con resistencia eléctrica, E = 0.85. Para tubería soldada de aleación de níquel, E = 0.80.

El valor de Y es 0.40 para el acero, aleaciones de níquel y metales no ferrosos, a temperaturas de 900 °F y menores. Para temperaturas mayores llega a ser tanto como 0.70.

El espesor básico de pared se ajusta como sigue:

$$t_{mín} = t + A \qquad \textbf{(11–10)}$$

donde A es una tolerancia a la corrosión que se basa en las propiedades químicas de la tubería con el fluido y la vida de diseño de la tubería. A veces se emplea el valor de 2 mm o 0.08 pulg.

Es común que la tubería comercial se produzca con una tolerancia de $+0/-12.5\%$ sobre el espesor de la pared. Por tanto, el espesor de pared nominal mínimo se calcula con

$$t_{nom} = t_{mín}/(1 - 0.125) = t_{mín}/0.875) = 1.143t_{mín} \qquad \textbf{(11–11)}$$

Al combinarse las ecuaciones (11-9) a (11-11), queda

$$t_{nom} = 1.143\left[\frac{pD}{2(SE + pY)} + A\right] \qquad \textbf{(11–12)}$$

Esfuerzos debido a la instalación y operación de la tubería

Los esfuerzos externos sobre la tubería se combinan con los esfuerzos cortante y longitudinal creados por la presión interna del fluido. Las distancias horizontales de la tubería

entre los apoyos están sujetas a esfuerzos de flexión a tensión y a compresión, debido al peso del tubo y al fluido. Las longitudes verticales experimentan esfuerzos a tensión o a compresión, en función del modo de apoyo. Pueden generarse esfuerzos cortantes por torsión en una tubería, debido a ramales que salen de éste y que ejercen momentos de giro respecto al eje de la tubería. La mayor parte de estos esfuerzos son estáticos o varían poco durante un número moderado de ciclos. Sin embargo, el ciclo frecuente de presión o temperaturas, la vibración de máquinas o la inducida por el flujo, crean esfuerzos repetidos que ocasionan fallas por fatiga.

Deben diseñarse con cuidado los soportes del sistema de tubería, con el fin de minimizar los esfuerzos externos y obtener un equilibrio entre confinar el tubo y permitir la expansión y contracción debido a los cambios de presión y temperatura. Es común que las bombas, válvulas grandes y otros equipos críticos tengan un apoyo directo bajo su cuerpo o en sus conexiones de entrada y salida. La tubería puede apoyarse en soportes tipo columna que trasmiten las cargas al piso o a elementos estructurales sólidos. Algunos de estos soportes se encuentran fijos a la tubería, mientras que otros contienen ruedas para permitir que éste se mueva durante la expansión y contracción. Los apoyos deben estar colocados a intervalos regulares, de modo que los claros sean de longitud moderada y limiten los esfuerzos por flexión y las deflexiones. Algunos diseñadores restringen la curva de deflexión a no más de 0.10 pulg (2.5 mm) entre los puntos de apoyo. Las tuberías elevadas pueden sostenerse por medio de anclajes sujetos a vigas elevadas o a la estructura del techo. Algunos anclajes incluyen resortes que permiten el movimiento de la tubería, debido a condiciones transitorias, al mismo tiempo que mantienen fuerzas casi iguales en la tubería. En ciertas instalaciones se requiere el aislamiento eléctrico de la tubería. En los sitios de Internet 7 y 8 se muestra una variedad de abrazaderas, sostenes y apoyos.

Por último, después de que la tubería se instala debe limpiarse y someterse a pruebas de presión, para lo que es común emplear la presión hidrostática a 1.5 veces la presión de diseño, aproximadamente. Las pruebas deben hacerse en forma periódica para garantizar que con el paso del tiempo no haya fugas críticas o fallas de la tubería.

REFERENCIAS

1. American Society of Mechanical Engineers. 2000. *ASME B31.3, Process Piping Code.* Nueva York: Author.
2. Becht, Charles, IV. 2002. *Process Piping: The Complete Guide to ASME B31.3.* Nueva York: ASME Press.
3. Chasis, David A. 2003. *Plastic Piping Systems.* Clinton, NC: Construction Trades Press.
4. Crane Co. 2002. *Flow of Fluids through Valves, Fittings, and Pipe* (Technical Paper No. 410). Signal Hill, CA: Author.
5. Fox, Robert W., Alan T. McDonald y Philip J. Pritchard. 2003. *Introduction to Fluid Mechanics,* 6a. ed., Nueva York: McGraw-Hill.
6. Heald, C. C., Ed. 2002. *Cameron Hydraulic Data*, 19a ed. Irving, TX: Flowserve, Inc. (ediciones anteriores publicadas por Ingersoll-Dresser Pump Co., Liberty Corner, NJ.)
7. Lin, Shun Dar y C. C. Lee. 2001. *Water and Wastewater Calculations Manual.* Nueva York: McGraw-Hill.
8. Mohitpour, M., H. Golshan y A. Murray. 2003. *Pipeline Design and Construction: A Practical Approach,* 2a. ed., Nueva York: ASME Press.
9. Nayyar, Mohinder. 2003. *Piping Databook.* Clinton, NC: Construction Trades Press.
10. Nayyar, Mohinder. 2003. *Piping Handbook.* Clinton, NC: Construction Trades Press.
11. Nayyar, Mohinder. 2000. *Piping Handbook,* 7a. ed., Nueva York: McGraw-Hill.
12. Streeter, Victor L., E. Benjamin Wylie, Keith W. Bedford y K. W. Bedford. 1997. *Fluid Mechanics*, 9a. ed., Nueva York: McGraw-Hill.
13. Swamee, P. K. y A. K. Jain. 1976. Explicit Equations for Pipe-flow Problems. *Journal of the Hydraulics Division* 102(HY5): 657-664. Nueva York: American Society of Civil Engineers.
14. U.S. Army Corps of Engineers. 1999. *Liquid Process Piping* (Engineer Manual 1110-1-4008). Washington, DC: Author.
15. Frankel, Michael. 2002. *Piping Systems Handbook*, 2a ed. Nueva York: McGraw-Hill.

SITIOS DE INTERNET

1. American Society of Mechanical Engineers *www.asme.org/education/prodev/coseries/pdf/cds140verhead.pdf* Panorama del proceso de diseño del sistema de tuberías de una planta, con base en el estándar 31.3 de ASME, *Process Piping Code*.
2. The Piping Tool Box *www.piping-toolbox.com* Sitio que contiene datos e información básica para el diseño de sistemas de tubería. Incluye datos para las dimensiones de los conductos, movimiento de los fluidos y pérdida de presión en éstos, estándares de tubería, estrategia de diseño de éstas y muchos otros temas relacionados. Todo el documento que se menciona como referencia 14 se puede leer o descargar de la página Piping Design Strategy.
3. The Piping Tool Box *www.piping-toolbox.com/6_307.html* Esta página proporciona una tabla de datos para pérdida de presión en tuberías de acero cédula 40, como función del flujo volumétrico y el tamaño de la tubería. Desde este sitio también es posible acceder a otros datos para sistemas de tubería.
4. National Fire Protection Association *www.nfpa.org* Desarrollador y editor de códigos y estándares para protección contra el fuego, inclusive la NFPA 13, *Standard for the Installation of Sprinkler Systems*. También edita otras referencias tales como *The Fire Pump Handbook*.
5. American Fire Sprinkler Association *www.sprinklernet.org* Fuente de publicaciones acerca del diseño de sistemas aspersores, inclusive Applied Sprinkler Technology, conjunto de tres libros que cubren la distribución de los sistemas, suministros de agua, tuberías, sistemas rociadores y otros temas.
6. Piping Design Theory *www.pipingdesign.com/designtheory.html* Colección de vínculos de Internet que dan una variedad de información acerca del diseño de sistemas de tubería, vibración, esfuerzos y otros temas.
7. Anvil International *www.anvilint.com* Fabricante de acoplamientos de tubería, y soportes colgantes y apoyos de ductos. El sitio incluye una cantidad extensa de información sobre el diseño de soportes colgantes de tubos, tamaños y pesos de éstos, efectos sísmicos y consideraciones térmicas.
8. Cooper B-Line *www.b-line.com* Fabricante de soportes colgantes de tubos, sistemas de anclaje y apoyos de cables eléctricos.
9. eCompressedair *www.ecompressedair.com/library/piping.shtml* Lineamientos para el diseño e instalación de tubería en sistemas de aire comprimido para aplicaciones industriales.
10. American Water Works Association *www.awwa.org* Sociedad internacional científica y educativa, no lucrativa, que se dedica a la mejora de la calidad y suministro de agua potable. Es el recurso autorizado del conocimiento, información y empeño a la mejora de la calidad y abastecimiento de agua potable en América del Norte y otras zonas.

PROBLEMAS

Sistemas de la clase I

11.1M *Por el sistema que se ilustra en la figura 11.11 circula agua a 10 °C que proviene de un almacenamiento grande, a razón de 1.5×10^{-2} m³/s. Calcule la presión en el punto B.*

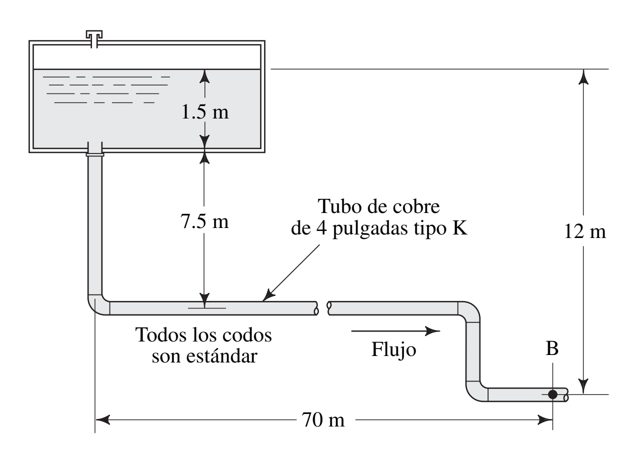


FIGURA 11.11 Problema 11.1.

11.2M *Por el sistema de la figura 11.12 va a forzarse la circulación de keroseno (sg = 0.82) a 20 °C, del tanque A al depósito B, por medio del incremento de la presión sobre el keroseno que se encuentra en el tanque A, sellado. La longitud total de la tubería de acero de 2 pulgadas cédula 40 es de 38 m. El codo es estándar. Calcule la presión que se requiere en el tanque A para ocasionar un flujo volumétrico de 435 L/min.*

11.3E En la figura 11.13 se muestra parte de un circuito hidráulico. La presión en el punto B debe ser de 200 psig cuando el flujo volumétrico sea de 60 gal/min. El fluido hidráulico tiene una gravedad específica de 0.90 y una viscosidad dinámica de 6.0×10^{-5} lb-s/pies². La longitud total de la tubería entre los puntos A y B es de 50 pies. Los codos son estándar. Calcule la presión en la salida de la bomba, en el punto A.

11.4E La figura 11.14 presenta parte de un sistema hidráulico grande donde la presión en el punto B debe ser de 500 psig, en tanto que el flujo volumétrico es de 750 gal/min. El fluido es un aceite hidráulico medio para máquina herramienta. La longitud total de la tubería de 4 pulgadas es de 40 pies. Los codos son estándar. Ignore la pérdida de energía debido a la fricción en el tubo de 6 pulgadas. Calcule la presión que se requiere en el punto A si el aceite se encuentra a (a) 104 °F y (b) 212 °F.

FIGURA 11.12 Problema 11.2.

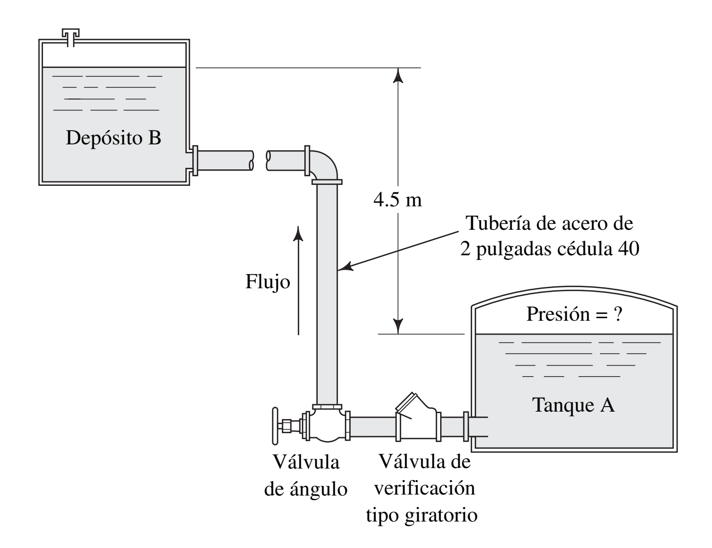


FIGURA 11.13 Problema 11.3.

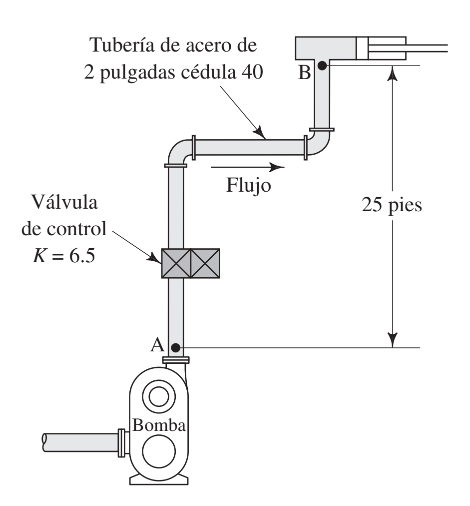
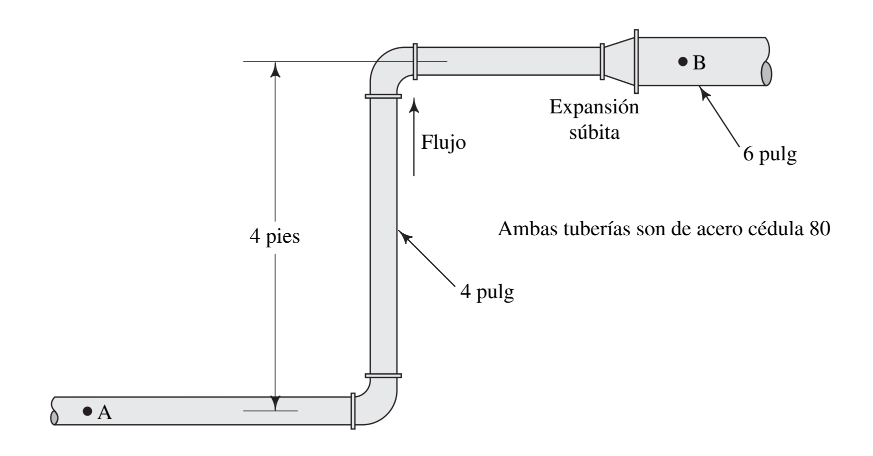


FIGURA 11.14 Problema 11.4.

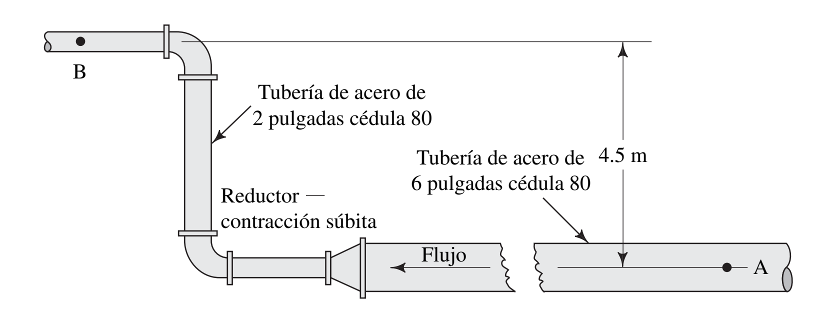


11.5M *En el sistema de la figura 11.15 fluye aceite a razón de 0.015 m^3/s. Los datos del sistema son:*

- *Peso específico del aceite = 8.80 kN/m^3.*
- *Viscosidad cinemática del aceite = 2.12×10^{-5} m^2/s.*
- *Longitud de la tubería de 6 pulgadas = 180 m.*
- *Longitud de la tubería de 2 pulgadas = 8 m.*
- *Los codos son del tipo de radio largo.*
- *Presión en B = 12.5 MPa.*

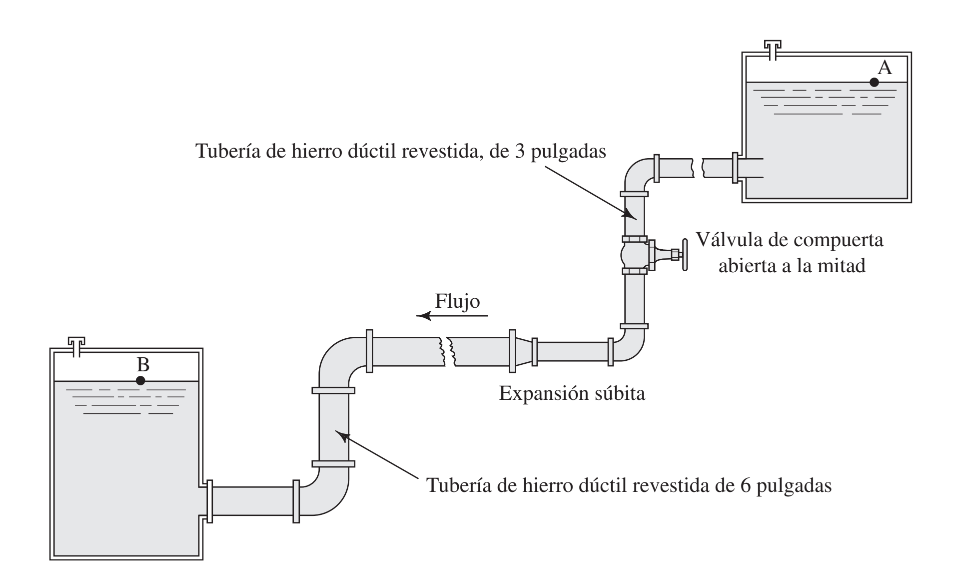
Calcule la presión en el punto A. Considere todas las pérdidas por fricción en la tubería y también las pérdidas menores.

FIGURA 11.15 Problema 11.5.



11.6M *Para el sistema de la figura 11.16, calcule la distancia vertical entre las superficies de los dos depósitos cuando fluye agua a 10 °C del punto A al B, a razón de 0.03 m^3/s. Los codos son estándar. La longitud total del tubo de 3 pulgadas es de 100 m. La del tubo de 6 pulgadas es de 300 m.*

FIGURA 11.16 Problema 11.6.



11.7M *A través del sistema de la figura 11.17 fluye líquido refrigerante a razón de 1.70 L/min. El refrigerante tiene una gravedad específica de 1.25 y viscosidad dinámica de 3×10^{-4} Pa·s. Calcule la diferencia de presión entre los puntos A y B. El tubo está hecho de acero, con diámetro externo de ½ pulgada, espesor de pared de 0.049 pulgada y longitud total de 30 m.*

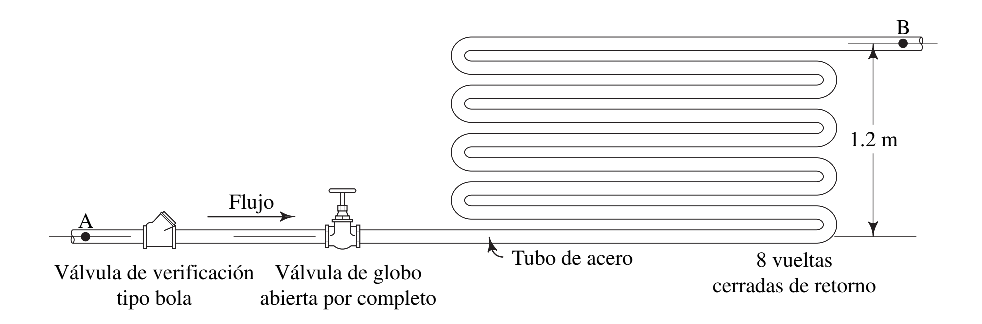


FIGURA 11.17 Problema 11.7.

Sistemas de clase II

11.8E Por una tubería de acero de 4 pulgadas cédula 80, de 25 pies de longitud, fluye agua a 100 °F. Calcule el flujo volumétrico máximo permisible, si la pérdida de energía debido a la fricción en la tubería ha de limitarse a 30 pies-lb/lb.

11.9M *Por un tubo de acero estirado con diámetro exterior de 2 pulgadas y espesor de pared de 0.083 fluye aceite hidráulico. Entro dos puntos del tubo separados por una distancia de 30 m se observa una caída de presión de 68 kPa. El aceite tiene una gravedad específica de 0.90 y viscosidad dinámica de 3.0×10^{-3} Pa·s. Calcule la velocidad del flujo de aceite.*

11.10E En una planta de procesamiento fluye etilen glicol a 77 °F a través de una tubería de hierro dúctil revestida de 5000 pies. A lo largo de dicha distancia, la tubería baja 55 pies y la presión cae de 250 a 180 psig. Calcule la velocidad del flujo en la tubería.

11.11M *Por un tubo vertical de 7.5 m de longitud fluye agua a 15 °C, hacia abajo. La presión es de 550 kPa en la parte superior y 585 kPa en la inferior. Cerca del fondo se instala una válvula de verificación tipo bola. El tubo está hecho de acero, con un diámetro externo de $1^1/_4$ pulgada y espesor de pared de 0.083 pulgada. Calcule el flujo volumétrico del agua.*

11.12E Por una tubería de hierro dúctil revestida de 3 pulgadas circula aguarrás a 77 °F, del punto A al B. El punto B se encuentra a 20 pies por encima del punto A, y la longitud total de la tubería es de 60 pies. Se instaló dos codos de radio largo de 90°, entre los puntos A y B. Calcule el flujo volumétrico del aguarrás, si la presión en A es de 120 psig y en B es de 105 psig.

11.13E Cierto dispositivo diseñado para limpiar paredes y ventanas del segundo piso de las viviendas es similar al que se muestra en la figura 11.18. Determine la velocidad del flujo que sale de la boquilla, si la presión en el fondo es (a) 20 psig y (b) 80 psig. La boquilla tiene un coeficiente de pérdida K de 0.15, con base en la carga de velocidad en la salida. El tubo está hecho de aluminio liso y tiene un diámetro interior de 0.5 pulgada. La vuelta a 90 ° tiene un radio de 6 pulgadas. La longitud total del tubo recto es de 20 pies. El fluido es agua a 100 °F.

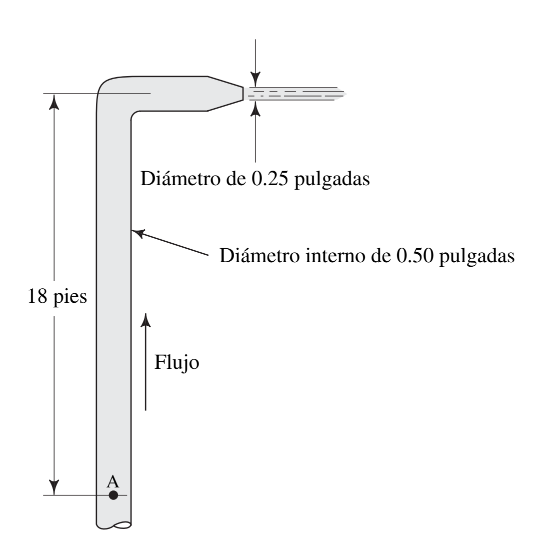


FIGURA 11.18 Problema 11.13.

11.14M *Por el sistema de la figura 11.19 fluye keroseno a 25 °C. La longitud total del tubo de cobre de 2 pulgadas tipo K es de 30 m. Las dos vueltas a 90° tienen un radio de 300 mm. Calcule el flujo volumétrico en el tanque B, si se mantiene una presión de 150 kPa sobre el keroseno en el tanque A.*

11.15M *A través del sistema que se muestra en la figura 11.20 circula agua a 40 °C, del punto A al B. Determine el flujo volumétrico del agua si entre los dos depósitos hay una distancia vertical de 10 m. Los codos son estándar.*

FIGURA 11.19 Problema 11.14.

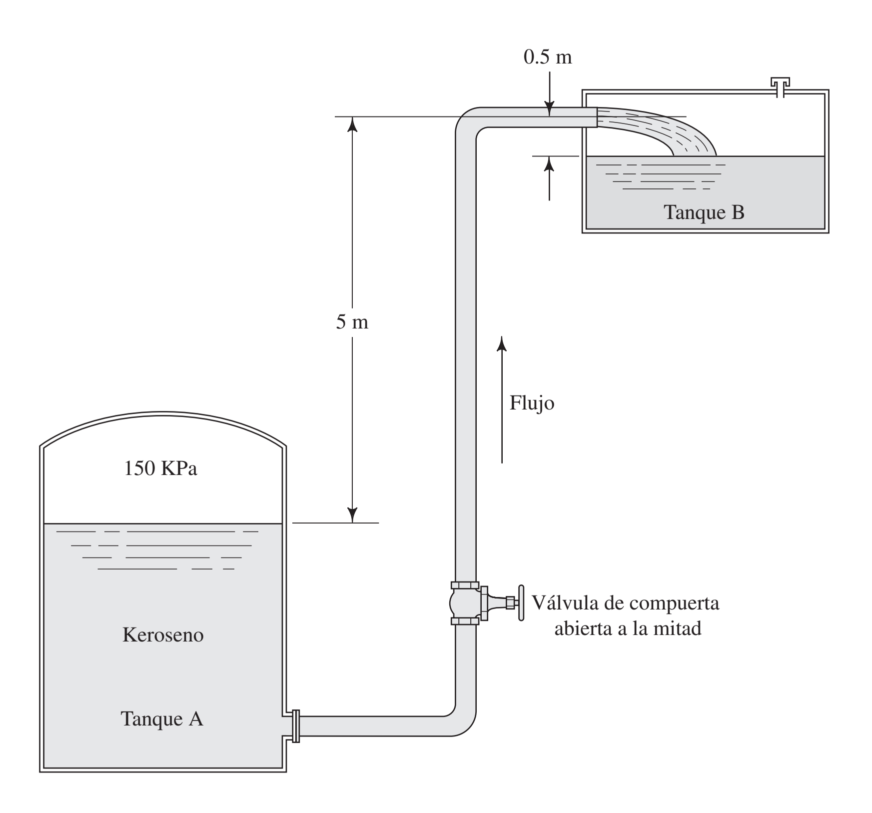
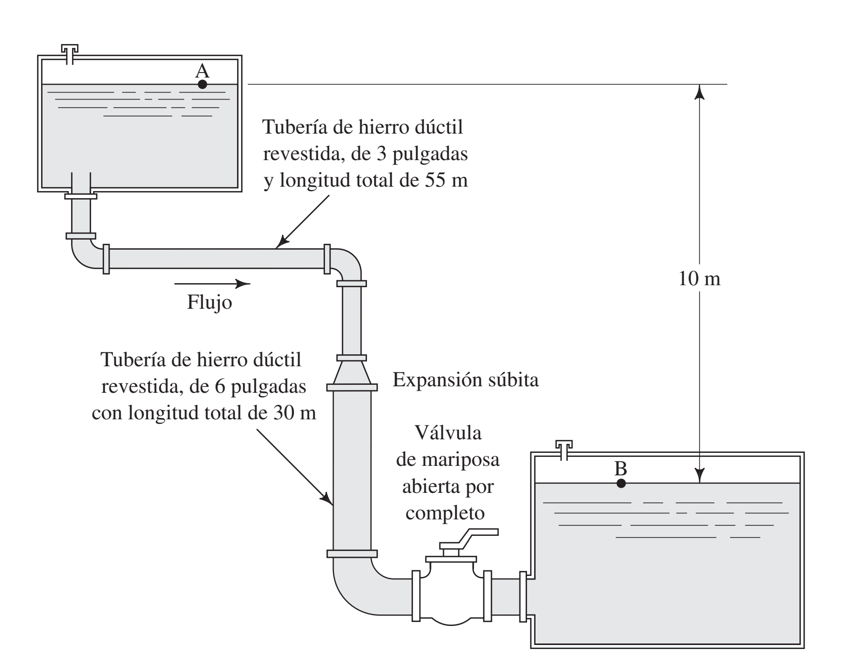
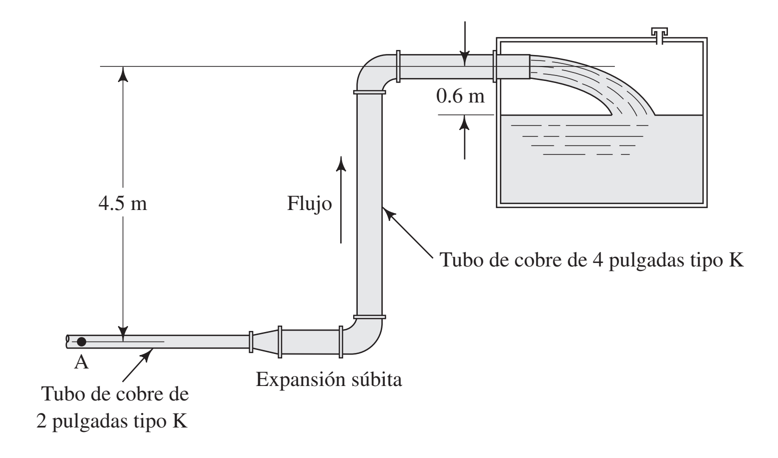


FIGURA 11.20 Problema 11.15.



11.16M *Cierto aceite fluye hacia el tanque abierto que se ilustra en la figura 11.21, tiene gravedad específica de 0.93 y viscosidad dinámica de 9.5×10^{-3} Pa·s. El tubo de 2 pulgadas tiene una longitud total de 30 m, y el tubo de 4 pulgadas mide 100 m. Los codos son estándar. Determine el flujo volumétrico hacia el tanque, si la presión en el punto A es de 175 kPa.*

FIGURA 11.21 Problema 11.16.



Sistemas de clase III

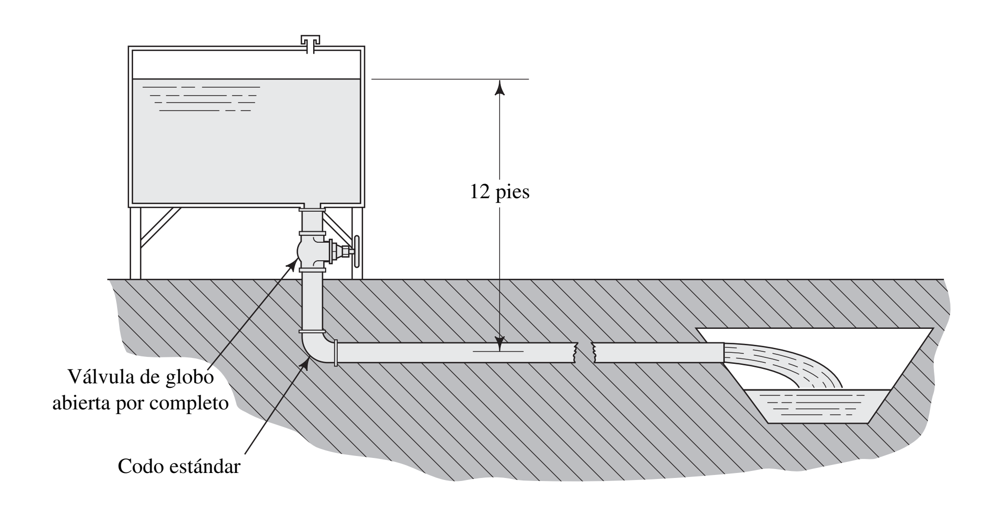
11.17E *Determine el tamaño de tubería de acero nueva cédula 80 que se necesita para conducir agua a 160 °F, con caída máxima de presión de 10 psi por cada 1000 pies, cuando el flujo volumétrico es de 0.5 pie^3/s.*

11.18M *¿Qué tamaño de tubo de cobre estándar de tipo K se requiere para transferir 0.06 m^3/s de agua a 80 °C, desde un calentador donde la presión es de 150 kPa, hacia un tanque abierto? El agua fluye desde el extremo de un tubo hacia la atmósfera. El tubo está en posición horizontal y mide 30 m de largo.*

11.19E Va a fluir agua a 60 °F entre dos puntos separados 2 millas, a razón de 13 500 gal/min. El extremo superior está 130 pies por arriba del inferior. ¿Cuál es el tamaño del tubo de concreto que se requiere? Suponga que la presión en ambos extremos del tubo es despreciable.

11.20E El tanque de la figura 11.22 va a vaciarse hacia un drenaje. Determine el tamaño que debe tener una tubería de acero nueva cédula 40 para que conduzca al menos 400 gal/min de agua a 80 °F, a través del sistema. La longitud total de la tubería es de 75 pies.

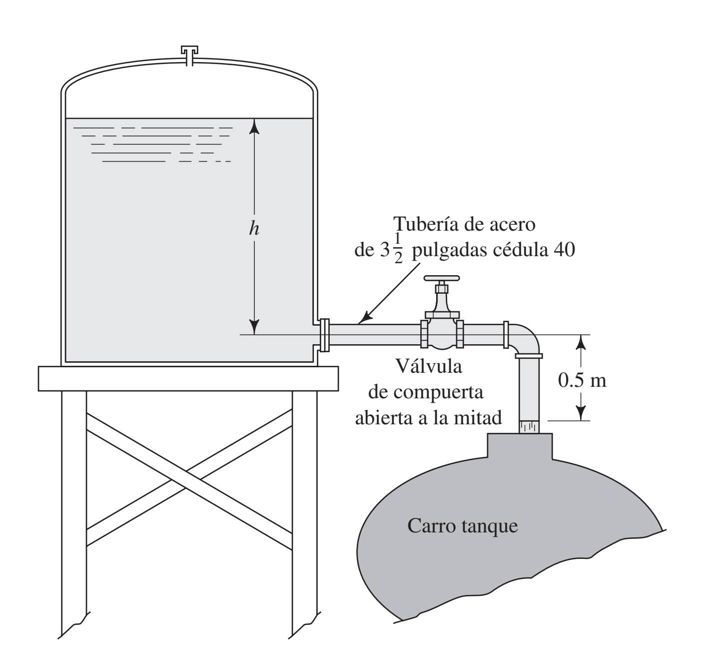
FIGURA 11.22 Problema 11.20.



Problemas prácticos para cualquier clase de sistema

11.21M *En la figura 11.23 se ilustra un flujo de gasolina que sale de un tanque de almacenamiento hacia un carro tanque. La gasolina tiene una gravedad específica de 0.68 y temperatura de 25 °C. Determine la profundidad h que se requiere en el tanque para que se produzca un flujo de 1500 L/min hacia el vehículo. Como los tubos son cortos, ignore las pérdidas de energía debido a la fricción en la tubería, pero tome en cuenta las pérdidas menores.*

FIGURA 11.23 Problema 11.21.



Nota: En la figura 11.24 se presenta un sistema empleado para bombear refrigerante de un tanque colector hacia otro elevado, en el que se enfría. La bomba envía 30 gal/min. Después, el refrigerante regresa por gravedad hacia las máquinas que lo necesitan. El líquido tiene una gravedad específica de 0.92 y viscosidad dinámica de 3.6×10^{-5} lb•s/pies^2. Este sistema se utiliza para los problemas 11.22 a 11.24.

11.22E Para el sistema de la figura 11.24, calcule la presión en la entrada de la bomba. El filtro tiene un coeficiente de resistencia de 1.85, con base en la carga de velocidad de la línea de succión.

11.23E En relación con el sistema de la figura 11.24, determine la carga de total sobre la bomba, así como la potencia trasmitida al refrigerante por la bomba.

11.24E En el sistema de la figura 11.24, especifique el tamaño de la tubería de acero cédula 40 que se requiere para que el fluido regrese a las máquinas. La máquina 1 necesita 20 gal/min y la 2 requiere 10 gal/min. El fluido sale de los tubos de las máquinas a 0 psig.

11.25E Un fabricante de boquillas para spray especifica que la caída máxima de presión en la tubería de alimentación debe ser de 10.0 psi por cada 100 pies de tubería. Calcule la velocidad máxima permisible del flujo a través de una tubería de acero de 1 pulgada cédula 80 que alimenta la boquilla. La tubería está en posición horizontal y el fluido es agua a 60 °F.

11.26E Especifique el tamaño de la tubería de acero nueva cédula 40 que se requiere para conducir gasolina a 77 °F, a través de 120 pies de tubería horizontal, a no más de 8.0 psi de caída de presión, con un flujo volumétrico de 100 gal/min.

11.27M *Consulte la figura 11.25. Se bombea agua a 80 °C del tanque, a razón de 475 L/min. Calcule la presión en la entrada de la bomba.*

11.28M *Se desea modificar el sistema de la figura 11.25 que se analizó en el problema 11.27, con objeto de incrementar la presión en la entrada de la bomba. El flujo volumétrico debe permanecer en 475 L/min, pero todo*

FIGURA 11.24 Problemas 11.22 a 11.24.

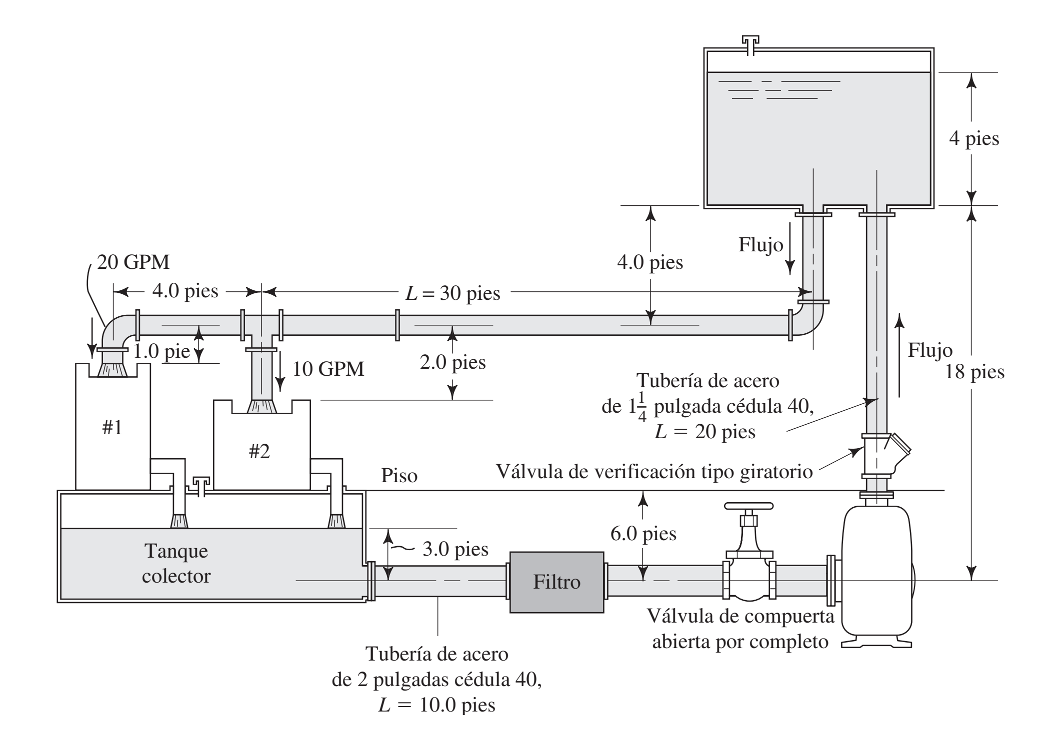
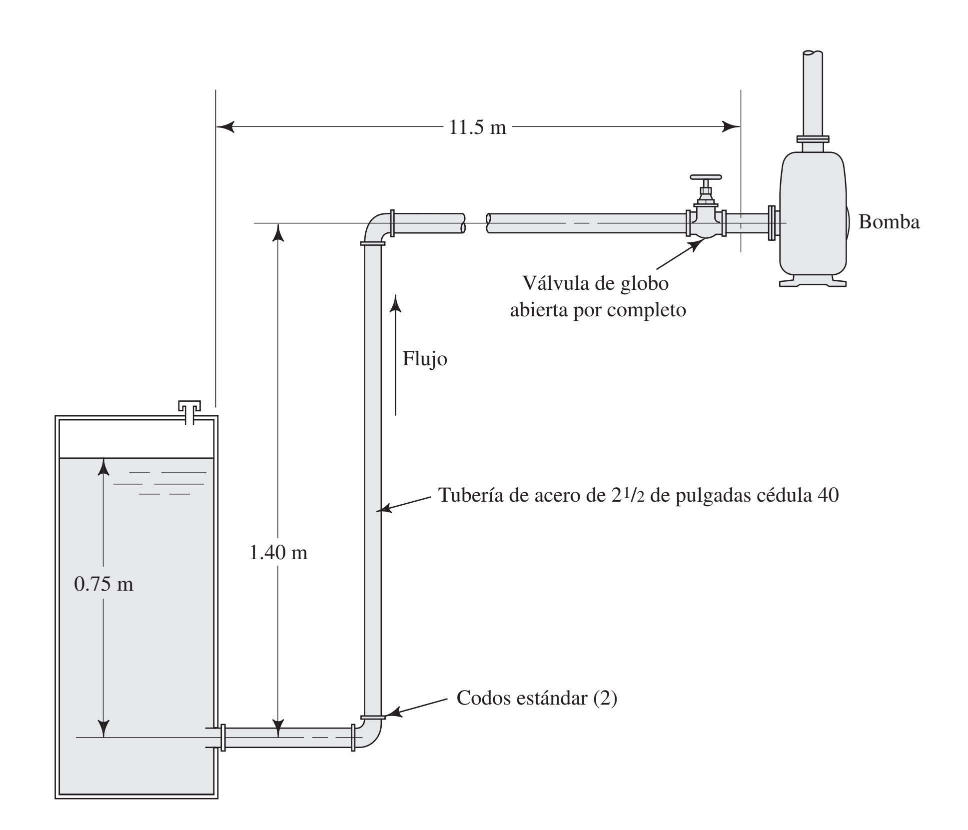


FIGURA 11.25 Problemas 11.27 y 11.28.



lo demás puede cambiarse. Rediseñe el sistema y vuelva a calcular la presión en la entrada de la bomba. Compárela con el resultado del problema 11.27.

11.29E En un proyecto de control de la contaminación, el agua contaminada se bombea 80 pies en forma vertical hacia arriba y luego se rocía al aire, con el fin de incrementar su contenido de oxígeno y hacer que se evaporen los materiales volátiles. El sistema se ilustra en la figura 11.26. El agua contaminada tiene un peso específico de 64.0 lb/pie^3 y viscosidad dinámica de 4.0×10^{-5} lb·s/pies^2. El flujo volumétrico es de 0.50 pie^3/s. La presión en la entrada de la bomba es de 3.50 psi por debajo de la presión atmosférica. La longitud total de la tubería de descarga es de 82 pies. La boquilla tiene un coeficiente de resistencia de 32.6, con base en la carga de velocidad en la tubería de descarga. Calcule la energía que trasmite la bomba al fluido. Si la eficiencia de la bomba es de 76%, determine la potencia de entrada a la bomba.

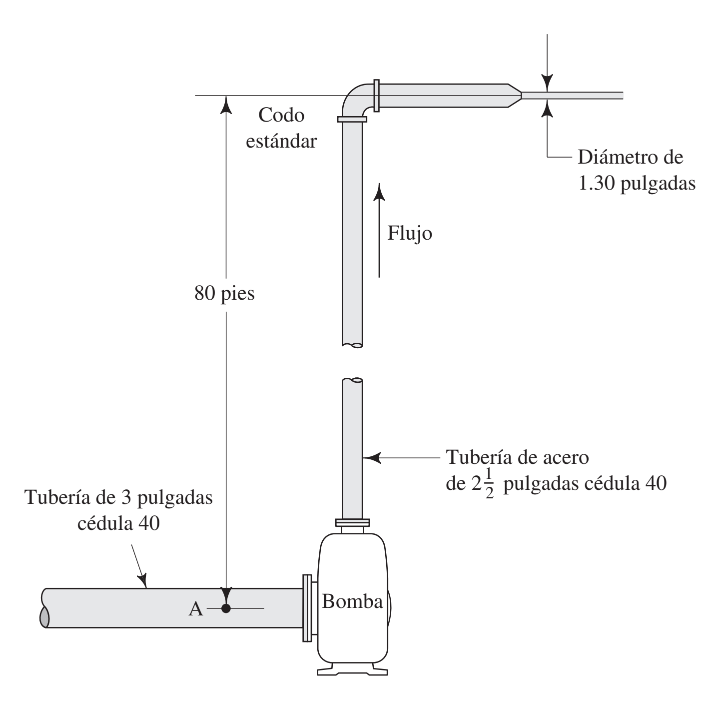


FIGURA 11.26 Problemas 11.29 y 11.30.

11.30E Repita el problema 11.29, pero utilice una tubería de acero de 3 pulgadas cédula 40 para la línea de descarga, en lugar de la tubería de $2^1/_2$ pulgadas. Compare la energía que trasmite la bomba con los dos diseños.

11.31M *Se lleva agua a 10 °C hacia un tanque en el techo de un edificio, como se aprecia en la figura 11.27. El codo es estándar. ¿Cuál es la presión que debe existir en el punto A para que se conduzca 200 L/min?*

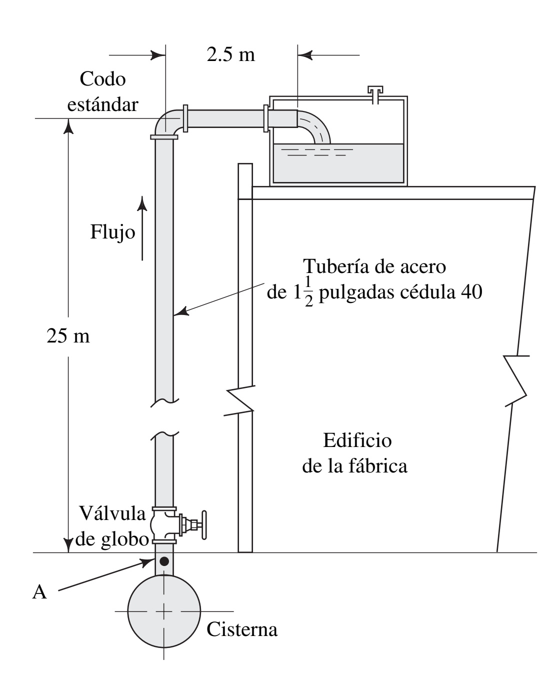


FIGURA 11.27 Problemas 11.31 a 11.33.

11.32M *Si la presión en el punto A de la figura 11.27 es de 300 kPa, calcule el flujo volumétrico del agua a 10 °C que se conduce hacia el tanque.*

11.33M *Modifique el diseño del tanque de la figura 11.27, con el fin de reemplazar la válvula de globo por otra de compuerta abierta por completo. Después, si la presión en el punto A es de 300 kPa, calcule el flujo volumétrico del agua a 10 °C que se conduce hacia el tanque. Compare el resultado con el que se obtuvo para el problema 11.32, con objeto de resaltar el efecto del cambio de válvula.*

11.34E Se desea llevar 250 gal/min de alcohol etílico a 77 °F, del tanque A al B, en el sistema de la figura 11.28. La longitud total de la tubería es de 110 pies. Calcule la presión que se requiere en el tanque A.

11.35E Para el sistema de la figura 11.28, determine el flujo volumétrico de alcohol etílico a 77 °F, si la presión en el tanque A fuera de 125 psig. La longitud total de la tubería es de 110 pies.

11.36E Repita el problema 11.35, pero considere que la válvula está abierta por completo.

11.37E Repita el problema 11.35, pero suponga que la válvula está completamente abierta y los codos son del tipo de radio largo en lugar de ser estándar. Compare con los resultados de los problemas 11.35 y 11.36.

11.38M *En la figura 11.29 se ilustra una tubería que conduce agua a 15 °C, de una línea de cisterna a una fábrica. La presión en la cisterna es de 415 kPa. Calcule el flujo máximo permisible, si la presión en la fábrica no debe ser menor de 200 kPa.*

FIGURA 11.28 Problemas 11.34 a 11.37.

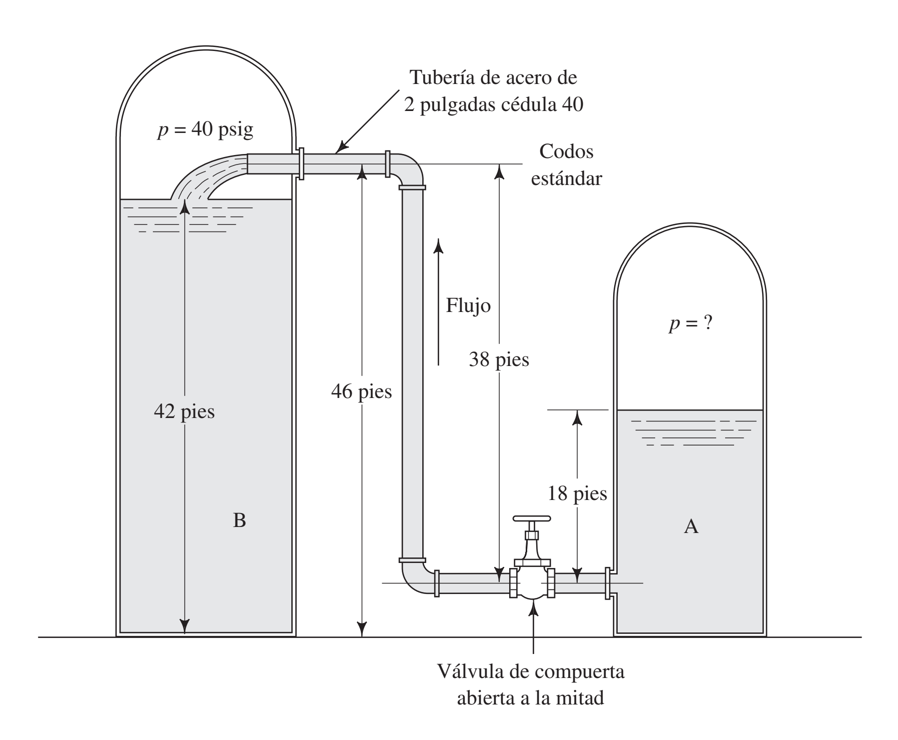
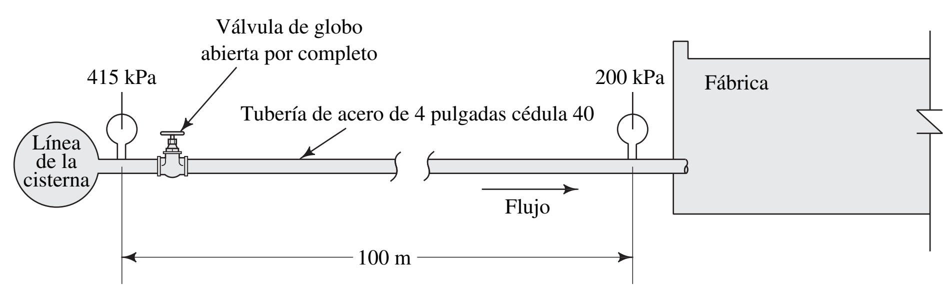


FIGURA 11.29 Problemas 11.38 a 11.41.



11.39M *Repita el problema 11.38, pero reemplace la válvula de globo con otra tipo mariposa abierta por completo.*

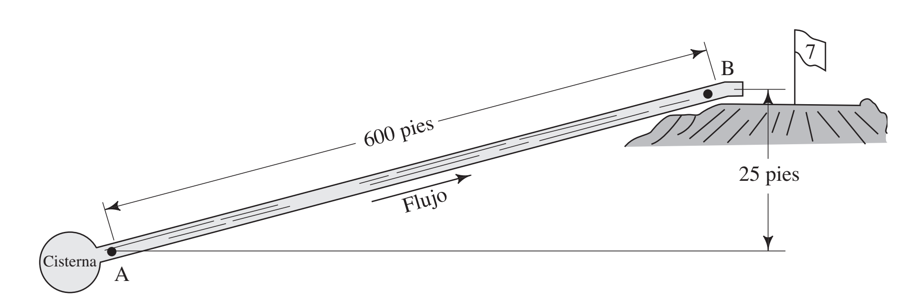
11.40M *Repita el problema 11.38, pero utilice una tubería de 5 pulgadas cédula 40.*

11.41M *Repita el problema 11.38, pero sustituya la válvula de globo por otra de tipo mariposa, y emplee una tubería de acero de 5 pulgadas cédula 40. Compare con los resultados de los problemas 11.38 a 11.41.*

11.42E Se desea impulsar una bomba pequeña de desplazamiento positivo con el acoplamiento de un taladro eléctrico doméstico al eje de la bomba. La bomba impulsa 1.0 pulgadas^3 de agua a 60 °F por revolución, y gira a 2100 rpm. La salida de la bomba fluye a través de una manguera de plástico liso de 100 pies de largo, con diámetro interno de 0.75 pulgada. ¿Qué tan lejos puede estar la salida de la manguera, si la potencia máxima disponible en el motor del taladro es de 0.20 hp? La eficiencia de la bomba es de 75%. Considere la pérdida por fricción en la manguera, pero ignore las demás.

11.43E La figura 11.30 muestra un tubo que lleva agua al césped de un campo de golf. La presión en la cisterna es de 80

FIGURA 11.30



psig, y en el punto B es necesario mantener un mínimo de 60 psig para dar un suministro adecuado al sistema de aspersión. Especifique el tamaño necesario de tubería de acero cédula 40, con el fin de abastecer 0.50 pie^3/s de agua a 60 °F.

11.44E Repita el problema 11.43, sólo considere que se agregarán al sistema los elementos siguientes:

- Una válvula de compuerta abierta por completo cerca de la cisterna.
- Una válvula de mariposa completamente abierta cerca del césped (pero antes del punto B).
- Tres codos estándar a 90°.
- Dos codos estándar a 45°.
- Una válvula de verificación tipo giratorio.

11.45E La bomba de la fosa séptica de un edificio comercial está a una elevación de 150.4 pies. La bomba impulsa 40 gal/min de agua a través de un sistema de tubería que descarga el líquido a una elevación de 172.8 pies. La presión en la descarga de la bomba es de 15.0 psig. El fluido es agua a 60 °F. Especifique el tamaño del tubo de plástico necesario si el sistema contiene los elementos siguientes:

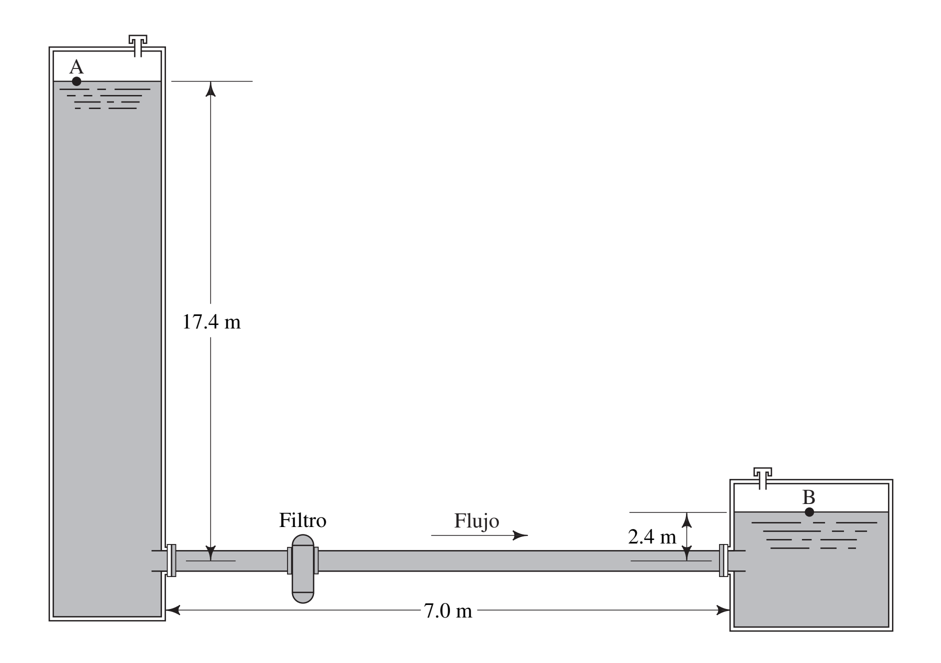
- Una válvula de verificación tipo bola.
- Ocho codos estándar.
- Longitud total de tubo de 55.3 pies.

El tubo se encuentra disponible en las mismas dimensiones que la tubería de acero cédula 40.

11.46E Para el sistema diseñado en el problema 11.45, calcule la carga total sobre la bomba.

11.47M *La figura 11.31 muestra parte de un sistema de procesamiento químico donde se toma alcohol propílico a 25 °C del fondo de un tanque grande, y se transfiere por gravedad a otra parte del sistema. La distancia entre los dos tanques es de 7.0 m. Se instala un filtro en la línea con un coeficiente de resistencia K de 8.5, como ya se sabe, con base en la carga de velocidad del tubo. Se utilizará tubo de acero inoxidable. Del apéndice G, especifique el tamaño estándar del tubo que permitiría que hubiera una tasa de flujo volumétrico de 150 L/min.*

FIGURA 11.31



11.48M *Para el sistema descrito en el problema 11.47, y con el uso del tamaño de tubo que se encontró en él, calcule el flujo volumétrico esperado en el conducto si la elevación en el tanque grande disminuye a 12.8 m.*

11.49M *Para el sistema descrito en el problema 11.47, y con el uso del tamaño de tubo que se encontró en él, calcule el flujo volumétrico esperado en el conducto, si la presión sobre el fluido en el tanque grande es de −32.5 kPa manométrica.*

11.50M *En el sistema mencionado en el problema 11.47, y con el tamaño de tubo que resultó, encuentre el flujo volumétrico esperado en el conducto si en la línea por delante del filtro se instala una válvula de compuerta abierta a la mitad.*

TAREA DE ANÁLISIS Y DISEÑO ASISTIDOS POR COMPUTADORA

1. Diseñe un programa o una hoja de cálculo para analizar sistemas de tuberías de clase I, que incluya las pérdidas de energía debido a la fricción, y las pérdidas menores por las válvulas y acoplamientos.
2. Diseñe un programa o una hoja de cálculo para determinar la velocidad del flujo y el flujo volumétrico en una tubería dada con caída de presión limitada, que sólo considere la pérdida de energía por la fricción. Utilice el enfoque computacional descrito en la sección 11.5 y que se ilustra con el problema modelo 11.2.
3. Diseñe un programa o una hoja de cálculo para determinar el tamaño de tubería que se necesita para conducir un flujo volumétrico específico con caída de presión limitada, con el procedimiento de solución de problemas de clase III, descrito en el problema modelo 11.5.
4. Diseñe un programa o una hoja de cálculo para determinar el tamaño de tubería que se necesita para conducir un flujo volumétrico específico con caída de presión limitada. Tome en cuenta la pérdida de energía por fricción, así como las pérdidas menores. Emplee un método similar al que se describe en el problema modelo 11.6.

12 Sistemas de tuberías en paralelo

12.1 Panorama

Mapa de aprendizaje

- Los sistemas de tuberías en paralelo son aquellos en los que hay más de una trayectoria que el fluido puede recorrer para llegar de un punto de origen a otro de destino. Consulte la figura 12.1.
- El principio de continuidad para el flujo estable requiere que el flujo volumétrico que ingresa al sistema ramificado sea el mismo que sale de éste.
- La continuidad también requiere que la suma de los flujos en todas las ramas debe ser igual al flujo volumétrico total en el sistema.
- Cada unidad de peso de fluido que ingresa a un sistema en paralelo experimenta la misma pérdida de energía, sin importar la trayectoria que siga a través del sistema.
- El fluido tenderá a seguir la trayectoria de menor resistencia; por tanto, el flujo que entra se bifurca entre todas las ramas, con mayor flujo en aquellas que tienen menos resistencia.

Descubrimientos

- Encuentre ejemplos de sistemas de flujo en paralelo en su casa, en su auto o en su lugar de trabajo.
- Trace cualquier sistema que encuentre, mostrando la tubería principal, todos los ramales, los tamaños de tubería o conductos usados y la válvula de acoplamiento.
- Los ramales se vuelven a conectar en algún punto o permanecen separados.

En este capítulo aprenderá técnicas analíticas para predecir cómo se divide el flujo en todas las trayectorias en un sistema de tuberías en paralelo y cuánto cae la presión a través del sistema.

Conceptos introductorios

Los sistemas de tuberías en paralelo son aquellos en los que hay más de una trayectoria que el fluido puede recorrer para llegar de un punto de origen a otro de destino. Para ver un ejemplo, consulte la figura 12.1. Imagine que usted es una parte pequeña de la corriente de fluido que entra al sistema por la izquierda, y que se encuentra en el punto 1. Al flujo volumétrico total aquí se le denomina Q_1 y usted es parte de ella. Al llegar al punto de intersección debe tomar una decisión. ¿Cuál camino seguir para continuar hacia el destino? Todas las demás partes del flujo deben tomar la misma decisión.

Por supuesto, algo del flujo se distribuye en cada una de las tres ramas que salen de la intersección, y que en la figura se denotan como a, b y c. Estos flujos volumétricos son Q_a, Q_b y Q_c, respectivamente. En este capítulo se aprenderá que lo importante es determinar cuánto fluido circula por cada rama y cuál es la caída de presión que ocurre conforme se

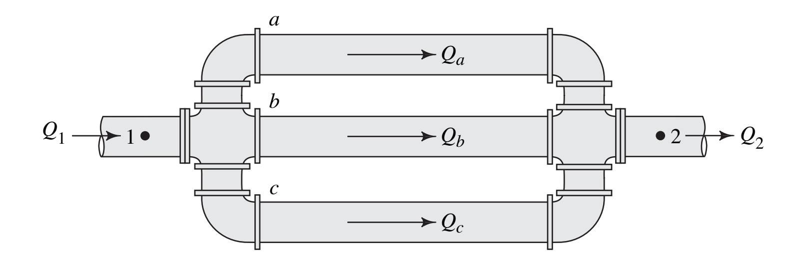


FIGURA 12.1 Ejemplo de un sistema de tuberías en paralelo con tres ramas.

completa el circuito y se llega al destino. En este caso, las tres trayectorias se reúnen en la parte derecha del sistema y siguen por un tubo de salida hasta el punto 2, que es el destino. Aquí, al flujo volumétrico se le denomina Q_2.

Al aplicar el principio del flujo estable a un sistema en paralelo se llega a la conclusión siguiente:

ECUACIÓN DE CONTINUIDAD PARA SISTEMAS EN PARALELO

$$Q_1 = Q_2 = Q_a + Q_b + Q_c \tag{12–1}$$

La primera parte, $Q_1 = Q_2$, sólo afirma lo que se ha dicho acerca de sistemas con flujo estable anteriores: que cuando se considera el flujo total, el flujo volumétrico es el mismo en cualquier sección transversal en particular. Entre los puntos 1 y 2 no se ha agregado o retirado fluido del sistema. La segunda parte define que los flujos en las ramas, $Q_a + Q_b + Q_c$, deben sumar el flujo volumétrico total. Esto parece lógico puesto que todo el fluido que llega a la intersección de la izquierda debe ir a algún lado y se divide en tres partes. Por último, debe observarse que todos los flujos de las ramas se reúnen y el flujo total continúa como Q_2.

Ahora se considerará la caída de presión a través del sistema. En el punto 1 hay una presión p_1. En el punto 2 hay otra distinta p_2. Entonces, la caída de presión es $p_1 - p_2$. Para ayudar en el análisis de las presiones se utiliza la ecuación de la energía entre los puntos 1 y 2:

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} - h_L = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

Al despejar la caída de presión $p_1 - p_2$ queda

$$p_1 - p_2 = \gamma[(z_2 - z_1) + (v_2^2 - v_1^2)/2g + h_L]$$

Esta forma de la ecuación de la energía dice que la diferencia de presión entre los puntos 1 y 2 depende de la diferencia de elevación, la diferencia en las cargas de velocidad y la pérdida de energía por unidad de peso del fluido que circula en el sistema. Cuando cualquiera de los elementos del fluido alcanza el punto 2 del sistema de la figura 12.1, cada uno habrá experimentado el mismo cambio de elevación, el mismo cambio de velocidad y la misma pérdida de energía por unidad de peso, sin importar la trayectoria que haya seguido. Todos los elementos que convergen en la intersección del lado derecho del sistema tienen la misma energía total por unidad de peso. Es decir, todos tienen la misma carga total. Por tanto, cada unidad de peso del fluido debe tener la misma cantidad de energía. Esto se enuncia en forma matemática como

ECUACIÓN DE LA PÉRDIDA DE CARGA PARA SISTEMAS EN PARALELO

$$h_{L_{1-2}} = h_a = h_b = h_c \tag{12–2}$$

Las ecuaciones (12-1) y (12-2) son las relaciones que gobiernan los sistemas de tuberías en paralelo. El sistema ajusta de modo automático el flujo en cada rama hasta que el flujo total en él satisface estas ecuaciones.

Ejemplo de sistema en paralelo Considere el flujo de agua en su hogar. Siga su trayectoria según se describe a continuación.

- Hay una tubería de suministro que llega a la casa desde la fuente principal. Esta podría ser la toma de agua municipal o un pozo.
- Después, la tubería de suministro conduce cierta cantidad de agua a un calentador, mientras que el resto continúa su camino.

- Es común que la línea de agua que sale del calentador regrese a lo largo de la tubería original que conduce agua fría.
- Cuando las dos tuberías llegan a sus puntos de destino, cada una distribuye cierto flujo volumétrico de agua en función de la resistencia total de la línea que siguió. Las resistencias están constituidas por los mismos elementos, como aprendió en los capítulos 9 a 11. En las tuberías habrá fricción, pérdidas de energía debido a los codos y a los acoplamientos, y pérdidas de energía en restricciones tales como válvulas, grifos y regaderas.

Por ejemplo, podrá decirse que las tuberías de agua caliente y fría terminan en grifos separados en un fregadero. También se supone que la línea del agua caliente ofrece más resistencia total que la del agua fría debido a que tiene que viajar la distancia adicional a través del calentador. Entonces, si las dos llaves fueran la misma y se abrieran la misma cantidad, fluiría más agua fría que caliente hacia el fregadero.

¿Cómo obtener un flujo igual en cada grifo?

Una manera es cerrar el agua fría un poco más con el fin de crear mayor resistencia. Cuando la resistencia total en la línea de agua fría, incluyendo el grifo, es la misma que la resistencia total que experimenta el líquido que se mueve por la línea de agua caliente, el flujo que sale de cada grifo será igual.

¿Qué pasa cuando alguien en la casa abre otra llave? Si abre una de agua fría, el agua fluirá hacia esa llave y habrá menos cantidad disponible en el grifo del fregadero. Por lógica, si abren un grifo de agua caliente, menos de ésta fluirá en el fregadero.

Quizás haya experimentado este fenómeno cuando toma una ducha. ¿Se heló o escaldó debido a un cambio brusco en la cantidad de agua fría o caliente que salió por la regadera? Los grifos modernos incluyen un dispositivo para balancear la presión a fin de garantizar que la temperatura del agua que sale de la regadera no varíe más que unos pocos grados sin que importe la cantidad de agua que se extrae en otras partes del sistema.

El sistema de flujo en paralelo en su hogar se ve diferente al que se ilustra en la figura 12.1 porque el flujo no se reúne en una tubería única al final; sino que cada rama termina en una salida tal como grifo, regadera, lavadora de trastos o algún otro aparato que requiera agua. Pero el principio es el mismo porque siempre que cualquier línea descargue fluido, la carga total de presión será cero, ya que el agua descarga a la atmósfera. La presión en la línea de suministro se habrá disipado debido a las muchas formas en que se pierde la energía del agua conforme circula por el sistema.

¿Qué otros sistemas de flujo en paralelo descubrió?

En este capítulo aprenderá técnicas analíticas para predecir cómo se distribuye el flujo entre las trayectorias de un sistema en paralelo y de cuánto es la caída de presión a través de éste. Verá ejemplos tomados de aplicaciones comerciales e industriales.

12.2 OBJETIVOS

Al terminar este capítulo podrá:

1. Analizar la diferencia entre los sistemas de tuberías en serie y aquellos en paralelo.
2. Enunciar relaciones generales para flujos volumétricos y pérdidas de carga para sistemas de tuberías en paralelo.
3. Calcular la cantidad de flujo en cada una de las dos ramas de un sistema de tubería en paralelo, y la pérdida de carga que tiene lugar a través del sistema cuando se conoce el flujo volumétrico total y la descripción del sistema.
4. Determinar la cantidad de flujo en cada una de las dos ramas de un sistema de tubería en paralelo, así como el flujo total, si se conoce la caída de presión en el sistema.
5. Emplear la técnica de Hardy Cross para calcular los flujos volumétricos en todas las ramas de una red que tenga tres o más ramas.

12.3 SISTEMAS CON DOS RAMAS

Un sistema común de tubería en paralelo incluye dos ramas con el arreglo que se muestra en la figura 12.2. La rama inferior se agrega para evitar que alguna cantidad de fluido pase por el intercambiador de calor. La rama también podría utilizarse para aislar el intercambiador de calor, lo que permitiría que el flujo continuara mientras se da mantenimiento al equipo. El análisis de este tipo de sistema es relativamente sencillo y directo, aunque es común que se requieran ciertas iteraciones. Debido a que se desconoce las velocidades, los factores de fricción también son desconocidos.

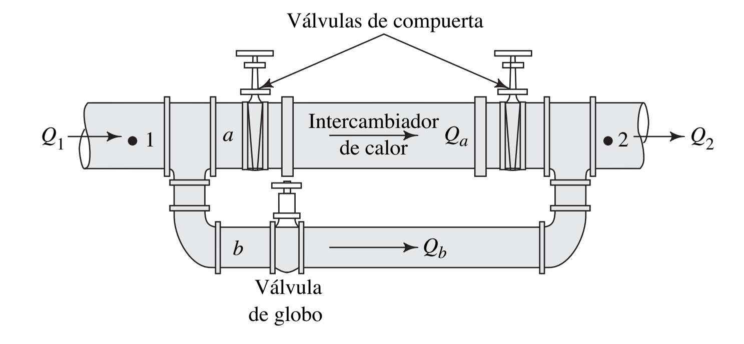


FIGURA 12.2 Sistema en paralelo con dos ramas.

Los sistemas en paralelo que tienen más de dos ramas son más complejos porque hay muchas más cantidades desconocidas que ecuaciones que relacionen las incógnitas. En la sección 12.4 se describe un procedimiento de solución.

Emplearemos el sistema que se muestra en la figura 12.2 para ilustrar el análisis del flujo en dos ramas. Las relaciones básicas que se aplican aquí son similares a las ecuaciones (12-1) y (12-2), excepto que hay dos ramas en lugar de tres. Estas relaciones son

$$Q_1 = Q_2 = Q_a + Q_b \tag{12–3}$$

$$h_{L_{1-2}} = h_a = h_b \tag{12–4}$$

Los problemas modelo que aparecen en seguida se presentan en el formato de enseñanza programada. Debe poner atención especial a la lógica del procedimiento de solución, así como a los detalles del desarrollo.

MÉTODO DE SOLUCIÓN PARA SISTEMAS CON DOS RAMAS, CUANDO SE CONOCEN EL FLUJO VOLUMÉTRICO TOTAL Y LA DESCRIPCIÓN DE LAS RAMAS

El problema modelo 12.1 es de este tipo. El método de solución es el siguiente:

1. Igualar el flujo volumétrico total con la suma de los flujos volumétricos en las dos ramas, como se enuncia en la ecuación (12-3). Después, hay que expresar los flujos en las ramas como el producto del área de flujo y la velocidad promedio; es decir,
$$Q_a = A_a v_a \quad \text{y} \quad Q_b = A_b v_b$$
2. Expresar la pérdida de carga en cada rama en términos de la velocidad de flujo en ella y del factor de fricción. Se deben incluir todas las pérdidas significativas debido a la fricción, así como las pérdidas menores.
3. Para cada una de las ramas, hay que calcular la rugosidad relativa D/ϵ, estimar el valor del factor de fricción y terminar el cálculo de la pérdida de carga en términos de las velocidades desconocidas.
4. Igualar la expresión para las pérdidas de carga en las dos ramas una con otra, como lo plantea la ecuación (12-4).
5. Resolver para una velocidad en términos de la otra, a partir de la ecuación del paso 4.
6. Sustituir el resultado del paso 5 en la ecuación del flujo volumétrico que se desarrolló en el paso 1, y despejar cada una de las velocidades desconocidas.

7. Despejar la segunda velocidad desconocida de la relación que se obtuvo en el paso 5.
8. Si hubiera duda sobre la exactitud del valor del factor de fricción que se empleó en el paso 2, hay que calcular el número de Reynolds para cada rama y reevaluar el factor de fricción a partir del diagrama de Moody, o calcular los valores para el factor de fricción por medio de la ecuación (8-7), vista en el capítulo 8.
9. Si los valores del factor de fricción cambian en forma significativa, se repiten los pasos 3 a 8, con el empleo de los valores nuevos del valor de fricción.
10. Si se logró precisión satisfactoria, utilizar en cada rama la velocidad que ahora ya se conoce para calcular el flujo volumétrico en ellas. Comprobar la suma de los flujos volumétricos para asegurarse de que es igual al flujo volumétrico total en el sistema.
11. Utilizar la velocidad en cualquier rama para calcular la pérdida de carga a través de ella, con el empleo de la relación apropiada del paso 3. Esta pérdida de carga también es igual a la de todo el sistema ramificado. Si se desea, puede calcularse la caída de presión a través del sistema, por medio de la relación $\Delta p = \gamma h_L$.

PROBLEMA MODELO PROGRAMADO

☐ PROBLEMA MODELO 12.1 En la figura 12.2, de la sección 1, fluyen por una tubería de acero de 2 pulgadas, cédula 40, 100 gal/min de agua a 60 °F. El intercambiador de calor en la rama *a* tiene un coeficiente de pérdida de $K = 7.5$, con base en la carga de velocidad en la tubería. Las tres válvulas se encuentran abiertas por completo. La rama *b* es una línea de desviación que se compone de una tubería de acero de 1¼ pulgada, cédula 40. Los codos son estándar. La longitud de la tubería entre los puntos 1 y 2 en la rama *b* es de 20 pies. Debido al tamaño del intercambiador de calor, la longitud de la tubería de la rama *a* es muy corta, y es posible ignorar las pérdidas por fricción. Para este arreglo, determine (a) el flujo volumétrico del agua en cada rama y (b) la caída de presión entre los puntos 1 y 2.

Solución Si se aplica el paso 1 del método de solución, la ecuación (12-3) relaciona los dos flujos volumétricos.¿Cuántas cantidades son desconocidas en esta ecuación?

Las dos velocidades v_a y v_b, son desconocidas. Como $Q = Av$, la ecuación (12-3) se expresa como

$$Q_1 = A_a v_a + A_b v_b \tag{12–5}$$

De los datos que se da, $A_a = 0.02333 \text{ pie}^2$, $A_b = 0.01039 \text{ pie}^2$ y $Q_1 = 100$ gal/min. Si se expresa Q_1 en pies^3/s, queda

$$Q_1 = 100 \text{ gal/min} \times \frac{1 \text{ pie}^3/\text{s}}{449 \text{ gal/min}} = 0.223 \text{ pie}^3/\text{s}$$

Con el empleo del paso 2, genere otra ecuación que también relacione v_a con v_b.

La ecuación (12-4) establece que las pérdidas de carga en las dos ramas son iguales. Debido a que las perdidas de carga h_a y h_b dependen de las velocidades v_a y v_b, respectivamente, esta ecuación se emplea junto con la (12-5) para encontrar las velocidades. Ahora, exprese las pérdidas de carga en términos de las velocidades para cada rama.

Para la rama *a*, debe haber encontrado algo similar a lo siguiente:

$$h_a = 2K_1(v_a^2/2g) + K_2(v_a^2/2g)$$

donde

$K_1 = f_{aT}(L_e/D)$ = Coeficiente de resistencia para cada válvula de compuerta

K_2 = Coeficiente de resistencia para el intercambiador de calor = 7.5 (dado en el enunciado del problema)

Se conocen los datos siguientes:

$f_{aT} = 0.019$, para una tubería de 2 pulgadas, cédula 40 (tabla 10.5)

$L_e/D = 8$, para una válvula de compuerta abierta por completo (tabla 10.4)

Entonces,

$$K_1 = (0.019)(8) = 0.152$$

Por tanto,

$$h_a = (2)(0.152)(v_a^2/2g) + 7.5(v_a^2/2g) = 7.80(v_a^2/2g) \quad \textbf{(12–6)}$$

Para la rama b:

$$h_b = 2K_3(v_b^2/2g) + K_4(v_b^2/2g) + K_5(v_b^2/2g)$$

donde $K_3 = f_{bT}(L_e/D)$ = Coeficiente de resistencia para cada codo.

$K_4 = f_{bT}(L_e/D)$ = Coeficiente de resistencia para la válvula de globo.

$K_5 = f_b(L_b/D)$ = Pérdida por fricción en la tubería de la rama b.

El valor de f_b no se conoce y se determinará por medio de lun proceso de iteración. Los datos conocidos son

$f_{bT} = 0.022$, para una tubería de 1¼ pulgadas, cédula 40 (tabla 10.5)

$L_e/D = 30$, para cada codo (tabla 10.4)

$L_e/D = 340$, para una válvula de globo abierta por completo (tabla 10.4)

Entonces,

$$K_3 = (0.022)(30) = 0.66$$

$$K_4 = (0.022)(340) = 7.48$$

$$K_5 = f_b(20/0.1150) = 173.9\, f_b$$

Por tanto,

$$h_b = (2)(0.66)(v_b^2/2g) + (7.48)(v_b^2/2g) + f_b(173.9)(v_b^2/2g)$$

$$h_b = (8.80 + 173.9f_b)(v_b^2/2g)$$

Esta ecuación introduce la incógnita adicional f_b. Se utiliza un procedimiento iterativo parecido al que se empleó en el capítulo 11 para los sistemas de tuberías en serie de clase II. La rugosidad relativa para la rama b auxiliará en la estimación del valor del primer intento para f_b:

$$D/\epsilon = (0.1150/1.5 \times 10^{-4}) = 767$$

Del diagrama de Moody de la figura 8.6 se obtiene que una estimación lógica para el factor de fricción es $f_b = 0.023$. Al sustituir éste en la ecuación para h_b queda

$$h_b = [8.80 + 173.9(0.023)](v_b^2/2g) = 12.80(v_b^2/2g) \quad \textbf{(12–7)}$$

Ya se ha concluido el paso 3 del procedimiento de solución. Ahora procederemos con los pasos 4 y 5 para obtener una expresión para v_a en términos de v_b.

Debió obtener $v_a = 1.281v_b$, como sigue:

$$h_a = h_b$$
$$7.80(v_a^2/2g) = 12.80(v_b^2/2g)$$

Al despejar v_a queda

$$v_a = 1.281v_b \tag{12–8}$$

En este momento, se combinan las ecuaciones (12-5) y (12-8) para calcular las velocidades (pasos 6 y 7).

Las soluciones son $v_a = 5.54$ pies/s y $v_b = 7.09$ pies/s. Éstos son los detalles:

$$Q_1 = A_a v_a + A_b v_b \tag{12–5}$$
$$v_a = 1.281v_b \tag{12–8}$$

Con lo que se tiene

$$Q_1 = A_a(1.281v_b) + A_b v_b = v_b(1.281A_a + A_b)$$

Se resuelve para v_b, y queda

$$v_b = \frac{Q_1}{1.281A_a + A_b} = \frac{0.223 \text{ pie}^3/\text{s}}{[(1.281)(0.02333) + 0.01039] \text{ pies}^2}$$
$$v_b = 5.54 \text{ pies/s}$$
$$v_a = (1.281)(5.54) \text{ pies/s} = 7.09 \text{ pies/s}$$

Como hicimos estos cálculos con la suposición de un valor para f_b, debe comprobarse la exactitud de ésta.

Para la rama b se evalúa el número de Reynolds:

$$N_{Rb} = v_b D_b / v$$

En el apéndice A, tabla A.2, encontramos que $v = 1.21 \times 10^{-5}$ pies^2/s. Entonces,

$$N_{Rb} = (5.54)(0.1150)/(1.21 \times 10^{-5}) = 5.26 \times 10^4$$

Con este valor y la rugosidad relativa de 767 que se obtuvo antes con el diagrama de Moody, se obtiene el valor nuevo de $f_b = 0.025$. Debido a que éste es muy diferente del valor que se supuso, de 0.023, se repiten los cálculos de los pasos 3 a 8. A continuación se resumen los resultados:

$$h_b = [8.80 + 173.9(0.025)](v_b^2/2g) = 13.15(v_b^2/2g) \tag{12–7}$$
$$h_a = 7.80(v_a^2/2g) \qquad \text{(igual que para el primer intento)}$$

Al igualar las pérdidas de carga en las dos ramas queda

$$h_a = h_b$$
$$7.80(v_a^2/2g) = 13.15(v_b^2/2g)$$

Se resuelve para las velocidades y se obtiene

$$v_a = 1.298v_b$$

Ésta se sustituye en la ecuación para v_b que se empleó antes, así

$$v_b = \frac{0.223 \text{ pie}^3/\text{s}}{[(1.298)(0.02333) + 0.01039] \text{ pie}^2} = 5.48 \text{ pies/s}$$
$$v_a = 1.298v_b = 1.298(5.48) = 7.12 \text{ pies/s}$$

Se vuelve a calcular el número de Reynolds para la rama b,

$$N_{Rb} = v_b D_b / v$$
$$N_{Rb} = (5.48)(0.1150)/(1.21 \times 10^{-5}) = 5.21 \times 10^4$$

No hay cambio significativo en el valor de f_b. Por tanto, los valores calculados de las dos velocidades son correctos. Ahora es posible realizar los pasos 10 y 11 del procedimiento, para encontrar el flujo volumétrico en cada rama, así como la pérdida de carga y la caída de presión en todo el sistema.

Ahora, calcule los flujos volumétricos Q_a y Q_b (paso 10).

Debe tenerse

$$Q_a = A_a v_a = (0.02333\ \text{pie}^2)(7.12\ \text{pies/s}) = 0.166\ \text{pie}^3\text{/s}$$
$$Q_b = A_b v_b = (0.01039\ \text{pie}^2)(5.48\ \text{pies/s}) = 0.057\ \text{pie}^3\text{/s}$$

Al convertir estos valores a gal/min, queda $Q_a = 74.5$ gal/min y $Q_b = 25.5$ gal/min.

También se pidió calcular la caída de presión. ¿Cómo hacer esto?

Se escribe la ecuación de la energía con los puntos 1 y 2 como referencia. Debido a que en ellos las velocidades y elevaciones son las mismas, la ecuación de la energía simplemente es

$$\frac{p_1}{\gamma} - h_L = \frac{p_2}{\gamma}$$

Al despejar para la caída de presión, se obtiene

$$p_1 - p_2 = \gamma h_L \tag{12–9}$$

¿Qué se utiliza para calcular h_L?

Como $h_{L_{1-2}} = h_a = h_b$, puede utilizarse la ecuación (12-6) o la (12-7). Con la ecuación (12-6), se obtiene

$$h_a = 7.80(v_a^2/2g) = (7.80)(7.12)^2/64.4\ \text{pies} = 6.14\ \text{pies}$$

Observe que aquí no se tomó en cuenta las pérdidas menores en las dos tes. Por tanto, se tiene

$$p_1 - p_2 = \gamma h_L = \frac{62.4\ \text{lb}}{\text{pie}^3} \times 6.14\ \text{pies} \times \frac{1\ \text{pie}^2}{144\ \text{pulg}^2} = 2.66\ \text{psi}$$

Con esto terminamos el problema modelo.

■

Observe que en el sistema de la figura 12.2, si cerráramos la válvula de globo en la tubería b, todo el flujo pasaría por el intercambiador de calor y la caída de presión se calcularía con el análisis de sistemas de tuberías en serie de clase I, según se estudió en el capítulo 11. De manera similar, si cerráramos las válvulas de compuerta en la tubería a, todo el flujo pasaría por la línea de desvío.

MÉTODO DE SOLUCIÓN PARA SISTEMAS CON DOS RAMAS CUANDO SE CONOCE LA CAÍDA DE PRESIÓN A TRAVÉS DEL SISTEMA, Y HA DE CALCULARSE EL FLUJO VOLUMÉTRICO EN CADA RAMA Y EL FLUJO TOTAL

El problema modelo 12.2 es de este tipo. El método de solución es el siguiente:

1. Calcular la pérdida de carga total a través del sistema, con el empleo de la caída de presión conocida Δp en la relación $h_L = \Delta p/\gamma$.
2. Escribir expresiones para la pérdida de carga en cada rama, en términos de la velocidad y el factor de fricción en cada una.
3. Calcular la rugosidad relativa D/ϵ para cada rama; hay que suponer una estimación razonable para el factor de fricción, y completar el cálculo para la pérdida de carga en términos de la velocidad en cada rama.
4. Al igualar la magnitud de la pérdida de carga en cada rama con la pérdida de carga total, según se encontró en el paso 1, despejar para la velocidad en la rama por medio de la expresión que se halló en el paso 3.
5. Si hubiera alguna duda sobre la exactitud del valor del factor de fricción utilizado en el paso 3, se calcula el número de Reynolds para cada rama y se vuelve a determinar el factor de fricción con el diagrama de Moody, en la figura 8.6, o se calcula por medio de la ecuación (8-7).
6. Si los valores del factor de fricción cambian de manera significativa, se repite los pasos 3 y 4, con el empleo de los valores nuevos de aquél.
7. Una vez lograda la precisión satisfactoria, se utiliza la velocidad que ahora ya se conoce en cada rama, para calcular el flujo volumétrico en cada una de éstas. Después, se calcula la suma de los flujos volumétricos, que es igual al flujo volumétrico total en el sistema.

PROBLEMA MODELO PROGRAMADO

☐ **PROBLEMA MODELO 12.2**

El arreglo que se muestra en la figura 12.3 se emplea para suministrar aceite lubricante a los rodamientos de una máquina grande. Los rodamientos actúan como restricciones para el flujo. Los coeficientes de resistencia son de 11.0 y 4.0 para los dos rodamientos. Las líneas en cada rama están constituidas por tubos de acero estirado de ½ pulgada con espesor de pared de 0.049 pulgada. Cada una de las cuatro vueltas de la tubería tiene un radio medio de 100 mm. Incluya el efecto de las vueltas, pero no las pérdidas por fricción, porque las líneas son cortas. Determine (a) el flujo volumétrico de aceite en cada rodamiento y (b) el flujo volumétrico total en L/min. El aceite tiene una gravedad específica de 0.881 y viscosidad cinemática de 2.50×10^{-6} m^2/s. El sistema se encuentra en el mismo plano, por lo que todas las elevaciones son iguales.

Solución Escriba la ecuación que relaciona la pérdida de carga h_L a través del sistema en paralelo con las pérdidas de carga en cada línea h_a y h_b.

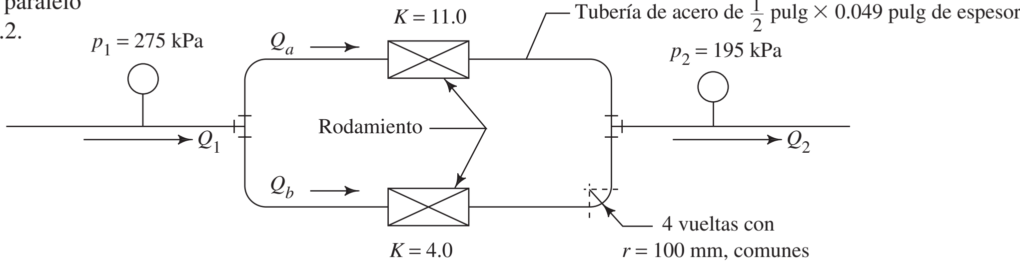


FIGURA 12.3 Sistema en paralelo para el problema modelo 12.2.

Debe tener

$$h_L = h_a = h_b \tag{12–10}$$

Todas son iguales. Determine la magnitud de estas pérdidas de carga utilizando el paso 1.

Con la ecuación de la energía, se encuentra h_L

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} - h_L = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

Como $z_1 = z_2$ y $v_1 = v_2$,

$$\frac{p_1}{\gamma} - h_L = \frac{p_2}{\gamma}$$

$$h_L = (p_1 - p_2)/\gamma \tag{12–11}$$

Al emplear los datos dados, se obtiene

$$h_L = \frac{(275 - 195)\,\text{kN}}{\text{m}^2} \times \frac{\text{m}^3}{(0.881)(9.81)\,\text{kN}}$$

$$h_L = 9.26\,\text{m}$$

Ahora, escriba las expresiones para h_a y h_b, según el paso 2.

Al considerar las pérdidas en las vueltas y los rodamientos, debe tener

$$h_a = 2K_1(v_a^2/2g) + K_2(v_a^2/2g) \tag{12–12}$$

$$h_b = 2K_1(v_b^2/2g) + K_3(v_b^2/2g) \tag{12–13}$$

donde

$K_1 = f_T(L_e/D) =$ Coeficiente de resistencia para cada vuelta
$K_2 =$ Coeficiente de resistencia para el rodamiento en la rama $a = 11.0$ (dado en el planteamiento del problema)
$K_3 =$ Coeficiente de resistencia para el rodamiento en la rama $b = 4.0$ (dado en el planteamiento del problema)
$f_T =$ Factor de fricción en la zona de turbulencia completa dentro de la tubería de acero
$(L_e/D) =$ Relación de longitud equivalente para cada vuelta (capítulo 10, figura 10.27)

Se necesita el radio relativo de las vueltas,

$$r/D = (100\text{ mm})/(10.21\text{ mm}) = 9.79$$

De la figura 10.27 se encuentra que $L_e/D = 29.5$.

El factor de fricción en la zona de turbulencia completa se determina con el empleo de la rugosidad relativa D/ϵ y el diagrama de Moody, leyendo en el extremo derecho de la curva de rugosidad relativa, en el sitio en que se aproxima a una línea horizontal:

$$D/\epsilon = 0.010\,21\text{ m}/1.5 \times 10^{-6}\text{ m} = 6807$$

Del diagrama de Moody se lee $f_T = 0.013$. Ahora se termina el paso 3 con la evaluación de todos los factores de resistencia, y se expresa la pérdida de energía en cada rama en términos de la carga de velocidad en ellas:

$$K_1 = f_T(L_e/D) = (0.013)(29.5) = 0.384$$

$$K_2 = 11.0$$

$$K_3 = 4.0$$

$$h_a = (2)(0.384)(v_a^2/2g) + 11.0(v_a^2/2g)$$

$$h_a = 11.77v_a^2/2g \qquad (12\text{–}14)$$

$$h_b = (2)(0.384)(v_b^2/2g) + 4.0(v_b^2/2g)$$

$$h_b = 4.77v_b^2/2g \qquad (12\text{–}15)$$

Para terminar el paso 4, se obtienen las velocidades v_a y v_b.

Ya se había encontrado que $h_L = 9.26$ m. Como $h_L = h_a = h_b$, de las ecuaciones (12-14) y (12-15) se calcula en forma directa v_a y v_b:

$$h_a = 11.77v_a^2/2g$$

$$v_a = \sqrt{\frac{2gh_a}{11.77}} = \sqrt{\frac{(2)(9.81)(9.26)}{11.77}}\ \text{m/s} = 3.93\ \text{m/s}$$

$$h_b = 4.77v_b^2/2g$$

$$v_b = \sqrt{\frac{2gh_b}{4.77}} = \sqrt{\frac{(2)(9.81)(9.26)}{4.77}}\ \text{m/s} = 6.17\ \text{m/s}$$

Ahora encuentre los flujos volumétricos, según el paso 7.

Debe obtener $Q_a = 19.3$ L/min, $Q_b = 30.3$ L/min y el flujo volumétrico total = 49.6 L/min. El área de cada tubo es de 8.189×10^{-5} m^2. Entonces, se tiene

$$Q_a = A_a v_a = 8.189 \times 10^{-5}\ \text{m}^2 \times 3.93\ \text{m/s} \times \frac{60\,000\ \text{L/min}}{\text{m}^3/\text{s}}$$

$$Q_a = 19.3\ \text{L/min}$$

En forma similar,

$$Q_b = A_b v_b = 30.3\ \text{L/min}$$

Por tanto, el flujo volumétrico total es

$$Q_1 = Q_a + Q_b = (19.3 + 30.3)\text{L/min} = 49.6\ \text{L/min}$$

Con esto concluimos el problema modelo.

■

12.4 SISTEMAS CON TRES O MÁS RAMAS (REDES)

Cuando un sistema de flujo en tuberías tiene tres ramas o más, se le denomina *red*. Las redes son indeterminadas porque hay más factores desconocidos que ecuaciones independientes que los relacionen. Por ejemplo, en la figura 12.4 hay tres velocidades desconocidas, una en cada tubería. Las ecuaciones disponibles para describir el sistema son

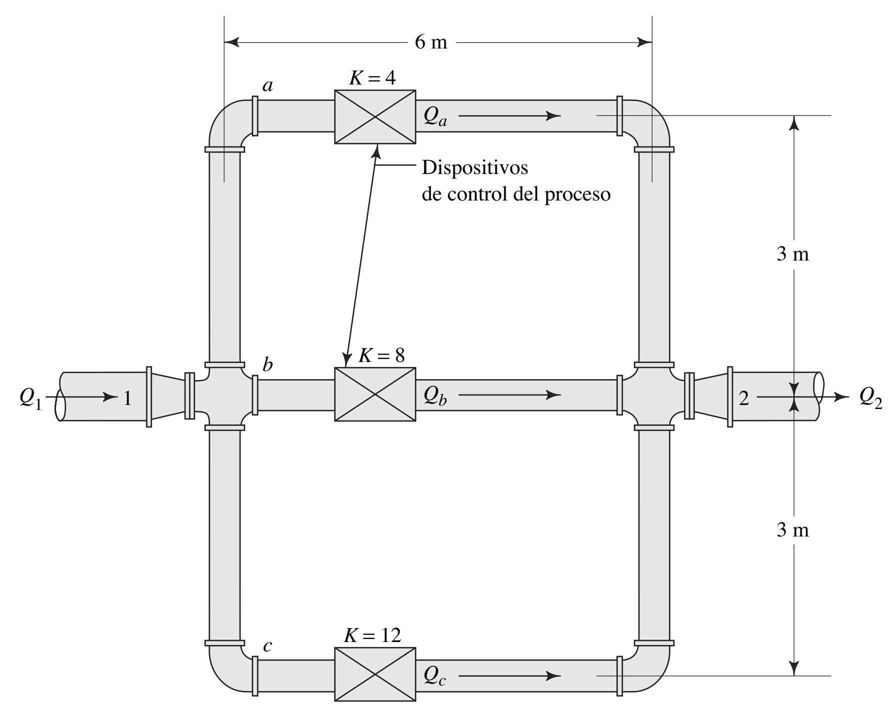
$$Q_1 = Q_2 = Q_a + Q_b + Q_c \qquad (12\text{–}16)$$

$$h_{L_{1-2}} = h_a = h_b = h_c \qquad (12\text{–}17)$$

Se requiere una tercera ecuación independiente para resolver de manera explícita las tres velocidades, y no se dispone de ninguna.

Hardy Cross desarrolló un enfoque racional para analizar un sistema como el que se muestra en la figura 12.4, por medio del empleo de un procedimiento iterativo (consulte la referencia 1). Dicho procedimiento converge muy rápido hacia los flujos vo-

FIGURA 12.4 Red con tres ramas.



lumétricos correctos. Aún así se requieren muchos cálculos, pero pueden plantearse en forma ordenada para realizarlos en una calculadora o computadora digital.

La técnica de Cross requiere que se expresen los términos de pérdida de carga para cada tubería del sistema en la forma

$$h = kQ^n \tag{12–18}$$

donde k es una resistencia equivalente al flujo para toda la tubería, y Q es el flujo volumétrico en éste. Se ilustrará la obtención de dicha expresión con el problema modelo que sigue a esta introducción general de la técnica de Cross.

Hay que recordar que las pérdidas por fricción y las pérdidas menores son proporcionales a la carga de velocidad $v^2/2g$. Después, con el empleo de la ecuación de continuidad, se expresa la velocidad en términos del flujo volumétrico. Es decir,

$$v = Q/A$$

y

$$v^2 = Q^2/A^2$$

Esto permitirá el desarrollo de una ecuación de la forma que tiene la ecuación (12-8).

La técnica iterativa de Cross requiere estimaciones iniciales del flujo volumétrico en cada rama del sistema. Dos consideraciones ayudan a hacerlas:

1. En cada intersección de la red, la suma de los flujos que entran es igual a la suma de los que salen.

2. El fluido tiende a seguir la trayectoria de resistencia mínima a través de la red. Por tanto, una tubería que tenga un valor menor que k conducirá un flujo mayor que aquellos con valores más altos.

Antes de comenzar el proceso de iteración, la red debe dividirse en un conjunto de circuitos cerrados. La figura 12.5 muestra una representación esquemática de un sistema de tres tuberías, similar al de la figura 12.4. Las flechas punteadas dibujadas en sentido del movimiento de las manecillas del reloj ayudan a definir los signos de los flujos volumétricos Q y las pérdidas de carga h de las tuberías diferentes de cada circuito, de acuerdo con la convención siguiente:

Si el flujo en una tubería dada de un circuito va en el sentido del movimiento de las manecillas del reloj,* Q *y* h *son positivas.

Si el flujo va en sentido contrario del movimiento de las manecillas del reloj,* Q *y* h *son negativas.

Entonces, para el circuito 1 de la figura 12.5, h_a y Q_a son positivas, y h_b y Q_b son negativas. Los signos tienen importancia crítica para hacer el cálculo correcto de los ajustes de los flujos volumétricos, que se denota con ΔQ, y que se realiza al final de cada iteración. Observe que la tubería b es común a ambos circuitos. Por tanto, a ésta deben aplicarse los ajustes ΔQ para cada circuito.

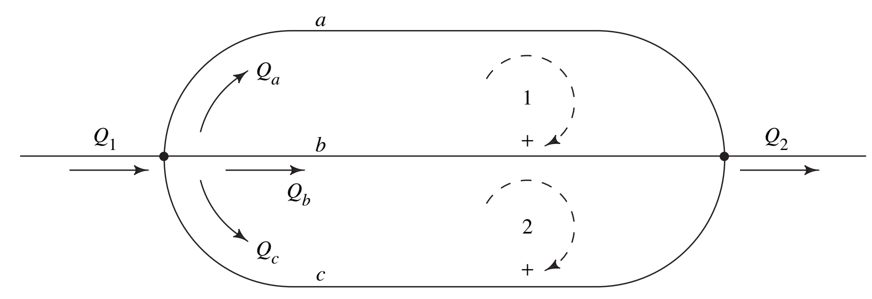


FIGURA 12.5 Circuitos cerrados que se emplean en la técnica de Cross para el análisis de redes de tubería.

A continuación se presenta paso a paso la técnica de Cross para analizar el flujo en redes de tubería. Después, se resuelve un problema modelo, con el fin de ilustrar la aplicación del procedimiento.

TÉCNICA DE CROSS PARA EL ANÁLISIS DE REDES DE TUBERÍA

1. Expresar la pérdida de energía en cada tubería, en la forma $h = kQ^2$.
2. Suponer un valor para el flujo volumétrico en cada tubería, de modo que el flujo que entra a cada intersección sea igual al flujo que sale de ella.
3. Dividir la red en series de circuitos cerrados.
4. Para cada tubería, calcular la pérdida de carga $h = kQ^2$, con el uso del valor supuesto de Q.
5. Proceder alrededor de cada circuito para sumar algebraicamente todos los valores de h, con la convención siguiente para los signos:
   Si el flujo va en el sentido del movimiento de las manecillas del reloj, h y Q son positivas.
   Si el flujo va en sentido contrario del movimiento de las manecillas del reloj, h y Q son negativas.
   La suma resultante se denota con $\sum h$.
6. Para cada tubería, calcular $2kQ$.
7. Sumar todos los valores de $2kQ$ para cada circuito, con la suposición de que todos son positivos. Esta suma se denota con $\sum(2kQ)$.
8. Para cada circuito, calcular el valor de ΔQ, con

$$\Delta Q = \frac{\Sigma h}{\Sigma(2kQ)} \qquad (12\text{–}19)$$

9. Para cada tubería, calcular una estimación nueva de Q por medio de

$$Q' = Q - \Delta Q$$

10. Repetir los pasos 4 a 8 hasta que ΔQ del paso 8 se haga tan pequeño que sea insignificante. El valor Q' se utiliza para la iteración siguiente.

PROBLEMA MODELO PROGRAMADO

☐ **PROBLEMA MODELO 12.3** Para el sistema de la figura 12.4, determine el flujo volumétrico de agua a 15 °C a través de cada rama, si hacia dentro y fuera del sistema fluyen 600 L/min (0.01 m^3/s) por tubos de 2 pulgadas.

Solución Como paso 1 del procedimiento, la pérdida de carga en cada tubería debe expresarse en la forma $h = kQ^2$. En primer lugar, considere la rama a y escriba una expresión para la pérdida de carga h_a.

La pérdida de carga total para la rama se debe a los dos codos (cada uno con $L_e/D = 30$), a la restricción (con $K = 4.0$ con base en la carga de velocidad de la tubería) y a la fricción en la tubería. Entonces,

$$h_a = \underset{\text{(codos)}}{2(f_{aT})(30)(v_a^2/2g)} + \underset{\text{(restricción)}}{4.0(v_a^2/2g)} + \underset{\text{(fricción)}}{f_a(L_a/D_a)(v_a^2/2g)}$$

El factor de fricción f_a para el flujo en la tubería depende del número de Reynolds y, por tanto, del flujo volumétrico. Debido a que éste es el objetivo del análisis de la red, en este momento no es posible determinar dicho valor en forma explícita. Además, el flujo volumétrico en general será diferente en cada segmento del sistema de flujo, lo que resultará en valores diferentes del factor de fricción. En el análisis presente se tomará en cuenta eso con el cálculo del valor de fricción después de suponer la magnitud del flujo volumétrico en cada tubería, un paso que es inherente a la técnica de Cross. Se empleará el método de Swamee-Jain para calcular el factor de fricción por medio de la ecuación (8-7). Después, se volverá a calcular los valores de los factores de fricción para cada intento, conforme se mejora el valor del flujo volumétrico.

En primer lugar, se simplifica la ecuación para h_a efectuando tantos cálculos como sea posible. ¿Cuáles valores pueden determinarse?

La longitud total de la tubería en la rama a es de 12 m, y para la tubería de 1 pulgada, cédula 40, $D = 0.0266$ m y $A = 5.574 \times 10^{-4}$ m^2. En la tabla 10.5 se encuentra que el valor de $f_{aT} = 0.023$, para una tubería de acero de 1 pulgada, cédula 40, con flujo en la zona de turbulencia completa. El agua a 15 °C tiene una viscosidad cinemática $\nu = 1.15 \times 10^{-6}$ m^2/s. Se introduce el flujo volumétrico Q a la ecuación, pues se observa, como antes que,

$$v_a^2 = Q_a^2/A_a^2$$

Ahora se sustituyen estos valores en la ecuación para h_a y se simplifica tanto como sea posible.

Debió haber obtenido algo como lo siguiente:

$$h_a = [60(f_{aT}) + 4.0 + (f_a)(12/0.0266)](v_a^2/2g)$$
$$h_a = [60(f_{aT}) + 4.0 + 451(f_a)](Q_a^2/2gA^2)$$

$$h_a = [60(0.023) + 4.0 + 451(f_a)]\left[\frac{Q_a^2}{2(9.81)(5.574 \times 10^{-4})^2}\right]$$

$$h_a = [5.38 + 451(f_a)](1.64 \times 10^5)Q_a^2 \qquad \textbf{(12–20)}$$

También es conveniente expresar el número de Reynolds en términos del flujo volumétrico Q, para calcular el valor de la rugosidad relativa D/ϵ. Haga eso ahora.

Debido a que las tres ramas tienen el mismo tamaño y tipo de tubería, se aplican estos cálculos a cada una de ellas. Si en la red se utilizaran tuberías diferentes, se deberían repetir los cálculos para cada una. Para la tubería de acero de 1 pulgada,

$$D/\epsilon = (0.0266\,\text{m})/(4.6 \times 10^{-5}\,\text{m}) = 578$$

La fórmula para el número de Reynolds debe modificarse, así

$$N_{Ra} = \frac{v_a D_a}{\nu} = \frac{Q_a D_a}{A_a \nu} = \frac{Q_a(0.0266)}{(5.574 \times 10^{-4})(1.15 \times 10^{-6})}$$

$$N_{Ra} = (4.15 \times 10^7)Q_a \qquad \textbf{(12–21)}$$

Ahora se crean expresiones para las pérdidas de carga en las otras dos tuberías, h_b y h_c, con el empleo de procedimientos similares.

Compare sus resultados con éstos. Observe que el tamaño de la tubería en las ramas b y c es el mismo que el de la rama a. Para la rama b:

$$h_b = \underset{\text{(restricción)}}{8.0(v_b^2/2g)} + \underset{\text{(fricción)}}{f_b(L_b/D_b)(v_b^2/2g)}$$

$$h_b = [8.0 + f_b(6/0.0266)](Q_b^2/2gA^2)$$

$$h_b = [8.0 + 225.6(f_b)](1.64 \times 10^5)Q_b^2 \qquad \textbf{(12–22)}$$

Para la rama c:

$$h_c = \underset{\text{(codos)}}{2(f_{cT})(30)(v_c^2/2g)} + \underset{\text{(restricción)}}{12.0(v_c^2/2g)} + \underset{\text{(fricción)}}{f_c(L_c/D_c)(v_c^2/2g)}$$

$$h_c = [60(f_{cT}) + 12.0 + f_c(12/0.0266)](v_c^2/2g)$$

$$h_c = [60(0.023) + 12.0 + 451f_c](Q_c^2/2gA^2)$$

$$h_c = [13.38 + 451(f_c)](1.64 \times 10^5)Q_c^2 \qquad \textbf{(12–23)}$$

Se utilizarán las ecuaciones (12-20) y (12-23) en los cálculos de pérdidas de carga en tanto continúe el proceso de iteración de Cross. Cuando se conocen o suponen los valores de los factores de fricción, las ecuaciones de la pérdida de carga se reducen a la forma que tiene la ecuación (12-18). Con frecuencia resulta satisfactorio suponer valores razonables para los distintos factores de fricción, porque los cambios menores tienen poco efecto sobre la distribución del flujo y la pérdida de carga total. Sin embargo, se demostrará el procedimiento de solución completo donde se calculan nuevos factores de fricción para cada tubería en cada intento.

El paso 2 del procedimiento pide que se estime el flujo volumétrico en cada rama. ¿Cuál tubería debe tener el flujo volumétrico más elevado y cuál el más pequeño?

Aunque los valores finales de los factores de fricción podrían afectar las magnitudes de las resistencias, parece que la tubería b tiene la resistencia mínima y por tanto debe conducir el flujo más grande. La tubería c tiene la resistencia máxima y por él debe circular el

flujo mínimo. Para los flujos volumétricos son posibles muchas estimaciones de inicio, pero se sabe que

$$Q_a + Q_b + Q_c = Q_1 = 0.01 \text{ m}^3/\text{s}$$

Se manejarán las suposiciones iniciales

$$Q_a = 0.0033 \text{ m}^3/\text{s} \qquad Q_b = 0.0036 \text{ m}^3/\text{s} \qquad Q_c = 0.0031 \text{ m}^3/\text{s}$$

El paso 3 del procedimiento se muestra en la figura 2.5. Para realizar el paso 4 necesitamos valores del factor de fricción en cada tubería. Con los valores supuestos para los flujos volumétricos se calculan los números de Reynolds y después los factores de fricción. Haga eso ahora.

Debe tenerse, con la ecuación (12-21) y $D/\epsilon = 578$,

$$N_{Ra} = (4.15 \times 10^7)Q_a = (4.15 \times 10^7)(0.0033 \text{ m}^3/\text{s}) = 1.37 \times 10^5$$
$$N_{Rb} = (4.15 \times 10^7)Q_b = (4.15 \times 10^7)(0.0036 \text{ m}^3/\text{s}) = 1.49 \times 10^5$$
$$N_{Rc} = (4.15 \times 10^7)Q_c = (4.15 \times 10^7)(0.0031 \text{ m}^3/\text{s}) = 1.29 \times 10^5$$

Ahora se utiliza la ecuación (9-5) para calcular el factor de fricción de cada tubería:

$$f_a = \frac{0.25}{\left[\log_{10}\left(\frac{1}{3.7(D/\epsilon)} + \frac{5.74}{N_{Ra}^{0.9}}\right)\right]^2}$$

$$f_a = \frac{0.25}{\left[\log_{10}\left(\frac{1}{3.7(578)} + \frac{5.74}{(1.37 \times 10^5)^{0.9}}\right)\right]^2} = 0.0241$$

En forma similar, se calcula $f_b = 0.0240$ y $f_c = 0.0242$. La magnitud de estos valores es muy parecida y tanta precisión podría no justificarse. Sin embargo, con una disparidad mayor entre las tuberías de la red habría diferencias más notables, y la exactitud de la técnica de iteración dependería de la que tuviera la evaluación de los factores de fricción.

Ahora, para calcular k_a, k_b y k_c, sustituya los factores de fricción y suponga valores de Q en las ecuaciones (12-20), (12-22) y (12-23):

$$h_a = [5.38 + 451(f_a)](1.64 \times 10^5)Q_a^2 = k_a Q_a^2$$
$$h_a = [5.38 + 451(0.0241)](1.64 \times 10^5)Q_a^2 = 2.67 \times 10^6 Q_a^2$$

Por tanto, $k_a = 2.67 \times 10^6$. Al terminar el cálculo se obtiene

$$h_a = 2.67 \times 10^6(0.0033)^2 = 29.05$$

En forma similar, para la rama b:

$$h_b = [8.0 + 225.6(f_b)](1.64 \times 10^5)Q_b^2 = k_b Q_b^2$$
$$h_b = [8.0 + 225.6(0.0240)](1.64 \times 10^5)Q_b^2 = 2.20 \times 10^6 Q_b^2$$
$$h_b = 2.20 \times 10^6(0.0036)^2 = 28.53$$

Para la rama c:

$$h_c = [13.38 + 451(f_c)](1.64 \times 10^5)Q_c^2 = k_c Q_c^2$$
$$h_c = [13.38 + 451(0.0242)](1.64 \times 10^5)Q_c^2 = 3.99 \times 10^6 Q_c^2$$
$$h_c = 3.99 \times 10^6(0.0031)^2 = 38.31$$

Con esto termina el paso 4. Ahora, prosiga con el paso 5.

Para el circuito 1,

$$\Sigma h_1 = h_a - h_b = 29.05 - 28.53 = 0.52.$$

Para el circuito 2,

$$\Sigma h_2 = h_b - h_c = 28.53 - 38.31 = -9.78$$

Ahora, realice el paso 6.

Los valores correctos para las tres tuberías son:

$$2k_aQ_a = (2)(2.67 \times 10^6)(0.0033) = 17\,609$$
$$2k_bQ_b = (2)(2.20 \times 10^6)(0.0036) = 15\,850$$
$$2k_cQ_c = (2)(3.99 \times 10^6)(0.0031) = 24\,717$$

Podría haber diferencias por el redondeo. Continúe con el paso 7.

Para el circuito 1,

$$\Sigma(2kQ)_1 = 17\,609 + 15\,850 = 33\,459$$

Para el circuito 2,

$$\Sigma(2kQ)_2 = 15\,850 + 24\,717 = 40\,567$$

Ahora, puede calcular el ajuste para las tasas de flujo ΔQ en cada circuito, por medio del paso 8.

Para el circuito 1,

$$\Delta Q_1 = \frac{\Sigma h_1}{\Sigma(2kQ)_1} = \frac{0.52}{33\,459} = 1.56 \times 10^{-5}$$

Para el circuito 2,

$$\Delta Q_2 = \frac{\Sigma h_2}{\Sigma(2kQ)_2} = \frac{-9.78}{40\,567} = -2.41 \times 10^{-4}$$

Los valores de ΔQ son estimaciones del error en los valores que se supuso originalmente para Q. Se recomienda repetir el proceso hasta que la magnitud de ΔQ sea menor que 1% del valor supuesto para Q. Circunstancias especiales podrían hacer necesario el uso de criterios diferentes para juzgar ΔQ.

Ahora es posible efectuar el paso 9. Antes de ver el panel siguiente, calcule el valor nuevo para Q_a.

El cálculo es como sigue:

$$Q'_a = Q_a - \Delta Q_1 = 0.0033 - 1.56 \times 10^{-5}$$
$$= 0.003\,28 \text{ m}^3/\text{s}$$

Calcule el valor nuevo de Q_c, antes Q_b. Ponga mucha atención en los signos algebraicos.

Debe tener

$$Q'_c = Q_c - \Delta Q_2 = -0.0031 - (-2.41 \times 10^{-4})$$
$$= -0.002\,86 \text{ m}^3/\text{s}$$

Observe que Q_c es negativo porque fluye en sentido contrario al movimiento de las manecillas del reloj, en el circuito 2. Se interpreta el cálculo de Q'_c como indicador de que la magnitud de Q_c debe decrecer en valor absoluto.

Ahora, calcule el valor nuevo de Q_b. Recuerde que la tubería b forma parte de los dos circuitos.

Tanto ΔQ_1 como ΔQ_2 deben aplicarse a Q_b. Para el circuito 1,

$$Q'_b = Q_b - \Delta Q_1 = -0.0036 - 1.56 \times 10^{-5}$$

Esto resultaría en un incremento del valor absoluto de Q_b. Para el circuito 2,

$$Q'_b = Q_b - \Delta Q_2 = +0.0036 - (-2.41 \times 10^{-4})$$

Esto también resulta en el aumento de Q_b. Por tanto, en realidad Q_b aumenta su valor absoluto en una cantidad igual a la suma de ΔQ_1 y ΔQ_2. Es decir,

$$Q'_b = 0.0036 + 1.56 \times 10^{-5} + 2.41 \times 10^{-4}$$
$$= 0.003\,86 \text{ m}^3/\text{s}$$

Recuerde que la suma de los valores absolutos de los flujos volumétricos en las tres tuberías debe ser igual a 0.01 m^3/s, que es el Q total.

Se puede continuar las iteraciones con el empleo de Q'_a, Q'_b y Q'_c, como las estimaciones nuevas para los flujos volumétricos, y con la repetición de los pasos 4 a 8. En la tabla 12.1 se resume los resultados de cuatro iteraciones. Antes de mirar la tabla debe efectuar los cálculos.

Observe que en el intento número 4, los valores de ΔQ están por debajo del 1% de los valores respectivos de Q. Este es un grado de precisión adecuado. Los resultados indican que $Q_a = 3.399 \times 10^{-3}$ m^3/s, $Q_b = 3.789 \times 10^{-3}$ m^3/s y $Q_c = 2.812 \times 10^{-3}$ m^3/s, en las direcciones mostradas en la figura 12.5. Los resultados, expresados en L/min por conveniencia, son $Q_a = 204$ L/min, $Q_b = 227$ L/min y $Q_c = 169$ L/min. El valor total de Q es 600 L/min. Una vez más, observe que las tuberías que tienen las resistencias más bajas conducen flujos volumétricos mayores.

■

Como se aprecia en la tabla 12.1, se llegó a los resultados del proceso iterativo de la técnica de Cross para los datos del problema modelo 12.3 con el empleo de una hoja de cálculo de computadora. Esto facilita los cálculos secuenciales repetitivos que se requieren ejecutar en tales problemas. También es posible sacar ventaja de un programa escrito en BASIC, FORTRAN u otro lenguaje técnico, en especial si en la red por analizar existe un número grande de tuberías y circuitos.

Existen comercialmente muchos programas de análisis de redes para computadora. Consulte los sitios 1 a 8 de Internet.

TABLA 12.1

Iteración	Circuito	Tubo	Q	N_R	f	k	$h = kQ^2$	$2kQ$	ΔQ	% de cambio
	1	*a*	3.300×10^{-3}	1.37×10^{5}	0.0241	2.67×10^{6}	29.054	17609		0.48
1		*b*	-3.600×10^{-3}			2.20×10^{6}	−28.530	15850		−0.44
						Suma de h y $2kQ$ =	0.524	33459	1.568×10^{-5}	
	2	*b*	3.600×10^{-3}	1.49×10^{5}	0.0240	2.20×10^{6}	28.530	15850		−6.70
		c	-3.100×10^{-3}	1.29×10^{5}	0.0242	3.99×10^{6}	−38.312	24717		7.78
						Suma de h y $2kQ$ =	−9.782	40567	-2.411×10^{-4}	
	1	*a*	3.284×10^{-3}	1.36×10^{5}	0.0241	2.67×10^{6}	28.784	17528		−3.46
2		*b*	-3.857×10^{-3}			2.20×10^{6}	−32.700	16957		2.94
						Suma de h y $2kQ$ =	−3.916	34485	-1.135×10^{-4}	
	2	*b*	3.857×10^{-3}	1.60×10^{5}	0.0239	2.20×10^{6}	32.700	16957		0.03
		c	-2.859×10^{-3}	1.19×10^{5}	0.0243	4.00×10^{6}	−32.654	22844		−0.04
						Suma de h y $2kQ$ =	0.046	39801	1.151×10^{-6}	
	1	*a*	3.398×10^{-3}	1.41×10^{5}	0.0241	2.67×10^{6}	30.770	18112		−0.03
3		*b*	-3.742×10^{-3}			2.20×10^{6}	−30.802	16462		0.02
						Suma de h y $2kQ$ =	−0.032	34574	-9.176×10^{-7}	
	2	*b*	3.742×10^{-3}	1.55×10^{5}	0.0240	2.20×10^{6}	30.802	16462		−1.28
		c	-2.860×10^{-3}	1.19×10^{5}	0.0243	4.00×10^{6}	−32.680	22853		1.67
						Suma de h y $2kQ$ =	−1.878	39315	-4.776×10^{-5}	
	1	*a*	3.399×10^{-3}	1.41×10^{5}	0.0241	2.67×10^{6}	30.787	18116		−0.66
4		*b*	-3.789×10^{-3}			2.20×10^{6}	−31.570	16664		0.59
						Suma de h y $2kQ$ =	−0.783	34780	-2.252×10^{-5}	
	2	*b*	3.789×10^{-3}	1.57×10^{5}	0.0240	2.20×10^{6}	31.570	16664		−0.03
		c	-2.812×10^{-3}	1.17×10^{5}	0.0244	4.00×10^{6}	−31.612	22482		0.04
						Suma de h y $2kQ$ =	−0.042	39146	-1.073×10^{-6}	

REFERENCIA

1. Cross, Hardy. 1936 (noviembre). *Analysis of Flow in Networks of Conduits or Conductors* (University of Illinois Engineering Experiment Station Bulletin No. 286). Urbana: University of Illinois.

SITIOS DE INTERNET

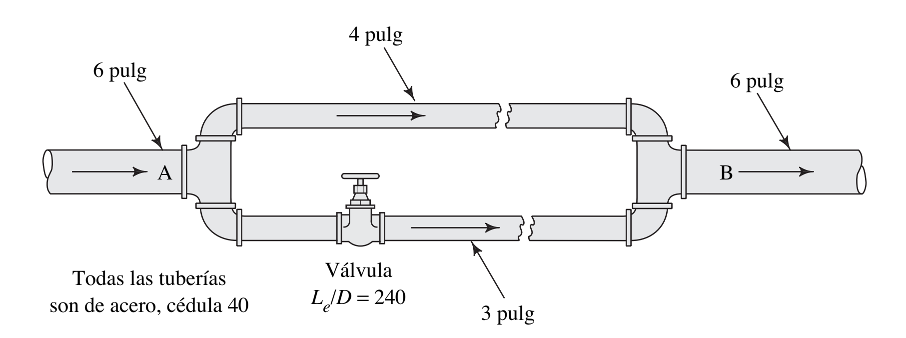
1. Tahoe Design Software. *www.tahoesoft.com* Productor del software HYDROFLO, HYDRONET y PumpBase, para analizar sistemas de tuberías en serie, en paralelo y en redes. PumpBase es una ayuda para seleccionar bombas centrífugas en una base de datos grande de curvas de rendimiento de los fabricantes.
2. ABZ, Inc. *www.abzinc.com* Productor del software Design Flow Solutions, para resolver distintos problemas de circulación de fluidos, inclusive de sistemas en serie, en paralelo y en redes. Es el desarrollador original del software Crane Companion. Proveedor de servicios de ingeniería y consultoría para la industria de la energía.
3. SimSci-Esscor *www.simsci-esscor.com* Productor del software PIPEPHASE, que modela sistemas de tuberías y redes de flujo de fase única y fases múltiples, de petróleo y gas.
4. EPCON *www.epcon.com* Productor del software SINET y CHEMPRO, para analizar redes de tuberías e ingeniería de procesos de sistemas de fases múltiples de líquidos y gases. Incluye una base de datos grande de propiedades físicas. El software SYSTEM 7 Process Explorer integra la simulación de procesos y análisis del flujo de fluidos.
5. KORF Software *www.korf.co.uk* Productor del software KORF Hydraulics, para calcular flujos volumétricos y presiones en tuberías y redes de tuberías para líquidos y fluidos isotérmicos, compresibles y en dos fases.
6. Applied Flow Technology *www.aft.com* Productor del software AFT Titan, AFT Arrow, AFT Fathom, y otros paquetes de análisis y diseño de flujo de fluidos líquidos y compresibles. AFT Titan auxilia en el dimensionamiento de sistemas de ductos y tuberías para flujos compresibles, con objeto de optimizar el costo.
7. ALGOR *www.algor.com* Productor del software PIPEPAK, para analizar el flujo estable e inestable de fluidos, junto con el análisis de sistemas de tuberías, inclusive de los esfuerzos estáticos, frecuencia natural y respuesta a la frecuencia, para dar cumplimiento a los códigos de estándares industriales de tuberías para energía y procesos.
8. Engineered Software, Inc. *www.fluidflowsoftware.com* Productor del software para análisis de flujo de fluidos FLO-SERIES, para fluidos líquidos y compresibles, y almacenamiento de pulpa para papel. El software PUMPFLO auxilia en la selección de bombas centrífugas en catálogos electrónicos de los fabricantes. Dispone de una base de datos grande de propiedades físicas para el procesamiento de fluidos químicos e industriales.

PROBLEMAS

Sistemas con dos ramas

12.1M *La figura 12.6 muestra un sistema ramificado donde la presión en el punto A es de 700 kPa, y en el B es de 550 kPa. Cada rama mide 60 m de largo. Ignore las pérdidas en las intersecciones, pero tome en cuenta todos los codos. Si el sistema conduce aceite con peso específico de 8.80 kN/m*^{3}*, calcule el flujo volumétrico total. El aceite tiene viscosidad cinemática de 4.8 × 10*$^{-6}$ *m*^{2}*/s.*

FIGURA 12.6 Problema 12.1.



12.2E Con el uso del sistema que se muestra en la figura 12.2 y los datos del problema modelo 12.1, determine (a) el flujo volumétrico del agua en cada rama y (b) la caída de presión entre los puntos 1 y 2, si la primera válvula de compuerta está cerrada a la mitad y las otras están abiertas por completo.

12.3M *Por el sistema de tubería ramificado que se aprecia en la figura 12.7, en el punto A circulan 850 L/min de agua a 10 °C, por una tubería de 4 pulgadas, cédula 40. El flujo se bifurca en dos tuberías de 2 pulgadas, cédula 40, según se observa, y vuelve a unirse en el punto B. Calcule (a) el flujo volumétrico en cada una de las ramas y (b) la diferencia de presión $p_A - p_B$. Incluya el efecto de las pérdidas menores en la rama inferior del sistema. La longitud total de la tubería de la rama inferior es de 60 m. Los codos son estándar.*

12.4E Por el sistema de tubería ramificada que se muestra en la figura 12.8, fluyen por una tubería de 8 pulgadas 1350 gal/min de benceno (sg = 0.87) a 140 °F. Calcule el flujo volumétrico en las tuberías de 6 y 2 pulgadas. Todas las tuberías son de acero estándar cédula 40.

12.5M *Un tubo de 150 mm se ramifica en dos, uno de 100 mm y otro de 50 mm, como se aprecia en la figura 12.9. Ambos tubos son de cobre y miden 30 m de longitud. (El fluido es agua a 10 °C.) Determine cuál debe ser el coeficiente de resistencia K de la válvula, con el fin de obtener el mismo flujo volumétrico de 500 L/min en cada rama.*

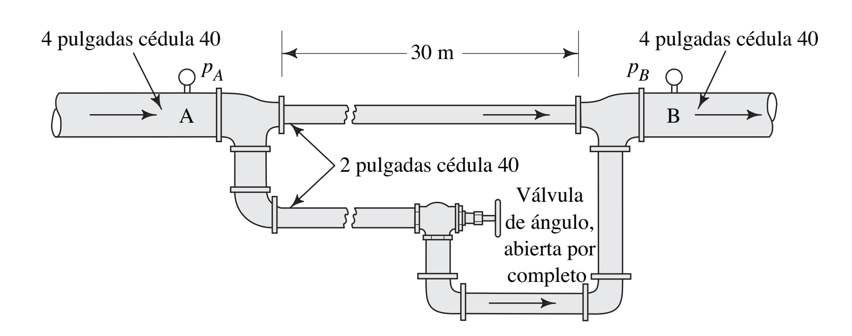


FIGURA 12.7 Problemas 12.3 y 12.8.

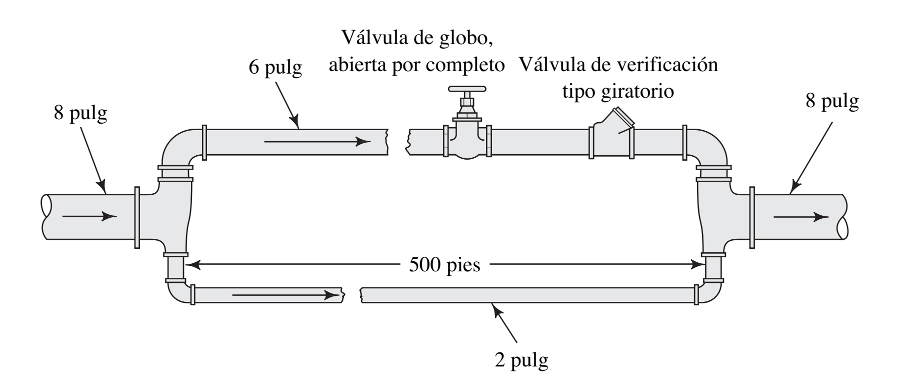


FIGURA 12.8 Problemas 12.4 y 12.7.

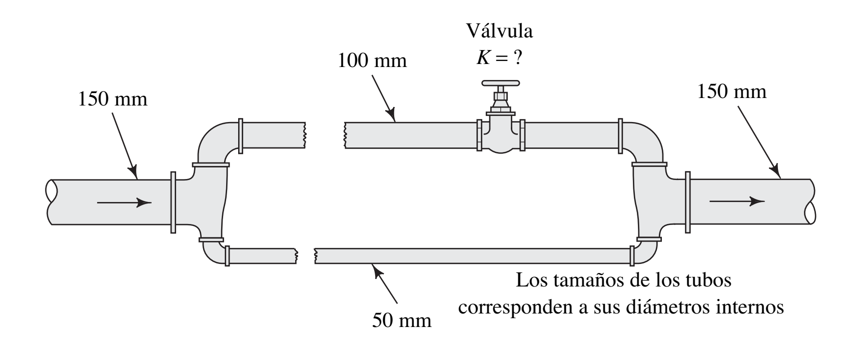


FIGURA 12.9 Problema 12.5.

12.6E En el sistema de la figura 12.10, la presión en el punto A se mantiene constante a 20 psig. El flujo volumétrico total en el punto B de la tubería depende de cuáles válvulas estén abiertas o cerradas. Para cada codo utilice $K = 0.9$, pero ignore las pérdidas de energía en las tes. Asimismo, debido a que la longitud de cada rama es corta, ignore las pérdidas por fricción en la tubería. La tubería en la rama 1 tiene un diámetro interno de 2 pulgadas y la rama 2 tiene otro de 4 pulgadas. Calcule el flujo volumétrico del agua para cada una de las condiciones siguientes:

a. Ambas válvulas abiertas.

b. Sólo está abierta la válvula de la rama 2.

c. Sólo está abierta la válvula de la rama 1.

12.7E Resuelva el problema 12.4 por medio de la técnica de Cross..

12.8M *Resuelva el problema 12.3 con la técnica de Cross.*

Redes

Nota: ignore las pérdidas menores.

12.9E Encuentre el flujo volumétrico del agua a 60 °F en cada tubería de la figura 12.11.

12.10M *La figura 12.12 representa un sistema de aspersión de rocío por el que fluye agua a 15 °C. Todos los tubos son de cobre de 3 pulgadas tipo K. Determine el flujo volumétrico en cada tubo.*

FIGURA 12.10 Problema 12.6.

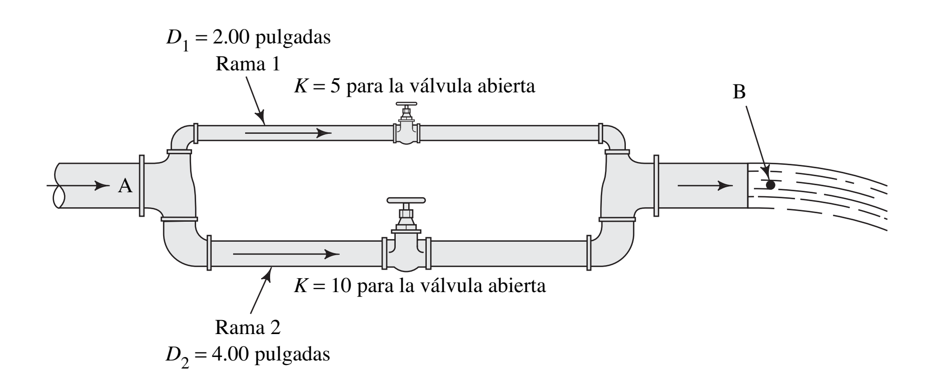


FIGURA 12.11 Problema 12.9.

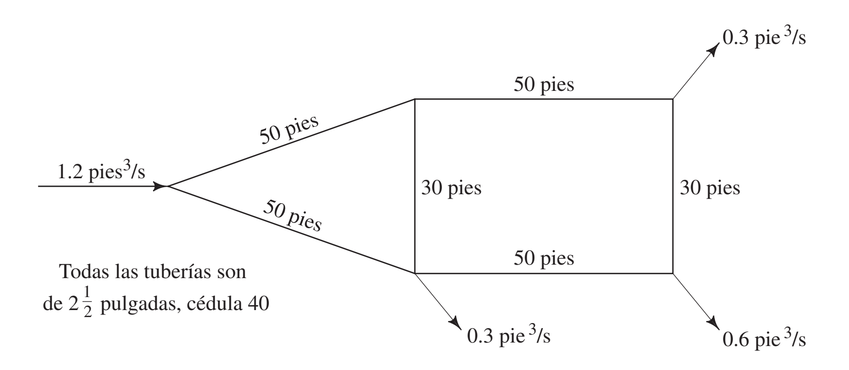
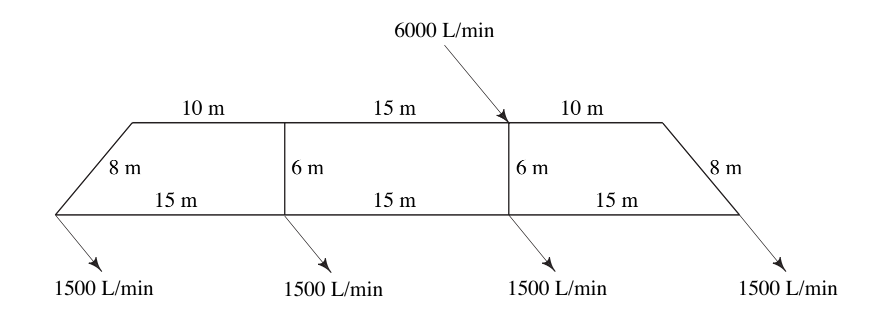


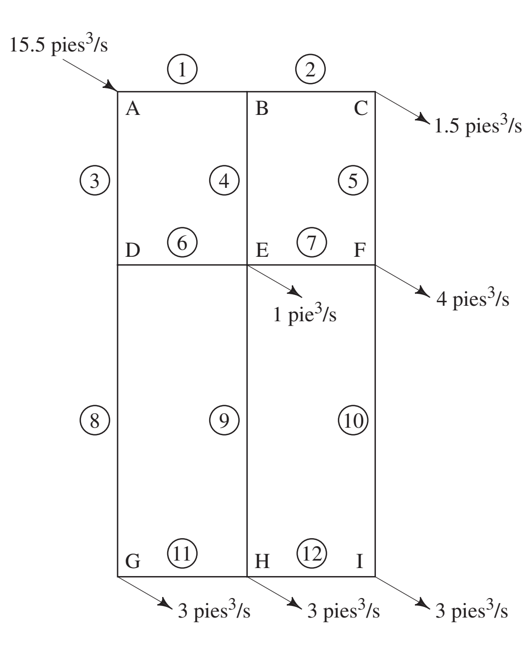
FIGURA 12.12 Problema 12.10.



12.11E La figura 12.13 representa la red de distribución de agua de un parque industrial pequeño. El suministro de 15.5 pies^3/s de agua a 60 °F ingresa al sistema en el punto A. En los puntos C, E, F, G, H e I, plantas de manufactura extraen lo que se indica. Determine el flujo en cada tubería del sistema.

12.12M *La figura 12.14 representa la red de distribución de refrigerante hacia cinco máquinas herramienta en un sistema automático de fabricación. La red conforma un rectángulo de 7.5 m por 15 m. Todas las tuberías están hechas de acero con espesor de pared de 0.065 pulgadas. Las tuberías 1 y 3 tienen diámetro de 2 pulgadas; la tubería 2 lo tiene de 1½, y todas las demás son de 1 pulgada de diámetro. El refrigerante tiene gravedad específica de 0.92 y viscosidad dinámica de 2.00 × 10^{-3} Pa·s. Determine el flujo en cada tubo.*

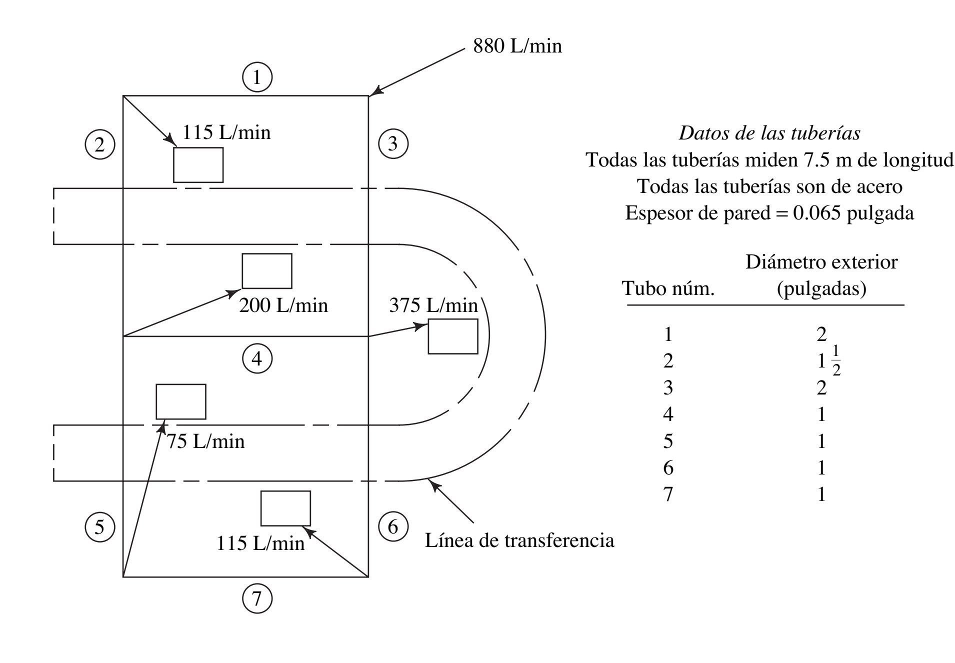
FIGURA 12.13 Problema 12.11.



Datos de las tuberías
Todas las tuberías son cédula 40

Tubo núm.	Longitud (pies)	Tamaño (pulg)
1	1500	16
2	1500	16
3	2000	18
4	2000	12
5	2000	16
6	1500	16
7	1500	12
8	4000	14
9	4000	12
10	4000	8
11	1500	12
12	1500	8

FIGURA 12.14 Problema 12.12.



Datos de las tuberías
Todas las tuberías miden 7.5 m de longitud
Todas las tuberías son de acero
Espesor de pared = 0.065 pulgada

Tubo núm.	Diámetro exterior (pulgadas)
1	2
2	$1\frac{1}{2}$
3	2
4	1
5	1
6	1
7	1

TAREA DE PROGRAMACIÓN DE COMPUTADORAS

1. Diseñe un programa o una hoja de cálculo para analizar sistemas de tuberías en paralelo con dos ramas, del tipo que se ilustra en el problema modelo 12.1. Antes de introducir los datos al programa, puede hacer una parte del análisis preliminar, como escribir las expresiones para las pérdidas de carga en las ramas, en términos de las velocidades y factores de fricción.
2. Perfeccione el programa de la tarea 1, de modo que emplee la ecuación (8-7) del capítulo 8 para calcular el factor de fricción.
3. Diseñe un programa o una hoja de cálculo para analizar sistemas de tubería en paralelo con dos ramas, del tipo que se ilustra en el problema modelo 12.2. Emplee un enfoque similar al que se describió para la tarea 1.
4. Perfeccione el programa de la tarea 3, de modo que emplee la ecuación (8-7) del capítulo 8, para calcular el factor de fricción.
5. Diseñe un programa o una hoja de cálculo que utilice la técnica de Cross, como se describe en la sección 12.4, e ilustra en el problema modelo 12.3, para llevar a cabo el análisis de redes de flujo en tuberías. Tiene la opción de adoptar los siguientes enfoques:
   a. Considere redes de un solo circuito con dos ramas, como alternativa al programa de las tareas 1 o 2.
   b. Considere redes de dos o más circuitos, similares a los que se describió en los problemas 12.9 a 12.12.

13 Selección y aplicación de bombas

13.1 Panorama

Mapa de aprendizaje

- Las bombas se utilizan para impulsar líquidos a través de sistemas de tuberías.
- Deben mover el flujo volumétrico que se desea al mismo tiempo que desarrollan la carga dinámica total h_a, creada por los cambios de elevación, diferencias en las cargas de presión y de velocidad, y todas las pérdidas de energía en el sistema.
- Usted necesita desarrollar la capacidad de especificar las bombas apropiadas que satisfagan los requerimientos del sistema.
- También necesita aprender a diseñar sistemas de bombeo eficientes respecto de la entrada de la bomba (línea de succión) y del lado de la descarga.
- Debe analizarse la presión en la entrada de la bomba, con el fin de asegurar la operación adecuada de ésta.

Descubrimientos

- Es probable que en el curso de una semana dada encuentre gran cantidad de tipos diferentes de bombas para realizar trabajos distintos. Haga una lista de algunas de ellas.
- Escriba todo lo que pueda sobre el sistema donde opera cada bomba.
- Describa la función de la bomba, la clase de fluido que impulsa, la fuente del fluido, el punto de descarga final y el sistema de bombeo con sus válvulas y acoplamientos.

En este capítulo aprenderá como analizar el rendimiento de las bombas y a seleccionar la apropiada para una aplicación específica. También aprenderá a diseñar un sistema eficiente que minimice la cantidad de energía que se requiere para que la bomba funcione.

Conceptos introductorios

Las bombas se utilizan para impulsar líquidos a través de sistemas de tuberías. En capítulos anteriores se vio la aplicación general de ellas. En el capítulo 7, cuando se introdujo la ecuación general de la energía, se aprendió a determinar la energía que una bomba agrega al fluido, la cual se denominó h_a. Al despejar h_a de la ecuación general de la energía, se llega a

$$h_a = \frac{p_2 - p_1}{\gamma} + z_2 - z_1 + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} + h_L \qquad (13\text{–}1)$$

A este valor de h_a se le llama *carga total sobre la bomba.* Algunos fabricantes de bombas se refieren a él como *carga dinámica total* (*TDH*).

Debe usted ser capaz de interpretar esta ecuación como una expresión del conjunto total de tareas que tiene que realizar la bomba en un sistema dado.

- En general, debe elevar la presión del fluido, desde la que tiene en la fuente p_1, hasta la que tendrá en el punto de destino p_2.

- Debe subir el fluido, desde el nivel de la fuente z_1, al nivel del destino z_2.
- Tiene que incrementar la carga de velocidad en el punto 1 a la del punto 2.
- Se necesita que compense cualesquiera pérdidas de energía en el sistema, debido a la fricción en las tuberías o en válvulas, acoplamientos, componentes del proceso o cambios en el área o dirección del flujo.

Es su deber efectuar el análisis apropiado para determinar el valor de h_a por medio de las técnicas estudiadas en los capítulos 11 y 12.

También aprendió a calcular la potencia que una bomba trasmite al fluido, a la que se denominó P_A:

ENERGÍA QUE UNA BOMBA TRASMITE AL FLUIDO

$$P_A = h_a \gamma Q \quad (13\text{–}2)$$

Hay pérdidas inevitables de energía en la bomba debido a la fricción mecánica y a la turbulencia que se crea en el fluido cuando pasa a través de ella. Por tanto, se requiere más potencia para impulsar la bomba que la cantidad que eventualmente se trasmite al fluido. En el capítulo 7, también aprendió a utilizar la eficiencia de la bomba e_M para determinar la potencia de entrada a la bomba P_I:

EFICIENCIA DE LA BOMBA

$$e_M = P_A/P_I \quad (13\text{–}3)$$

ENTRADA DE POTENCIA A LA BOMBA

$$P_I = P_A/e_M \quad (13\text{–}4)$$

Para la lista de bombas que elaboró antes, responda las preguntas siguientes. Consulte la ecuación (13-1) conforme lo haga:

- ¿De dónde viene el fluido cuando se aproxima a la entrada de la bomba?
- ¿Cuál es la elevación, presión y velocidad del fluido en la fuente?
- ¿Qué tipo de fluido hay en el sistema?
- ¿Cuál es la temperatura del fluido?
- ¿Consideraría que el fluido tiene viscosidad baja como la del agua, o alta como la de un petróleo pesado?
- ¿Puede mencionar el tipo de bomba?
- ¿Cómo se impulsa la bomba? ¿Con un motor eléctrico? ¿Por medio de una banda? ¿Directamente, con un motor?
- ¿Cuáles son los elementos que constituyen la *línea de succión* que lleva el fluido a la entrada de la bomba? Describa el tubo, válvulas, codos u otros elementos.
- ¿Hacia dónde se conduce el fluido? Considere su elevación, la presión en el destino y la velocidad del flujo ahí.
- ¿Qué elementos constituyen la *línea de descarga* que saca al fluido de la bomba y lo lleva a su destino? Describa el tubo, válvulas, codos y los demás elementos.

Compare su lista con el ejemplo que sigue, que describe la bomba del agua de una lavadora de ropa doméstica. Vea la figura 7.23.

- La tarea de la bomba consiste en llevar agua desde la tina del aparato, por medio de una manguera, a la tina de lavado.
- El fluido es una solución de agua y detergente, o algún otro agente limpiador, e impurezas de la ropa que se lava.
- La temperatura del fluido varía de 60 °F (16 °C) a 120 °F (49 °C), aproximadamente.
- La viscosidad es parecida a la del agua.
- La bomba se localiza cerca de la parte inferior de la lavadora, bajo la tina. Por tanto, existe una presión positiva en la entrada de la bomba, debido a la columna de fluido arriba de ella.
- El fluido sale de la tina a través de una abertura en su fondo y pasa a través de un tubo de caucho flexible hacia la entrada de la bomba. Cerca de ésta, hay una vuelta a 90°.
- Una manguera corta conecta la descarga de la bomba con un acoplamiento de plástico que hay en la parte posterior de la lavadora, y la manguera de descarga final se conecta a éste.

- La manguera de descarga tiene un diámetro interior de 1.0 pulg (25 mm) aproximadamente, una longitud cercana a 5 pies (1.5 m) y conduce el fluido a una carga de 36 pulgadas, más o menos.
- La manguera tiene una vuelta de 90° y otra de 180°.
- El fluido sale de la manguera a gran velocidad hacia la tina, a presión atmosférica.
- La bomba parece ser pequeña, de tipo centrífugo. (Vea la figura 13.15 de este capítulo.)

Hay muchos otros tipos de bomba descritos en este capítulo. Observe las ilustraciones en las páginas siguientes para que se familiarice con el estudio de ellas. Ya mostramos algunas antes, en el capítulo 7, y debiera revisarlas ahora.

En este capítulo, aprenderá a analizar el rendimiento de las bombas y a seleccionar la que sea apropiada para una aplicación específica. También verá la manera en que el diseño del sistema de circulación del fluido afecta el rendimiento de la bomba. Esto debiera ayudarlo a diseñar un sistema eficiente que redujera el trabajo que se requiere de la bomba y, por tanto, la cantidad de energía necesaria para moverla.

13.2 OBJETIVOS

Se dispone de una extensa variedad de bombas para transportar líquidos en sistemas de flujo de fluidos. La selección y aplicación apropiadas de una bomba requiere de la comprensión de sus características de rendimiento y usos comunes.

Al terminar de estudiar este capítulo, será capaz de:

1. Mencionar los parámetros que tienen que ver con la selección de bombas.
2. Mencionar los tipos de información que debe especificarse para una bomba dada.
3. Describir las clasificaciones básicas de las bombas.
4. Mencionar cuatro tipos de bombas rotatorias de desplazamiento positivo.
5. Mencionar tres tipos de bombas reciprocantes de desplazamiento positivo.
6. Mencionar tres tipos de bombas cinéticas.
7. Describir las características principales de las bombas centrífugas.
8. Describir las *bombas de chorro de pozos profundos* y las *bombas de chorro de pozos superficiales*.
9. Describir la curva de rendimiento común de las bombas rotatorias de desplazamiento positivo.
10. Describir la curva de rendimiento común de las bombas centrífugas.
11. Enunciar las *leyes de afinidad* de las bombas centrífugas, respecto de las relaciones entre su velocidad, diámetro del impulsor, capacidad, capacidad de carga total y energía necesaria para impulsar la bomba.
12. Describir cómo se relaciona el punto de operación de una bomba con la curva de resistencia del sistema.
13. Definir la *carga de succión positiva neta (NPSH)* de una bomba, y analizar su significado para el rendimiento de la bomba.
14. Describir la importancia de la presión de vapor del fluido en relación con la *NPSH*.
15. Calcular la *NPSH* disponible para un diseño de línea de succión y un líquido dados.
16. Definir la *velocidad específica* de una bomba centrífuga y analizar su relación con la selección de una bomba.
17. Describir el efecto del aumento de viscosidad sobre el rendimiento de las bombas centrífugas.
18. Analizar el rendimiento de las bombas conectadas en paralelo y en serie.
19. Describir las características deseables en el diseño de una línea de succión.
20. Describir las características deseables en el diseño de una línea de descarga.
21. Describir el concepto del costo del ciclo de vida, aplicado a la selección de una bomba y a la operación del sistema de flujo.

13.3 PARÁMETROS INVOLUCRADOS EN LA SELECCIÓN DE BOMBAS

Al seleccionar una bomba para una aplicación específica, debe considerar los factores siguientes:

1. Naturaleza del líquido por bombear.
2. Capacidad requerida (flujo volumétrico).
3. Condiciones del lado de succión (entrada) de la bomba.
4. Condiciones del lado de descarga (salida) de la bomba.
5. Carga total sobre la bomba (término h_a de la ecuación de la energía).
6. Tipo de sistema donde la bomba impulsa el fluido.
7. Tipo de fuente de potencia (motor eléctrico, motor diesel, turbina de vapor y otros).
8. Limitaciones de espacio, peso y posición.
9. Condiciones ambientales.
10. Costo de adquisición e instalación de la bomba.
11. Costo de operación de la bomba.
12. Códigos y estándares gubernamentales.

La naturaleza del fluido se caracteriza por su temperatura y condiciones de bombeo, gravedad específica, viscosidad y tendencia a corroer o erosionar las partes de la bomba y su presión de vapor a la temperatura del bombeo. El término *presión de vapor* se emplea para definir la presión en la superficie libre de un fluido debido a la formación de vapor. La presión de vapor se hace más alta conforme aumenta la temperatura del líquido, y es esencial que la presión en la entrada de la bomba permanezca por arriba de la presión de vapor del fluido. En la sección 13.12 aprenderá más sobre la presión de vapor.

Después de seleccionar la bomba debe especificarse lo siguiente:

1. Tipo de bomba y su fabricante.
2. Tamaño de la bomba.
3. Tamaño de la conexión de succión y su tipo (bridada, atornillada y otras).
4. Tamaño y tipo de la conexión de descarga.
5. Velocidad de operación.
6. Especificaciones para el impulsor (por ejemplo: para un motor eléctrico —potencia que requiere, velocidad, voltaje, fase, frecuencia, tamaño del chasis y tipo de cubierta).
7. Tipo de acoplamientos, fabricante y número de modelo.
8. Detalles de montaje.
9. Materiales y accesorios especiales que se requiere, si hubiera alguno.
10. Diseño y materiales del sello del eje.

Los catálogos de bombas y los representantes del fabricante proporcionan la información necesaria para seleccionar y cumplir las especificaciones de las bombas y el equipo accesorio.

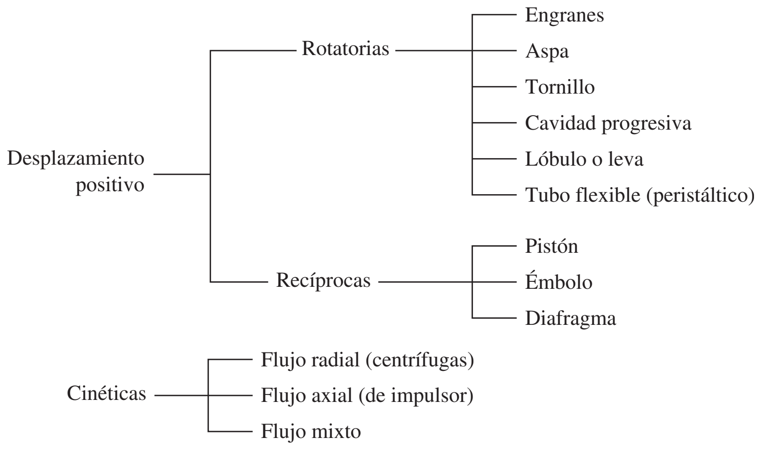
13.4 TIPOS DE BOMBAS

Es común que se clasifiquen las bombas como de desplazamiento positivo o cinéticas; en la tabla 13.1 se muestra varios tipos de cada una. El tipo de bomba de chorro o eyectora, es una versión especial de bomba cinética centrífuga, que describiremos más adelante. En el sitio 1 de Internet se proporciona una estructura de clasificación más amplia, con muchas de las variantes que tienen que ver con la orientación de la bomba (horizontal, vertical, en línea), el tipo de impulsor de la bomba (acoplamiento cercano, acoplamiento alejado, impulso magnético) o el diseño mecánico de ciertas características, como los apoyos y montajes de los rodamientos.

13.5 BOMBAS DE DESPLAZAMIENTO POSITIVO

Lo ideal es que las bombas de desplazamiento positivo envíen una cantidad fija de fluido en cada revolución del rotor o eje impulsor de la bomba. La capacidad de la bomba sólo se ve afectada en forma moderada por los cambios de presión, debido a deslizamientos pequeños ocasionados a su vez por las holguras entre la carcasa y el rotor, pistones, aspas y otros elementos activos. La mayoría de las bombas de desplazamiento positivo operan con líquidos de un rango amplio de viscosidades.

TABLA 13.1. Clasificación de los tipos de bombas.



13.5.1 Bombas de engranes

En la figura 7.2 del capítulo 7 se muestra la configuración más común de una bomba de engranes que se usa para aplicaciones en potencia de fluidos, y para distribuir lubricantes a componentes específicos de maquinaria. Se compone de dos engranes que giran dentro de una carcasa, en sentido contrario y muy ajustados uno con el otro. La periferia exterior de los dientes del engrane se ajusta muy bien con la superficie interior de la carcasa. Se lleva fluido del almacenamiento del suministro al puerto de la succión, y se conduce en los espacios entre los dientes al puerto de descarga, desde donde se envía a alta presión al sistema. La presión con que se envía depende de la resistencia del sistema. En la parte (a) de la figura se muestra el corte de una bomba de engranes, disponible comercialmente. Las bombas de engranes desarrollan presiones en el sistema en el rango de 1500 a 4000 psi (10.3 a 27.6 MPa). El flujo que entregan varía con el tamaño de los engranes y la velocidad de rotación, que puede ser de hasta 4000 rpm. Con unidades de tamaño diferente es posible tener flujos volumétricos de 1 a 50 gal/min (4 a 190 L/min). Consulte los sitios 8 a 10 de Internet.

13.5.2 Bombas de pistón

La figura 7.3 muestra una *bomba de pistón axial*, que utiliza una placa de derrame giratoria que actúa como leva para hacer reciprocar los pistones. Los pistones llevan en forma alternada fluido al interior de sus cilindros a través de válvulas de succión, y luego lo fuerzan a salir por válvulas de descarga contra la presión del sistema. La entrega de fluido varía de cero al máximo, si se cambia el ángulo de la placa y con ello la carrera de los pistones. La capacidad de presión llega hasta 5000 psi (34.5 MPa). Consulte los sitios 8 a 10 de Internet.

13.5.3 Bombas de aspas

La *bomba de aspas*, que también se utiliza para potencia de fluido (vea la figura 13.1), consiste en un rotor excéntrico que contiene un conjunto de aspas deslizantes que corren dentro de una carcasa. Un anillo de levas en la carcasa controla la posición radial

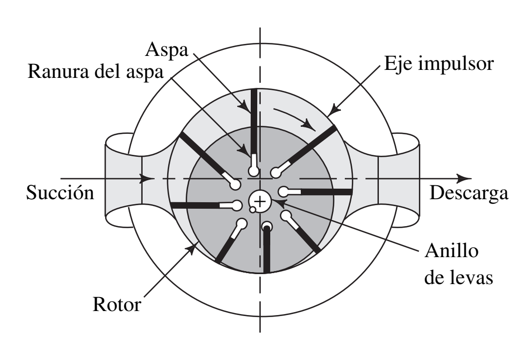


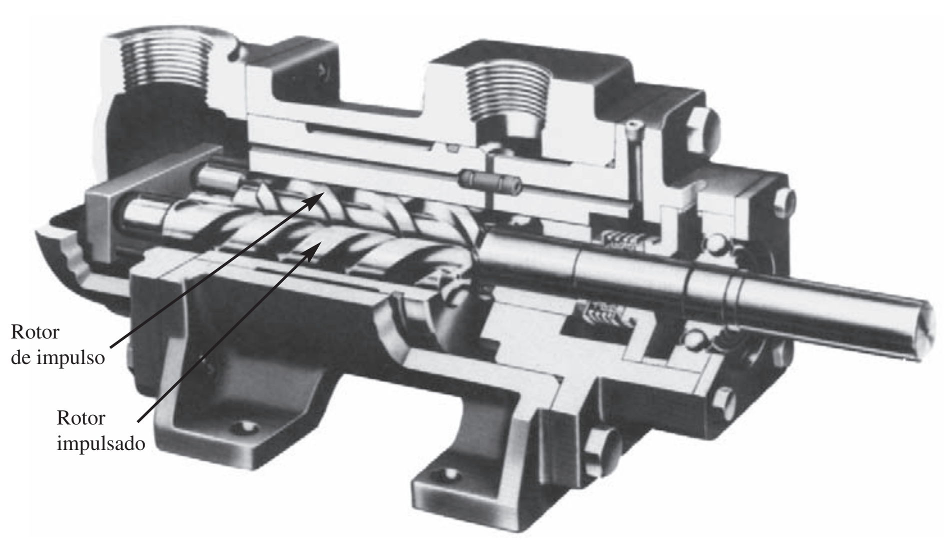
FIGURA 13.1 Bomba de aspas. (Fuente: *Machine Design Magazine.*)

de las aspas. El fluido entra por el puerto de succión en el lado izquierdo, después es capturado en un espacio entre dos aspas sucesivas, y así se lleva al puerto de descarga a la presión del sistema. Después, las aspas se retraen hacia sus ranuras en el rotor, conforme regresan al lado de entrada, o succión, de la bomba. Las bombas de aspas de desplazamiento variable son capaces de entregar desde cero hasta el flujo volumétrico máximo, cuando varían la posición del rotor respecto del anillo de levas y la carcasa. La selección de la entrega variable es manual, eléctrica, hidráulica o neumática, para adecuar el rendimiento de la unidad de potencia de fluido a las necesidades del sistema que se opera. Las capacidades comunes de presión van de 2000 a 4000 psi (13.8 a 27.6 MPa). Consulte los sitios 8 a 10 de Internet.

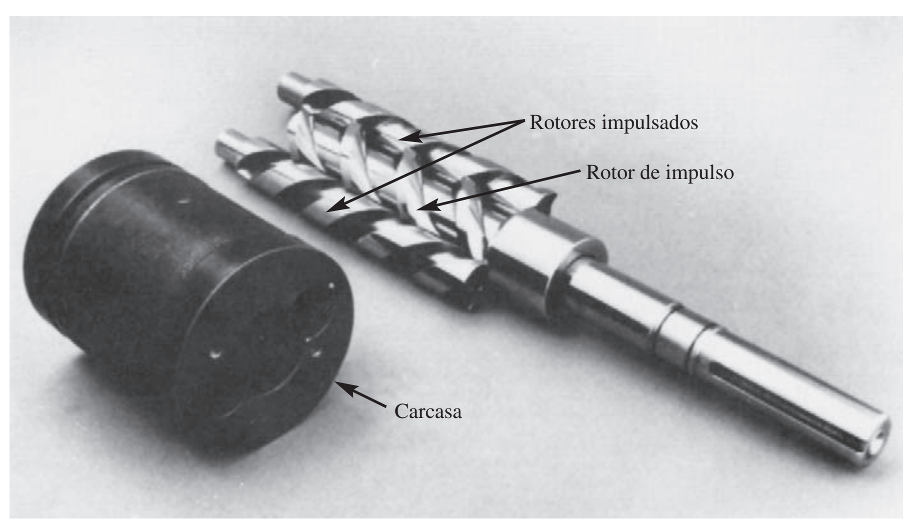
13.5.4 Bombas de tornillo

Una desventaja de las bombas de engranes, pistón y aspas es que distribuyen un flujo por impulsos hacia la salida, debido a que cada elemento funcional mueve un elemento, volumen capturado, de fluido de la succión a la descarga. Las *bombas de tornillo* no tienen este problema. En la figura 13.2 se ilustra una bomba de tornillo donde el rotor de impulso central, semejante a una espiral, se acopla muy bien con los dos rotores im-

FIGURA 13.2 Bomba de tornillo. (Fuente: IMO Industries Inc., IMO Pump Division, Monroe, NC.)



(a) Corte del ensamble de la bomba



(b) Rotor de impulso, rotores impulsados y carcasa

pulsados, con lo que se crea un confinamiento dentro de la carcasa que se mueve en forma axial de la succión a la descarga, y proporciona un flujo uniforme continuo. Las bombas de tornillo operan a 3000 psi (20.7 MPa) nominales, funcionan a velocidades altas y son más silenciosas que la mayoría de otros tipos de bombas hidráulicas. Consulte el sitio 12 de Internet.

13.5.5 Bombas de cavidad progresiva

La *bomba de cavidad progresiva* de la figura 13.3 también produce un flujo suave que no pulsa, y se utiliza sobre todo para enviar fluidos de procesos, más que en aplicaciones hidráulicas. Conforme el rotor central grande gira dentro del estator, se forman cavidades que avanzan hacia el extremo de descarga de la bomba que mueve el material en cuestión. Es común que el rotor esté hecho de una placa de acero con capas gruesas de cromo duro, con el fin de aumentar la resistencia a la abrasión. Para la mayoría de aplicaciones, los estatores están construidos de caucho natural o cualquiera de varios tipos y fórmulas de cauchos sintéticos. Entre el rotor metálico y el estator de caucho existe un acoplamiento de compresión, con objeto de reducir el balanceo y mejorar la eficiencia. La circulación que hace una bomba dada depende de las dimensiones de la combinación rotor/estator, y es proporcional a la velocidad de rotación. Las capacidades de flujo llegan a ser hasta de 1860 gal/min (7040 L/min), y la capacidad de presión alcanza 900 psi (6.2 MPa). Este tipo de bomba maneja gran variedad de fluidos, inclusive agua dulce, lodos que contienen sólidos pesados, líquidos muy viscosos como los adhesivos y mezclas de cemento, fluidos abrasivos como las mezclas de carburo de silicón o de rocas calizas, productos farmacéuticos como champú y alimentos como el jarabe de manzana e incluso masa de pan. Consulte los sitios 14 y 15 de Internet.

13.5.6 Bombas de lóbulo

La *bomba de lóbulo* (vea la figura 13.4), llamada a veces bomba de levas, opera en forma similar a la de engranes. Los dos rotores que giran en sentido contrario tienen dos, tres o más lóbulos que coinciden uno con otro y se ajustan muy bien en su contenedor. El fluido se mueve alrededor de la cavidad formada entre los lóbulos contiguos.

13.5.7 Bombas de pistón para transferencia de fluidos

Las *bombas de pistón para transferencia de fluidos* se clasifican como símplex (de actuación única) o dúplex (de actuación doble), y aparecen en la figura 13.5. En principio son similares a las bombas de pistón de potencia de fluido, pero es común que tengan una capacidad de flujo mayor y operen a presiones bajas. Además, por lo general operan por medio de un impulsor tipo cigüeñal, en lugar de la placa de derrame descrita antes.

13.5.8 Bombas de diafragma

En la *bomba de diafragma* de la figura 13.6, una barra reciprocante mueve un diafragma flexible dentro de una cavidad, con lo que descarga fluido conforme aquél se mueve a la izquierda, y lo empuja cuando va hacia la derecha, en forma alternada. Una

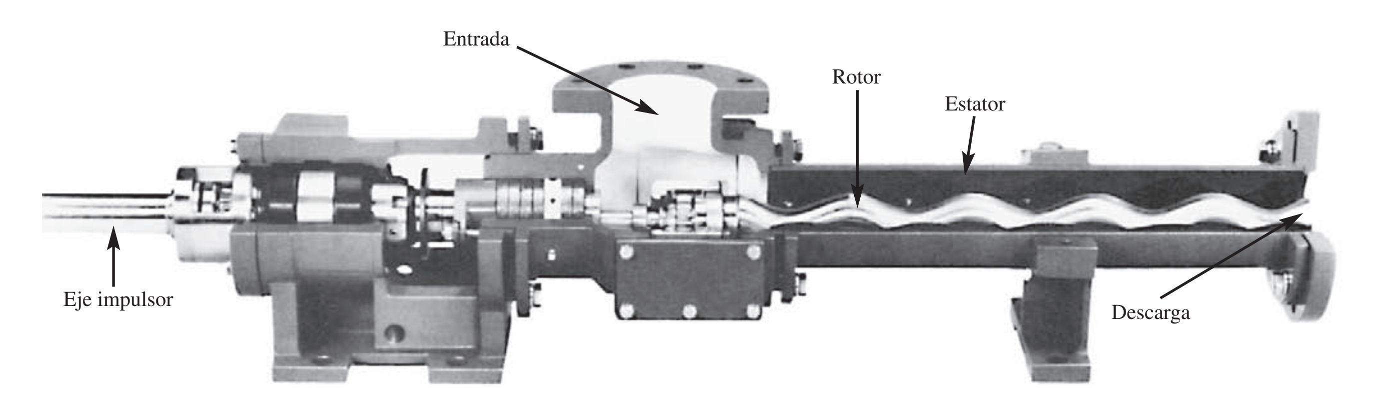


FIGURA 13.3 Bomba de cavidad progresiva. (Fuente: Robbins & Myers, Inc., Fluids Handling Group, Springfield, OH.)

FIGURA 13.4 Bomba de lóbulo.

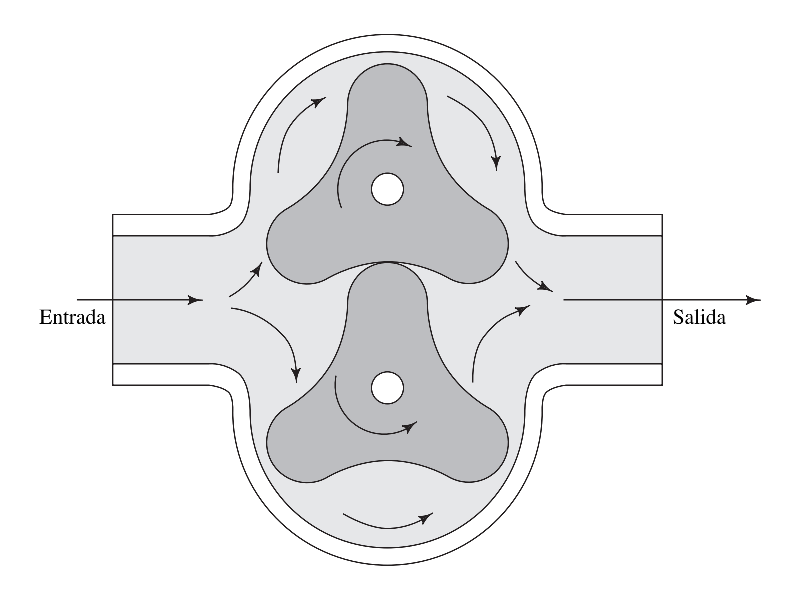
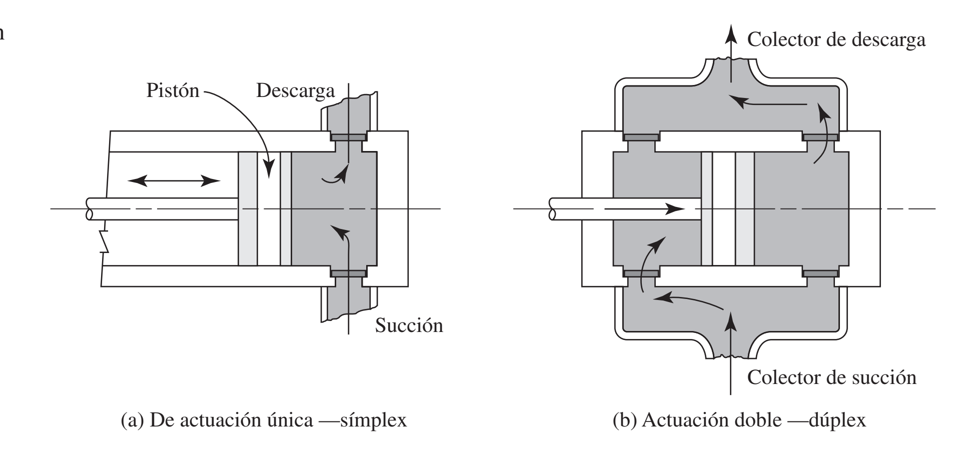
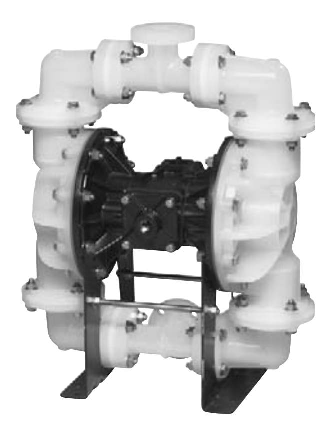


FIGURA 13.5 Bombas de pistón para transferencia de fluidos.

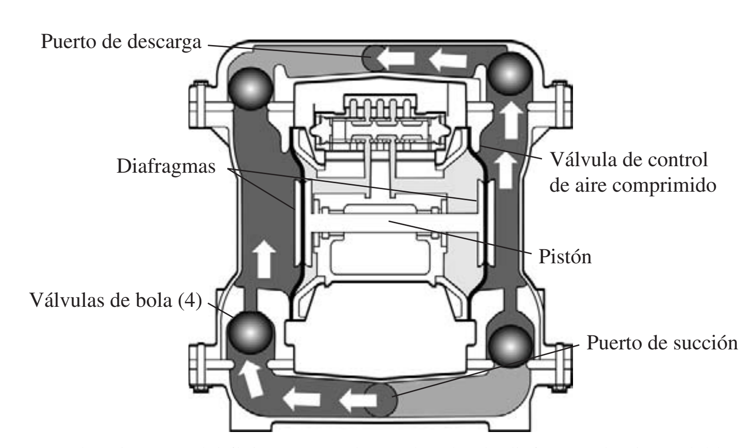


(a) De actuación única —símplex

(b) Actuación doble —dúplex



(a) Bomba de diafragma con carcaza no metálica



(b) Diagrama del flujo a través de una bomba de diafragma de pistón doble

FIGURA 13.6 Bomba de diafragma. (Fuente: Warren Rupp, Inc., Mansfield, OH.)

ventaja de este tipo de bomba es que sólo el diafragma entra en contacto con el fluido, con lo que se elimina la contaminación provocada por los elementos de operación. Las válvulas de succión y descarga se abren y cierran en forma alternada. Consulte el sitio 16 de Internet.

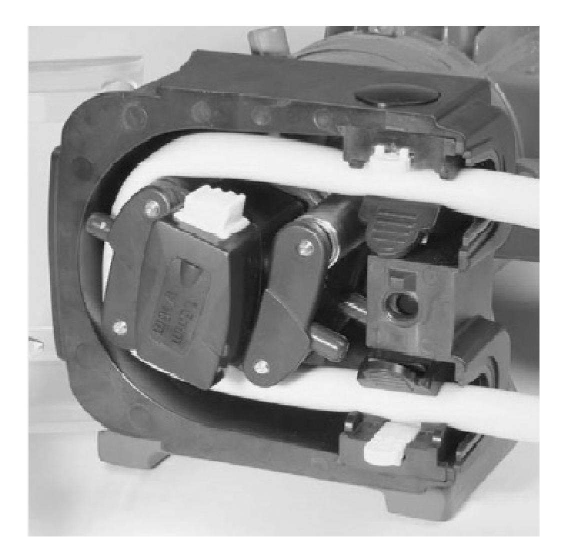
Las bombas de diafragma grandes se usan en la construcción, minería, aceite y gas, procesamiento de alimentos, procesos químicos, tratamiento de aguas residuales y otras aplicaciones industriales. La mayor parte son de actuación doble con dos diafragmas en lados opuestos de la bomba. Puertos de succión y descarga en paralelo, así como las válvulas de verificación, proporcionan una circulación relativamente suave aun cuando manejen cierto contenido de sólidos pesados. El diafragma está hecho de muchos materiales diferentes parecidos al caucho, como el buna-N, neopreno, nylon, PTFE, polipropileno y muchos polímeros elastómeros especiales. La selección debe basarse en la compatibilidad con el fluido por bombear. Muchas de estas bombas son impulsadas por aire comprimido que se opera por medio de una válvula de control direccional.

También existen pequeñas bombas de diafragma que envían flujos volumétricos muy bajos, para aplicaciones como la medición de productos químicos en un proceso, manufactura microelectrónica y tratamiento médico. La mayor parte utiliza electromagnetismo para producir movimiento recíproco de un rodillo que mueve al diafragma.

13.5.9 Bombas peristálticas

Las *bombas peristálticas* (vea la figura 13.7) son únicas en cuanto a que el fluido se captura por completo dentro de un tubo flexible a través del ciclo de bombeo. El tubo se dirige entre un conjunto de rodillos giratorios y una carcaza fija. Los rodillos exprimen el tubo y atrapan un volumen dado entre los rodillos adyacentes. El diseño en verdad elimina la posibilidad de que el producto se contamine, lo que hace atractivas estas bombas para las aplicaciones químicas, médicas, procesamiento de alimentos, de impresión, tratamiento de aguas, industriales y científicas. El material del tubo se selecciona para que tenga resistencia apropiada ante el fluido que se bombea, ya sea éste alcalino, ácido o solvente. Los materiales comunes son neopreno, PVC, PTFE, silicón, sulfuro de

(a) Bomba peristáltica con sistema de envío de velocidad variable



(b) Bomba peristáltica con su carcasa abierta para mostrar la tubería y los rodillos rotatorios de impulso

FIGURA 13.7 Bomba peristáltica. (Fuente: Watson-Marlow Bredel Pumps. Wilmington, MA.)

polifenilo (PPS) y varias fórmulas de elastómeros termoplásticos patentados. Consulte los sitios 10 y 17 de Internet.

13.5.10 Datos de rendimiento para bombas de desplazamiento positivo

En esta sección estudiaremos las características generales de las bombas recíprocas de acción directa y de las bombas rotatorias.

Las características de operación de las bombas de desplazamiento positivo hacen que sean útiles para manejar fluidos como el agua, aceites hidráulicos en sistemas de fluidos de potencia, productos químicos, pintura, gasolina, grasas, adhesivos y ciertos productos alimenticios. Debido a que el envío es proporcional a la velocidad rotacional del rotor, puede emplearse estas bombas para fines de medición. En general, se utilizan para aplicaciones de presión elevada que requieren un envío constante, relativamente. Algunas desventajas de ciertos diseños son los pulsos de salida, susceptibilidad al daño por sólidos y abrasivos y la necesidad de una válvula de alivio.

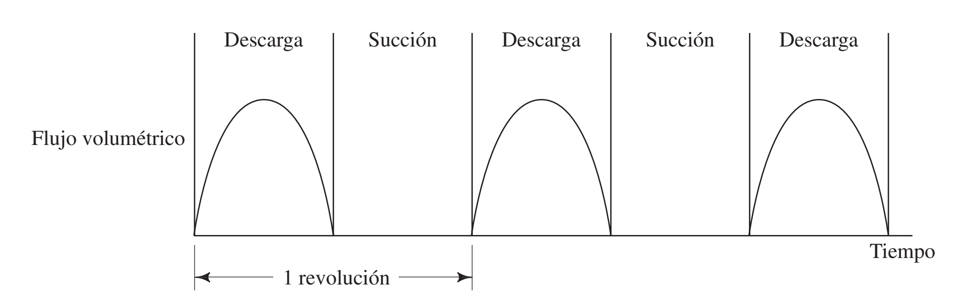
13.5.11 Rendimiento de las bombas reciprocantes

En su forma más sencilla, la bomba recíproca emplea (vea la figura 13.5) un pistón que mueve el fluido hacia un cilindro, a través de una válvula de entrada conforme el pistón se aleja de ésta. Después, cuando el pistón se mueve hacia delante, la válvula de entrada se cierra y el fluido es empujado por una válvula de descarga. Una bomba así se denomina *símplex*, y su curva de descarga versus el tiempo se parece a la que se presenta en la figura 13.8(a). Es frecuente que la distribución intermitente que resulta sea indeseable. Si el pistón es de *acción doble* o *dúplex*, uno de sus lados impulsa el fluido mientras que el otro lo recibe, lo que da como resultado la curva de rendimiento que se aprecia en la figura 13.8(b). La entrega de fluido se suaviza aún más si se tiene tres o más pistones. Con frecuencia, las bombas de pistón para sistemas hidráulicos tienen cinco o seis pistones.

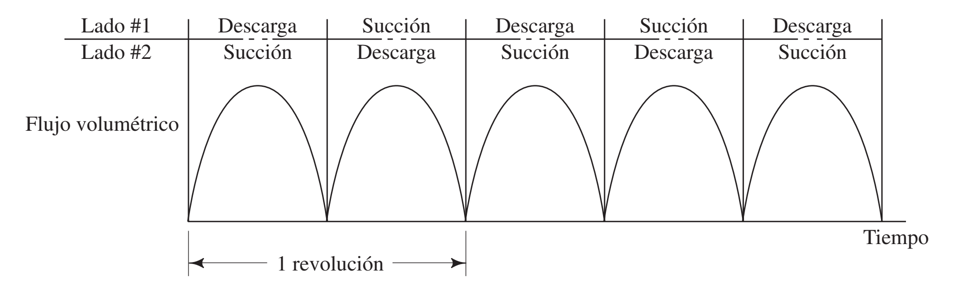
13.5.12 Rendimiento de la bomba rotatoria

La figura 13.9 muestra un conjunto común de curvas de rendimiento para bombas rotatorias como las de engranes, aspas, tornillo y lóbulo. Es una gráfica de capacidad, eficiencia y potencia, *versus* la presión de la descarga. Conforme la presión se incremen-

FIGURA 13.8 Distribución con bombas símplex y dúplex.



(a) Bomba de acción única —símplex



(b) Bomba de acción doble —dúplex

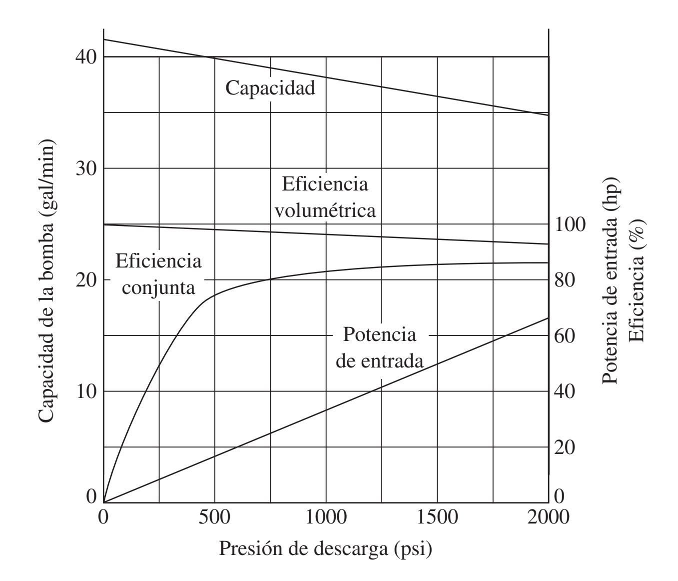


FIGURA 13.9 Curvas de rendimiento para una bomba rotatoria de desplazamiento positivo.

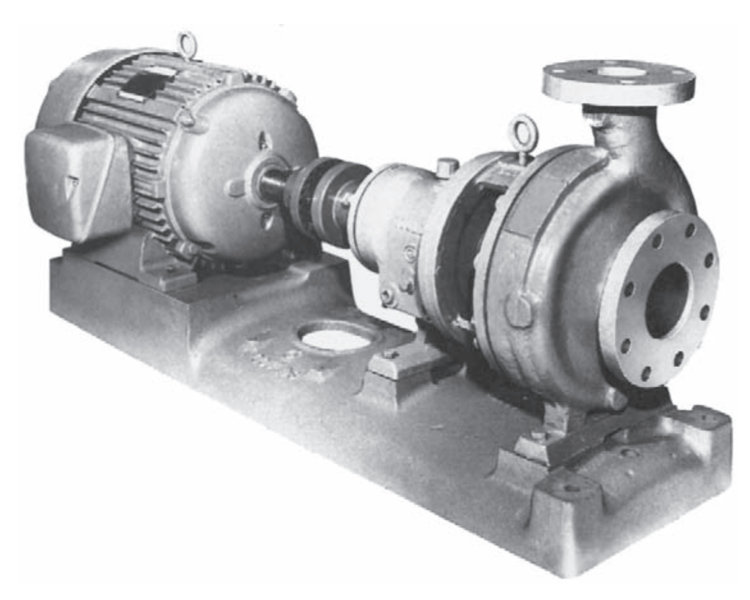
ta, ocurre una disminución pequeña de la capacidad, debido a una fuga interna del lado de alta presión al de baja presión. Es frecuente que ésta sea insignificante. La potencia que se requiere para impulsar la bomba varía casi en forma lineal con la presión. Asimismo, debido a los diseños de desplazamiento positivo de las bombas rotatorias, la capacidad varía de modo casi lineal con la velocidad rotativa, siempre y cuando las condiciones de la succión permitan el flujo libre hacia la bomba.

Es común que la eficiencia de las bombas de desplazamiento positivo se reporte de dos maneras, como se ilustra en la figura 13.9. La *eficiencia volumétrica* es una medida de la relación del flujo volumétrico entregado por la bomba a la entrega teórica, con base en el desplazamiento por revolución de la bomba, multiplicado por la velocidad de rotación. Por lo general, esta eficiencia se encuentra en el rango de 90 a 100%, y disminuye con el aumento de la presión, proporcional a la disminución de la capacidad. La *eficiencia global* es una medida de la relación de la potencia trasmitida al fluido a la potencia de entrada a la bomba. En la eficiencia global se incluye la eficiencia volumétrica, la fricción mecánica de las partes móviles y las pérdidas de energía del fluido conforme se mueve a través de la bomba. Cuando se opera en las condiciones de diseño, las bombas rotatorias de desplazamiento positivo muestran una eficiencia global que va del 80 al 90%.

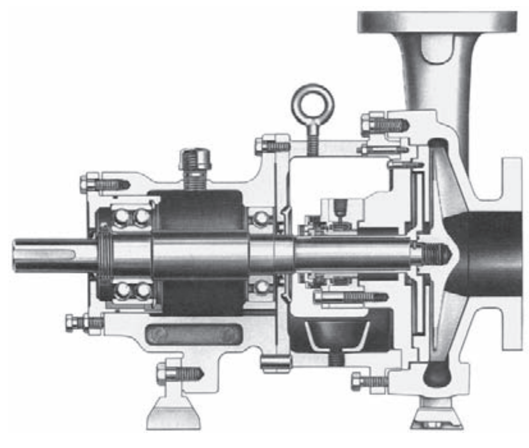
13.6 BOMBAS CINÉTICAS

Las *bombas cinéticas* agregan energía al fluido cuando lo aceleran con la rotación de un *impulsor*. La figura 13.10 muestra la configuración básica de una bomba centrífuga de flujo radial, que es el tipo más común de bomba cinética. El fluido se lleva al centro del impulsor y después es lanzado hacia fuera por las aspas. Al salir del impulsor, el fluido pasa por una voluta en forma de espiral, donde baja en forma gradual y ocasiona que parte de la energía cinética se convierta en presión de fluido.

La figura 13.11 muestra el diseño básico de impulsores de flujo radial, axial y mixto. El tipo de impulsor que la bomba tenga (flujo axial) depende de la acción hidrodinámica de las aspas del impulsor para elevar y acelerar el fluido en forma axial, a lo largo de una trayectoria paralela al eje de éste. La bomba de flujo mixto incorpora ciertas acciones tanto del tipo centrífugo radial como del impulsor.



(a) Bomba y motor



(b) Corte de una bomba

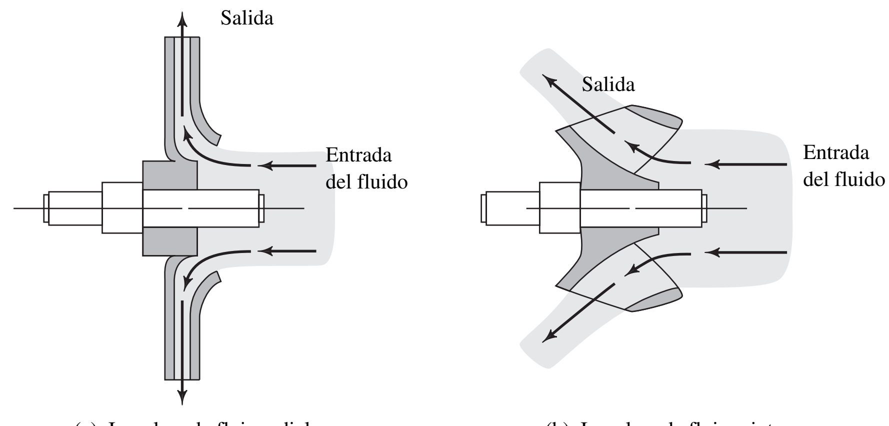
(c) Impulsor de flujo radial

FIGURA 13.10 Bomba centrífuga. (Fuente: Goulds Pumps, Inc., Seneca Falls, NY.)

13.6.1 Bombas de chorro

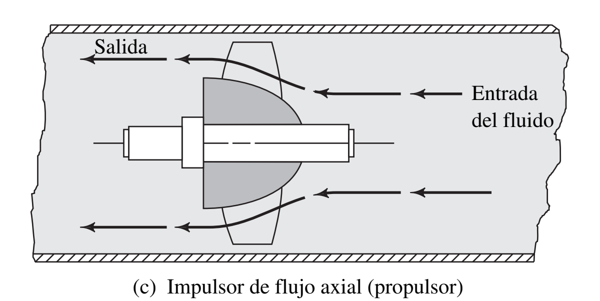
Las *bombas de chorro*, que se utilizan con frecuencia en sistemas hidráulicos domésticos, están compuestas por una bomba centrífuga junto con un ensamble de chorro o eyector. La figura 13.12 muestra una configuración común de bomba de chorro de pozo profundo, donde la bomba principal y el motor se encuentran a nivel del terreno en la boca del pozo, y el ensamble del chorro está abajo, cerca del nivel del agua. La bomba envía agua a presión para abajo, por el pozo, a través del tubo de presión y hacia una boquilla. El chorro que sale de la boquilla crea un vacío tras de sí, lo que hace que el agua del pozo salga junto con el chorro. La corriente combinada pasa a través de un difusor, donde el flujo disminuye su velocidad, y así convierte la energía cinética del agua en presión. Debido a que el difusor se encuentra dentro del tubo de succión, el agua es conducida a la entrada de la bomba, donde es movida por el impulsor. Parte del flujo de salida se descarga al sistema que se suministra y el resto vuelve a circular hacia el chorro para que la operación continúe.

FIGURA 13.11 Impulsores para bombas cinéticas.



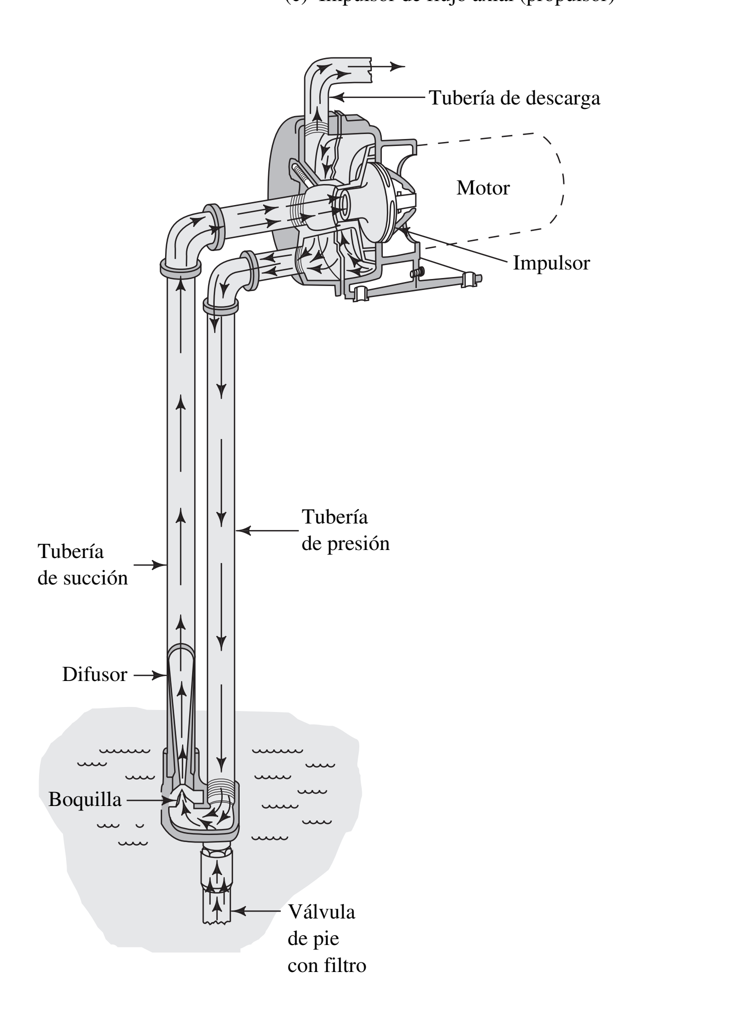
(a) Impulsor de flujo radial

(b) Impulsor de flujo mixto



(c) Impulsor de flujo axial (propulsor)

FIGURA 13.12 Bomba de chorro de pozo profundo. (Fuente: Goulds Pumps, Inc., Seneca Falls, NY.)



Si el pozo es superficial, menos de 6.0 m (20 pies) entre la bomba y el nivel del agua, el ensamble del chorro puede construirse en el cuerpo de la bomba. Así, el agua se elevaría por medio de una solo tubería de succión, como se muestra en la figura 13.13.

13.6.2 Bombas sumergibles

Las *bombas sumergibles* están diseñadas de modo que pueda sumergirse todo el conjunto de la bomba centrífuga, el motor impulsor y los aparatos de succión y descarga. La figura 13.14 muestra un diseño portátil que se instala en un tubo confinante gracias

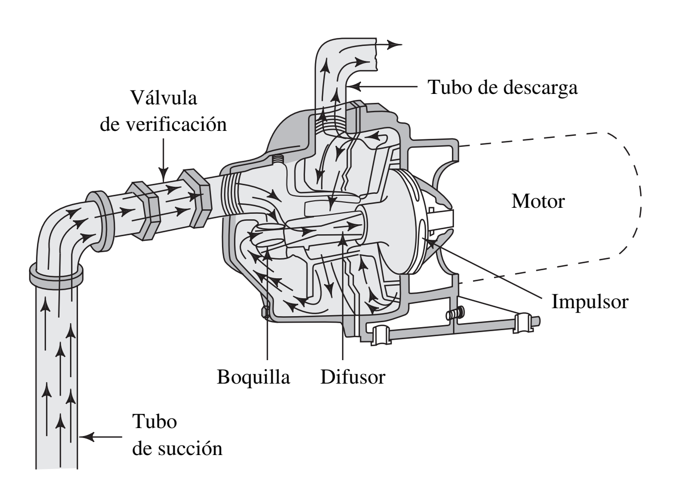


FIGURA 13.13 Bomba de chorro de pozo superficial. (Fuente: Goulds Pumps, Inc., Seneca Falls, NY.)

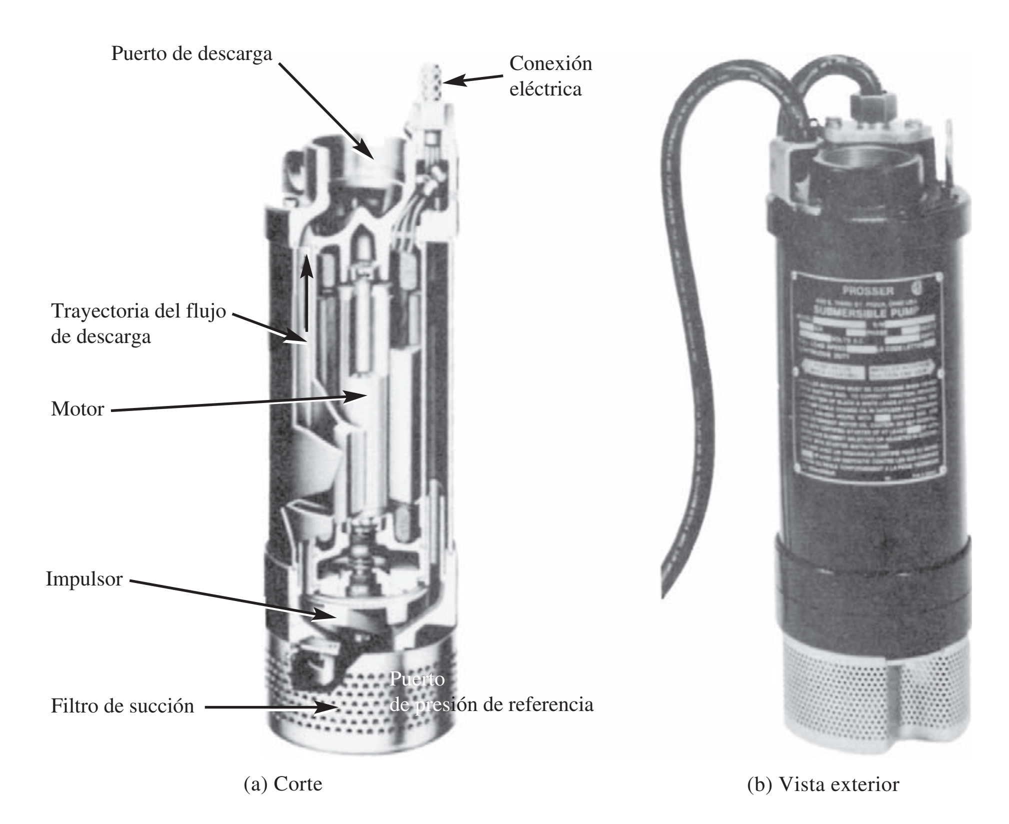


FIGURA 13.14 Bomba sumergible portátil. (Fuente: Crane Pumps and Systems, Piqua, OH.)

a su carcasa cilíndrica de diámetro pequeño. Estas bombas son útiles para retirar el agua que no se desea en sitios de construcción, minas, servicios en sótanos, tanques industriales y bodegas en barcos de carga. La succión de la bomba está en el fondo, donde fluye el agua a través de un filtro y hacia el ojo del impulsor resistente a la abrasión. La descarga fluye hacia arriba a través de un pasaje anular entre el núcleo y la carcasa del motor. Arriba de la unidad, el flujo se reúne y fluye hacia un tubo o manguera de descarga que se localiza en el centro. El motor seco se encuentra sellado en el centro de la bomba.

13.6.3 Bombas centrífugas pequeñas

Aunque la mayoría de estilos de las bombas centrífugas estudiadas hasta este momento tienen un tamaño suficiente y están diseñadas para aplicaciones industriales y comerciales, hay unidades pequeñas para usarse en aparatos chicos como lavadoras de ropa y de trastos, así como para productos de escala pequeña. La figura 13.5 muestra uno de esos diseños, el cual mide solo 4 pulgadas de diámetro y tiene una capacidad de 30 gal/min (114 L/min). Hay bombas aun más pequeñas. Consulte el sitio 10 de Internet.

13.6.4 Bombas de autoarranque

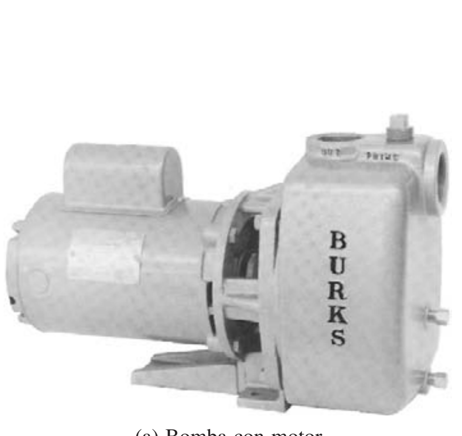
Es esencial que existan las condiciones adecuadas en el puerto de succión de una bomba cuando ésta arranque, con objeto de garantizar que el fluido llegue al impulsor y se establezca un flujo estable de líquido. El término *arranque* describe este proceso. El método predilecto para arrancar una bomba consiste en colocar la fuente del fluido arriba de la línea central del impulsor, y dejar que por efecto de la gravedad llene el puerto de succión. Sin embargo, es frecuente que sea necesario retirar el fluido de una fuente por debajo de la bomba, lo que requiere que ésta cree el vacío parcial para elevar el fluido, al mismo tiempo que expele cualquier cantidad de aire que se halle en la tubería de succión. Consulte el sitio 7 de Internet.

En la figura 13.16 se ilustra uno de varios estilos de bombas de autoarranque. La cámara grande de entrada conserva alguna cantidad de líquido durante los periodos en que está apagada. Cuando arranca, el impulsor comienza a jalar aire y agua de la tubería de succión hacia la carcasa. Cierta cantidad del agua que se bombea vuelve a circular, con objeto de mantener la acción de bombeo. De modo simultáneo, el aire sale del puerto de descarga y el proceso continúa hasta que se establece un flujo de líquido solamente. Tales bombas son capaces de elevar un fluido a 25 pies, aunque es más común una carga menor.

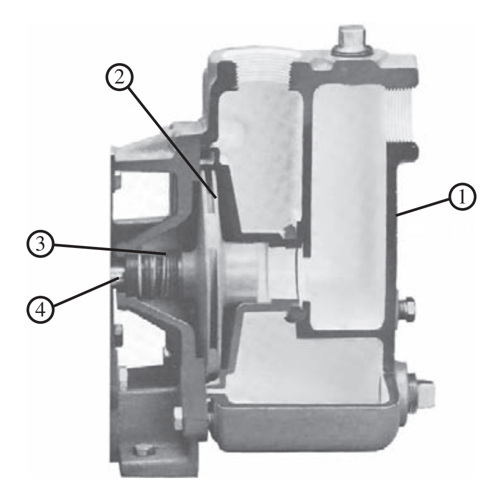
13.6.5 Bombas verticales de turbina

Es frecuente que el bombeo del fluido de un tanque se realice de mejor modo por medio de una bomba vertical de turbina, como la que se presenta en la figura 13.17. La bomba se monta directamente sobre el tanque, en una brida soportando la carga de des-

FIGURA 13.15 Bomba centrífuga pequeña con motor integral. (Fuente: Gorman-Rupp Industries. Bellville, OH.)



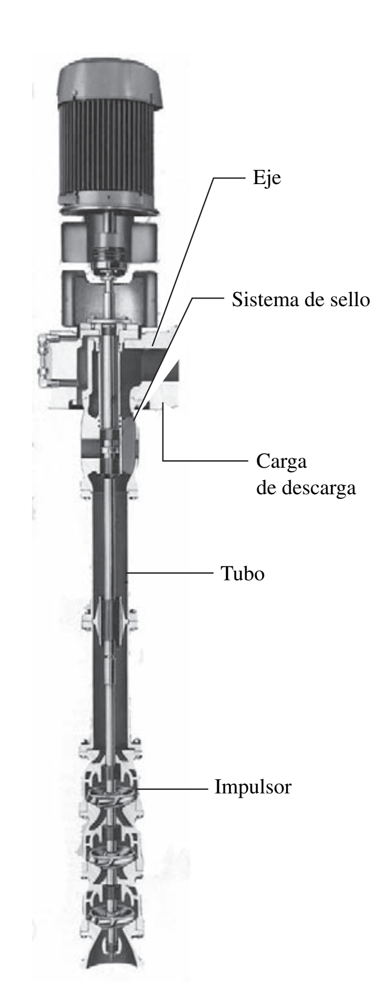
(a) Bomba con motor



(b) Vista seccionada que muestra cómo está construida la bomba

FIGURA 13.16 Bomba de autoarranque. (1) Carcasa de la entrada de succión, (2) impulsor, (3) sello del eje mecánico, (4) eje. (Fuente: Crane Pumps & Systems, Piqua, OH.)

(a) Vista exterior



(b) Corte que muestra la construcción de la bomba

FIGURA 13.17 Bomba vertical de turbina. (Fuente: Crane Pumps & Systems, Piqua, OH.)

carga donde está conectada la tubería de salida. En el extremo inferior de una tubería pesado que se extiende al tanque están montados impulsores múltiples en serie. El impulsor inferior lleva fluido a la boquilla de succión y lo mueve hacia arriba al impulsor siguiente. Cada etapa incrementa la capacidad de carga de la bomba. Los impulsores se mueven por medio de un eje conectado a un motor eléctrico que se halla sobre la unidad. Rodamientos guían al eje en cada impulsor, a la carga de descarga, y a puntos intermedios para ejes largos. Se pone cuidado especial para evitar fugas del producto hacia el ambiente. Si es necesario, se emplea acero inoxidable o hierro fundido para permitir el manejo de una variedad amplia de fluidos, desde agua a combustibles, productos alimenticios, aguarrás, alcohol, acetona, glicerina, barniz y muchos otros.

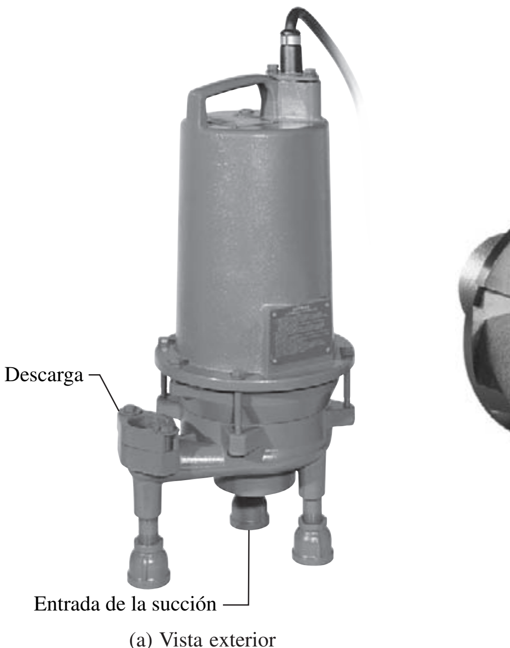
13.6.6 Bombas centrífugas de molino

Cuando es necesario bombear líquidos que contienen una variedad de sólidos, una buena solución es utilizar una bomba con un molino integrado a ella. En la figura 13.18 se ilustra un diseño que se apoya en el fondo de un tanque o cisterna y maneja efluentes del drenaje, lavado de ropa o trastos, u otra clase de agua residual. El molino se halla adjunto al eje impulsor en la entrada de la bomba, de modo que reduce el tamaño de los sólidos antes de que pasen al impulsor y vayan al tubo de descarga para su disposición final. Es frecuente que tales bombas estén equipadas con interruptores de flotación que actúan en forma automática para controlar el nivel del fluido en la cisterna. Consulte el sitio 7 de Internet.

13.7 DATOS DE RENDIMIENTO DE BOMBAS CENTRÍFUGAS

Debido a que las bombas centrífugas no son de los tipos de desplazamiento positivo, existe una dependencia fuerte entre la capacidad y la presión que debe desarrollar la bomba. Esto hace que la medición de su rendimiento sea algo complicada. La curva de rendimiento común grafica la carga total sobre la bomba h_a *versus* la capacidad o descarga Q, como se observa en la figura 13.19. La carga total h_a se calcula con la ecuación general de la energía, según se describió en el capítulo 7. Representa la cantidad de energía que se agrega a una unidad de peso del fluido conforme pasa por la bomba. Consulte también la ecuación (13-1).

Como se ve en la figura 13.10, hay espacios grandes entre el impulsor rotatorio y la carcasa de la bomba. Esto tiene que ver con la disminución de la capacidad con-



(a) Vista exterior

(b) Cortadores del molino

FIGURA 13.18 Bomba centrífuga de molino. (Fuente: Crane Pumps & Systems, Piqua, OH.)

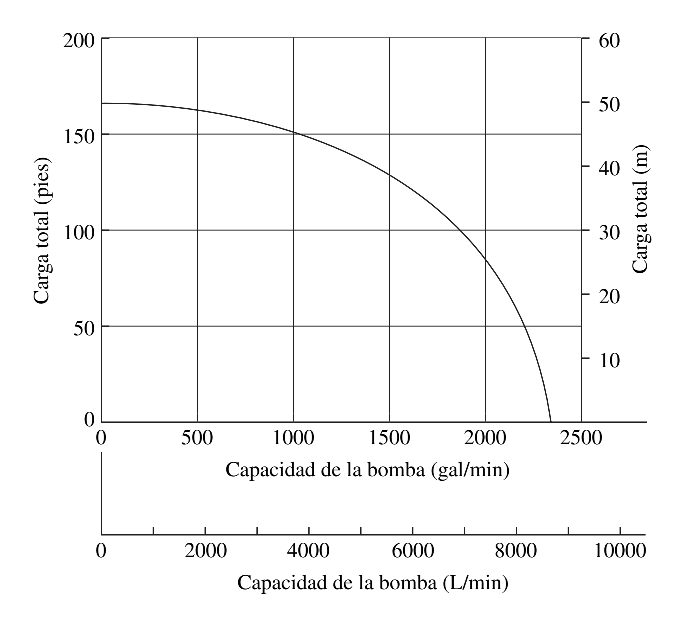


FIGURA 13.19 Curva de rendimiento de una bomba centrífuga —carga total *versus* capacidad.

forme se incrementa la carga total. De hecho, a una carga de corte el flujo se detiene por completo cuando toda la entrada de energía de la bomba va a mantener la carga. Por supuesto, la carga de operación común está muy por debajo de la carga de corte, de modo que se logra una capacidad elevada.

Para operar con éxito una bomba, también son importantes la eficiencia y la potencia requeridas. La figura 13.20 presenta una medición más completa del rendimiento de una bomba, en la que se superpone las curvas de carga, eficiencia y potencia, y se grafica estas tres *versus* la capacidad. La operación normal debe estar en la vecindad del pico de la curva de la eficiencia, con eficiencias que por lo común están en el rango de 60 a 80%, para bombas centrífugas.

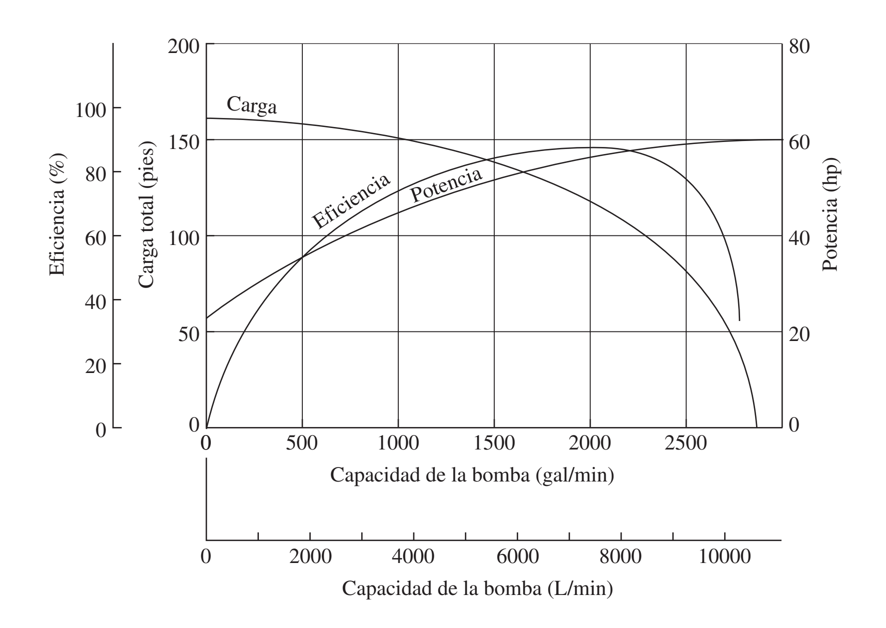


FIGURA 13.20 Curvas de rendimiento de una bomba centrífuga.

13.8 LEYES DE AFINIDAD PARA BOMBAS CENTRÍFUGAS

La mayoría de las bombas centrífugas se operan a velocidades distintas para obtener capacidades variables. Además, una carcasa de bomba de tamaño dado es susceptible de dar acomodo a impulsores de diámetros diferentes. Es importante entender la manera en que varían la capacidad, la carga y la potencia, cuando se modifica la velocidad o el diámetro del impulsor. A continuación se presenta una lista de estas relaciones, denominadas *leyes de afinidad*. El símbolo N se refiere a la velocidad de rotación del impulsor, por lo general en revoluciones por minuto (r/min o rpm).

Cuando la *velocidad varía*:

a. La capacidad varía en forma directa con la velocidad:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{N_1}{N_2} \tag{13–5}$$

b. La capacidad de carga total varía con el cuadrado de la velocidad:

$$\frac{h_{a_1}}{h_{a_2}} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \tag{13–6}$$

c. La potencia que requiere la bomba varía con el cubo de la velocidad:

$$\frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^3 \tag{13–7}$$

Cuando el *diámetro del impulsor varía*:

a. La capacidad varía en forma directa con el diámetro del impulsor:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{D_1}{D_2} \tag{13–8}$$

b. La carga total varía con el cuadrado del diámetro del impulsor:

$$\frac{h_{a_1}}{h_{a_2}} = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2 \tag{13–9}$$

c. La potencia que requiere la bomba varía con el cubo del diámetro del impulsor:

$$\frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^3 \tag{13–10}$$

La eficiencia permanece casi constante para cambios en la velocidad y para cambios pequeños en el diámetro del impulsor. (Consulte el sitio 11 de Internet.)

☐ **PROBLEMA MODELO 13.1**

Suponga que la bomba cuyos datos de rendimiento están graficados en la figura 13.20, operaba a una velocidad de rotación de 1750 rpm, y que el diámetro del impulsor era de 13 pulgadas. En primer lugar, determine la carga que daría lugar a una capacidad de 1500 gal/min, y la potencia que se necesita para impulsar la bomba. Después, calcule el rendimiento para una velocidad de 1250 rpm.

Solución De la figura 13.20, al proyectar hacia arriba desde $Q_1 = 1500$ gal/min, se obtiene

$$\text{Carga total} = 130 \text{ pies} = h_{a_1}$$
$$\text{Potencia requerida} = 50 \text{ hp} = P_1$$

Cuando la velocidad cambia a 1250 rpm, el rendimiento nuevo se calcula por medio de las leyes de afinidad:

$$\text{Capacidad: } Q_2 = Q_1(N_2/N_1) = 1500(1250/1750) = 1071 \text{ gal/min}$$
$$\text{Carga: } H_{a_2} = H_{a_1}(N_2/N_1)^2 = 130(1250/1750)^2 = 66.3 \text{ pies}$$
$$\text{Potencia: } P_2 = P_1(N_2/N_1)^3 = 50(1250/1750)^3 = 18.2 \text{ hp}$$

Observe la disminución significativa de la potencia que se requiere para operar la bomba. Si la capacidad y carga disponibles son adecuadas, se tendrá ahorros grandes en los costos de la energía al modificar la velocidad de operación de una bomba. Consulte también la sección 13.5.1.

■

13.9 DATOS DEL FABRICANTE DE BOMBAS CENTRÍFUGAS

Debido a que es posible utilizar diámetros de impulsor y velocidades distintos, los fabricantes de bombas cubren un rango amplio de requerimientos de capacidad y carga con unos cuantos tamaños básicos de bombas. En la figura 13.21 se muestra una gráfica compuesta de rendimiento de una línea de bombas, la cual permite determinar con rapidez el tamaño de bomba. Después, para cada tamaño, se prepara gráficas más completas del rendimiento, como se muestra a continuación.

13.9.1 Efecto del tamaño del impulsor

En la figura 13.22 se muestra cómo varía el rendimiento de una bomba dada conforme cambia el tamaño del impulsor. La bomba centrífuga de $2 \times 3 - 10$ tiene una conexión de descarga de 2 pulgadas, otra de succión de 3 pulgadas y una carcasa en la que cabe un impulsor de 10 pulgadas de diámetro, o menos. Se presenta las curvas de capacidad *versus* carga para cinco tamaños distintos de impulsor, en la misma carcasa. La velocidad de operación es de 3500 rpm, que corresponde a la velocidad de carga completa de un motor eléctrico de dos polos.

13.9.2 Efecto de la velocidad

En la figura 13.23 se muestra el rendimiento de la misma bomba de $2 \times 3 - 10$, cuando opera a 1750 rpm (velocidad de un motor estándar de cuatro polos), en lugar de 3500

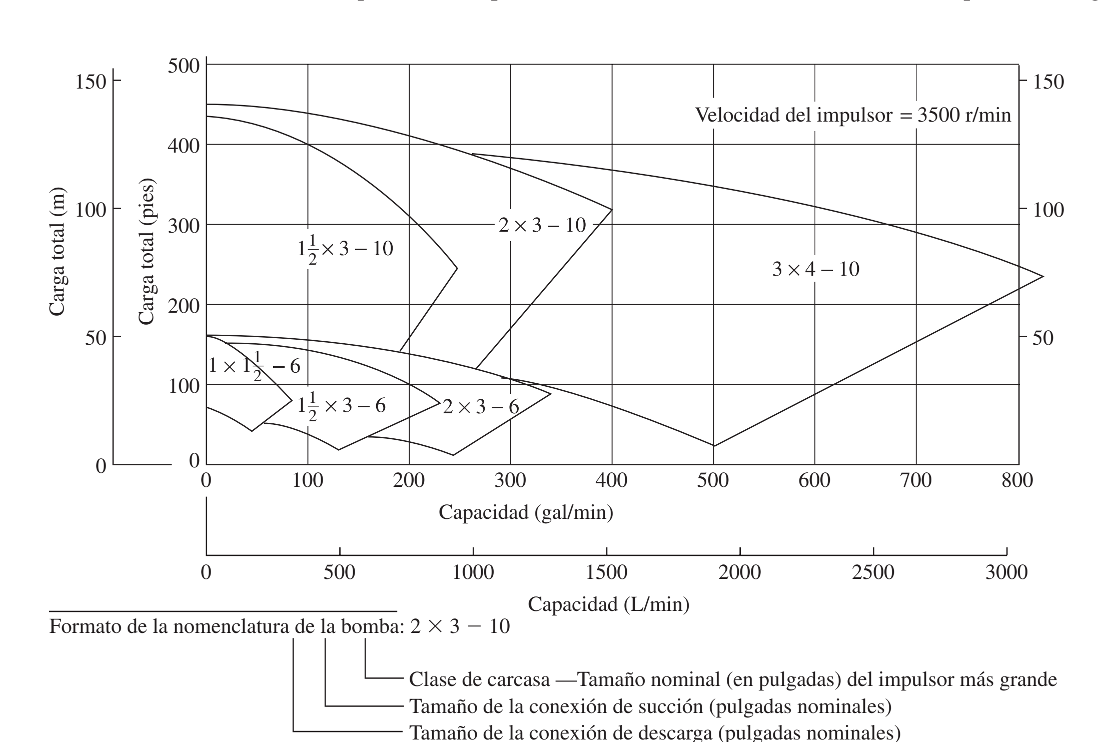


FIGURA 13.21 Gráfica compuesta de rendimiento para una línea de bombas centrífugas.

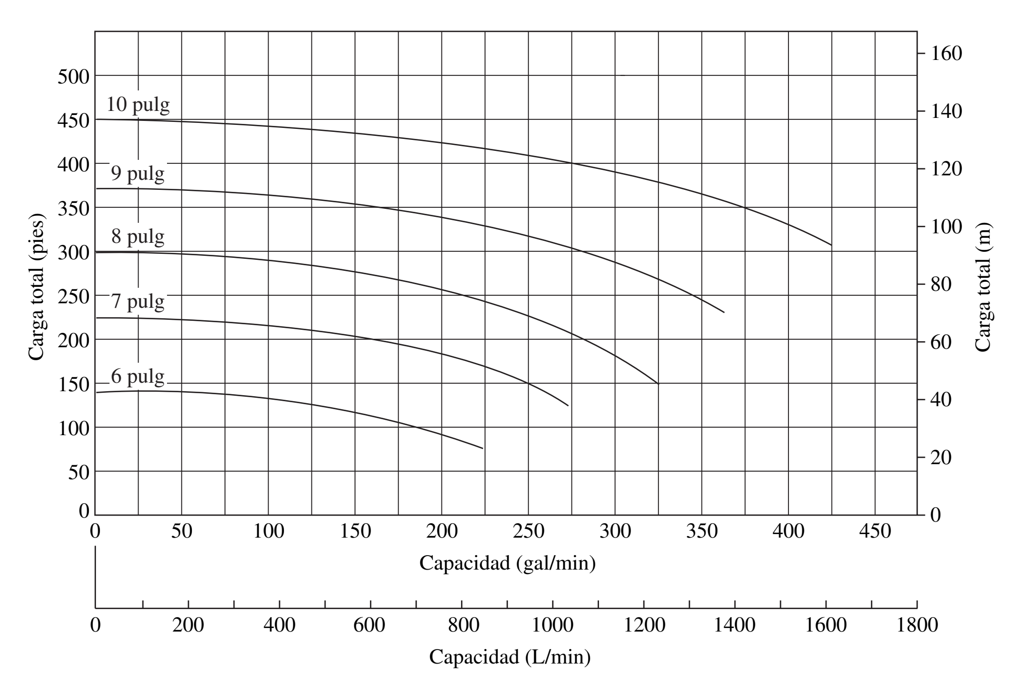
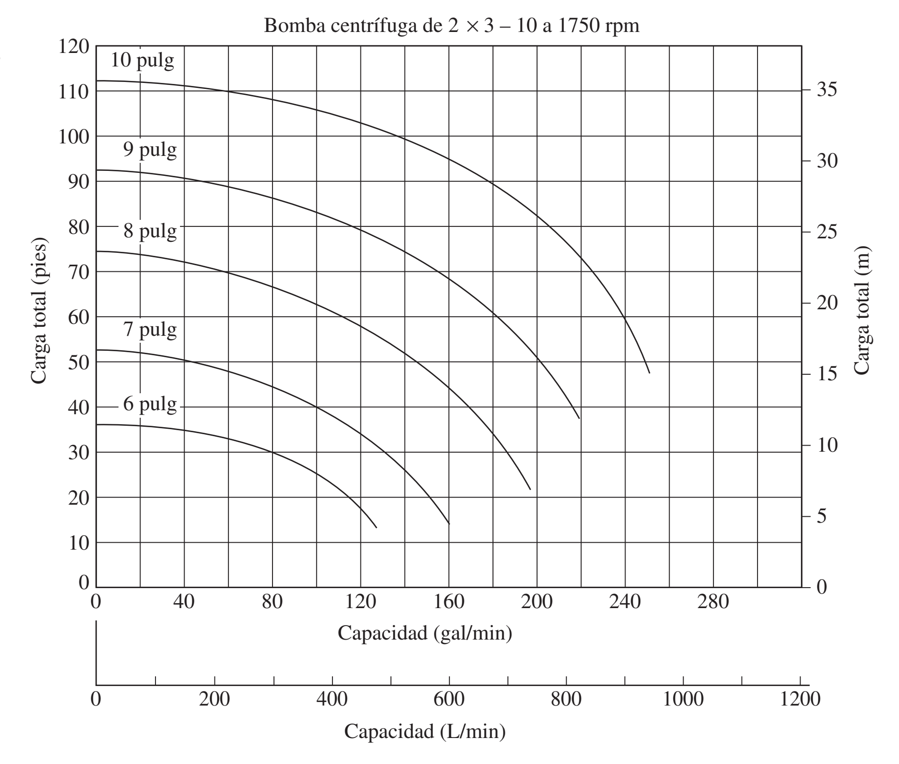


FIGURA 13.22 Ilustración del rendimiento de una bomba para diámetros diferentes del impulsor. Gráfica de rendimiento de una bomba centrífuga de $2 \times 3 - 10$, a 3500 rpm.

FIGURA 13.23 Rendimiento de una bomba centrífuga de $2 \times 3 - 10$, cuando opera a 1750 rpm.



rpm. Si se compara las cargas máximas totales para cada tamaño de impulsor, se ilustra la ley de afinidad; es decir, si se duplica la velocidad, la capacidad de carga total se incrementa en un factor de 4 (el cuadrado de la razón de velocidad). Si se extrapola las curvas hacia abajo, al punto cero de carga total, en el que ocurre la capacidad máxima, se observa que la capacidad se duplica cuando la velocidad se duplica.

13.9.3 Potencia requerida

La figura 13.24 es la misma que la 13.22, sólo que se agregó las curvas que muestran la potencia que se requiere para impulsar la bomba. Por ejemplo, la bomba con un impulsor de 8 pulgadas enviaría 215 gal/min contra una carga total de 250 pies de fluido. En esas condiciones, necesitaría 23 hp. La misma bomba enviaría 280 gal/min a 200 pies, y consumiría 26 hp.

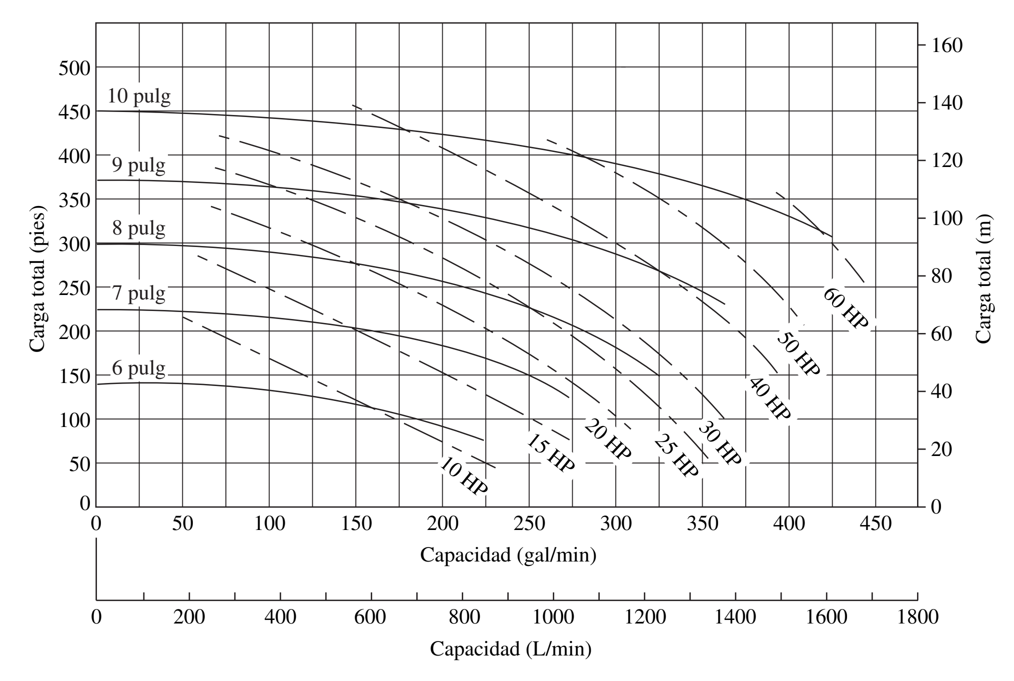


FIGURA 13.24 Ilustración del rendimiento de una bomba para diámetros diferentes del impulsor, con la potencia requerida. Se trata de una gráfica del rendimiento de una bomba centrífuga de $2 \times 3 - 10$, a 3500 rpm.

13.9.4 Eficiencia

La figura 13.25 es la misma que la 13.22, solo que se agregó las curvas de eficiencia constante. La eficiencia máxima para esta bomba es de 57%, aproximadamente. Por supuesto, es deseable operar una bomba cerca de su punto óptimo de eficiencia.

13.9.5 Carga de succión neta positiva que se requiere

Un factor importante por considerar en la aplicación de una bomba es la carga de succión neta positiva que se requiere ($NPSH_R$), como se verá en la sección 13.11. La $NPSH_R$ se relaciona con la presión en la entrada de la bomba. Para este análisis basta con decir que es deseable una $NPSH_R$ baja. Para la bomba de la figura 13.26, el rango es de cerca de 4.5 pies de fluido a capacidades bajas, a más de 12 pies de fluido a capacidades altas.

13.9.6 Gráfica de rendimiento compuesto

La figura 13.27 reúne todos estos datos en una gráfica, de modo que el usuario vea todos los parámetros importantes a la vez. Al principio, la gráfica parece complicada, pero para interpretarla en forma correcta resulta de ayuda considerar cada parte individual por separado.

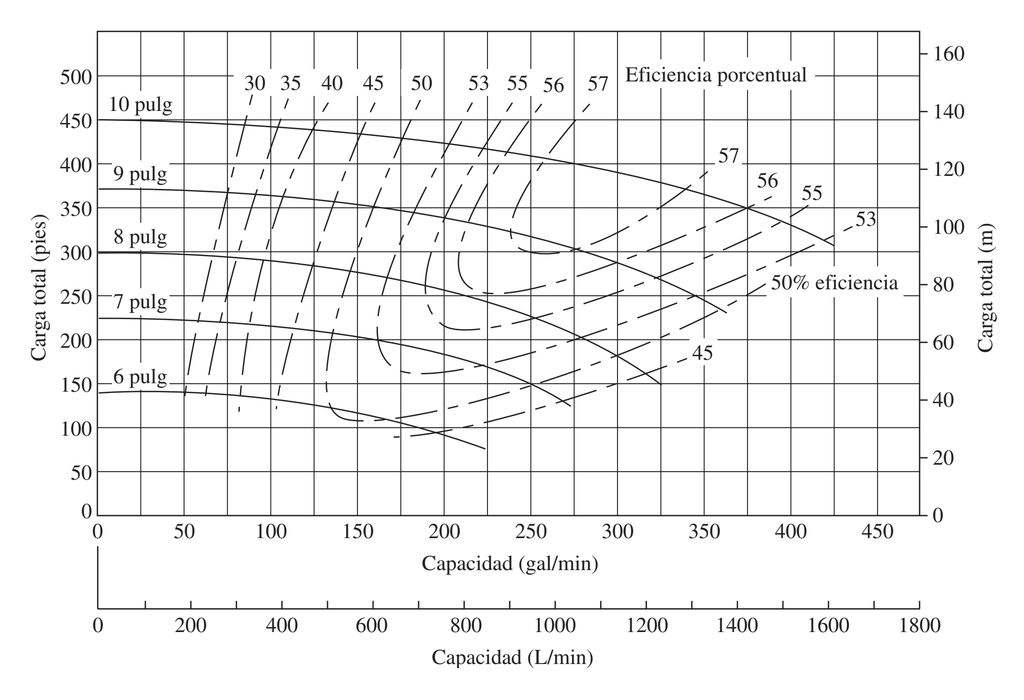


FIGURA 13.25 Ilustración del rendimiento de una bomba para diámetros diferentes del impulsor, con la eficiencia. Es una gráfica del rendimiento de una bomba centrífuga de $2 \times 3 - 10$, a 3500 rpm.

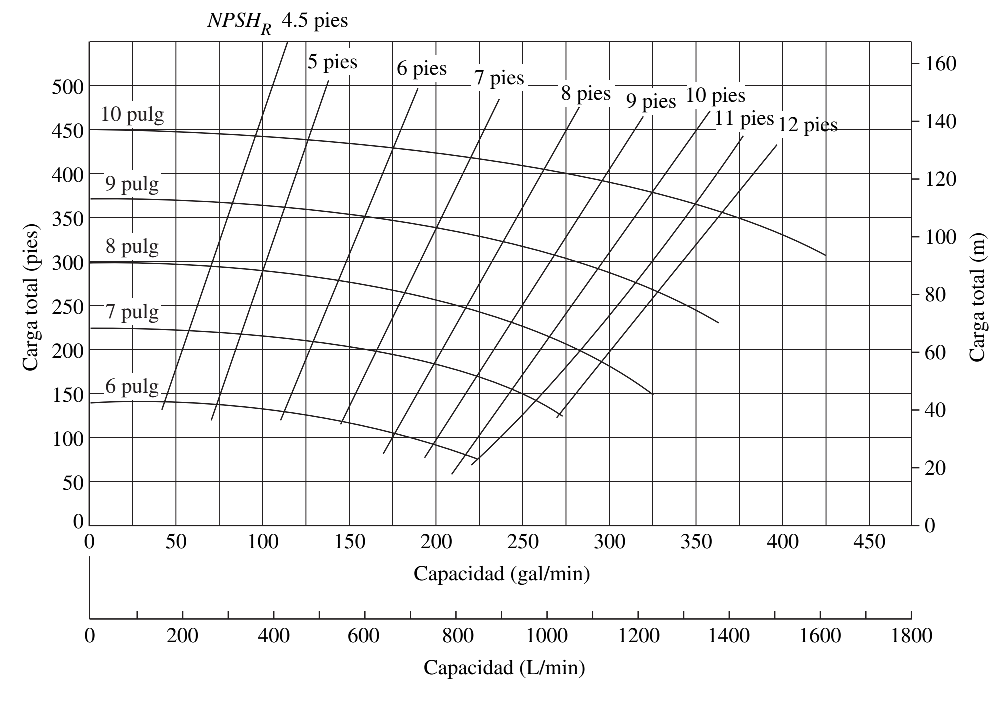


FIGURA 13.26 Ilustración del rendimiento de una bomba para diámetros diferentes del impulsor, con la carga de succión neta positiva que se requiere. Es una gráfica del rendimiento de una bomba centrífuga de $2 \times 3 - 10$, a 3500 rpm.

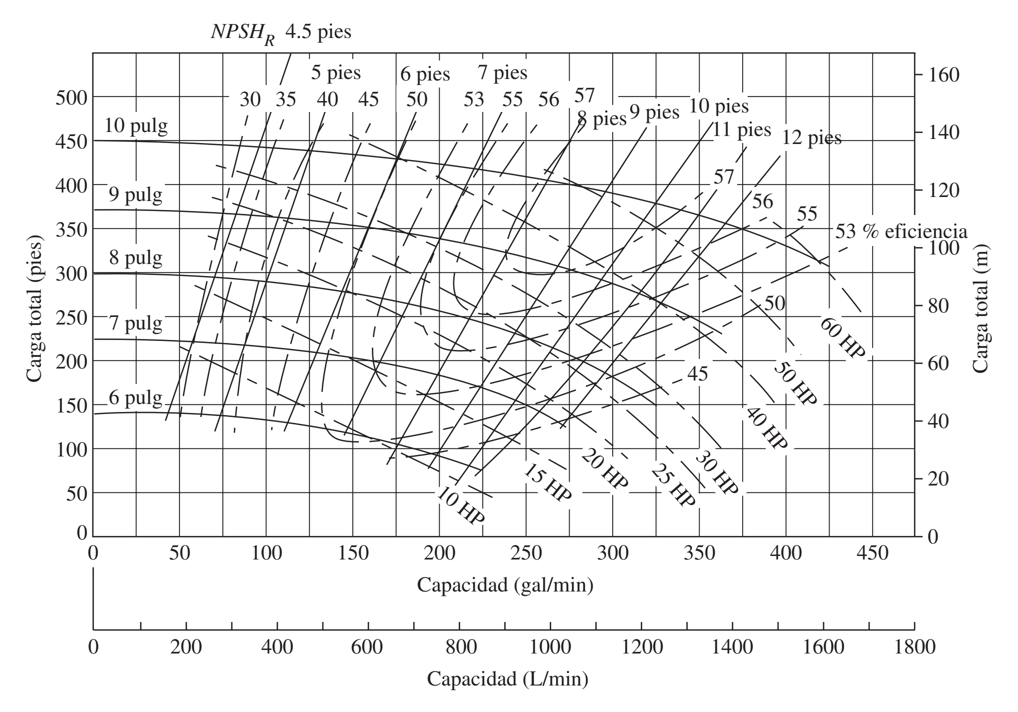


FIGURA 13.27 Gráfica del rendimiento de una bomba compuesta de 2 × 3 − 10, a 3500 rpm. (Fuente: Goulds Pumps Inc., Seneca Falls, NY.)

☐ **PROBLEMA MODELO 13.2** Una bomba centrífuga debe entregar al menos 250 gal/min de agua, a una carga total de 300 pies de agua. Especifique la bomba apropiada. Mencione sus características de rendimiento.

Solución En la figura 13.27 se encuentra una solución posible. La bomba de 2 × 3 − 10 con impulsor de 9 pulgadas distribuye aproximadamente 275 gal/min a 300 pies de carga. En este punto de operación, la eficiencia sería de 57 %, cerca del máximo para este tipo de bomba. Se requeriría alrededor de 37 hp. La $NPSH_R$ en la entrada de succión a la bomba es de 9.2 pies de agua, aproximadamente.

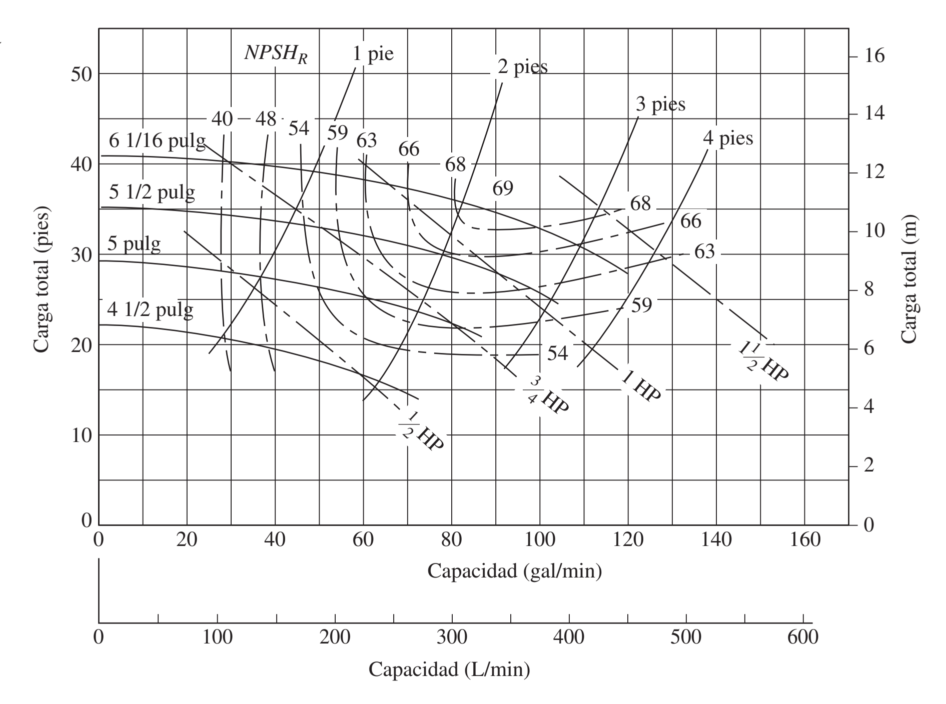
■

13.9.7 Gráficas adicionales de rendimiento

Las figuras 13.28 a 13.33 muestran las gráficas compuestas de rendimiento de otras seis bombas centrífugas de tamaño medio. Varían de 1½ × 3 − 6 a 6 × 8 − 17. Las capacidades máximas van de 130 gal/min (492 L/min) a 4000 gal/min (15 140 L/min), aproximadamente. Con las bombas de estas figuras es posible desarrollar una carga total de hasta 700 pies (213 m) de fluido. Observe que las figuras 13.28 a 13.31 son para las bombas que operan a 1750 rpm, aproximadamente, y las figuras 13.32 y 13.33 son para 3560 rpm.

Las figuras 13.34 y 13.35 ilustran dos curvas de rendimiento adicionales para bombas centrífugas más pequeñas. Debido a que por lo general se vende estas bombas con un impulsor de cierto tamaño, la manera de obtener los parámetros de rendimiento es algo diferente. Se da curvas completas para la carga total, eficiencia, potencia de entrada requerida y $NPSH_R$ que se necesita, *versus* la capacidad de la bomba. Cada bomba enviaría 19 gal/min, aproximadamente, en su punto máximo de eficiencia, pero la bomba de la figura 13.34 tiene un impulsor de diámetro más pequeño que da una capacidad de carga total de 32 pies a 19 gal/min, mientras que la bomba de la figura 13.35, más grande, tiene una capacidad de carga total de 43 pies a la misma capacidad.

FIGURA 13.28 Rendimiento de una bomba centrífuga de 1½ × 3 − 6, a 1750 rpm. (Fuente: Goulds Pumps, Inc., Seneca Falls, NY.)



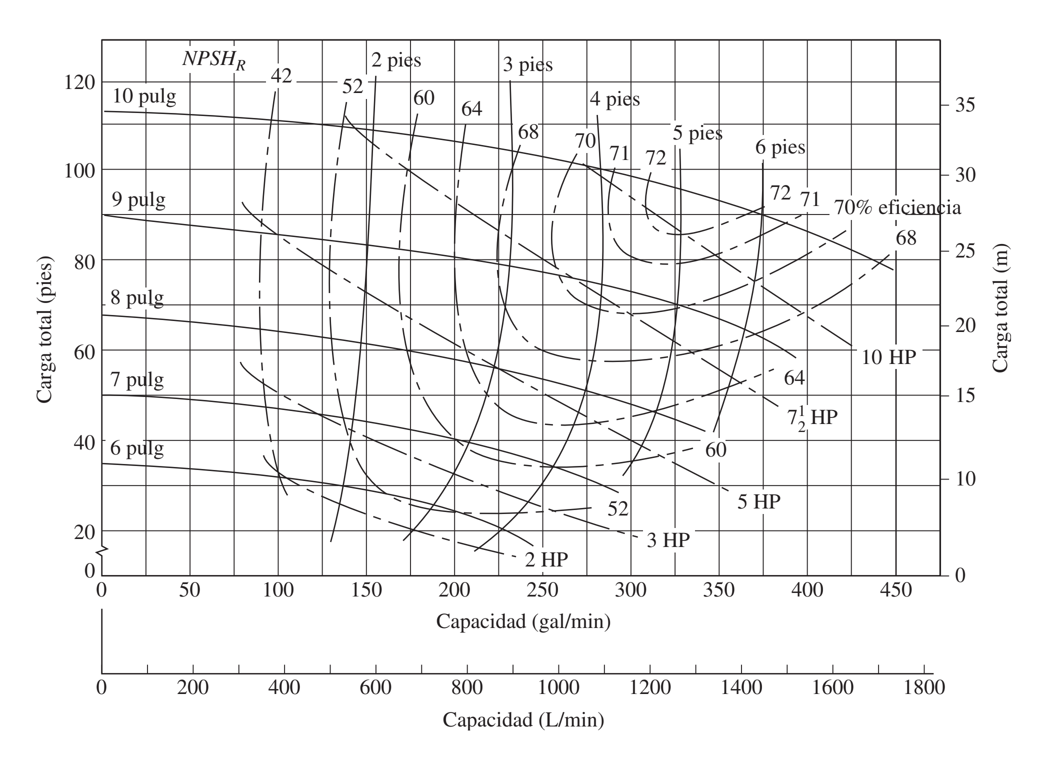


FIGURA 13.29 Rendimiento de una bomba centrífuga de 3 × 4 − 10, a 1750 rpm. (Fuente: Goulds Pumps, Inc., Seneca Falls, NY.)

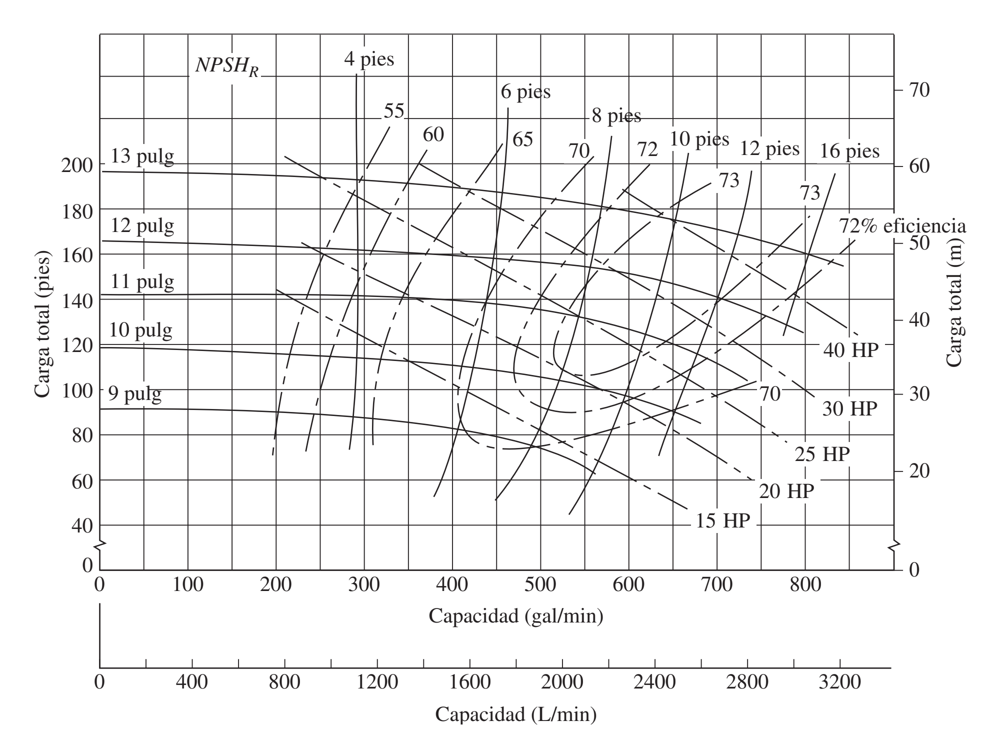


FIGURA 13.30 Rendimiento de una bomba centrífuga de 3 × 4 − 13, a 1780 rpm. (Fuente: Goulds Pumps, Inc., Seneca Falls, NY.)

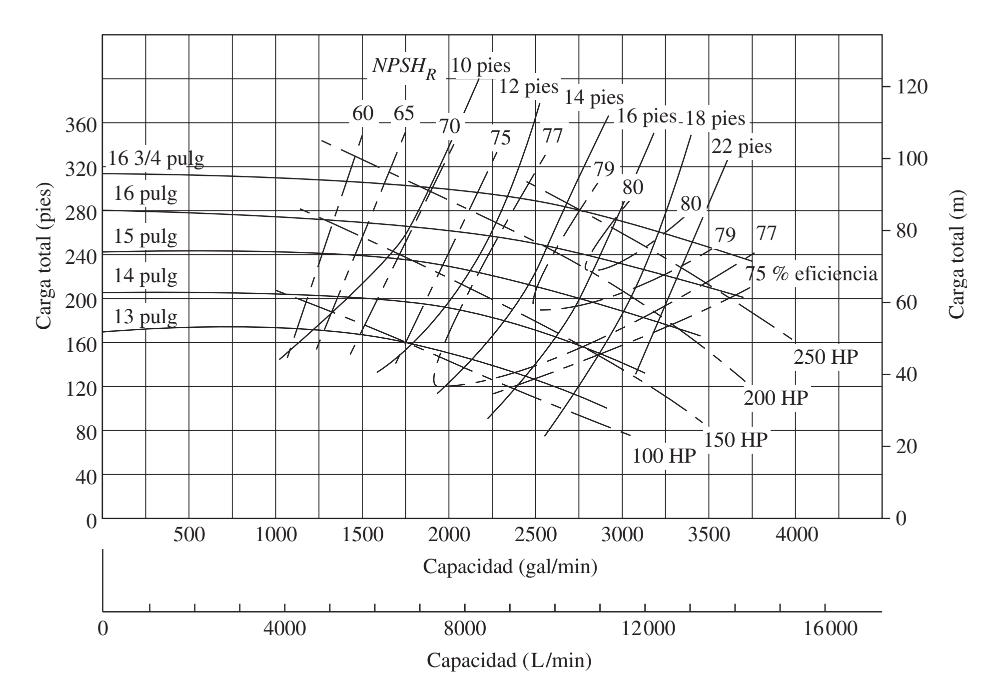


FIGURA 13.31 Rendimiento de una bomba centrífuga de 6 × 8 − 17, a 1780 rpm. (Fuente: Goulds Pumps, Inc., Seneca Falls, NY.)

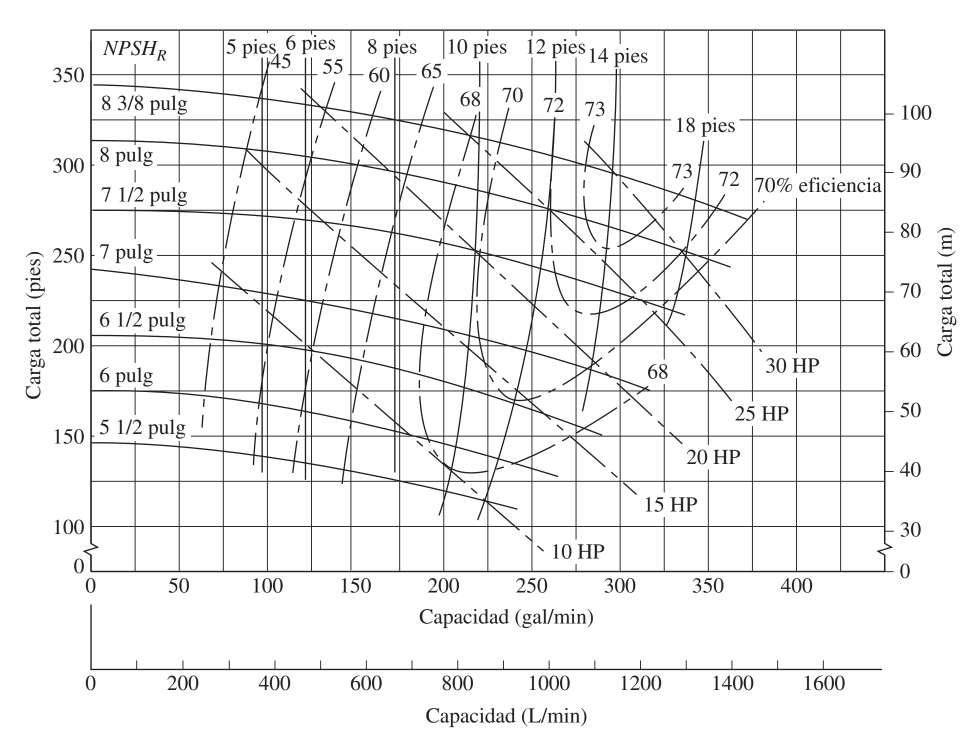


FIGURA 13.32 Rendimiento de una bomba centrífuga de 2 × 3 − 8, a 3560 rpm. (Fuente: Goulds Pumps, Inc., Seneca Falls, NY.)

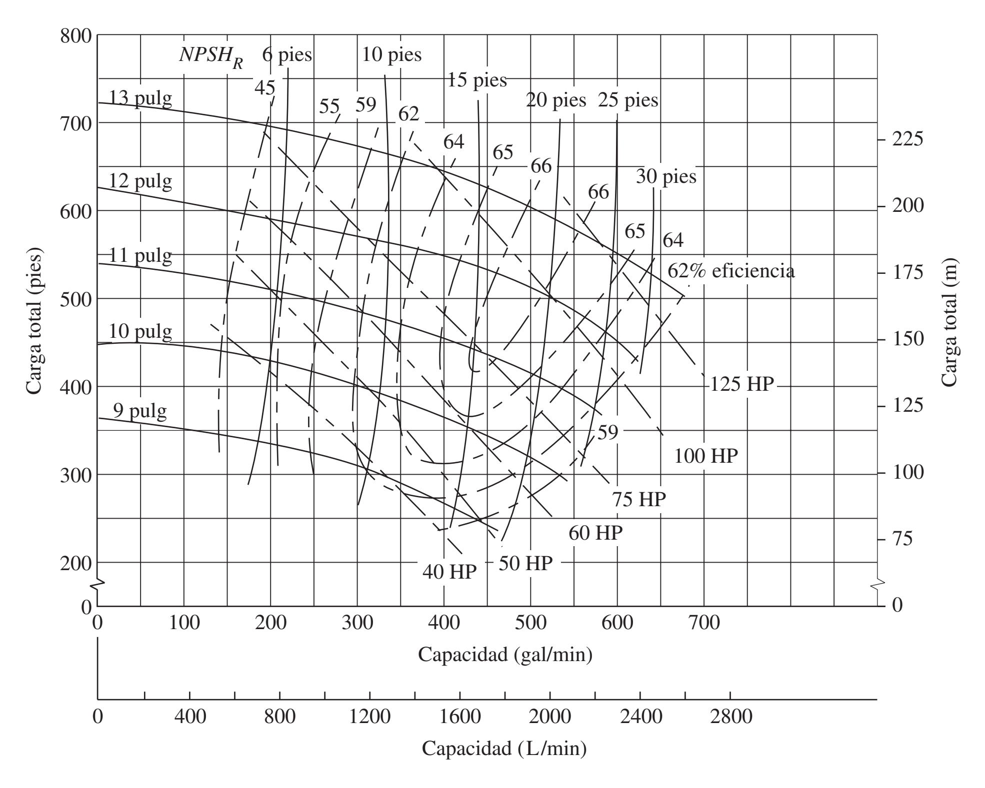


FIGURA 13.33 Rendimiento de una bomba centrífuga de 1½ × 3 − 13, a 3560 rpm. (Fuente: Goulds Pumps, Inc., Seneca Falls, NY.)

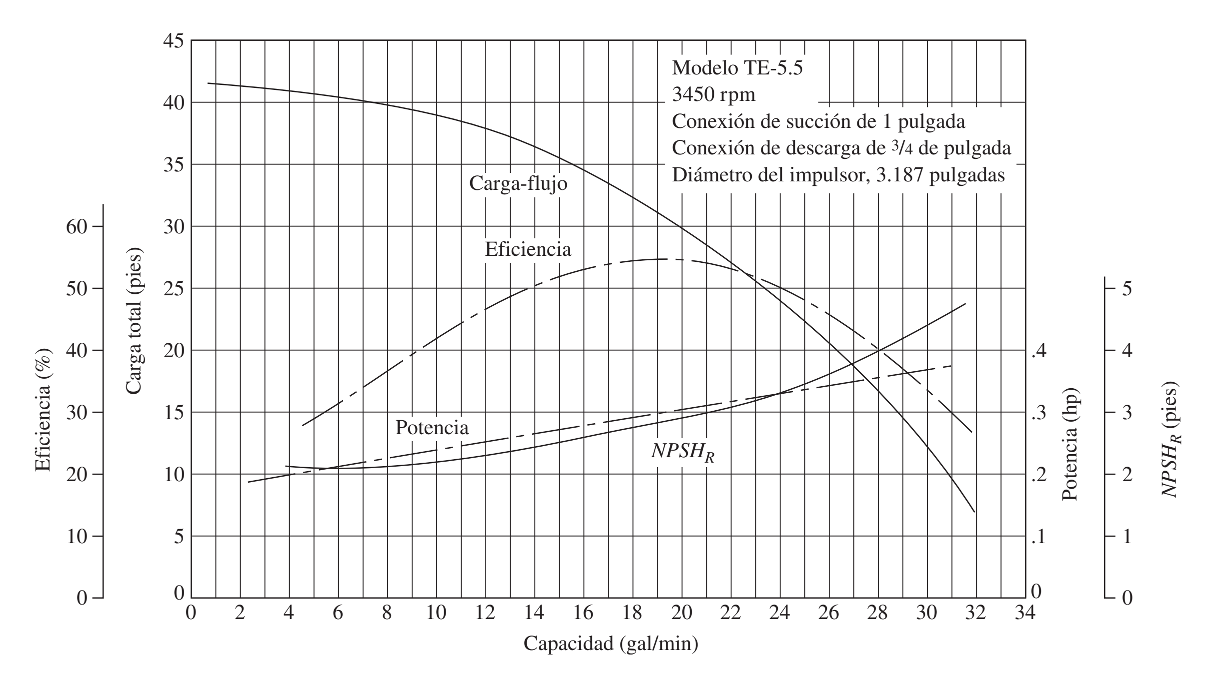


FIGURA 13.34 Bomba centrífuga modelo TE-5.5. (Fuente: March Manufacturing, Inc., Glenview, IL.)

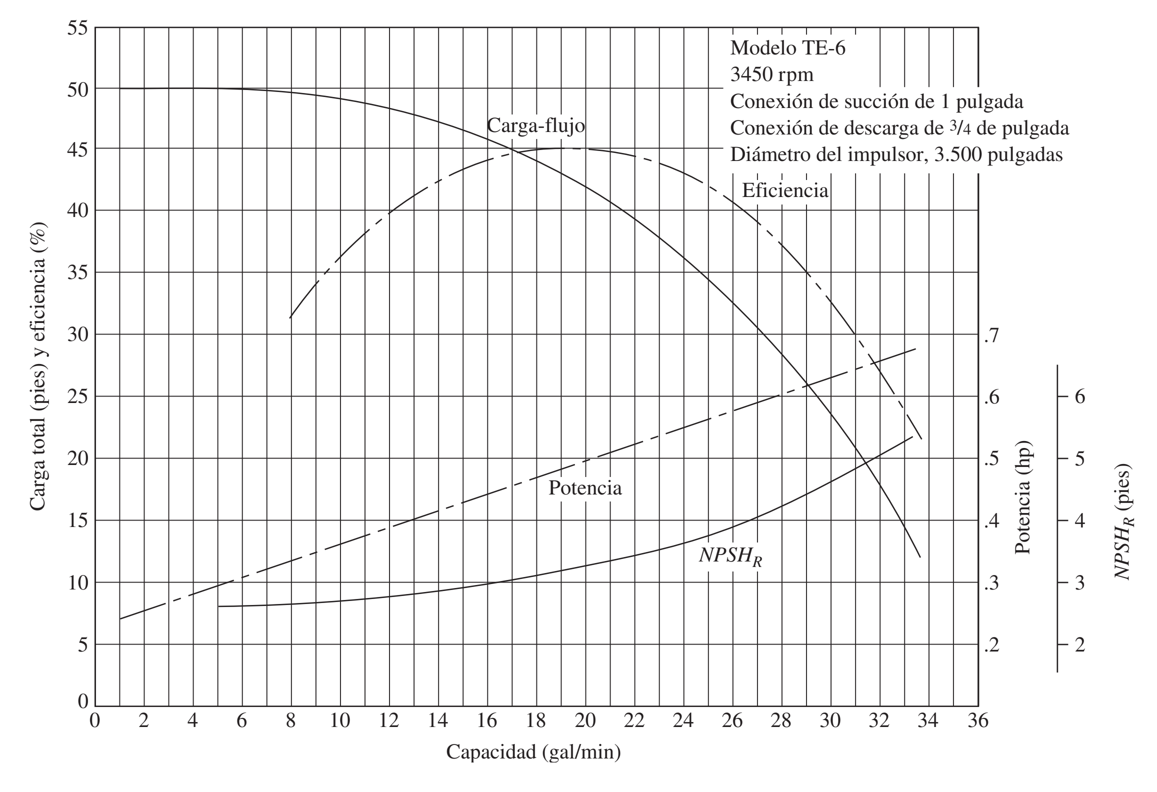


FIGURA 13.35 Bomba centrífuga modelo TE-6. (Fuente: March Manufacturing, Inc., Glenview, IL.)

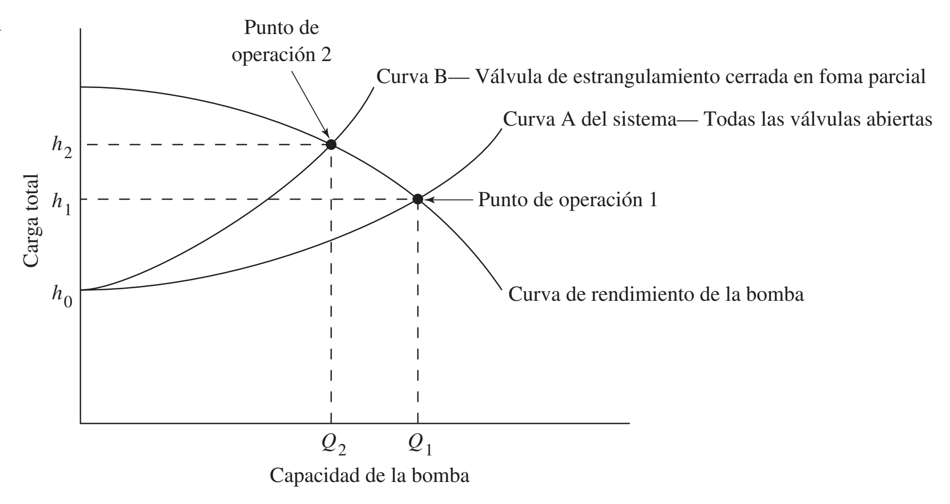
Es necesario que desarrolle la capacidad de interpretar los datos de rendimiento a partir de estas gráficas, de modo que pueda especificar una bomba apropiada para una aplicación dada. Al final de este capítulo se describe varios proyectos de diseño que piden se especifique una bomba que distribuya un flujo volumétrico en particular a una carga dada, con objeto de satisfacer las demandas de un sistema específico.

En los sitios de Internet 2, 5, 6, 7, 9, 11 y 13, se ofrece curvas de rendimiento en línea de muchos tipos y tamaños de bombas centrífugas. Algunos permiten la búsqueda de bombas apropiadas cuando se introduce la carga total y la capacidad que se desea. Consulte también el sitio 1 de Internet en el capítulo 12, y el software PumpBase de Tahoe Design Software que se incluye en este libro. Este software le permite que identifique varias selecciones posibles de bombas centrífugas para problemas de diseño. Otros paquetes de software que se mencionan en los sitios de Internet del capítulo 12, también incluyen la capacidad de seleccionar bombas.

13.10 EL PUNTO DE OPERACIÓN DE UNA BOMBA Y LA SELECCIÓN DE ÉSTA

El punto de operación de una bomba se define como el flujo volumétrico que enviará cuando se instale en un sistema dado. La carga total que desarrolla la bomba se determina por medio de la resistencia del sistema que corresponde a la misma del flujo volumétrico. La figura 13.36 ilustra este concepto. La curva de rendimiento de la bomba es la gráfica del flujo volumétrico que la bomba distribuye como función de la carga total, y a la que está sujeta por el sistema del que forma parte. Tales curvas son los elementos básicos de las figuras 13.27 a 13.35.

FIGURA 13.36 Punto de operación de una bomba.



Ahora observe la *curva A del sistema*, en la figura 13.36. Ésta es una gráfica de la resistencia que exhibe un sistema dado con todas sus válvulas abiertas por completo. A continuación se analizará la forma de esta curva. En el extremo izquierdo, la curva comienza con un valor específico de carga total correspondiente a un flujo volumétrico igual a cero. Esto ilustra la resistencia del sistema antes que se establezca flujo alguno. Pero la bomba lleva el fluido a la elevación del punto de destino en el sistema y mantiene la presión en dicho lugar. Este punto se denomina *carga estática total* h_0, donde

CARGA ESTÁTICA TOTAL

$$h_0 = (p_2 - p_1)/\gamma + (z_2 - z_1) \quad (13\text{–}11)$$

Ésta se obtiene de la ecuación de la energía, y prescribe que la bomba debe desarrollar una carga igual a la diferencia de carga de presión entre los dos puntos de referencia, más la diferencia de carga de elevación antes que se envíe algún flujo.

Pero la bomba es capaz de trabajar contra una carga mayor, y de hecho cuando distribuye fluido al sistema. Tan pronto como el fluido comienza a circular a través de los tubos, válvulas y acoplamientos del sistema, se desarrolla más carga, debido a las

pérdidas de energía que ocurren. Hay que recordar que las pérdidas de energía son proporcionales a la carga de presión en los tubos y, por tanto, aumentan de acuerdo con el cuadrado del flujo volumétrico. Esto tiene que ver con la forma de la curva (exponencial) sistema.

Conforme el flujo se incrementa con su aumento correspondiente en carga total, la curva del sistema interseca eventualmente la curva de rendimiento de la bomba.

El punto de operación verdadero de la bomba de este sistema es donde se interseca la curva de éste con la curva de rendimiento de la bomba.

Esto determina cuánto flujo se envía en realidad hacia el sistema. Una vez que se activa, la bomba buscará en forma automática este punto de operación. Así, cuando opera en este punto, la bomba envía un flujo volumétrico Q_1 contra una carga total h_1.

Pero suponga que en realidad quisiera enviar un flujo volumétrico más bajo, Q_2. Una forma de lograrlo con esta bomba en particular sería incrementar la resistencia (carga total) sobre la bomba, lo que haría que el punto de operación retrocediera a la izquierda a lo largo de la curva de rendimiento de aquélla. Esto podría hacerse con el cierre parcial de una válvula en la línea de descarga, proceso que se denomina *estrangulamiento.* La resistencia incrementada cambiaría la curva del sistema por aquélla con la leyenda *Curva B,* y el nuevo punto de operación 2 resultaría en el envío del flujo volumétrico deseado Q_2 a la carga total nueva h_2.

Debe entenderse que en general no es deseable el estrangulamiento porque se desperdicia virtualmente la energía que representa la diferencia entre las cargas totales en los puntos 1 y 2. Debe especificar con cuidado una bomba que tenga el punto de operación que se desea muy cerca de la curva de la bomba, sin tener que hacer un estrangulamiento. Si el sistema debe operarse a tasas de flujo diferentes, es más deseable utilizar un impulso de velocidad variable, como se estudia más adelante en este capítulo.

13.11 CARGA DE SUCCIÓN NETA POSITIVA

Una parte importante del proceso de selección de la bomba es garantizar que la condición del fluido que entra a la bomba sea la apropiada para mantener un flujo completo de líquido. El factor principal es la presión del fluido en la entrada de la bomba, al que es común llamar puerto de succión. El diseño del sistema de tubería de la succión debe proporcionar una presión suficientemente alta para evitar que se desarrollen burbujas de vapor dentro del fluido en movimiento, condición que recibe el nombre de *cavitación*. Es responsabilidad del diseñador garantizar que no haya cavitación. La tendencia a la formación de burbujas de vapor depende de la naturaleza del fluido, su temperatura y la presión en la succión. En esta sección se estudia estos factores.

Cavitación

Cuando la presión de succión en la entrada de la bomba es demasiado baja, se forman burbujas en el fluido, como si hirviera. Coloque una cacerola con agua en una estufa para que observe su comportamiento conforme la temperatura se eleva. En cierto punto, en el fondo de la cacerola se formará unas cuantas burbujas pequeñas de vapor de agua. Al aumentar el calentamiento se forman más burbujas, llegan a la superficie, escapan de la superficie del líquido y se difunden en el aire circundante. Por último, el agua hierve con una vaporización rápida y continua. Si se está a altitud baja, el agua en la cacerola abierta está a presión atmosférica, aproximadamente a 101 kPa o 14.7 psi, y la temperatura del agua es de cerca de 100 °C o 212 °F.

Sin embargo, a altitudes mayores la presión atmosférica es más baja y en consecuencia la temperatura de ebullición también lo es. Por ejemplo, en la tabla E.3 (propiedades de la atmósfera), se muestra que la presión atmosférica a 5000 pies (1524 m) sólo es de 12.2 psi (84.3 kPa). Ésta es la elevación aproximada de Denver, Colorado, a la que es frecuente llamar la ciudad de una milla de altitud. Ahí, el agua hierve a 94 °C o 201 °F, aproximadamente.

Relacione este simple experimento con las condiciones en la entrada de una bomba. Si ésta debe tomar fluido desde abajo o si hay pérdidas de energía excesivas en la línea de succión, la presión en la bomba sería suficientemente baja como para hacer que se formara burbujas de vapor en el fluido. Ahora, considere lo que pasa al fluido cuando inicia su camino a través de la bomba. Consulte la figura 13.10, que ilustra el diseño de una bomba centrífuga radial.

El fluido entra a la bomba por el puerto de succión en el ojo central del impulsor. La rotación de éste acelera el líquido hacia fuera, a lo largo de las aspas en dirección de la carcasa, en lo que se llama una voluta. La presión del fluido continúa su elevación a través de este proceso. Si se hubieran formado burbujas de vapor en el puerto de succión debido a una presión baja en exceso, colapsarían cuando llegaran a las zonas de presión más alta. El colapso de las burbujas liberaría cantidades grandes de energía, lo que afectaría las aspas del impulsor y ocasionaría la erosión rápida de su superficie.

Cuando hay cavitación, el rendimiento de la bomba se degrada con severidad conforme el flujo volumétrico desciende. La bomba se hace ruidosa y genera un sonido fuerte e intermitente, como si hubiera grava en el fluido. Si se permitiera que esto continuara, la bomba se destruiría en poco tiempo. Debe apagarse rápido e identificar la causa de la cavitación para corregirla antes de reiniciar la operación.

Presión de vapor

La propiedad del fluido que determina las condiciones en que se forma burbujas de vapor en un fluido, es la *presión de vapor* p_{vp}, que es común reportar como presión absoluta en kPa o psia. Cuando en una sustancia existe en equilibrio en forma tanto de vapor como de líquido, hay un balance del vapor que sale del líquido debido a la energía térmica y la condensación de vapor en el líquido, provocado a su vez por las fuerzas de atracción entre las moléculas. En estas condiciones, la presión del líquido se denomina presión de vapor. Un líquido recibe el calificativo de *volátil* si tiene una presión de vapor relativamente alta y se evapora con rapidez en las condiciones del ambiente. La siguiente es una lista de seis líquidos familiares, en orden creciente de volatilidad: agua, tetracloruro de carbono, acetona, gasolina, amoniaco y propano.

La ASTM International estableció varios estándares para medir la presión de vapor de clases diferentes de fluidos:

ASTM D5191 Standard Test Method for Vapor Pressure of Petroleum Products (Mini Method); se utiliza para líquidos volátiles derivados del petróleo, con presión de vapor de entre 7 y 130 kPa (1.0 y 18.6 psia) a 37.8 °C (100 °F).

ASTM D323 Standard Test Method for Vapor Pressure of Petroleum Products (Reid Method); se emplea para gasolina, petróleo crudo volátil y otros derivados de este también volátil con presión de vapor inferior a 180 kPa (26 psia) a 37.8 °C (100 °F).

ASTM D4953 Standard Test Method for Vapor Pressure of Gasoline and Gasoline-Oxigenate Blends (Dry Method); se usa para mezclas de gasolina y gasolina oxigenada, con presión de vapor que varía entre 35 y 100 kPa (5 a 15 psia) a 37.8 °C (100 °F).

ASTM D323 Standard Test Method for Vapor Pressure of Liquefied Petroleum (LP) Gases (LP-Gas Method).

En el análisis de la *carga de succión neta positiva* que se presenta a continuación, es pertinente emplear la *carga de presión de vapor* h_{vp} en vez de la presión de vapor básica p_{vp}, donde

$$h_{vp} = p_{vp}/\gamma = \text{Carga de presión de vapor del líquido, en metros o pies}$$

TABLA 13.2. Presión de vapor y carga de presión de vapor del agua.

Temperatura °C	Presión de vapor kPa (abs)	Peso específico (kN/m³)	Carga de presión de vapor (m)
0	0.6105	9.806	0.06226
5	0.8722	9.807	0.08894
10	1.228	9.804	0.1253
20	2.338	9.789	0.2388
30	4.243	9.765	0.4345
40	7.376	9.731	0.7580
50	12.33	9.690	1.272
60	19.92	9.642	2.066
70	31.16	9.589	3.250
80	47.34	9.530	4.967
90	70.10	9.467	7.405
100	101.3	9.399	10.78

Temperatura °F	Presión de vapor (psia)	Peso específico (lb/pie³)	Carga de presión de vapor (pie)
32	0.08854	62.42	0.2043
40	0.1217	62.43	0.2807
50	0.1781	62.41	0.4109
60	0.2563	62.37	0.5917
70	0.3631	62.30	0.8393
80	0.5069	62.22	1.173
90	0.6979	62.11	1.618
100	0.9493	62.00	2.205
120	1.692	61.71	3.948
140	2.888	61.38	6.775
160	4.736	61.00	11.18
180	7.507	61.58	17.55
200	11.52	60.12	27.59
212	14.69	59.83	35.36

La presión de vapor a cualquier temperatura debe dividirse entre el peso específico del líquido a dicha temperatura.

La carga de presión de vapor de cualquier líquido aumenta con rapidez con el incremento de temperatura. La tabla 13.2 presenta una lista de los valores de la presión de vapor y la carga de presión de vapor del agua. La figura 13.37 muestra gráficas de la carga de presión de vapor *versus* la temperatura, en unidades tanto del SI como del Sistema Inglés, para cuatro fluidos diferentes: agua, tetracloruro de carbono, gasolina y propano. El bombeo de estos fluidos a temperaturas elevadas requiere estudio cuidadoso de la *NPSH*.

NPSH

Los fabricantes de bombas prueban cada diseño para determinar el nivel de la presión de succión que se requiere, con el fin de evitar la cavitación, y reportan los resultados como la *carga de succión positiva neta requerida*, $NPSH_R$, de la bomba en cada condición de capacidad de operación (flujo volumétrico) y carga total sobre la bomba. Es responsabilidad del diseñador del sistema de bombeo garantizar que la *carga de succión neta positiva disponible*, $NPSH_A$, esté muy por arriba de la $NPSH_R$.

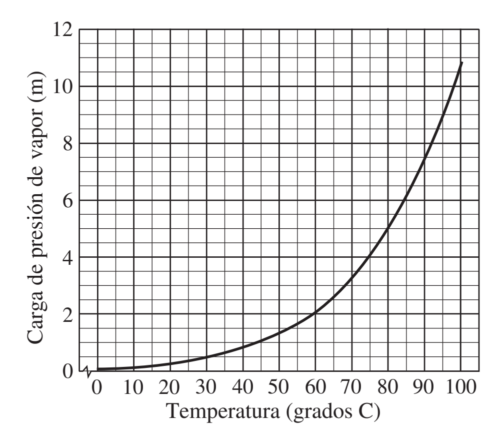
El American National Standards Institute (ANSI) y el Hydraulic Institute (HI) emiten juntos estándares que especifican un margen mínimo de 10% para la $NPSH_A$ sobre la $NPSH_R$. Al *margen NPSH*, *M*, se le define como

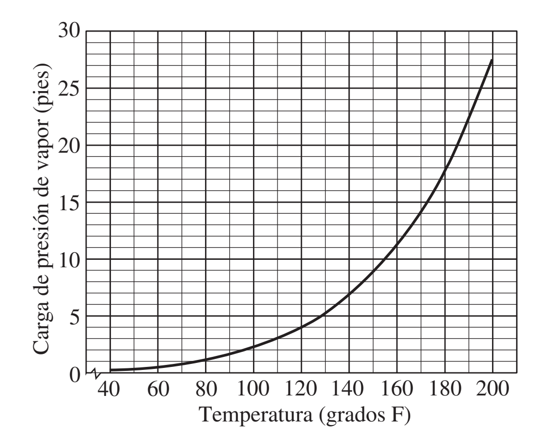
$$M = NPSH_A - NPSH_R \tag{13–12}$$

En ciertas aplicaciones críticas como el control de inundaciones, ductos y servicio de generación de energía, se espera márgenes más elevados, de hasta 100%. Algunos diseñadores solicitan un margen de 5.0 pies para sistemas de bombeo grandes. Consulte el ANSI/HI 9.6.1, *Standard for Centrifugal and Vertical Pumps for NPSH Margin.*

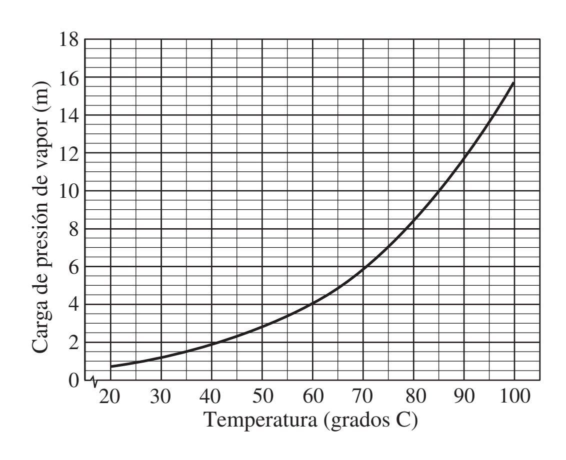
En los problemas de diseño de este libro se pide un margen mínimo de 10%. Es decir,

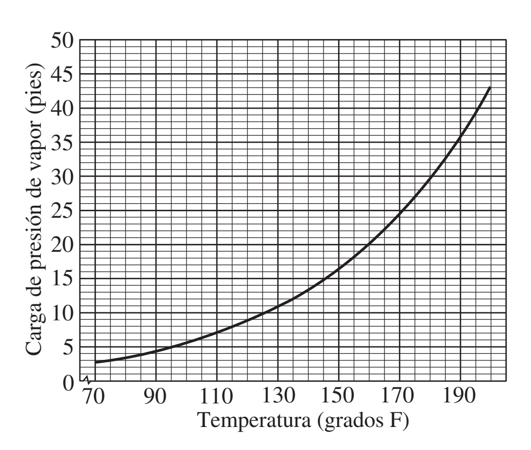
$$NPSH_A > 1.10\ NPSH_R \tag{13–13}$$





(a) Agua





(b) Tetracloruro de carbono

FIGURA 13.37 Presión de vapor *versus* temperatura para líquidos comunes. Los datos para gasolina son aproximados, debido a que hay muchas fórmulas diferentes que tienen volatilidad muy variable para la operación de vehículos en climas y altitudes diferentes.

Cálculo de la $NPSH_A$

El valor de la $NPSH_A$ depende de la presión del vapor del fluido que se bombea, las pérdidas de energía en el tubo de succión, la ubicación del almacenamiento de fluido y la presión que se aplica a éste. Esto se expresa como

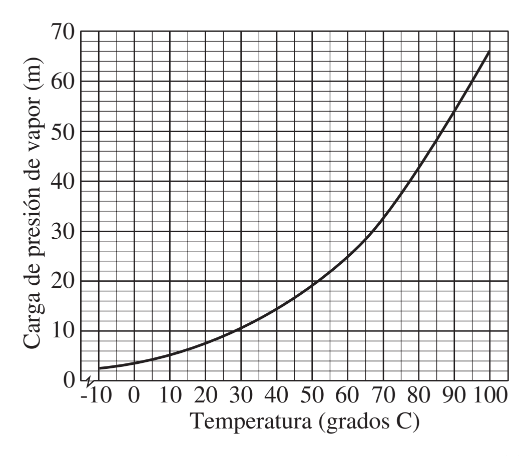
$$NPSH_A = h_{sp} \pm h_s - h_f - h_{vp} \qquad \text{(13–14)}$$

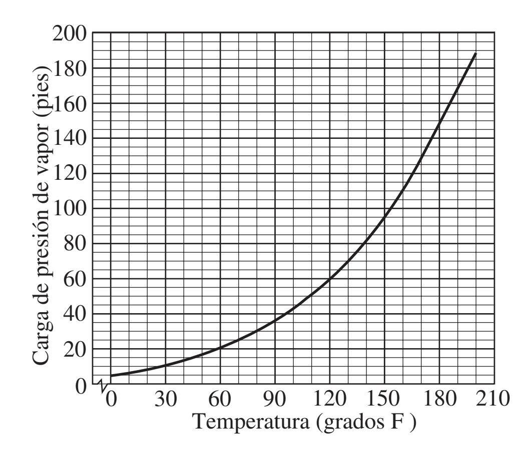
En la figura 13.38 se ilustran estos términos y se define a continuación. La figura 13.38(a) incluye un almacenamiento presurizado colocado sobre la bomba. En la parte (b) de la figura se muestra la bomba que impulsa el fluido desde un almacenamiento abierto que se encuentra debajo de ella.

p_{sp} = Presión estática (absoluta) sobre el fluido en el depósito

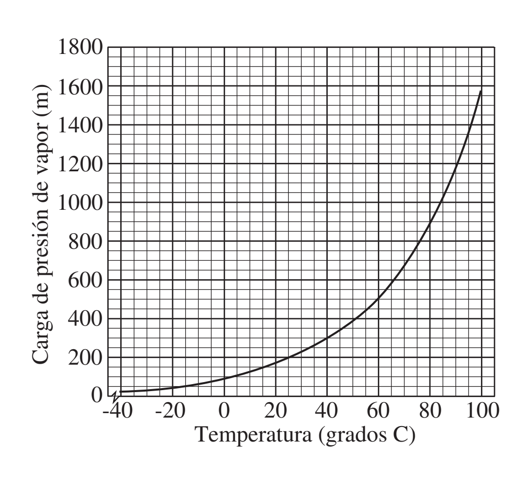
h_{sp} = Carga de presión estática (absoluta) sobre el fluido en el almacenamiento; se expresa en metros o en pies de líquido; $h_{sp} = p_{sp}/\gamma$

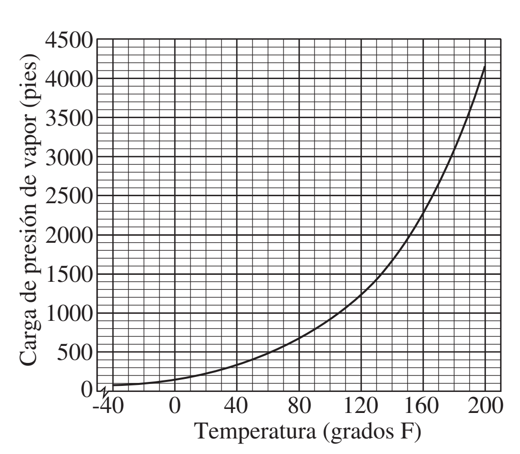
h_s = Diferencia de elevación desde el nivel del fluido en el depósito a la línea central de la entrada de succión de la bomba; se expresa en metros o en pies





(c) Gasolina*





(d) Propano

FIGURA 13.37 (*continúa*)

Si la bomba está abajo del depósito, h_s es positiva [preferida; figura 13.38(a)]

Si la bomba está arriba del depósito, h_s es negativa [figura 13.38(b)]

h_f = Pérdida de carga en la tubería de succión, debido a la fricción y pérdidas menores; se expresa en metros o en pies

p_{vp} = Presión de vapor (absoluta) del líquido a la temperatura a que se bombea

h_{vp} = Carga de presión de vapor del líquido a la temperatura de bombeo; se expresa en metros o en pies de líquido; $h_{vp} = p_{vp}/\gamma$

Observe que la ecuación (13-14) no incluye los términos que representan las cargas de velocidad en el sistema. Se supone que la velocidad en el depósito fuente está muy cerca de cero porque es muy grande en relación con la tubería. La carga de velocidad en la tubería de succión se incluyó en la obtención de la ecuación, pero se canceló.

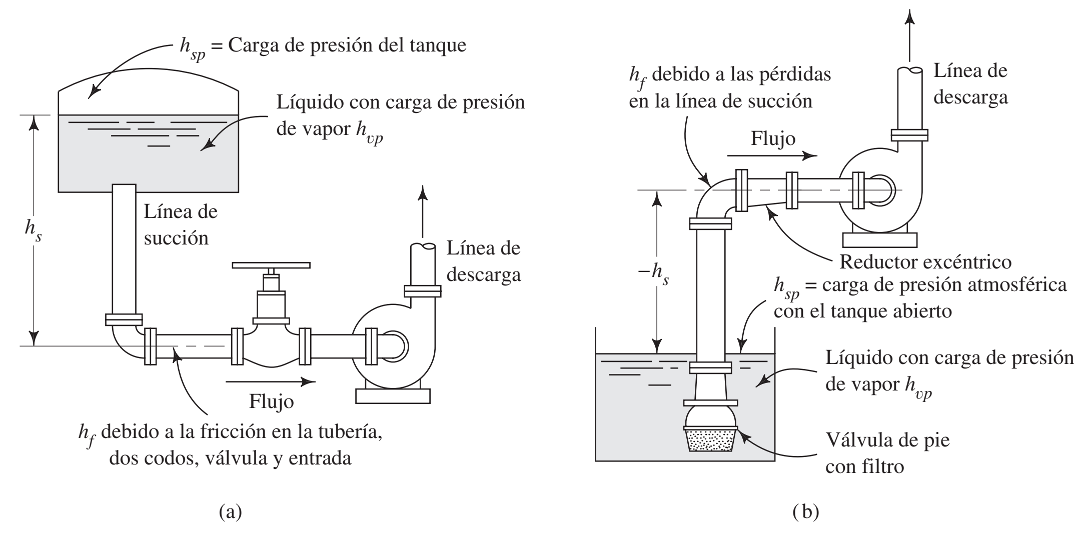


FIGURA 13.38 Detalles de la línea de succión de la bomba y definición de términos para el cálculo de la *NPSH*.

Efecto de la velocidad de la bomba sobre la *NPSH*

Los datos en los catálogos de bombas sobre la *NPSH* son para el agua y se aplican sólo a la velocidad de operación que se menciona. Si la bomba opera a velocidad diferente, la *NPSH* que se requiere a la velocidad nueva se calcula a partir de

$$(NPSH_R)_2 = \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 (NPSH_R)_1 \qquad \textbf{(13–15)}$$

donde los subíndices 1 y 2 se refieren a los datos del catálogo y a las condiciones con la velocidad nueva de operación, respectivamente. A la velocidad de la bomba en rpm se le denota con N.

☐ **PROBLEMA MODELO 13.3** Determine la NPSH disponible para el sistema de la figura 13.38(a). El fluido está en un tanque cerrado con presión de −20 kPa sobre el agua a 70 °C. La presión atmosférica es de 100.5 kPa. El nivel del agua en el tanque es de 2.5 m sobre la entrada de la bomba. La tubería es de acero, de 1½ pulgadas cédula 40 y longitud total de 12.0 m. El codo es estándar, la válvula es de globo y está abierta por completo. El flujo volumétrico es de 95 L/min.

Solución Utilice la ecuación (13-14). En primer lugar, encuentre h_{sp}:

$$\text{Presión absoluta} = \text{presión atmosférica} + \text{presión manométrica en el tanque}$$

$$p_{abs} = 100.5\,\text{kPa} - 20\,\text{kPa} = 80.5\,\text{kPa}$$

Pero sabemos que

$$h_{sp} = p_{abs}/\gamma$$
$$= \frac{80.5 \times 10^3\,\text{N/m}^2}{9.59 \times 10^3\,\text{N/m}^3} = 8.39\,\text{m}$$

Ahora, con base en la elevación del tanque, tenemos

$$h_s = +2.5\ \text{m}$$

Para encontrar la pérdida por fricción h_f, debemos encontrar la velocidad, el número de Reynolds y el factor de fricción:

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{95 \text{ L/min}}{1.314 \times 10^{-3} \text{ m}^2} \times \frac{1.0 \text{ m}^3/\text{s}}{60\,000 \text{ L/min}} = 1.21 \text{ m/s}$$

$$N_R = \frac{vD}{\nu} = \frac{(1.21)(0.0409)}{4.11 \times 10^{-7}} = 1.20 \times 10^5 \qquad \text{(turbulento)}$$

$$\frac{D}{\epsilon} = \frac{0.0409 \text{ m}}{4.6 \times 10^{-5} \text{ m}} = 889$$

Así, de la figura 8.6, $f = 0.0225$. De la tabla 10.5, $f_T = 0.021$. Ahora, tenemos

$$h_f = \underset{\text{(tubería)}}{f(L/D)(v^2/2g)} + \underset{\text{(codos)}}{2f_T(30)(v^2/2g)} + \underset{\text{(válvula)}}{f_T(340)(v^2/2g)} + \underset{\text{(entrada)}}{1.0(v^2/2g)}$$

La carga de velocidad es

$$\frac{v^2}{2g} = \frac{(1.21 \text{ m/s})^2}{2(9.81 \text{ m/s}^2)} = 0.0746 \text{ m}$$

Entonces, la pérdida por fricción es

$$\begin{aligned} h_f &= (0.0225)(12/0.0409)(0.0746) + (0.021)(60)(0.0746) \\ &\quad + (0.021)(340)(0.0746) + 0.0746 \\ &= (0.0746 \text{ m})[(0.0225)(12/0.0409) + (0.021)(60) + (0.021)(340) + 1.0] \\ &= 1.19 \text{ m} \end{aligned}$$

Por último, de la tabla 13.2 obtenemos

$$h_{vp} = 3.25 \text{ m a } 70\ °\text{C}$$

Al combinar estos términos queda

$$NPSH_A = 8.39 \text{ m} + 2.5 \text{ m} - 1.19 \text{ m} - 3.25 \text{ m} = 6.45 \text{ m}$$

Con la ecuación (13-13) calculamos la $NPSH_R$ máxima permisible para la bomba,

$$NPSH_A > 1.10\, NPSH_R$$

Al reordenar, obtenemos

$$NPSH_R < NPSH_A/1.10 \qquad (13\text{–}16)$$

Entonces,

$$NPSH_R < 6.45 \text{ m}/1.10 = 5.86 \text{ m}$$

■

13.12 DETALLES DE LA LÍNEA DE SUCCIÓN

La *línea de succión* se refiere a todas las partes del sistema de flujo, desde la fuente del fluido a la entrada de la bomba. Debe tenerse mucho cuidado al diseñar la línea de succión, con el fin de garantizar una carga de succión neta positiva adecuada, como se estudió en la sección 13.11. Además, las condiciones especiales prevalecientes tal vez requieran dispositivos auxiliares.

La figura 13.38 muestra dos métodos para proporcionar fluido a una bomba. En la parte (a) se ilustra la creación de una carga positiva, colocando la bomba abajo del depósito de abastecimiento que suministra. Ésta ayuda para que se garantice una *NPSH* satisfactoria. Además, la bomba siempre iniciará con una columna de líquido al arrancar.

En la figura 13.38(b) ocurre una condición de *succión elevada* porque la bomba debe obtener el líquido que está debajo de ella. Las bombas de desplazamiento positivo pueden elevar fluidos cerca de 8 m (26 pies). Sin embargo, como la mayoría de bombas centrífugas, la bomba debe iniciarse de forma artificial, llenando la línea de succión con fluido. Esto se realiza con un suministro auxiliar de líquido durante el arranque, o con la creación de un vacío sobre la carcasa de la bomba, lo que ocasiona que el fluido sea succionado desde la fuente. Entonces, la bomba en funcionamiento mantendrá el flujo. Consulte la sección 13.6.4, acerca de las bombas centrífugas de autoinicio.

A menos que se sepa que el fluido es muy limpio, debe instalarse un filtro en la entrada o en cualquier lugar del tubo de succión, con objeto de mantener las partículas fuera de la bomba y del proceso en el que se distribuirá el fluido. Una válvula de pie (figuras 10.20 y 10.21) en la entrada permite el libre flujo hacia la bomba, pero cesa si la bomba se detiene. Esto mantiene una columna de líquido sobre la bomba y elimina la necesidad de iniciar la bomba cada vez que arranca. Si se emplea una válvula cerca de la bomba, es preferible que sea una válvula de compuerta, pues ofrece muy poca resistencia al flujo si está abierta por completo. El vástago de la válvula debe estar en posición horizontal para evitar la formación de bolsas de aire.

Aunque el tamaño del tubo para la línea de succión nunca debe ser más pequeño que la conexión de entrada sobre la bomba, puede ser algo mayor para reducir la velocidad de flujo y las pérdidas por fricción. La alineación de la tubería debe eliminar la posibilidad de que se formen burbujas o bolsas de aire en la línea de succión, porque esto haría que la bomba perdiera capacidad y tal vez el arranque. Las tuberías largas deben tener pendiente hacia arriba, en dirección de la bomba. Debe evitarse los codos en un plano horizontal. Si se requiriera un reductor, debe ser del tipo excéntrico, como se observa en la figura 13.38(b). Los reductores concéntricos sitúan parte de la línea de suministro sobre la entrada de la bomba, donde podría formarse una bolsa de aire.

El análisis de la sección 6.5 y la figura 6.2, en el capítulo 6, incluye recomendaciones para los rangos de tamaños deseables de tubería para conducir un flujo volumétrico dado. En general, se recomienda tamaños grandes y velocidades bajas, con base en el ideal de minimizar las pérdidas de energía en las líneas que conducen a las bombas. Sin embargo, consideraciones sobre lo práctico de las instalaciones y su costo, podrían llevar a la selección de tuberías más pequeñas con las velocidades mayores que resultan.

Algunas de estas consideraciones prácticas incluyen el costo de la tubería, válvulas y acoplamientos; el espacio físico disponible para albergar estos elementos y la conexión de la tubería de succión a la conexión respectiva de la bomba. La referencia 12 incluye estudios amplios sobre los detalles del diseño de la línea de succión.

13.13 DETALLES EN LA LÍNEA DE DESCARGA

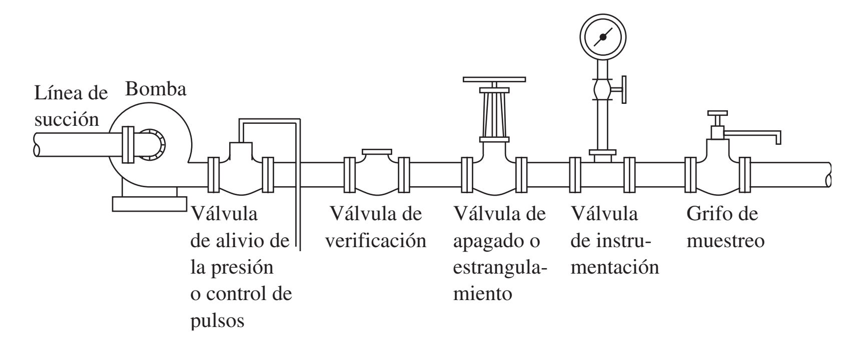
En general, la línea de descarga debe ser tan corta y directa como sea posible, para minimizar la carga sobre la bomba. Los codos deben ser del tipo estándar o de radio largo, si fuera posible. Debe seleccionarse el tamaño de la tubería de acuerdo con la velocidad o las pérdidas por fricción permisibles.

La figura 6.2, del capítulo 6, incluye recomendaciones para los rangos de tamaños deseables de tubería para conducir un flujo volumétrico dado. En general, con base en el ideal de minimizar las pérdidas de energía se recomienda tamaños grandes y velocidades bajas. No obstante, otras consideraciones acerca del costo y lo práctico de la instalación podrían llevar a seleccionar tuberías más pequeñas, con el resultado de velocidades más elevadas.

La línea de descarga debe contener una válvula cerca de la bomba para permitir que se dé servicio a ésta o se reemplace. La válvula actúa con la que está en la línea de succión para aislar la bomba. Por razones de resistencia baja, es preferible una válvula de mariposa. Si el flujo debe regularse durante el servicio, es mejor emplear una válvula de globo porque permite un estrangulamiento suave de la descarga. En efecto, esto incrementa la carga del sistema y ocasiona que disminuya la entrega de la bomba.

Como se observa en la figura 13.39, es posible agregar los elementos que se requiera a la línea de descarga. Una válvula de alivio de la presión protegerá la bomba y al resto del equipo, en caso de un bloqueo del flujo o falla accidental de una válvula.

FIGURA 13.39 Detalles de la línea de descarga.



Una válvula de verificación impide que el flujo regrese a la bomba cuando no esté en funcionamiento. Debe colocarse una válvula de verificación entre la válvula de apagado y la bomba. Si se emplea una expansión para el puerto de descarga de la bomba, debe colocarse entre la válvula de verificación y la bomba. Podría ser necesario instalar una llave en la línea de descarga para un medidor con su válvula de apagado. Un grifo de muestreo permitiría extraer una cantidad pequeña de fluido para realizar pruebas sin interrumpir la operación. En la figura 7.1, del capítulo 7, se presenta una fotografía de una instalación real.

13.14 DISEÑO DE SISTEMAS DE TUBERÍA Y PROCEDIMIENTO DE SELECCIÓN DE BOMBAS

En esta sección se proporciona lineamientos generales por seguir, cuando se presente la necesidad de diseñar un sistema de tubería donde una bomba entrega un flujo volumétrico dado, desde una fuente conocida hasta un punto de destino establecido. Se incluye la distribución general del sistema de tubería, la colocación de la bomba y la especificación de los tamaños de tubería, válvulas, acoplamientos y otros accesorios de la tubería. El punto de operación que se desea se determina como la carga total sobre la bomba al flujo volumétrico de diseño. Se genera los datos para la curva del sistema que dé la carga total sobre la bomba como función del flujo volumétrico, como se estudió en la sección 13.10. Después, se especifica una bomba apropiada y se determina el punto final de operación que se espera, potencia requerida, eficiencia y la *NPSH* necesaria.

PROCEDIMIENTO DE DISEÑO DE SISTEMAS DE TUBERÍA

1. Obtenga las especificaciones del sistema, inclusive del fluido por bombear, el valor de diseño del flujo volumétrico que se requiere, la ubicación del depósito donde proviene el fluido, la ubicación del punto de destino y cualesquiera elevaciones y presiones prescritas, en particular en la fuente y el destino.
2. Determine las propiedades del fluido, incluso de la temperatura, peso específico, viscosidad cinemática y presión de vapor.
3. Genere una distribución propuesta para la tubería, que incluya el lugar donde el fluido se tomará del depósito fuente, la ubicación de la bomba y los detalles de las líneas de succión y descarga con las válvulas, acoplamientos y accesorios especiales apropiados. Consulte las secciones 13.10 a 13.13. Considere las conexiones a los depósitos, las eventuales necesidades de interrumpir o controlar el flujo volumétrico del líquido, impedir el retroceso indeseable del flujo y el dar servicio a la bomba y otros equipos del sistema.
4. Determine las longitudes de la tubería en las líneas de succión y descarga.
5. Especifique los tamaños de tubería para las líneas de succión y descarga, con la guía de la sección 6.5 y la figura 6.2, del capítulo 6.
6. Analizar el rendimiento del sistema al flujo volumétrico de diseño para determinar la carga dinámica total h_a, con la ecuación (13-1). Puede utilizarse la hoja de cálculo descrita en la sección 11.4.
7. Evalúe la carga estática total h_o de la ecuación (13-11).

8. **Seleccione** una bomba apropiada que entregue al menos el flujo volumétrico de diseño contra la carga dinámica total a dicho flujo volumétrico, para lo que hay que considerar lo siguiente:
   a. Utilice las figuras 13.27 a 13.35, recursos de Internet, catálogos de venta o software como PumpBase, que se proporciona en este libro.
   b. Elija una bomba con eficiencia alta en el punto de diseño, para la que el punto de operación se encuentre cerca del *punto de eficiencia óptima* (*BEP*) de la bomba.
   c. Los estándares que emiten en conjunto el American National Standards Institute (ANSI) y el Hydraulic Institute (HI), estipulan para las bombas centrífugas una *región de operación preferida* (POR) que esté entre 70 y 120% del BEP. Consulte el ANSI/HI 9.6.3-1997, *Standard for Centrifugal and Vertical Pumps for Allowable Operating Region.*
   d. Especifique el nombre del modelo, velocidad, tamaños del impulsor y de los puertos de succión y descarga.
9. Determine algunos puntos de la curva del sistema con del análisis de la carga total que corresponda a un rango de flujos volumétricos. La hoja de cálculo descrita en la sección 11.4 facilita mucho este proceso, porque todos los datos del sistema se habrán introducido en el paso 6. Sólo necesita cambiarse los flujos volumétricos en cada cálculo.
10. Grafique la curva del sistema sobre la gráfica de rendimiento de la bomba y determine el punto de operación real esperado, en la intersección de la carga de la bomba *versus* la curva del flujo y la curva del sistema.
11. En el punto real de operación, determine la potencia requerida, el flujo volumétrico real entregado, la eficiencia y la *NPSH* que se requiere. También compruebe el tipo de bomba, los requerimientos de montaje y los tipos y tamaños de los puertos de succión y descarga.
12. Calcule la *NPSH* disponible, $NPSH_A$, del sistema, por medio de la ecuación (13-14).
13. Asegúrese de que $NPSH_A > 1.10\ NPSH_R$ para todas las condiciones esperadas de operación.
14. Si es necesario, proporcione medios para conectar los tamaños de tubería especificados con las conexiones de la bomba, si fueran de tamaños diferentes. Consulte un ejemplo en la figura 7.1. Utilice una reducción o expansión graduales para minimizar las pérdidas de energía que dichos elementos agregan al sistema.

☐ **PROBLEMA MODELO 13.4**

La figura 13.40 muestra un sistema en el que se requiere que la bomba distribuya al menos 225 gal/min de agua a 60 °F, de un depósito inferior hacia un tanque elevado que se mantiene a una presión de 35.0 psig. Diseñe el sistema y especifique una bomba apropiada. Después, determine el punto de operación para la bomba del sistema diseñado y dé los parámetros de rendimiento para la bomba en el punto de operación.

Solución A continuación presentamos los pasos mencionados en el Procedimiento de Diseño de Sistemas de Tubería.

Paso 1. Fluido: agua a 60 °F:
$Q = 225$ gal/min, mínimo.
Fuente: depósito inferior; $p = 0$ psig; elevación = 8.0 pies sobre la entrada de la bomba.
Destino: depósito superior; $p = 35.0$ psig; elevación = 88 pies sobre la entrada de la bomba.

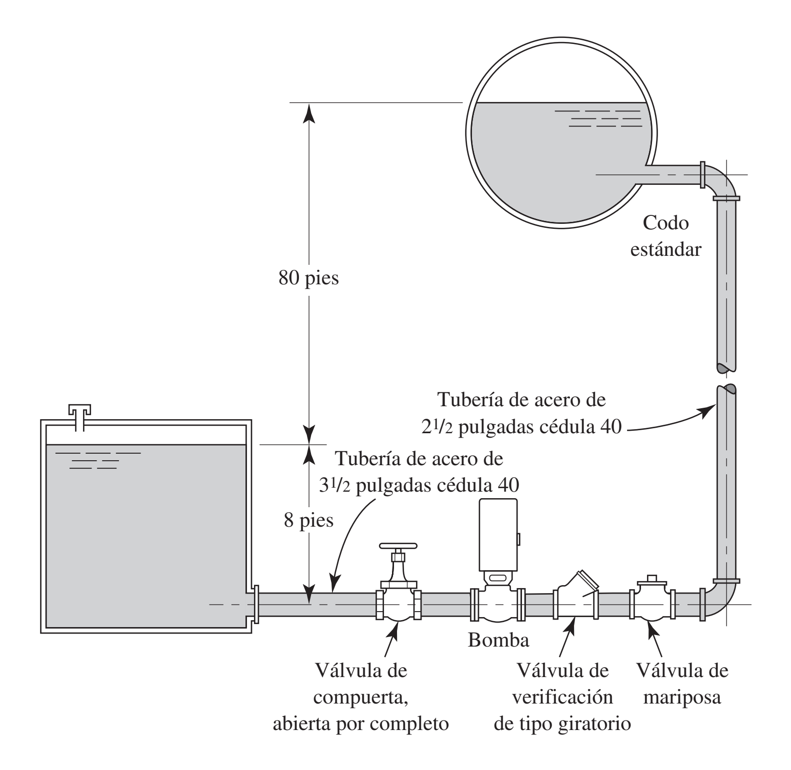
Paso 2. Agua a 60 °F: $\gamma = 62.4$ lb/pie^3; $\nu = 1.21 \times 10^{-5}$ pie^2/s; $h_{vp} = 0.5917$ pie.

Paso 3. La figura 13.40 muestra la distribución propuesta.

Paso 4. Decisiones de diseño: la línea de succión tiene una longitud de 8.0 pies; la de descarga mide 360 pies.

Paso 5. Con la figura 6.2 como guía:
La línea de succión es una tubería de acero de 3½ pulgadas cédula 40; $D = 0.2957$ pies, $A = 0.06868$ pie^2.
La línea de descarga está constituida por una tubería de acero de 2½ pulgadas cédula 40; $D = 0.2058$ pies, $A = 0.03326$ pie^2.

FIGURA 13.40 Sistema para el problema modelo 13.4.



Paso 6. Utilice la hoja de cálculo que se muestra en la figura 13.41. El punto 1 de referencia es la superficie del depósito inferior. El punto 2 de referencia es la superficie del depósito superior. En la hoja de cálculo se introduce otros datos, según se estudió en el capítulo 11. El resultado de la carga dinámica total h_a, está dado por

$$h_a = (z_2 - z_1) + p_2/\gamma + h_L = 80.0 \text{ pies} + 80.8 \text{ pies} + 139.0 \text{ pies} = 299.8 \text{ pies}$$

Paso 7. La carga estática total $h_a = (p_2 - p_1)/\gamma + (z_2 - z_1) = 80.77$ pies $+ 80$ pies $=$ 160.77 pies.

Paso 8. Selección de la bomba: de la figura 13.27; bomba centrífuga de $2 \times 3 - 10$ que opera a 3500 rpm. El punto de operación deseado se encuentra entre las curvas para los impulsores de 8 y 9 pulgadas. Se especifica un diámetro de 9 pulgadas para el impulsor, de modo que la capacidad sea mayor que el mínimo de 225 gal/min.

(*Nota:* Algunos fabricantes permiten que se especifique cualquier diámetro de impulsor dentro del rango dado en el diagrama de rendimiento.)

TABLA 13.3 Curva del sistema.

Q (gpm)	Q (pie^3/s)	h_a (pie)
0	0	160.8
25	0.056	162.9
50	0.111	168.6
75	0.167	177.6
100	0.223	189.9
125	0.278	205.4
150	0.334	224.1
175	0.390	246.1
200	0.445	271.3
225	0.501	299.8
250	0.557	331.4
275	0.612	366.3

Paso 9. En la tabla 13.3 se muestra algunos puntos de la curva del sistema, se hizo el cómputo con la hoja de cálculo de la figura 13.41 y con la variación del flujo volumétrico de cero a 275 gal/min.

Paso 10. La figura 13.42 muestra la curva del sistema y la curva de rendimiento de la bomba para el impulsor de 9 pulgadas, sobre la misma gráfica. Se indica el punto de operación real.

Paso 11. En la gráfica completa de rendimiento de la bomba, de la figura 13.27, se observa en el punto de operación:

Una bomba centrífuga de $2 \times 3 - 10$; 3500 rpm; impulsor con diámetro de 9.00 pulgadas.
La bomba está montada como se muestra en la figura 13.10.
El puerto de succión es de 3 pulgadas; el de descarga es de 2 pulgadas.
Capacidad $= Q = 240$ gal/min.
Carga total $h_a = 320$ pies.
Eficiencia $= 57\%$.
Potencia de entrada $= P = 33$ hp.
$NPSH_R = 8.0$ pies.

MECÁNICA DE FLUIDOS APLICADA	SISTEMAS EN SERIE CLASE I
Objetivo: ***curva del sistema***	*Puntos de referencia para la ecuación de la energía:*
Problema modelo 13.4	Punto 1: Superficie del depósito inferior
Figura 13.40	Punto 2: Superficie del depósito superior
Datos del sistema:	**Unidades del Sistema Inglés**
Flujo volumétrico: Q = 0.5011 pie^3/s	*Elevación en el punto 1 =* *0 pies*
Presión en el punto 1 = 0 psig	*Elevación en el punto 2 =* *80 pies*
Presión en el punto 2 = 35 psig	*Si el punto está en la tubería: indicar v_1 "=B20" o v_2 "=E20"*
Velocidad en el punto 1 = 0.00 pie/s →	Carga de velocidad en el punto 1 = *0.00 pies*
Velocidad en el punto 2 = 0.00 pie/s →	Carga de velocidad en el punto 2 = *0.00 pies*
Propiedades del fluido:	Tal vez se necesite calcular $\nu = \eta/\rho$
Peso específico = *62.40 lb/pie^3*	*Viscosidad cinemática = 7.10E-07 m^2/s*

Tubo 1: tubería de acero de 3½ pulg		***Tubo 2: tubería de acero de 2½ pulgadas cédula 40***		
Diámetro: D =	*0.2957 pies*	*Diámetro: D =*	*0.2058 pies*	
Rugosidad de la pared: ϵ =	*1.50E-04 pies*	*Rugosidad de la pared: ϵ =*	*1.50E-04 pies*	*[Vea la tabla 8.2]*
Longitud: L =	*8 pies*	*Longitud: L =*	*360 pies*	
Área: A =	0.06867 pies^2	Área: A =	0.03326 pies^2	[$A = \pi D^2/4$]
D/ϵ =	1971	*D/ϵ =*	1372	Rugosidad relativa
L/D =	27	*L/D =*	1749	
Velocidad del flujo =	7.30 pie/s	Velocidad del flujo =	15.06 pie/s	[$v = Q/A$]
Carga de velocidad =	0.827 pies	Carga de velocidad =	3.524 pies	[$v^2/2g$]
Número de Reynolds =	1.78E+05	Número de Reynolds =	2.56E+05	[$N_R = vD/\nu$]
Factor de fricción: *f* =	0.0192	Factor de fricción: *f* =	0.0197	Emplee la ec. 8-7

Pérdidas de energía en la tubería 1:		Qty.	Total K		
Tubería: K_1 =	*0.519*	*1*	*0.519*	Pérdida de energía h_{L1} =	0.43 pies
Pérdida en la entrada: K_2 =	*0.500*	*1*	*0.500*	Pérdida de energía h_{L2} =	0.41 pies
Elemento 3: K_3 =	*0.136*	*1*	*0.136*	Pérdida de energía h_{L3} =	0.11 pies
Elemento 4: K_4 =	*0.000*	*1*	*0.000*	Pérdida de energía h_{L4} =	0.00 pies
Elemento 5: K_5 =	*0.000*	*1*	*0.000*	Pérdida de energía h_{L5} =	0.00 pies
Elemento 6: K_6 =	*0.000*	*1*	*0.000*	Pérdida de energía h_{L6} =	0.00 pies
Elemento 7: K_7 =	*0.000*	*1*	*0.000*	Pérdida de energía h_{L7} =	0.00 pies
Elemento 8: K_8 =	*0.000*	*1*	*0.000*	Pérdida de energía h_{L8} =	0.00 pies
Pérdidas de energía en la tubería 2:		Qty.	Total K		
Tubería: K_1 =	34.488	1	34.488	Pérdida de energía h_{L1} =	121.53 pies
Válvula de verificación: K_2 =	*1.800*	*1*	*1.800*	Pérdida de energía h_{L2} =	6.34 pies
Válvula de mariposa: K_3 =	*0.810*	*1*	*0.810*	Pérdida de energía h_{L3} =	2.85 pies
Codo estándar: K_4 =	*0.540*	*2*	*0.540*	Pérdida de energía h_{L4} =	3.81 pies
Pérdida en la salida: K_5 =	*1.000*	*1*	*1.000*	Pérdida de energía h_{L5} =	3.52 pies
Elemento 6: K_6 =	*0.000*	*1*	*0.000*	Pérdida de energía h_{L6} =	0.00 pies
Elemento 7: K_7 =	*0.000*	*1*	*0.000*	Pérdida de energía h_{L7} =	0.00 pies
Elemento 8: K_8 =	*0.000*	*1*	*0.000*	Pérdida de energía h_{L8} =	0.00 pies
				Pérdida total de energía h_{Ltot} =	139.01 pies
			Resultados:	Carga total sobre la bomba: h_A =	299.8 pies

FIGURA 13.41 Carga total sobre la bomba en el punto de operación deseado para el problema modelo 13.4.

Paso 12. $NPSH_A = h_{sp} \pm h_s - h_f - h_{vp}$.

Suponga que $p_{sp} = 14.7$ psia (atmosférica) sobre el agua en el depósito fuente. Entonces,

$$h_{sp} = \frac{p_{sp}}{\gamma} = \frac{14.7\ \text{lb}}{\text{pulg}^2}\,\frac{144\ \text{pulg}^2}{\text{pie}^2}\,\frac{\text{pie}^3}{62.4\ \text{lb}} = 33.9\ \text{pie}$$

$h_s = +8.0$ pies (es positiva porque la bomba está por debajo del nivel de la fuente)

h_f = Pérdida total de energía en la línea de succión = Pérdida en la entrada + Pérdida en la válvula + Pérdida en la tubería

$h_f = 0.41$ pies $+ 0.11$ pies $+ 0.43$ pies $= 0.95$ pies (se encuentra los valores en la figura 13.41)

$h_{vp} = 0.5917$ pie (de la tabla 13.2)

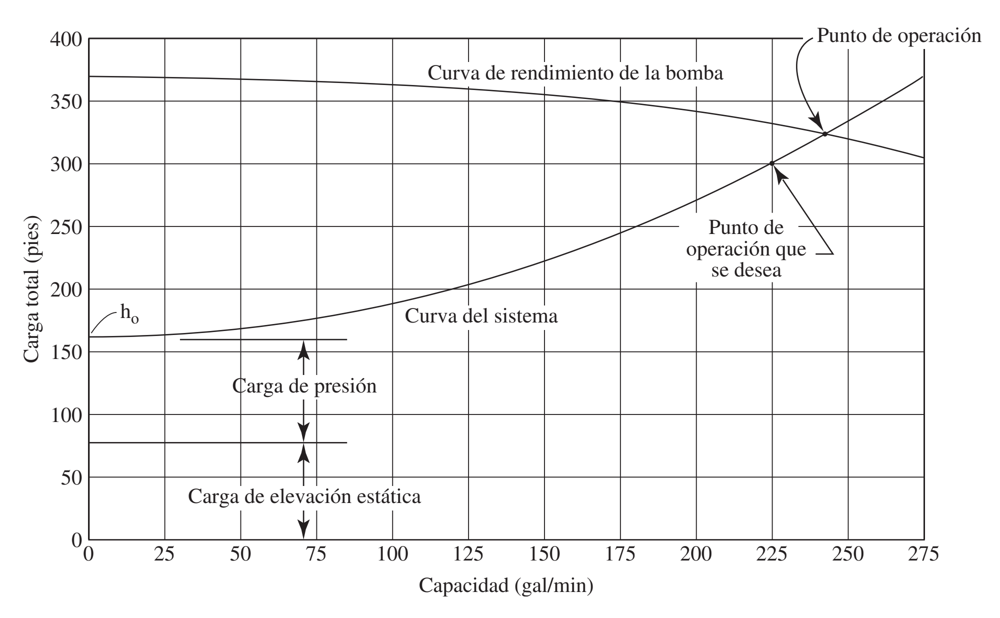


FIGURA 13.42 Curva del sistema para el problema modelo 13.4.

Entonces,

$$NPSH_A = 33.9 \text{ pies} + 8.0 \text{ pies} - 0.95 \text{ pies} - 0.5917 \text{ pies} = 32.4 \text{ pies}$$

Paso 13. Calcular

$$1.10\ NPSH_R = 1.10(8.0 \text{ pies}) = 8.8 \text{ pies}$$

Por lo tanto

$$NPSH_A > 1.10\ NPSH_R \qquad \text{(Está bien)}$$

Paso 14. Los tamaños de las tuberías de succión y descarga son diferentes de los tamaños de los puertos de la bomba. Debe utilizarse una reducción gradual que vaya de la tubería de succión de 3½ pulgadas al puerto de succión de 3 pulgadas. Se debe emplear una expansión gradual del puerto de descarga de 2 pulgadas a la tubería de descarga de 2½ pulgadas. La relación del diámetro de cada uno es de 1.2, aproximadamente. Al consultar en la figura 10.5 lo relativo a una expansión gradual, y en la figura 10.10 acerca de una reducción gradual, con la especificación de un ángulo incluido de 15º, se encuentra que el valor de K será de 0.09 para la expansión y 0.03 para la reducción. Las pérdidas de energía adicionales son

$$h_{Ls} = 0.03(v^2/2g) = 0.03(0.827 \text{ pie}) = 0.025 \text{ pie}$$
$$h_{Ld} = 0.09(v^2/2g) = 0.09(3.524 \text{ pie}) = 0.317 \text{ pie}$$

Estos valores son despreciables en comparación con las demás pérdidas de energía en las líneas de succión y descarga y, por tanto, no afectan de manera significativa la selección de la bomba o su rendimiento.

■

13.15 MODOS DE OPERACIÓN DE SISTEMAS ALTERNOS

Hasta este momento, el estudio se ha centrado en la operación de una sola bomba a una velocidad única en un sistema dado. Además, las gráficas de rendimiento estándar que proporcionan los fabricantes (como las de las figuras 13.27 a 13.35) se determinan a partir de datos de prueba con agua fría como fluido que se bombea.

¿Qué pasaría si la velocidad de la bomba variara? ¿Qué sucedería si el fluido tuviera una viscosidad significativamente más alta o baja que la del agua? ¿Qué ocurriría si se desea utilizar dos o más bombas en paralelo para alimentar un sistema? ¿Qué pasaría si se conectara bombas en serie, donde la salida de una alimentara la toma de otra?

En esta sección se estudia los principios básicos involucrados en las respuestas a preguntas como las anteriores. Consulte cualquiera de las referencias o al fabricante de la bomba para obtener datos más específicos y asesoría sobre la aplicación de bombas en estas situaciones.

13.15.1 Impulsores de velocidad variable

Cuando un sistema de transferencia de fluidos debe operar a capacidades variables es frecuente que se utilice una válvula de estrangulamiento, como se ilustra en la figura 13.36. La bomba se dimensiona para la capacidad más grande que se prevea. Si la entrega disminuye de Q_1 a Q_2, la energía representada por $h_2 - h_1$ se disipa conforme el fluido pasa por la válvula. Esta energía primero la trasmite el motor de impulso a la bomba, luego se transfiere al fluido en ésta, y así se desperdicia. Los costos altos de la energía hacen deseable que se modifique esta manera de operar.

Los impulsores de velocidad variable ofrecen una alternativa más atrayente que el estrangulamiento. Existen varios tipos de impulsores mecánicos de velocidad variable y de controles electrónicos de frecuencia también variable para motores eléctricos estándar de CA.* La frecuencia estándar para la energía eléctrica de CA en Estados Unidos y muchos países más es de 60 hertzios (Hz), o 60 ciclos por segundo. En Europa y otros países el estándar es de 50 Hz. Como la velocidad de un motor de CA es directamente proporcional a la frecuencia de la CA, la variación de ésta hace que la velocidad del motor cambie. Debido a las leyes de afinidad, conforme la velocidad del motor disminuye, su capacidad decrece, lo que permite que la bomba opere con la distribución que se desea sin tener que recurrir a un estrangulamiento. Se obtiene más beneficios porque la potencia que requiere la bomba disminuye en proporción con la razón de reducción de la velocidad elevada al cubo. Por supuesto, un impulsor de velocidad variable es más caro que un motor estándar solo, y debe evaluarse la economía conjunta del sistema a lo largo del tiempo. Consulte la referencia 8.

El efecto de introducir un impulsor de velocidad variable en un sistema con una bomba centrífuga depende de la naturaleza de la curva del sistema, como se ilustra en la figura 13.43. La parte (a) presenta una curva del sistema que incluye sólo las pérdidas por fricción. La curva del sistema en la parte (b) incluye una carga estática sustancial, compuesta por un cambio de elevación y otro de presión de la fuente al destino. Cuando sólo existen pérdidas por fricción, la variación del rendimiento de la bomba tiende a seguir curvas de eficiencia constante, lo que indica que las leyes de afinidad estudiadas en la sección 13.8 se aplican bien. El flujo volumétrico cambia en proporción con el cambio de velocidad; los cambios de carga lo hacen con el cuadrado del cambio velocidad, y los cambios de potencia con el cubo de la velocidad.

Para la curva del sistema que tiene una carga estática elevada [vea la figura 13.43(b)], la curva de rendimiento de la bomba se moverá hacia las zonas de eficiencia baja de la operación, por lo que las leyes de afinidad no se aplican en forma estricta. Sin embargo, el uso de impulsores de velocidad variable en las bombas centrífugas siempre brindará el método de energía más baja para cambiar la entrega de fluido que hace una bomba.

Además de los ahorros de energía, hay otros beneficios al usar impulsores de velocidad variable:

- *Mejor control del proceso* La entrega que hace una bomba se ajusta más a los requerimientos, lo que da como resultado una mejor calidad del producto.
- *Control de la tasa de cambio* Los impulsores de velocidad variable no sólo controlan la velocidad final, sino también la tasa de cambio de velocidad, lo que reduce los derrames debido a la presión.
- *Desgaste menor* Las velocidades más bajas reducen mucho las fuerzas que se ejerce sobre los sellos y rodamientos, lo que resulta en una vida más larga y confiabilidad mayor en el sistema de bombeo.

Las bombas que operan en un rango amplio de velocidades también generan efectos indeseables. Los fluidos en movimiento inducen vibraciones que cambian con la ve-

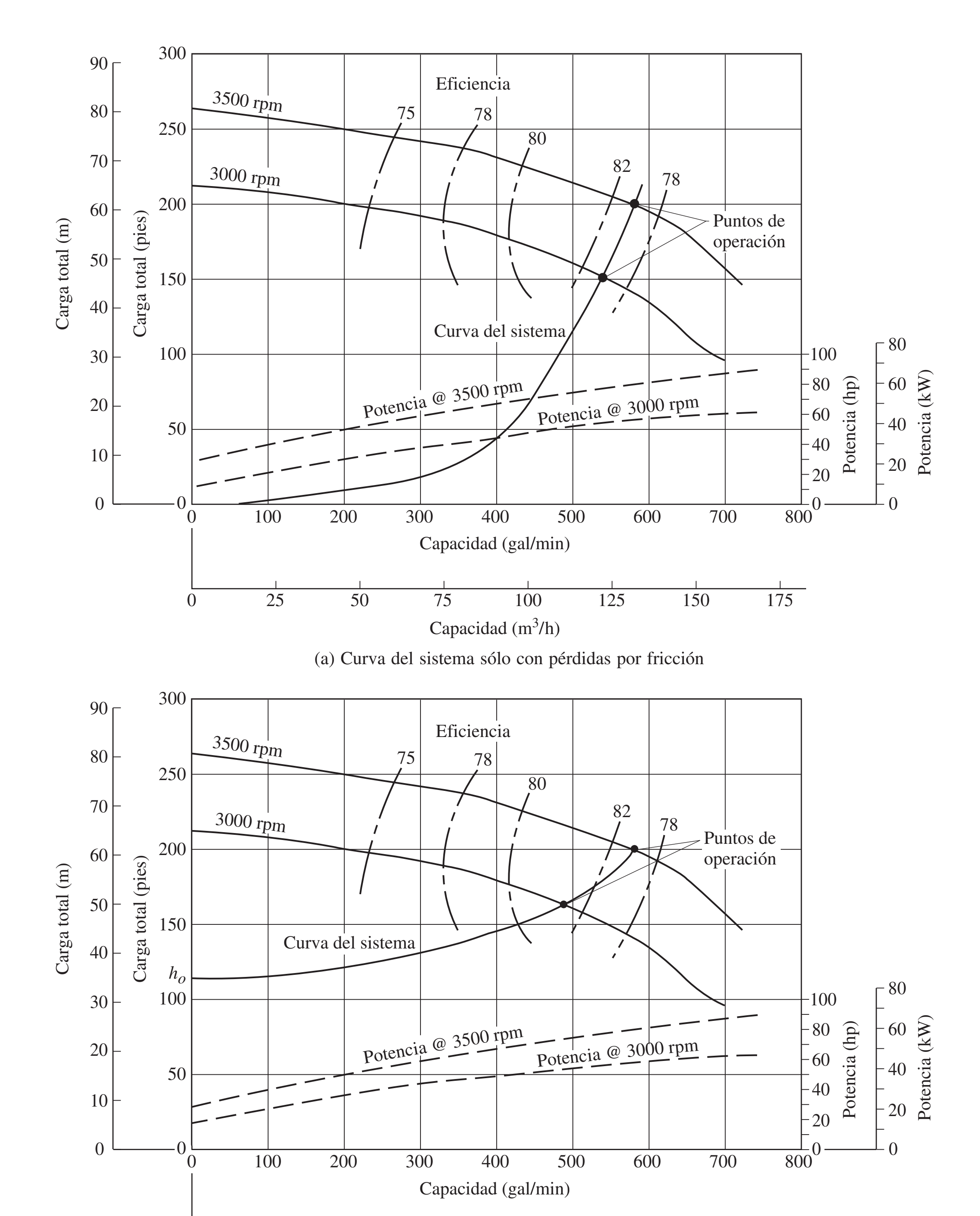


FIGURA 13.43 Efectos de los cambios de velocidad sobre el rendimiento de una bomba, como función del tipo de curva del sistema.

locidad del fluido. Puede haber resonancia en la bomba misma, en la estructura de su montaje, en el sistema de apoyo de la tubería y en el equipo conectado. Para identificar dichas condiciones hay que vigilar la operación del sistema en el rango completo de las velocidades esperadas. Es frecuente que la resonancia se evite con el empleo de amortiguadores de vibración, aisladores o apoyos distintos para los tubos.

También debe revisarse los efectos de un flujo mayor o menor sobre las componentes del sistema. Las válvulas de verificación requieren cierto flujo mínimo para garantizar su apertura total y el cierre seguro de sus componentes internos. A velocidades bajas, los sólidos que hay en los lodos tienden a sedimentarse y acumularse en regiones indeseables del sistema. Las bombas e impulsores que operan a velocidades bajas perjudican su lubricación o enfriamiento, y requieren sistemas adicionales. Las velocidades más altas de lo normal requieren una potencia más grande de lo que el impulsor es capaz, y se somete a los acoplamientos y otros de sus componentes a cargas mayores.

13.15.2 Efecto de la viscosidad del fluido

Las curvas del rendimiento de las bombas centrífugas, como las que se ilustra en las figuras 13.27 a 13.35, se generan con datos de prueba y el empleo de agua como fluido de operación. Estas curvas tienen exactitud razonable para cualquier fluido que tenga viscosidad similar a la del agua. Sin embargo, el bombeo de fluidos más viscosos ocasiona los efectos siguientes:

- Se incrementa la potencia requerida para impulsar la bomba.
- Disminuye el flujo entregado contra una carga dada.
- Baja la eficiencia.

En la figura 13.44 se ilustra el efecto de bombear un fluido viscoso si la bomba se hubiera seleccionado para el punto de operación deseado sin hacer las correcciones necesarias. El símbolo Q_w denota la capacidad medida de la bomba con agua fría (es común que se encuentre a 60 °F o 15.6 °C) contra una carga dada H. Contra la misma carga, la bomba enviaría fluido viscoso a un flujo volumétrico más bajo Q_{vis}; la eficiencia bajaría y aumentaría la potencia que se requiere para operar la bomba.

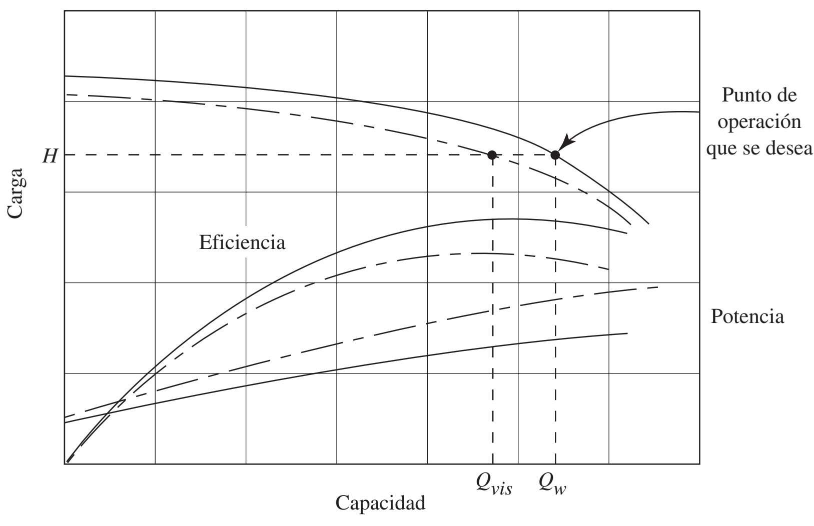


FIGURA 13.44 Efecto del aumento de viscosidad sobre el rendimiento de una bomba.

La referencia 6 proporciona datos para los factores de corrección, que pueden utilizarse para calcular el rendimiento esperado con fluidos de viscosidad diferente. Cierto software para seleccionar bombas aplica en forma automática dichos factores de corrección, con el fin de ajustar las curvas de rendimiento de la bomba después de que el usuario introduce la viscosidad del fluido que se bombea. Consulte el producto número 1 de la lista de software para diseñar sistemas de tubería, que se presenta al final de este capítulo, en la sección 13.18.

Como ejemplo del efecto que tiene la viscosidad en el rendimiento, se analizó un conjunto de datos para una bomba que distribuiría 750 gal/min de agua fría, a una carga de 100 pies, eficiencia de 82% y requerimiento de potencia de 23 hp. Si el fluido por bombear tuviera una viscosidad cinemática aproximada de 2.33×10^{-3} pie^2/s (2.16×10^{-4} m^2/s; 1000 SUS), se pronosticaría el rendimiento siguiente:

1. A 100 pies de carga, la entrega de la bomba se reduciría a 600 gal/min.
2. Para obtener 750 gal/min de flujo, la capacidad de carga de la bomba se reduciría a 88 pies.
3. A 88 pies de carga y un flujo de 750 gal/min, la eficiencia de la bomba sería de 51% y se requeriría una potencia de 30 hp.

Estos cambios son significativos. La viscosidad dada corresponde aproximadamente a la de un aceite pesado para lubricar maquinaria, fluido hidráulico espeso o glicerina.

13.15.3 Bombas que operan en paralelo

Muchos sistemas de flujo de fluidos requieren flujos volumétricos que varían mucho, por lo que son difíciles de obtener con una bomba sin provocar que opere muy lejos de su punto óptimo de eficiencia. Ejemplo de esto es un hotel de muchos niveles que requiere la distribución de agua que varía según la ocupación y hora del día. Otros ejemplos son las aplicaciones industriales que reclaman cantidades variables de fluidos de proceso o refrigerantes.

Una solución frecuente de este problema es utilizar dos o más bombas en paralelo, cada una de las cuales extrae el fluido de la misma fuente de entrada y lo envían a un colector común para hacerlo llegar a todo el sistema. El pronóstico del rendimiento de sistemas en paralelo requiere comprender la relación entre las curvas de las bombas y la curva del sistema de aplicación. En teoría, agregar una segunda bomba duplica la capacidad del sistema. Sin embargo, conforme ocurre un flujo volumétrico más grande en el sistema de tubería, se crea una carga mayor, lo que hace que cada bomba envíe menos flujo.

La figura 13.45 ilustra este concepto. Observe que la bomba 1 opera sobre la curva de rendimiento más baja y que a una carga H_1 distribuye un flujo volumétrico Q_1, lo

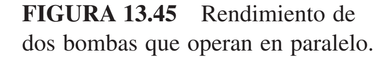
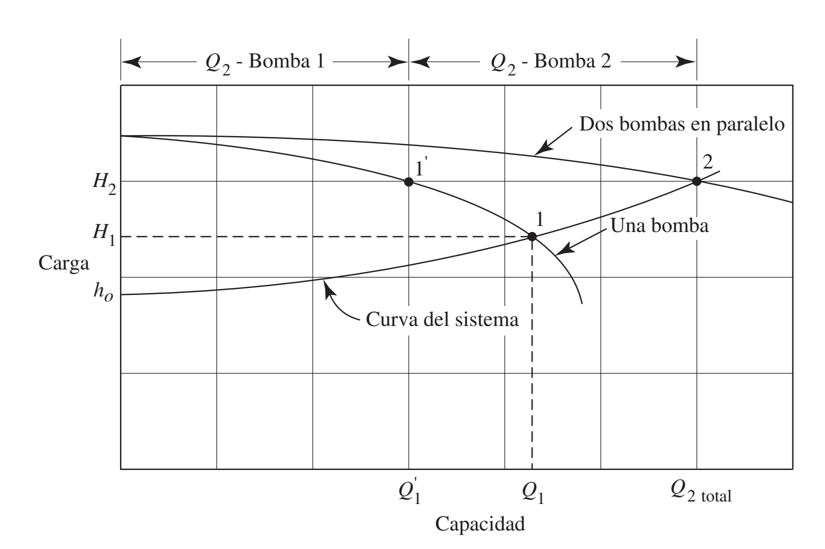


FIGURA 13.45 Rendimiento de dos bombas que operan en paralelo.



que está cerca de su capacidad máxima práctica en el punto 1 de operación. Si se necesitara un flujo mayor, se activaría una segunda bomba, idéntica a la otra, y el flujo aumentaría. Pero también crecerían las pérdidas de energía debido a la fricción y a las pérdidas menores, como lo indica la curva del sistema, que eventualmente alcanzaría el punto 2 de operación y se entregaría el flujo total Q_2 contra la carga H_2. Sin embargo, la bomba 1 experimenta la carga más alta y su entrega cae de nuevo a Q_1'. Una vez que se alcanza la condición de equilibrio nueva, las bombas 1 y 2 distribuyen flujos iguales, cada uno de los cuales es la mitad del flujo total. Debe seleccionarse las bombas de modo que tengan una eficiencia razonable en todas las capacidades y cargas, esperadas.

Se aplica análisis similares a sistemas con tres o más bombas, pero es necesario estudiar con cuidado la operación de cada bomba con todas las combinaciones posibles de carga y flujo, porque podrían surgir otras dificultades. Además, algunos diseñadores emplean dos bombas idénticas; operan una a velocidad constante y la segunda con un impulsor de velocidad variable, para tener un ajuste continuo con la demanda. Estos sistemas también requieren análisis especiales y debe consultarse al fabricante de la bomba.

13.15.4 Bombas que operan en serie

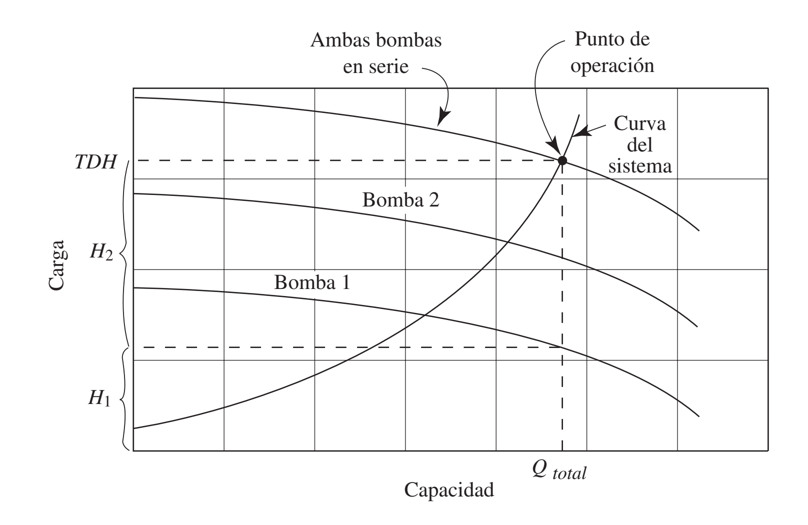
Dirigir la salida de una bomba hacia la entrada de otra permite obtener la misma capacidad con una carga total igual a la suma de los valores de las dos. Este método permite operar contra cargas inusuales, por lo altas.

La figura 13.46 ilustra la operación de dos bombas en serie. Es obvio que cada bomba conduce el mismo flujo volumétrico Q_{total}. La bomba 1 lleva el fluido desde la fuente, incrementa en algo la presión y entrega el fluido con esta presión a la bomba 2. La bomba 1 opera contra la carga H_1 que producen las pérdidas en la línea de succión y el incremento inicial de la presión. Después, la bomba 2 toma la salida de la bomba 1, incrementa aún más la presión y envía el fluido a su destino final. La carga de la bomba 2, H_2, es la diferencia entre la carga dinámica total *TDH* en el punto de operación para las bombas combinadas y H_1.

13.15.5 Bombas de etapas múltiples

Es posible obtener un rendimiento similar al que se logra con el uso de bombas en serie, por medio del empleo de bombas de etapas múltiples. Se dispone dos o más impulsores en la misma carcasa, de modo que el fluido pasa en forma sucesiva de uno al siguiente. Cada etapa incrementa la presión del fluido, por lo que se desarrolla una carga total elevada. Consulte la figura 13.17.

FIGURA 13.46 Rendimiento de dos bombas que operan en serie.



13.16 SELECCIÓN DE LA BOMBA Y VELOCIDAD ESPECÍFICA

La figura 13.47 muestra un método para decidir qué tipo de bomba es apropiada para un servicio dado. De la gráfica se obtiene ciertas conclusiones generales, pero debe enfatizarse que las fronteras entre las zonas son aproximadas. En la misma condición, dos o más tipos de bombas pueden proporcionar servicio satisfactorio. Factores como el costo, tamaño físico, condiciones de succión y tipo de fluido, tal vez impongan una selección particular. En general:

1. Se emplean bombas recíprocas para flujos volumétricos superiores a 500 gal/min, y desde cargas muy bajas hasta cargas de 50 000 pies.
2. Se utiliza bombas centrífugas en un rango amplio de condiciones, sobre todo en aplicaciones de capacidad alta y moderada.
3. Las bombas centrífugas de etapa única que operan a 3500 rpm son económicas, a bajos flujos volumétricos y cargas moderadas.
4. Las bombas centrífugas de etapas múltiples son deseables en condiciones de carga elevada.
5. Se emplea bombas rotatorias (es decir, engranes, aspas y otras) en aplicaciones que requieren capacidades moderadas y cargas grandes, o para fluidos con viscosidades altas.

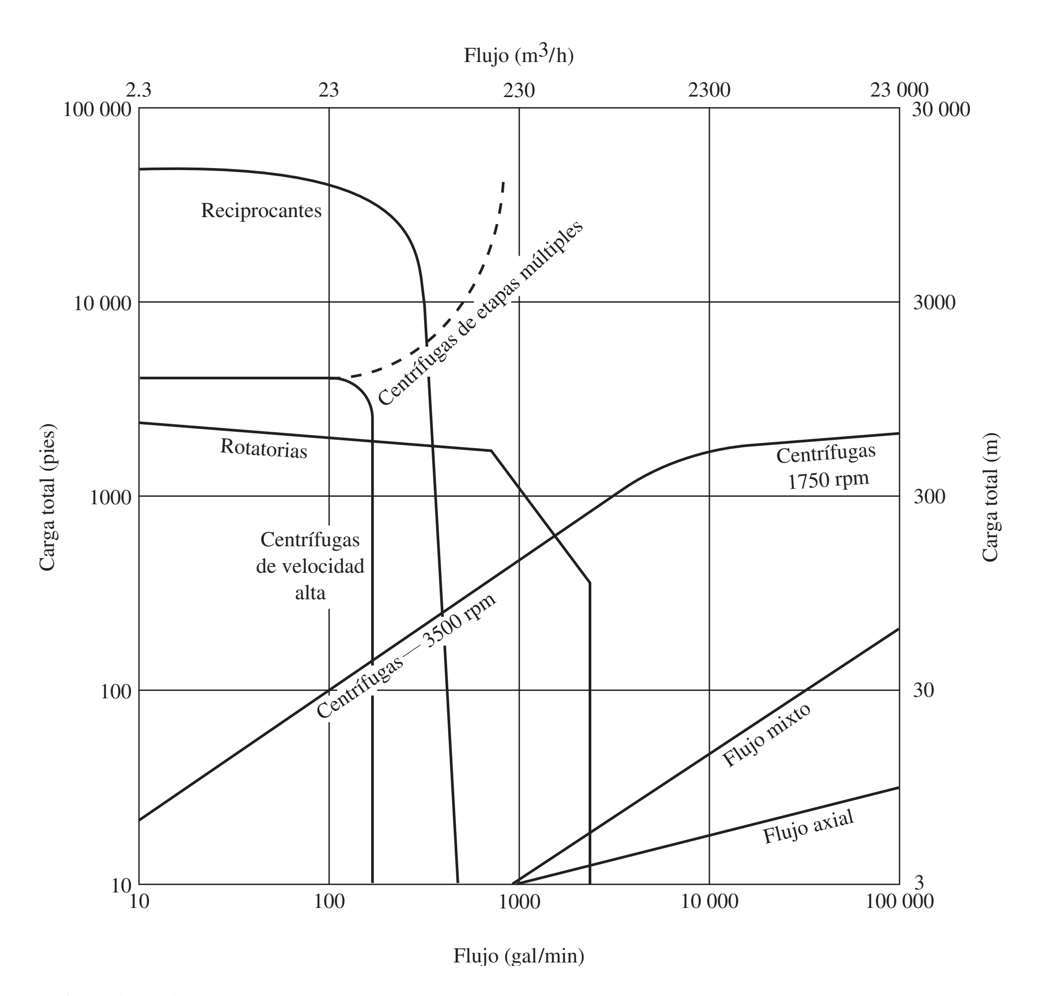


FIGURA 13.47 Gráfica para seleccionar bombas.

6. Las bombas centrífugas especiales de velocidad alta operan bien para una velocidad superior a 3500 rpm de los motores eléctricos estándar, y son deseables para cargas elevadas y capacidades moderadas. A veces, tales bombas son movidas por turbinas de vapor o gas.
7. Se usan bombas de flujo mixto y axial para flujos volumétricos muy grandes y cargas pequeñas. Algunos ejemplos de su aplicación son el control de inundaciones y la extracción de agua del subsuelo en sitios para construcción.

Otro parámetro útil en la selección del tipo de bomba para una aplicación dada es la *velocidad específica*, definida como

$$N_s = \frac{N\sqrt{Q}}{H^{3/4}} \qquad \textbf{(13–17)}$$

donde

N = Velocidad rotacional del impulsor (rpm)

Q = Flujo volumétrico a través de la bomba (gal/min)

H = Carga total sobre la bomba (pies)

La velocidad específica puede concebirse como la velocidad de rotación de un impulsor de geometría similar que bombee 1.0 gal/min, contra una carga de 1.0 pies (consulte la referencia 6). Fuera de Estados Unidos a veces se emplea unidades diferentes, por lo que, cuando haga comparaciones, el diseñador de la bomba debe determinar cuáles fueron las unidades que se emplearon en un documento en particular.

Es frecuente que la velocidad específica se combine con el *diámetro específico* para producir una gráfica como la que aparece en la figura 13.48. El diámetro específico es

$$D_s = \frac{DH^{1/4}}{\sqrt{Q}} \qquad \textbf{(13–18)}$$

donde D es el diámetro del impulsor, en pulgadas. A los otros términos ya se les había definido.

En la figura 13.48 observamos que se recomienda las bombas centrífugas de flujo radial para velocidades específicas de 400 a 4000. Se emplea bombas de flujo mixto de 4000 a 7000, aproximadamente. Se utiliza las de flujo axial de 7000 a 60 000. Consulte en la figura 13.1 las formas de los tipos de impulsor.

13.17 COSTOS DEL CICLO DE VIDA PARA SISTEMAS DE BOMBEO DE FLUIDOS

El término *costo del ciclo de vida* (LCC, por su siglas en inglés) se refiere a la consideración de todos los factores que constituyen el costo de adquirir, mantener y operar un sistema de bombeo de fluidos. Las prácticas de diseño correctas tratan de reducir el LCC al cuantificar y calcular la suma de los factores siguientes:

1. Costo inicial de la bomba, tubería, válvulas y otros accesorios y controles.
2. Costo de la instalación del sistema y ponerlo en servicio.
3. Costo de la energía que se necesita para impulsar la bomba y los componentes auxiliares durante la vida esperada del sistema.
4. Costos de operación relacionados con la administración del sistema, inclusive el trabajo y la supervisión.
5. Costos de mantenimiento y reparación durante la vida del sistema, para conservar la bomba en operación en las condiciones de diseño.
6. Costo de la producción perdida de un artículo por fallas de la bomba, o cuando ésta se apague para darle mantenimiento.
7. Costos ambientales que generan los fluidos derramados por la bomba o el equipo relacionado con ella.
8. Costos del desmontaje al final de la vida útil de la bomba, inclusive su eliminación y limpieza del sitio.

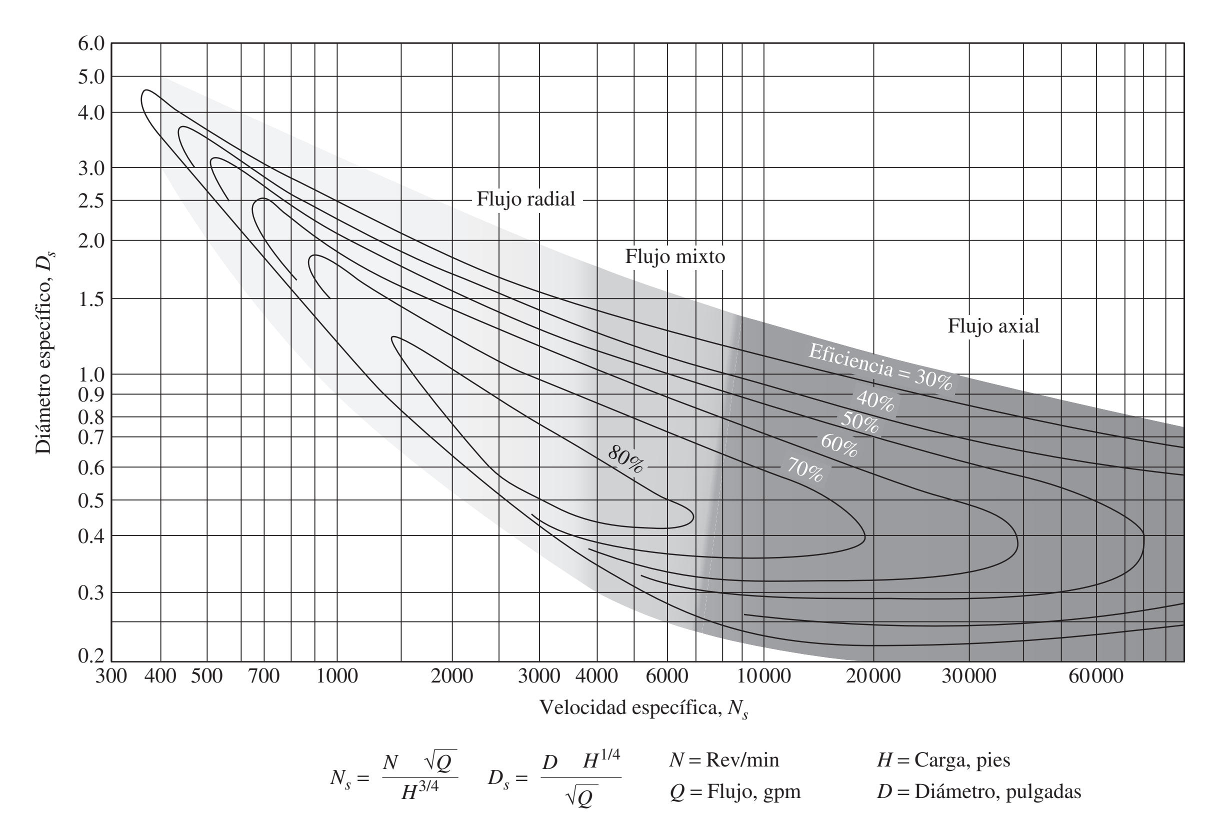


FIGURA 13.48 Velocidad específica *versus* diámetro específico de las bombas centrífugas –Auxiliar para seleccionar bombas. (Tomado con permiso especial de *Chemical Engineering*, 3 de abril de 1978. Copyright © 1978, por McGraw-Hill, Inc., New York, N.Y. 10020.)

En la referencia 7 se encuentra más detalles acerca de estos temas y el contexto más amplio del costo del ciclo de vida.

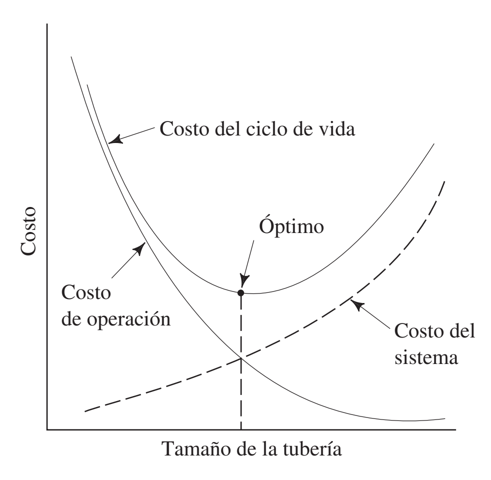
Minimizar los costos de la energía

Para las bombas que operan de manera continua durante periodos largos, el costo de la energía es el componente más oneroso del costo total del ciclo de vida. Aun para una bomba que operara tan sólo durante 8 horas al día durante 5 días a la semana, el tiempo acumulado de operación es de más de 2000 horas por año. Las bombas que impulsan procesos continuos como la generación de energía eléctrica llegan a operar más de 8000 horas por año. Por tanto, un objetivo importante del diseño correcto de sistemas de fluidos es minimizar la energía que se requiere para operar la bomba. La lista que sigue resume los enfoques de diseño de los sistemas, con el fin de reducir el costo de la energía y ayudar a garantizar su operación confiable. En este capítulo ya se estudió algunos de estos conceptos:

1. Hacer un análisis cuidadoso y completo del diseño que se propone para el sistema de tubería, con el fin de comprender dónde ocurren las pérdidas de energía y predecir con exactitud el punto de operación de diseño de la bomba.
2. Reconocer que las pérdidas de energía en las tuberías, válvulas y acoplamientos, son proporcionales a la carga de velocidad, es decir, al cuadrado de la velocidad de flujo. Por tanto, la reducción de la velocidad provoca una reducción muy grande de las pérdidas de energía y de la carga dinámica total que la bomba requiere. Entonces, podría emplearse una bomba menos cara por pequeña.

3. Utilizar el tamaño práctico más grande de tubería para las líneas de succión y descarga del sistema, con objeto de mantener la velocidad del flujo en un mínimo. Tener claro que las tuberías grandes son más caras que las pequeñas y requieren válvulas y acoplamientos también más caros. Sin embargo, es común que el ahorro de energía acumulado durante la vida de operación del sistema supere estos costos más grandes. La figura 13.49 ilustra este concepto en forma conceptual, al comparar los costos del sistema con los costos de operación, como función del tamaño de tubería. Otra consideración práctica es la relación entre los tamaños de tubería para los puertos de succión y descarga de la bomba. Algunos diseñadores recomiendan que las tuberías sean de un tamaño mayor que la de los puertos.

FIGURA 13.49 Principio del costo del ciclo de vida para sistemas de bombeo para distribuir fluidos.



4. Ajustar con cuidado la bomba con los requerimientos de carga y capacidad del sistema, con objeto de garantizar que aquélla opere en el punto óptimo de eficiencia (*BEP*), o cerca de éste, y evitar el uso de una bomba sobredimensionada que haría que se operara con una eficiencia menor.
5. Utilizar la bomba de eficiencia máxima para la aplicación, y operarla tan cerca como sea posible de su *BEP*.
6. Usar motores eléctricos de eficiencia alta y otros impulsores primarios para impulsar la bomba.
7. Considerar el empleo de impulsores de velocidad variable (VSD) para las bombas, con objeto de permitir el ajuste de la entrega que haga la bomba con los requerimientos del proceso. Consulte la sección 13.15.1.
8. Considere dos o más bombas que operen en paralelo, para sistemas que requieran flujos volumétricos muy variables. Consulte la sección 13.15.3.
9. Proporcionar un mantenimiento diligente a la bomba y al sistema de tubería, para minimizar la mengua del rendimiento debido al desgaste, la acumulación de óxido en las superficies de las tuberías y la fuga de fluido. La vigilancia regular del rendimiento de la bomba (presiones, temperaturas, flujos volumétricos, corriente en el motor, vibración y ruido) es un deber de la operación normal y permite dar atención a las condiciones anormales.

Otras consideraciones prácticas

1. Los componentes internos de las bombas centrífugas se desgastan con el paso del tiempo. En el equipo inicial se incluye anillos de ajuste para cubrir los espacios entre el impulsor y la carcasa para mantener los valores óptimos. Con el desgaste de los anillos, los claros se agrandan y el rendimiento de la bomba disminuye. Según la recomendación de los fabricantes de bombas, reemplazar los anillos en forma regular devuelve la

bomba a su nivel de rendimiento de diseño. Las superficies del impulsor se desgastan por la abrasión del fluido. Esto podría hacer que fuera necesario sustituirlo.

2. Operar la bomba en puntos alejados del punto de eficiencia óptima somete a cargas más altas a los rodamientos, sellos y anillos contra el desgaste, y reduce la vida de la bomba.
3. Tiene importancia crítica el dar apoyos rígidos a la bomba con objeto de tener una operación satisfactoria y vida larga.
4. Es esencial alinear con cuidado el motor impulsor con la bomba, para que no haya una deflexión excesiva del eje de ésta y llegue a romperse pronto. Siga las recomendaciones del fabricante de la bomba y revise la alineación en forma periódica.
5. Asegurarse de que el flujo de la línea de succión a la entrada de la bomba sea suave y no tenga vórtices o remolinos. Hay diseñadores que recomiendan un mínimo de diez diámetros de tubo recto ($10 \times D$) entre cualquier válvula o acoplamiento y la entrada de la bomba. Sin embargo, si se requiriera una reducción, debe instalarse directa en la bomba.
6. Apoyar los tubos y válvulas en forma independiente de la bomba, y no permitir que cargas significativas sobre el tubo se transfieran a la carcasa de la bomba. Las cargas elevadas tienden a generar cargas adicionales sobre los rodamientos, y deflexiones en el eje que modificarían los espacios entre el impulsor y la carcasa.
7. Use aceite limpio, grasa u otros lubricantes para los rodamientos de la bomba.
8. No permita que la bomba opere seca o con aire en el fluido que mueve. Esto requiere que se diseñe con cuidado la entrada a la línea de succión y el tanque, cisterna o almacenamiento de donde proviene el fluido.

13.18 SOFTWARE PARA DISEÑAR SISTEMAS DE TUBERÍAS Y SELECCIONAR BOMBAS

Al final de cada capítulo se encuentra una lista de varios paquetes de software disponibles comercialmente, que ayudarán en el diseño y análisis de sistemas de tubería. Algunos también incluyen programas para seleccionar la bomba, por ejemplo PumpBase, de Tahoe Design Software, que se encuentra a su disposición en este libro. Estos paquetes son versátiles y una ayuda valiosa para quien diseña sistemas, para analizar distribuciones complejas de ductos, quizá con cientos de segmentos de tubería, válvulas, acoplamientos, cambios de elevación y otras características especiales prácticas. La modelación del sistema recibe el apoyo de interfaces gráficas para el usuario, que permiten seleccionar los elementos a partir de una librería. Las propiedades del fluido también se seleccionan de una base de datos de fluidos comunes numerosos, o bien el usuario introduce valores especiales. Es posible modelar sistemas en serie, paralelo o en red. Además de líquidos, algunos manejan gases o fluidos en dos fases. A veces incluyen flujo estable o inestable, análisis de esfuerzos y respuesta dinámica del sistema de tubería. También están a la venta programas especializados para sistemas de riego y protección contra incendios. Esta clase de software permite que se considere varias propuestas de diseño para poner a punto el sistema, de modo que sea óptimo para la aplicación, pues libra de gran parte del esfuerzo de cálculo.

Empleo del software PumpBase, para selección de bombas

Este programa PumpBase requiere que se introduzca sólo unos cuantos datos, como la carga dinámica total (TDH) [vea la ecuación (13-1)] para el flujo volumétrico de diseño y la carga estática [consulte la ecuación (13-11)]. La curva del sistema se genera en forma automática con el ajuste de una curva de segundo grado que pasa a través de esos dos puntos conocidos. Hay que recordar que las pérdidas de energía son proporcionales a la carga de velocidad $v^2/2g$. Entonces, el software busca en una base de datos grande de los rendimientos de las bombas de docenas de fabricantes, para identificar las que satisfagan el punto de operación que se requiere. Se presenta una lista, en orden de eficiencia, de las bombas que son candidatas. La selección de una bomba nos lleva a las graficas de sus curvas de rendimiento, la curva del sistema se pone encima y se indica dónde se ubica el punto de operación dentro del rango completo de funcionamiento de la bomba. El programa comunica los datos con la potencia que se necesita para mover la bomba, la *NPSH* requerida, los tamaños de los puertos de succión y descarga, y el nombre del modelo del fabricante de la bomba.

Debe observarse que las curvas de rendimiento de bombas que se publica las obtiene el fabricante con el uso de agua fría (es común que se encuentre a 60 °F o 15.6 °C), que tiene una viscosidad cinemática relativamente baja de 1.21×10^{-5} pie^2/s (1.12×10^{-6} m^2/s; 1.12 mm^2/s; 1.12 cSt; aproximadamente 31 SUS). El bombeo de fluidos más viscosos, como la mayoría de aceites, requiere que se aplique factores de corrección, como se describe en la sección 13.15.2 y en la referencia 6. PumpBase permite introducir la viscosidad del fluido, y el programa aplica después los factores de corrección apropiados antes de seleccionar la bomba.

PumpBase también permite que se introduzca el valor límite de *NPSH* que la bomba requiere, y luego eliminar la bomba que necesite un valor mayor.

REFERENCIAS

1. American Society of Mechanical Engineers. 1996. *Energy Saving in the Design and Operation of Pumps.* New York: ASME Press.
2. Bachus, Larry. 2003. *Know and Understand Centrifugal Pumps.* New York: Elsevier Science.
3. Chopay, Nicholas P., and Chemical Engineering Progress Staff, eds. 1994. *Fluid Movers.* New York: McGraw-Hill.
4. Davidson, J., and O. von Bertele. 1999. *Process Pump Selection*, 2a ed. New York: ASME Press.
5. Dickenson, T. C. 1995. *Pumping Manual*, 9a ed. New York: Elsevier Science.
6. Heald, C. C., ed. 2002. *Cameron Hydraulic Data*, 19a ed. Irving, TX: Flowserve, Inc. (Ediciones anteriores publicadas por Ingersoll-Dresser Pump Company, Liberty Corner, NJ.)
7. Hydraulic Institute and Europump. 2001. *Pump Life Cycle Costs: A Guide to LCC Analysis for Pumping Systems.* Parsippany, NJ: Hydraulic Institute.
8. Hydraulic Institute and Europump. 2004. *Variable Speed Pumping: A Guide to Successful Applications.* Parsippany, NJ: Hydraulic Institute.
9. Hydraulic Institute. 1990. *Engineering Data Book,* 2a ed. Parsippany, NJ: Author.
10. Hydraulic Institute. 2004. *Pump Standards.* Parsippany, NJ: Author. [Estándares individuales, o conjuntos completos de bombas centrífugas, reciprocantes, rotatorias, verticales y operadas con aire.]
11. Hydraulic Institute. 1995. *Pump Users Handbook*, 4a ed. Parsippany, NJ: Author.
12. Karassik, I. J., J. P. Messina, P. Cooper y C. C. Heald. 2001. *Pump Handbook*, 3a ed. New York: McGraw-Hill.
13. Nelik, Lev. 1999. *Centrifugal and Rotary Pumps: Fundamentals with Applications.* Boca Raton, FL: CRC Press.
14. Rishel, J. B. 1996. *HVAC Pump Handbook.* New York: McGraw-Hill.
15. Sanks, R. L. 1998. *Pumping Station Design*, 2a ed. New York: Elsevier Science.
16. Tuzson, John. 2000. *Centrifugal Pump Design.* New York: Wiley.

SITIOS DE INTERNET

Nota: Consulte la sección de Sitios de Internet al final del capítulo 12, que incluye varios paquetes de software para diseñar sistemas de tubería, disponibles comercialmente, muchos de los cuales incluyen herramientas para seleccionar bombas.

1. Hydraulic Institute *www.pumps.org* Asociación de fabricantes y usuarios de bombas que proporciona estándares de productos y constituye un foro para el intercambio de información sobre la industria de la ingeniería, fabricación y aplicación de equipo de bombeo.
2. Pump-Flo.co *www.pump-flo.com/manulist.asp* Software gratuito en línea para seleccionar bombas, permite búsquedas en los catálogos de docenas de fabricantes de bombas.
3. Pumps & Systems Magazine *www.pump-zone.com* Publicación dirigida a los usuarios y fabricantes de bombas, con énfasis especial en la operación y el mantenimiento de bombas y sistemas.
4. Animated Software Company *www.animatedsoftware.com* Productor de All About Pumps, conjunto de imágenes de más de 75 tipos diferentes de bombas, con animaciones que ilustran la circulación del fluido y las acciones mecánicas. Haga clic en “Glossary of Pumps”.
5. Armstrong Pumps, Inc. *www.armstrongpumps.com* Fabricante de bombas para aplicaciones residenciales y comerciales, inclusive sistemas HVAC, hidrónicos y de protección contra incendios. En el sitio Web se dispone de las curvas de rendimiento.
6. Bell & Gossett *www.bellgossett.com* Fabricante de bombas centrífugas para sistemas HVAC, hidrónicos, hidráulicos y aplicaciones industriales.

7. Crane Pumps and Systems *www.cranepumps.com* Fabricante de una variedad amplia de diseños y configuraciones de bombas centrífugas que se comercializan con las marcas de Crane, Barnes, Burks, Prosser y Deming, entre otras.
8. Eaton Hydraulics *http://hydraulics.eaton.com/products/pumps_main.htm* Fabricante de bombas y válvulas hidráulicas con las marcas de Vickers, Char-Lynn, Denison Hydraulics, Rexroth, Sundstrand, e Hydro-Line. Division de Eaton Corporation.
9. Flowserve Corporation *www.flowserve.com* Fabricante de bombas centrífugas y rotatorias de varias marcas, tales como Flowserve, Durco, Pacific, y Worthington, entre otras. Tienen aplicación en la generación de potencia, petróleo y gas, procesos químicos, recursos hidráulicos, marinos, pulpa y papel, minería, metales primarios y mercados industriales en general. Es líder en el campo de las bombas de procesamiento químico, y resistentes a la corrosión.
10. Gorman-Rupp Industries *www.gormanrupp.com* Fabricante de bombas y válvulas pequeñas [de hasta 60 gal/min (13.6 m^3/h)] centrífugas, de pistón, peristálticas, engranes, medición de fuelles y oscilantes, válvulas para aparatos, procesamiento de alimentos, química, medicina, HVAC y varias aplicaciones más. Otras divisiones de Gorman-Rupp suministran bombas con capacidades de hasta 500 000 gal/min (113 550 m^3/h).
11. Goulds Pumps *www.gouldspumps.com* Fabrica un rango amplio de bombas centrífugas para agua potable y residual, agricultura, irrigación, alimentación de calderas, HVAC y aplicaciones para la industria en general. Es subsidiaria de ITT Industries, Inc.
12. IMO Pump Company *www.imo-pump.com* Fabrica bombas de tornillo y engranes para industrias como la del transporte de petróleo, maquinaria hidráulica, refinerías, marina, manejo de combustible de aeronaves y potencia de fluido.
13. March Pumps *www.marchpump.com* Fabricante de bombas centrífugas de capacidad pequeña y media.
14. Moyno, Inc. *www.moyno.com* Fabricante de la bomba de cavidad progresiva de la marca Moyno, que se utiliza en aplicaciones ambientales, química especializada, pulpa y papel, materiales para construcción, alimentos y bebidas, minería y muchas otras aplicaciones.
15. Seepex Pumps *www.seepex.com* Fabrica bombas de cavidad progresiva para aplicaciones industriales.
16. Warren Rupp, Inc. *www.warrenrupp.com* Fabricante de bombas de diafragma de las marcas SandPIPER y Marathon, para los mercados de la química, pintura, procesamiento de comida, construcción, minería y la industria en general.
17. Watson-Marlow Bredel Pumps *www.watson-marlow.com* Es fabricante de bombas peristálticas para la industria química, artes gráficas, tratamiento de aguas, minería, científica e industria en general. También produce bombas pequeñas de diafragma para gases y líquidos.

SOFTWARE PARA DISEÑO DE SISTEMAS DE TUBERÍA

Comercialmente hay paquetes de software numerosos para diseñar sistemas de tubería que generan buen rendimiento del flujo de fluido, y que son seguros en cuanto a los esfuerzos en la tubería, apoyos, y anclajes. La lista que sigue es una muestra.

1. Tahoe Design Software *www.tahoesoft.com* Productor de HYDROFLO, HYDRONET y PumpBase, paquetes para analizar sistemas de tubería en serie, paralelo y redes. PumpBase es un auxiliar en la selección de bombas centrífugas.
2. ABZ, Inc. *www.abzinc.com* Produce el software Design Flow Solutions, para resolver una variedad de problemas de circulación de fluidos, inclusive sistemas en serie, paralelo y redes. Desarrollador original del software Crane Companion. Proveedor de servicios de consultoría e ingeniería para la industria de la generación de energía.
3. SimSci-Esscor *www.simsci-esscor.com* Productor del software PIPEPHASE, que modela sistemas de tubería y redes de flujo de petróleo y gas en una y múltiples fases.
4. EPCON International *www.epcon.com* Produce los paquetes SINET y CHEMPRO, para análisis de redes de tubería e ingeniería de procesos de sistemas para líquidos, gases y fases múltiples. Incluye una copiosa base de datos de las propiedades físicas. El software SYSTEM 7 Process Explorer™ integra la simulación de procesos y análisis del flujo de fluidos.
5. KORF Software *www.korf.co.uk* Produce el software KORF Hydraulics © para calcular flujos volumétricos y presiones en tuberías y redes de tubería para fluidos líquidos, isotérmicos compresibles y en dos fases.
6. Applied Flow Technology *www.aft.com* Productor de AFT Titan, AFT Arrow, AFT Fathom, y otros paquetes para diseño y análisis de circulación de fluidos, capaz de estudiar fluidos líquidos y compresibles. Pipenet Spray/Sprinkler se utiliza para sistemas de protección contra incendios, y AutoPipe realiza análisis de esfuerzos en tuberías.
7. ALGOR *www.algor.com* Produce PIPEPAK, software para analizar el movimiento de fluidos estables e inestables, así como sistemas de tubería, incluye análisis estático de esfuerzos, frecuencia natural y respuesta a la frecuencia, que da apoyo a la emisión de códigos de estándares industriales para tuberías de generación de energía y procesos.
8. Engineered Software *www.fluidflowsoftware.com* Productor del software FLO-SERIES, para analizar el flujo de líquidos, fluidos compresibles e inventarios de pulpa y papel. PUMP-FLO es un auxiliar en la selección de bombas centrífugas por medio de los catálogos electrónicos de los fabricantes de bombas. Dispone de una copiosa base de datos de las propiedades físicas para procesamiento de fluidos químicos e industriales.

PROBLEMAS

13.1 Mencione 12 factores que debe considerarse al seleccionar una bomba.

13.2 Mencione 10 conceptos que hay que especificar para las bombas.

13.3 Describa una bomba de desplazamiento positivo.

13.4 Dé cuatro ejemplos de bombas rotatorias de desplazamiento positivo.

13.5 Mencione tres tipos de bombas reciprocantes de desplazamiento positivo.

13.6 Describa una bomba cinética.

13.7 Mencione tres clasificaciones de las bombas cinéticas.

13.8 Describa la acción de los impulsores y la trayectoria general del flujo en los tres tipos de bombas cinéticas.

13.9 Describa una bomba de chorro.

13.10 Mencione la diferencia entre una bomba de chorro superficial y otra de pozo profundo, también de chorro.

13.11 Mencione la diferencia entre una bomba recíproca símplex y otra dúplex.

13.12 Describa la forma general de la gráfica de capacidad de la bomba *versus* presión de descarga, para una bomba rotatoria de desplazamiento positivo.

13.13 Describa la forma general de la gráfica de carga total *versus* capacidad de la bomba, para bombas centrífugas.

13.14 En la gráfica de carga *versus* capacidad del problema modelo 13.13, agregue otras gráficas de la eficiencia y potencia requerida.

13.15 ¿A qué *leyes de afinidad* se alude, a propósito de las bombas?

13.16 Para una bomba centrífuga dada ¿cuánto cambia la capacidad, si la velocidad de rotación del impulsor disminuye a la mitad?

13.17 Para una bomba centrífuga dada ¿cuánto cambia la carga total, si la velocidad de rotación del impulsor disminuye a la mitad?

13.18 Para una bomba centrífuga dada ¿cuánto cambia la potencia requerida para mover la bomba, si la velocidad de rotación del impulsor disminuye a la mitad?

13.19 Para una carcasa de bomba centrífuga de tamaño dado ¿cuánto cambia la capacidad, si el diámetro del impulsor disminuye 25%?

13.20 Para una carcasa de bomba centrífuga de tamaño dado ¿cuánto cambia la capacidad de carga total, si el diámetro del impulsor disminuye 25%?

13.21 Para una carcasa de bomba centrífuga de tamaño dado ¿cuánto cambia la potencia que se requiere para mover la bomba, si el diámetro del impulsor disminuye 25%?

13.22 Describa cada parte de esta notación de bomba centrífuga: $1\frac{1}{2} \times 3 - 6$.

13.23 Para la línea de bombas de la figura 13.21, especifique un tamaño apropiado para enviar 100 gal/min de agua, a una carga total de 300 pies.

13.24 Para la línea de bombas de la figura 13.21, especifique un tamaño apropiado para enviar 600 L/min de agua a una carga total de 25 m.

13.25 Para la curva de rendimiento de la figura 13.27, que corresponde a una bomba centrífuga de $2 \times 3 - 10$, describa el rendimiento esperado de una bomba con un impulsor de 8 pulgadas que opera contra una carga de sistema de 200 pies. Mencione la capacidad esperada, potencia que se requiere, eficiencia y *NPSH* requerida.

13.26 Para la curva de rendimiento de la bomba centrífuga de $2 \times 3 - 10$, de la figura 13.27 ¿a qué carga operará con su eficiencia más alta la bomba, si tiene un impulsor de 8 pulgadas? Mencione la capacidad de la bomba, potencia que requiere, eficiencia y *NPSH* necesaria a dicha carga.

13.27 Con el resultado del problema 13.26, describa cómo cambia el rendimiento de la bomba, si la carga del sistema se incrementa 15%.

13.28 Para la curva de rendimiento de la figura 13.27, que corresponde a una bomba centrífuga de $2 \times 3 - 10$, determine la carga y capacidad totales a que operará la bomba con eficiencia máxima, para cada uno de los tamaños mostrados.

13.29 Para una bomba centrífuga dada y tamaño de impulsor, describa cómo varía la *NPSH* requerida conforme aumenta la capacidad.

13.30 Mencione algunas ventajas de un impulsor de velocidad variable para una bomba centrífuga que suministra fluido a un proceso que requiere flujos volumétricos variables de un fluido, en comparación con el ajuste de válvulas de estrangulamiento.

13.31 Describa cómo varía la capacidad, eficiencia y potencia que se requiere para una bomba centrífuga, conforme se incrementa la viscosidad del fluido que se bombea.

13.32 Si se conecta en paralelo dos bombas centrífugas idénticas y operan contra cierta carga ¿cómo se compara la capacidad total con la de una bomba sola que opere contra la misma carga?

13.33 Describa el efecto de operar dos bombas en serie.

13.34 Para cada uno de los conjuntos de condiciones de operación siguientes, mencione al menos un tipo apropiado de bomba. Consulte la figura 13.47.

- **a.** 500 gal/min de agua a 80 pies de carga total.
- **b.** 500 gal/min de agua a 800 pies de carga total.
- **c.** 500 gal/min de adhesivo viscoso a 80 pies de carga.
- **d.** 80 gal/min de agua a 8000 pies de carga.
- **e.** 80 gal/min de agua a 800 pies de carga.
- **f.** 8000 gal/min de agua a 200 pies de carga.
- **g.** 8000 gal/min de agua a 60 pies de carga.
- **h.** 8000 gal/min de agua a 12 pies de carga.

13.35 Para la curva de rendimiento de la bomba centrífuga de $1\frac{1}{2} \times 3 - 13$ de la figura 13.33, determine la capacidad esperada de una bomba con impulsor de 12 pulgadas que opera contra una carga de 550 pies del sistema. Después, calcule la velocidad específica y el diámetro

específico, y localice el punto correspondiente en la figura 13.48.

13.36 Para la curva de rendimiento de la figura 13.31, que corresponde a una bomba centrífuga de $6 \times 8 - 17$, determine la capacidad esperada de una bomba con impulsor de 15 pulgadas que opera contra una carga de 200 pies del sistema. Después, calcule la velocidad específica y el diámetro específico, y localice el punto correspondiente en la figura 13.48.

13.37 En la figura 13.47 se observa que una bomba de flujo mixto es recomendable para distribuir 10 000 gal/min de agua a una carga de 40 pies. Si dicha bomba opera con velocidad específica de 5000, calcule la velocidad de operación apropiada para la bomba.

13.38 Calcule la velocidad específica de una bomba que opera a 1750 rpm, y que envía 5000 gal/min de agua a una carga total de 100 pies.

13.39 Calcule la velocidad específica de una bomba que opera a 1750 rpm, y que envía 12 000 gal/min de agua a una carga total de 300 pies.

13.40 Calcule la velocidad específica de una bomba que opera a 1750 rpm, y que envía 500 gal/min de agua a una carga total de 100 pies.

13.41 Calcule la velocidad específica de una bomba que opera a 3500 rpm, y que envía 500 gal/min de agua a una carga total de 100 pies. Compare el resultado con el del problema 13.40 y con la figura 13.48.

13.42 Se desea operar una bomba a 1750 rpm por medio de un motor eléctrico de cuatro polos. Para cada una de las condiciones siguientes, calcule la velocidad específica por medio de la ecuación (13-17). Después, emita una recomendación acerca del empleo de una bomba axial, de flujo mixto, de flujo radial, o ninguno de estos tipos, con base en el estudio relacionado con la figura 13.48.

a. 500 gal/min de agua a 80 pies de carga total.
b. 500 gal/min de agua a 800 pies de carga.
c. 3500 gal/min de agua a 80 pies de carga.
d. 80 gal/min de agua a 8000 pies de carga.
e. 80 gal/min de agua a 800 pies de carga.
f. 8000 gal/min de agua a 200 pies de carga.
g. 8000 gal/min de agua a 60 pies de carga.
h. 8000 gal/min de agua a 12 pies de carga.

13.43 Defina *carga de succión neta positiva* (*NPSH*).

13.44 Mencione la diferencia entre la *NPSH disponible* y la *NPSH requerida*.

13.45 Describa lo que sucede a la presión de vapor del agua cuando la temperatura se incrementa.

13.46 Señale por qué es importante considerar la *NPSH* cuando se diseña y opera un sistema de bombeo.

13.47 ¿Para qué punto se calcula la *NPSH* en un sistema de bombeo? ¿Por qué?

13.48 Analice por qué es deseable elevar el depósito donde una bomba toma el líquido.

13.49 Analice por qué es conveniente el uso de un tubo de tamaño relativamente grande en las líneas de succión de los sistemas de bombeo.

13.50 Analice por qué debe usarse una reducción excéntrica cuando es necesario que disminuya el tamaño de la línea de succión conforme se está cerca de la bomba.

13.51 Si suponemos que una bomba dada requiere 7.50 pies de *NPSH* cuando opera a 3500 rpm ¿cuál sería la *NPSH* requerida a 2850 rpm?

13.52E Determine la *NPSH* disponible para la bomba del problema 7.14, si el agua está a 80 ºF y la presión atmosférica es de 14.5 psia. Repita el cálculo para el agua a 180 °F.

13.53E Determine la *NPSH* disponible cuando una bomba extrae agua a 140 ºF de un tanque cuyo nivel está 4.8 pies por debajo de la entrada de la bomba. Las pérdidas en la línea de succión son de 2.2 lb-pie/lb, y la presión atmosférica es de 14.7 psia.

13.54M *Una bomba mueve benceno a 25 °C de un tanque cuyo nivel está a 2.6 m arriba de la entrada de la bomba. La línea de succión tiene una pérdida de carga de 0.8 N•m/N. La presión atmosférica que se mide es de 98.5 kPa(abs). Encuentre la NPSH disponible. La presión de vapor del benceno es de 13.3 kPa.*

13.55M *Determine la NPSH disponible del sistema de la figura 13.38(b). El fluido es agua a 80 °C y la presión atmosférica es de 101.8 kPa. El nivel del agua en el tanque está 2.0 m por debajo de la entrada de la bomba. El ramal vertical de la línea de succión es una tubería de acero de 3 pulgadas cédula 40, mientras que el ramal horizontal es una tubería de 2 pulgadas cédula 40, con una longitud de 1.5 m. El codo es del tipo de radio largo. Ignore la pérdida en la reducción. La válvula de pie y filtro son del tipo de disco articulado. El flujo volumétrico es de 300 L/min.*

13.56E Determine la *NPSH* disponible cuando una bomba extrae tetracloruro de carbono a 150 ºF (sg = 1.48) desde un tanque cuyo nivel está 3.6 pies por debajo de la entrada de la bomba. Las pérdidas de energía en la línea de succión son de 1.84 pies en total, y la presión atmosférica es de 14.55 psia.

13.57M *Determine la NPSH disponible cuando una bomba distribuye tetracloruro de carbono a 65 °C (sg = 1.48) desde un tanque cuyo nivel está a 1.2 m por debajo de la entrada de la bomba. Las pérdidas de energía en la línea de succión son de 0.72 m en total, y la presión atmosférica es de 100.2 kPa absolutos.*

13.58M *Determine la NPSH disponible cuando una bomba extrae gasolina a 40 °C (sg = 0.65) desde un tanque subterráneo cuyo nivel está a 2.7 m por debajo de la entrada de la bomba. Las pérdidas de energía en la línea de succión son de 1.18 m en total, y la presión atmosférica es de 99.2 kPa absolutos.*

13.59E Determine la *NPSH* disponible cuando una bomba distribuye gasolina a 110 ºF (sg = 0.65) desde un tanque exterior de almacenamiento cuyo nivel se encuentra a 4.8 pies por arriba de la entrada de la bomba. Las pérdidas de energía en la línea de succión son de 0.87 pies en total, y la presión atmosférica es de 14.28 psia.

13.60E Repita el problema 13.56, si la bomba está 44 pulgadas debajo de la superficie del fluido.

13.61E Repita el problema 13.59, si la bomba está a 27 pulgadas arriba de la superficie del fluido.

13.62M *Repita el problema 13.57, si la bomba está a 1.2 m por debajo de la superficie del fluido.*

13.63M *Repita el problema 13.58, si la bomba está instalada bajo el tanque, a 0.65 m por debajo de la superficie del fluido.*

13.64E Una bomba envía propano a 110 ºF ($sg = 0.48$) desde un tanque cuyo nivel está a 30 pulgadas sobre la entrada de la bomba. Las pérdidas de energía en la línea de succión son de 0.73 pies en total, y la presión atmosférica es de 14.32 psia. Determine la presión que se requiere ejercer sobre el propano del tanque, con el fin de asegurar que la *NPSH* disponible sea de 4.0 pies, al menos.

13.65M *Una bomba impulsa propano a 45 °C ($sg = 0.48$) desde un tanque cuyo nivel está a 1.84 m por debajo de la entrada de la bomba. Las pérdidas de energía en la línea de succión son de 0.92 m en total, y la presión atmosférica es de 98.4 kPa absolutos. Determine la presión que se necesita ejercer sobre el propano del tanque para garantizar que la NPSH disponible sea de 1.50 m, al menos.*

PROBLEMAS DE DISEÑO

A continuación se presenta varias situaciones donde se diseña un sistema para bombear un fluido de una fuente a un destino dado. En cada caso, el objetivo consiste en definir por completo la configuración del sistema, lo que incluye:

- Tamaños y tipos de tuberías.
- Ubicación de la bomba.
- Longitud de la tubería para todas las partes del sistema.
- Válvulas y acoplamientos.
- Dibujo con leyendas claras de la distribución de la tubería.
- Lista de los materiales necesarios para el sistema.
- Análisis de la presión en puntos pertinentes.

Consulte la sección 13.14 y el problema modelo 13.4 para aplicar el procedimiento. Presente los resultados en un informe escrito con estilo de reporte técnico.

Problemas de especificaciones

1E Diseñe un sistema para bombear agua a 140 ºF, de una cisterna que está bajo un intercambiador de calor a la parte superior de una torre de enfriamiento, como se ilustra en la figura 13.50. El flujo volumétrico mínimo deseado es de 200 gal/min.

2M *Diseñe un sistema de bombeo de agua a 80 °C, de un calentador a un sistema de lavado, como se observa en la figura 13.51. El flujo volumétrico mínimo deseado es de 750 L/min (198 gal/min).*

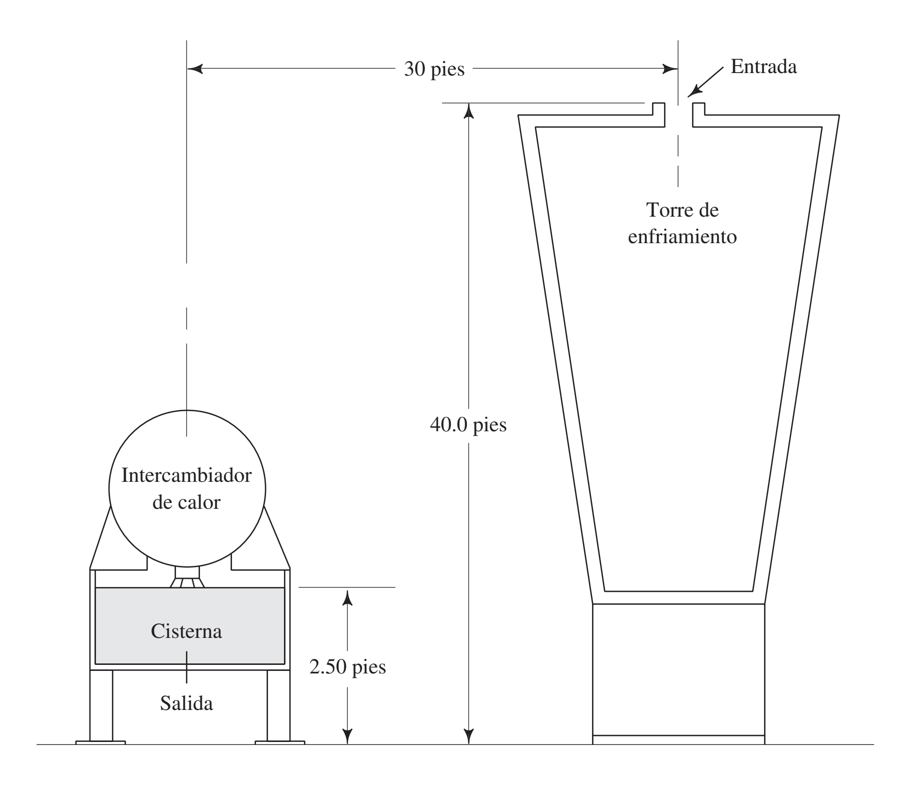
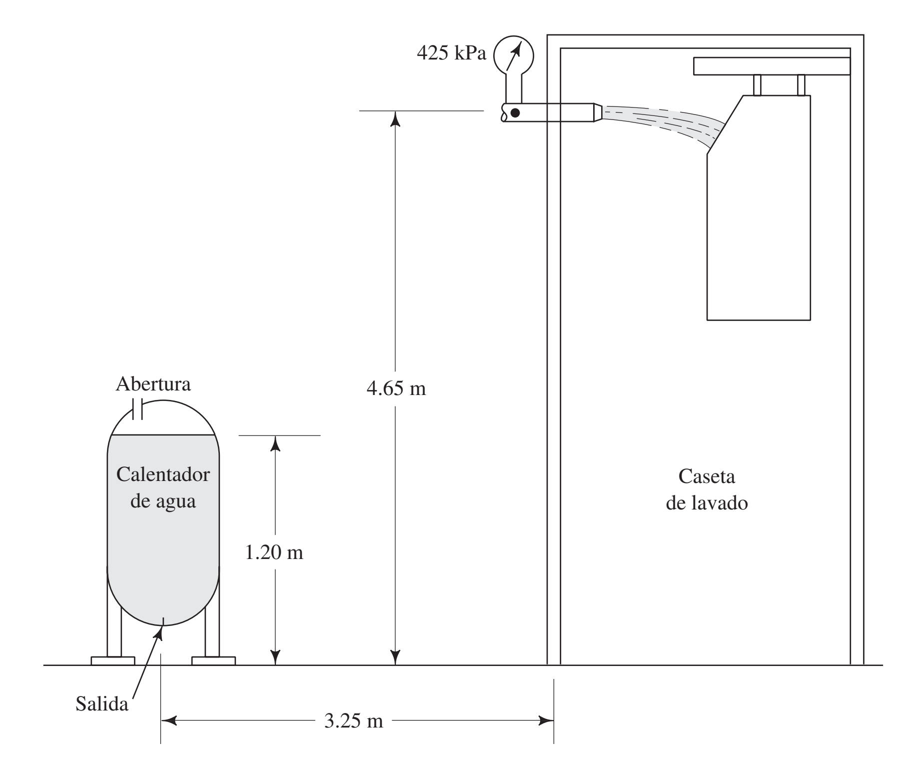


FIGURA 13.50 Problema de diseño 1.

FIGURA 13.51 Problema de diseño 2.



3E Diseñe un sistema para bombear agua a 90 ºF, de un río a un tanque elevado a 55 pies sobre la superficie de la corriente. El flujo volumétrico mínimo deseado es de 1500 gal/min. El tanque va a colocarse a una distancia de 125 m pies de la ribera del río.

4E Diseñe el sistema hidráulico para la cabaña del Profesor Crocket, como se describe en la figura 7.38. El flujo volumétrico mínimo deseado es de 40 gal/min, y el tanque de distribución ha de mantenerse a una presión de 30 psig sobre el agua. La cabaña se localiza a 150 pies del lado de la corriente donde se tomará el agua. La pendiente de la colina es de 30º, aproximadamente, con respecto de la vertical. El agua está a 80 ºF.

5M *Diseñe un sistema similar al que se muestra en la figura 7.35, donde, para provocar el flujo, se utiliza una presión de aire de 400 kPa sobre el keroseno a 25 °C. La distancia horizontal entre los dos tanques es de 32 m. El flujo volumétrico mínimo deseado es de 500 L/min.*

6E Diseñe un sistema similar al que se muestra en la figura 8.11, que debe suministrar al menos 1500 gal/min de agua a 60 ºF para un sistema de protección contra incendios. La presión en el punto B debe ser de 85 psig, al menos. La profundidad del agua en el tanque es de 5.0 pies. Ignore los tamaños especificados para las tuberías y tome sus propias decisiones. Agregue las válvulas apropiadas y rediseñe la línea de succión.

7E Diseñe un sistema semejante al que se ilustra en la figura 8.17 y se describe en el problema 8.44. Ignore los tamaños dados de tubería y la presión que se da en la entrada de la bomba. Agregue las válvulas apropiadas. La bomba impulsa agua contaminada desde un estanque tranquilo, cuya superficie está 30 pulgadas por debajo de la línea central de la entrada de la bomba. Utilice la presión de vapor del agua a 100 ºF.

8M *Diseñe un sistema similar al que aparece en la figura 7.22, para impulsar 60 L/min de un fluido cortador a base de agua (sg = 0.95) a la cuchilla de una máquina cortadora. Suponga que la viscosidad y la presión del vapor son 10% mayores que la del agua a 40 °C. Suponga que la bomba está sumergida y que la profundidad mínima sobre la entrada de succión es de 75 mm. La longitud total de la trayectoria que se requiere para la línea de descarga es de 1.75 m.*

9M *Diseñe un sistema como el que se observa en la figura 7.21, para entregar 840 L/min de agua a 100 °F, de un tanque subterráneo de almacenamiento a otro presurizado. Ignore los tamaños originales de la tubería y tome sus propias decisiones. Agregue las válvulas apropiadas. La presión del tanque superior es de 500 kPa.*

10E Especifique una bomba apropiada para el sistema de la figura 13.52. Es una combinación de sistema en serie y paralelo que opera como sigue.

- Se lleva agua a 160 ºF a razón de 275 gal/min de un tanque a la línea de succión de la bomba. La línea de succión tiene una longitud total de 10 pies.
- La línea de descarga de 3 pulgadas se eleva 15 pies sobre el agua, hasta el nivel de un intercambiador de calor grande. La línea de descarga tiene una longitud de 40 pies en total.
- El flujo se bifurca en dos ramas, la línea principal es de 3 pulgadas y alimenta un intercambiador grande de calor que tiene un factor K de 12, con base en la carga de velocidad en la tubería. La longitud total de la tubería en este ramal es de 8 pies.
- La línea de 1 pulgada es una desviación alrededor del intercambiador de calor, con 30 pies de longitud total.

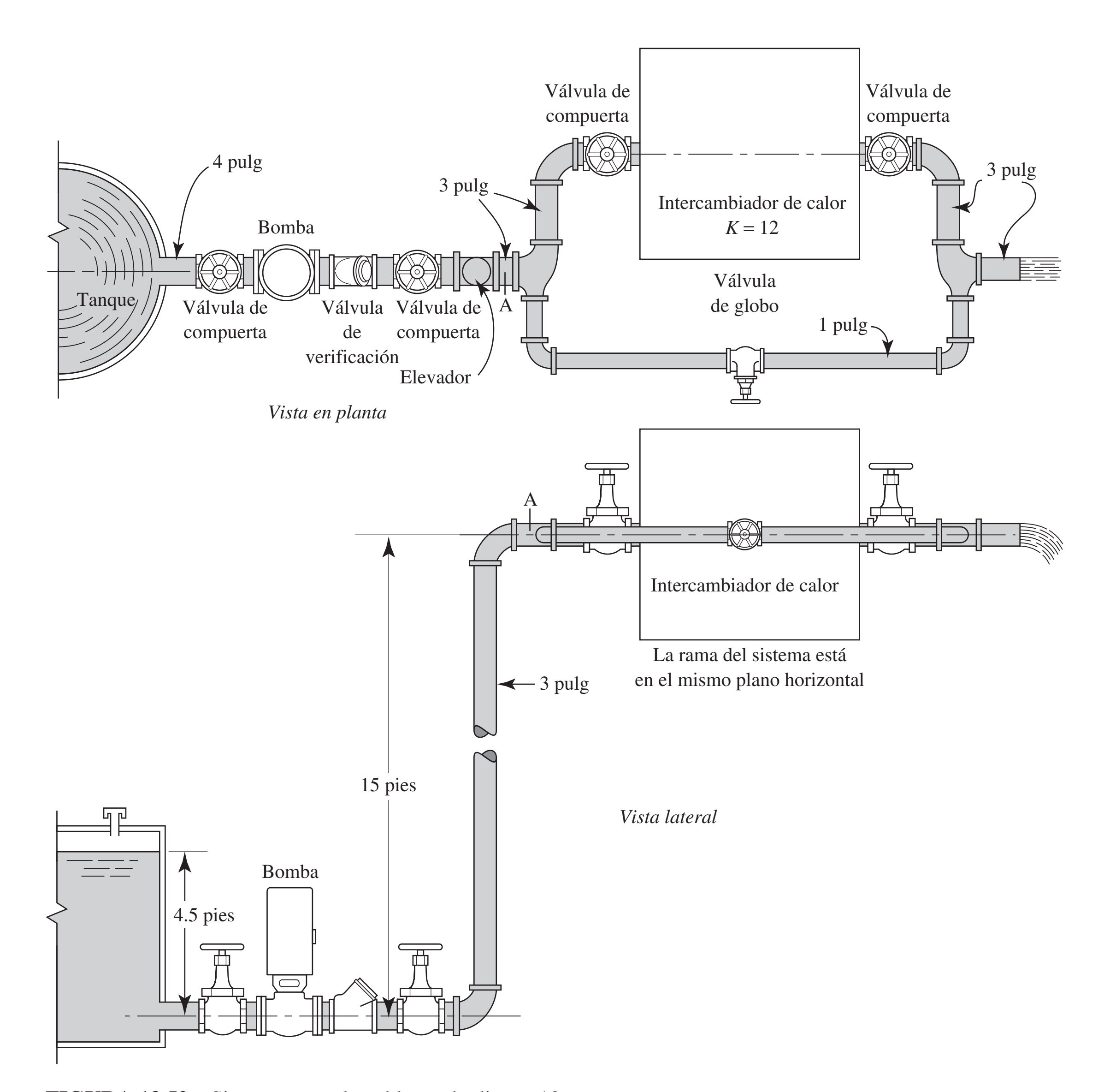


FIGURA 13.52 Sistema para el problema de diseño 10.

- Las dos líneas se reúnen por la derecha y descargan a la atmósfera a través de una tubería corta de 3 pulgadas.
- Todas las tuberías son de acero cédula 40.

Para este sistema, que trabaja en las condiciones de operación deseadas, determine:

(**a**) La presión en la entrada de la bomba.
(**b**) La *NPSH* disponible en la entrada de la bomba.
(**c**) La presión en el punto A, antes de las ramas.
(**d**) El flujo volumétrico a través de la línea del intercambiador de calor.
(**e**) El flujo volumétrico a través de la línea de desvío.
(**f**) La carga total sobre la bomba.
(**g**) La potencia trasmitida al agua por la bomba.

Después, especifique una bomba apropiada para este sistema, la cual entregaría un flujo deseado de 275 gal/min, al menos. Para la bomba seleccionada, determine:

(**h**) El flujo volumétrico real esperado que produce la bomba en el punto de operación.
(**i**) La potencia de entrada a la bomba.
(**j**) La *NPSH* requerida.
(**k**) La eficiencia en el punto de operación.

11E Un camión de bomberos se diseña para que envíe 1250 gal/min de agua a 100 ºF. La entrada proviene de una manguera de succión que se inserta en un lago, río o estanque. La descarga es hacia un cañón de agua montado en el vehículo, el cual requiere de 150 psi en la boquilla. La fuente de

agua podría estar hasta a 200 pies del camión y a 10 pies por debajo del camino. La bomba se montará en una plataforma en mitad del vehículo, a una altura de 40 pulgadas sobre el camino. La conexión con el cañón de agua está a 6.5 pies sobre la bomba. Especifique el tamaño de la manguera de succión, el diseño del tubo rígido que conecta la manguera con la entrada de la bomba, el tubo de descarga al cañón de agua, válvulas y demás acoplamientos.

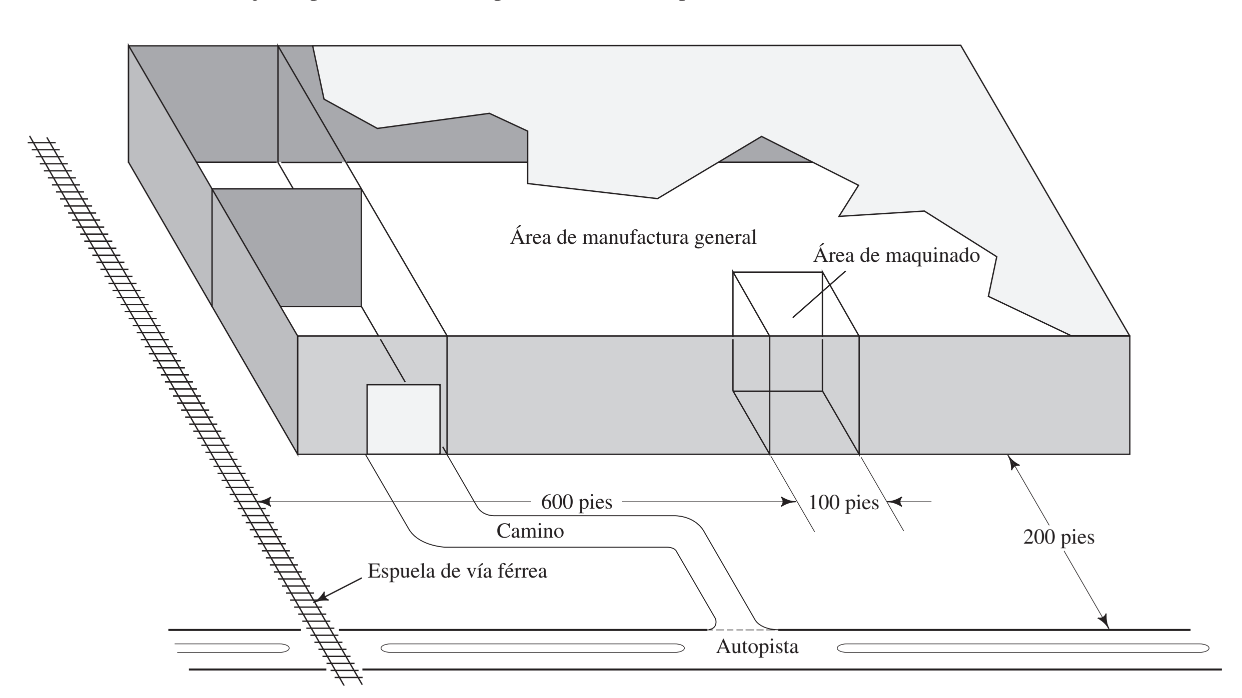
PROBLEMA EXHAUSTIVO DE DISEÑO

Suponga que usted es un ingeniero de planta de una compañía que planea una instalación nueva de manufactura. Como parte de la planta nueva, habrá una línea de maquinado automático en la que se suministrará refrigerante a cinco máquinas, el cual provendrá del mismo depósito. Es el responsable de diseñar el sistema para manejar el refrigerante desde el momento en que llega a la planta en carros tanque de ferrocarril hasta que una compañía contratista lo retira sucio de las instalaciones para desecharlo.

En la figura 13.53 se muestra la distribución planeada para las instalaciones. Se aplica los datos siguientes, requerimientos de diseño y restricciones.

1. El refrigerante nuevo llega a la planta en carros tanque de 15 000 galones cada uno. Debe especificarse un tanque contenedor para el refrigerante nuevo.
2. El depósito para el sistema de maquinado automático debe tener una capacidad de 1000 galones.
3. El tanque de 1000 galones se vacía por lo general una vez a la semana. Es posible tener cisternas de emergencia por si el refrigerante se contaminara antes del drenado que se planeó.
4. El fluido sucio se retira en un camión sólo una vez al mes.
5. Debe especificarse un tanque contenedor para el fluido sucio.
6. La planta ha de diseñarse para que opere dos turnos por día, 7 días a la semana.
7. El mantenimiento se lleva a cabo normalmente en el tercer turno.
8. El edificio es de un nivel, con piso de concreto.
9. El nivel del piso se encuentra a la misma elevación que la vía de ferrocarril.
10. No puede haber ningún tanque de almacenamiento dentro de la planta o bajo el piso, excepto el almacenamiento de 1000 galones que da el abasto para el sistema de maquinado.
11. La carga del techo es de 32 pies sobre el nivel del piso, y puede diseñarse para que soporte un tanque de almacenamiento.
12. El edificio va a localizarse en Dayton, Ohio, donde la temperatura exterior varía de −20 ºF a +105 ºF.
13. La línea de congelación se halla a 30 pulgadas por debajo de la superficie.
14. El refrigerante es una solución de agua y aceite soluble, con gravedad específica de 0.94 y punto de congelación de 0 °F. Es tan corrosivo como el agua, aproximadamente.
15. Suponga que la viscosidad y presión de vapor del refrigerante es 1.50 veces la del agua a cualquier temperatura.

FIGURA 13.53 Dibujo en planta del edificio para la fábrica del problema exhaustivo de diseño.



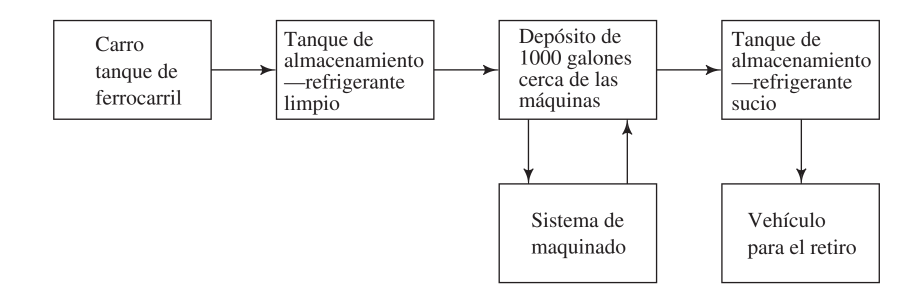


FIGURA 13.54 Diagrama de bloques del sistema de refrigerante.

16. No se pide que diseñe el sistema para abastecer las máquinas.

17. El sistema básico de almacenamiento y distribución de refrigerante ha de tener un diseño funcional, que se bosqueja en el diagrama de bloques de la figura 13.54.

Como diseñador del sistema, debe ejecutar las tareas siguientes:

a. Especificar la ubicación y tamaño de todos los tanques de almacenamiento.

b. Especificar la distribución del sistema de tubería, los tipos y tamaños de todas las tuberías y las longitudes que se requiere.

c. Especificar el número, tipo y tamaño de todas las válvulas, codos y acoplamientos.

d. Especificar el número de bombas, sus tipos, capacidades, requerimientos de carga y potencia que necesitan.

e. Especificar los requerimientos de la instalación para las bombas, incluso la realización del sistema de la línea de succión. Evalúe la carga de succión neta positiva (*NPSH*) disponible para su diseño, y demuestre que su bomba tiene una *NPSH* requerida aceptable.

f. Determine el tiempo que se requiere para llenar y vaciar todos los tanques.

g. Dibuje la distribución de su diseño, tanto en planta (vista superior) como en alzado (vista lateral). También debe hacer un dibujo isométrico.

h. Incluya el análisis de todas las partes del sistema, incluso las pérdidas de energía debido a la fricción y las pérdidas menores.

i. Plasme los resultados de su diseño en un informe limpio y completo, que incluya la descripción del sistema, ilustraciones, lista de materiales y el análisis que demuestre que su diseño cumple con las especificaciones.

14 Flujo en canales abiertos

14.1 Panorama

Mapa de aprendizaje

- Un canal abierto es un sistema de flujo donde la superficie superior del fluido está expuesta a la atmósfera.
- Algunos ejemplos son las canaletas pluviales en los edificios, drenes pluviales, ríos y corrientes naturales y los canales construidos para drenar fluidos en forma controlada.
- El análisis de los canales abiertos requiere técnicas especiales algo diferentes de las que ha utilizado para analizar el flujo en tubos y tuberías.

Descubrimientos

- Observar dónde hay canales en la región donde radica.
- Buscar drenes pluviales, corrientes naturales y otras estructuras de drenaje.
- ¿Podrá encontrar otros?

En este capítulo presentamos algunos métodos básicos para analizar el flujo en canales abiertos.

Conceptos introductorios

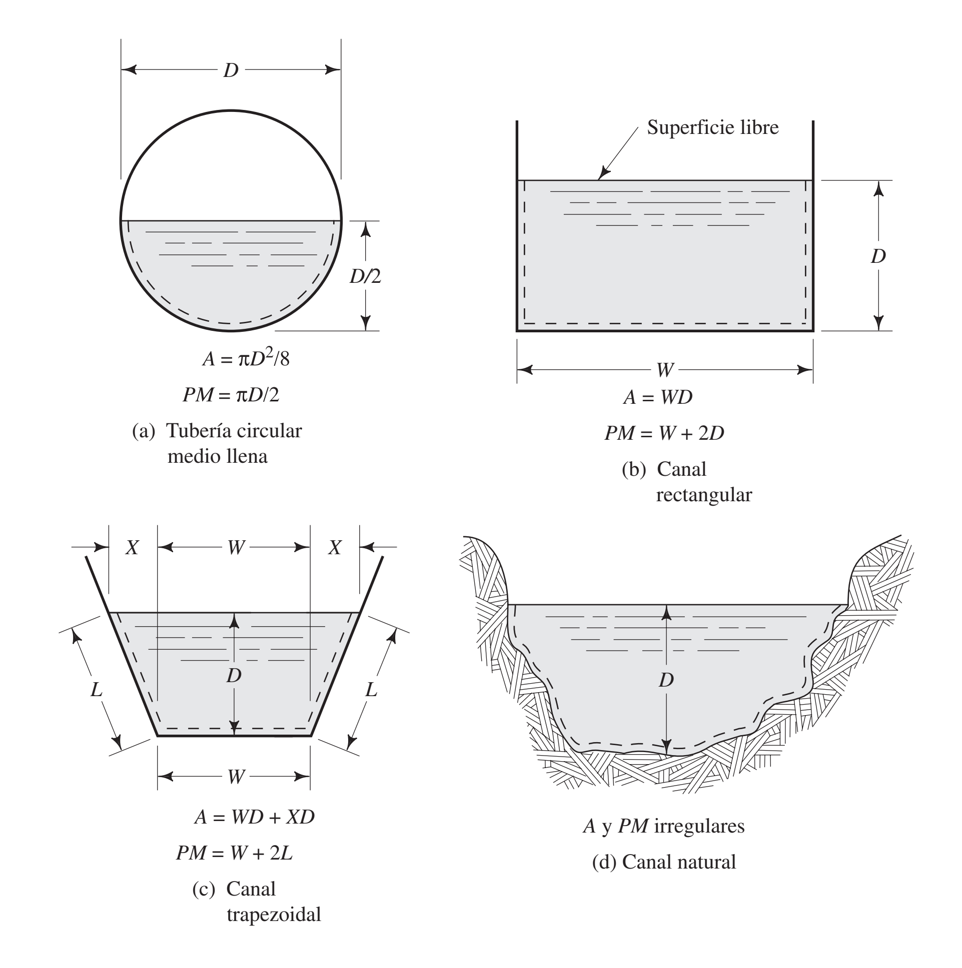
Al contrario de los conductos cerrados que presentamos en los capítulos anteriores, un *canal abierto* es un sistema de flujo en el que la superficie superior del fluido está expuesta a la atmósfera.

En la naturaleza hay muchos ejemplos de canales abiertos, así como en los sistemas diseñados para suministrar agua a las comunidades o drenar el agua que generan las tormentas y eliminarla en forma segura. Consulte la figura 14.1. Los ríos y corrientes son ejemplos obvios de canales naturales. Las canaletas pluviales en los edificios y los costados de las calles conducen agua pluvial. Los colectores pluviales, por lo general bajo la vía pública, reúnen la corriente de las calles y la conducen a una corriente o a un canal más grande construido por el hombre. En la industria, es frecuente que se emplee canales abiertos para conducir el agua de enfriamiento o los refrigerantes de los intercambiadores de calor y llevarla lejos de los sistemas de maquinado.

Observe dónde existen canales en la región donde radica. Conforme los ubique, trate de describirlos con el mayor detalle. Responda las preguntas siguientes:

- ¿Para qué se usa el canal?
- ¿Qué fluido circula por el canal?
- ¿El flujo en el canal parece suave y tranquilo o caótico y turbulento?
- ¿Cuál es la forma de la sección transversal del canal y cuáles son sus dimensiones?
- ¿La sección transversal es uniforme a lo largo de su longitud o varía?
- ¿Qué tan profundo era el fluido cuando lo observó? ¿Qué profundidad podría alcanzar el fluido en condiciones muy intensas de escurrimiento, antes de desbordarse?
- ¿Cómo cambia la forma de la corriente, si lo hace, conforme la profundidad se incrementa?
- ¿Podrá detectar si el canal se encuentra en una pendiente?

FIGURA 14.1 Ejemplos de secciones transversales de canales abiertos.



En este capítulo se presenta algunos métodos de análisis del flujo en canales abiertos. Cubrir el tema por completo es una labor muy extensa que requiere textos enteros, como los mencionados en las referencias 3 a 5 y 7 a 9, al final de este capítulo.

14.2 OBJETIVOS

Al terminar este capítulo podrá:

1. Calcular el radio hidráulico de los canales abiertos.
2. Describir el *flujo uniforme* y el *flujo variado*.
3. Emplear la ecuación de Manning para analizar el flujo uniforme.
4. Definir la pendiente de un canal abierto y obtener su valor.
5. Calcular la descarga normal de un canal abierto.
6. Calcular la profundidad normal del flujo en un canal abierto.
7. Diseñar un canal abierto para que conduzca una descarga dada con flujo uniforme.
8. Definir el *número de Froude*.
9. Describir el *flujo crítico*, el *flujo subcrítico* y el *flujo crítico*.
10. Definir la energía específica del flujo en canales abiertos.
11. Definir los términos *profundidad crítica*, *profundidad alterna* y *profundidad subsecuente*.
12. Describir el término *salto hidráulico*.
13. Describir el uso de los *vertedores* y los *aforadores* para medir el flujo en canales abiertos, y realizar los cálculos necesarios.

14.3 CLASIFICACIÓN DEL FLUJO EN CANALES ABIERTOS

El flujo en canales abiertos se clasifica en varios tipos.

El *flujo estable uniforme* ocurre cuando el flujo volumétrico (que en el análisis del flujo en canales abiertos es común llamar *descarga*) permanece constante en la sección de interés y la profundidad del fluido en el canal no varía. Para lograr el flujo estable uniforme, la sección transversal del canal no debe cambiar a lo largo de su longitud. Un canal así recibe el nombre de prismático. La figura 14.2 muestra la vista lateral de un flujo uniforme.

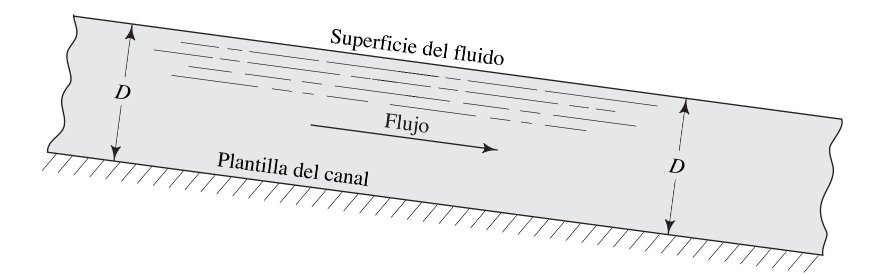


FIGURA 14.2 Flujo estable uniforme en un canal abierto —vista lateral.

El *flujo estable variado* ocurre cuando la descarga permanece constante, pero la profundidad del fluido varía a lo largo de la sección de interés. Esto sucede si el canal no es prismático.

El *flujo inestable variado* tiene lugar cuando la descarga cambia con el tiempo, lo que origina modificaciones en la profundidad del fluido a lo largo de la sección de interés, sea el canal prismático o no.

A su vez, el flujo variado se clasifica en flujo que *varía con rapidez* o *flujo que varía en forma gradual*. Como su nombre lo dice, la diferencia estriba en la tasa de cambio de la profundidad según el lugar del canal. La figura 14.3 ilustra una serie de condiciones en que ocurre un flujo variado. El análisis siguiente describe el flujo en las distintas partes de esta figura.

- *Sección 1* El flujo comienza en un depósito donde el fluido se encuentra prácticamente en reposo. La *compuerta de esclusa* es un dispositivo que permite que el fluido fluya del depósito por un punto bajo la superficie. La variación rápida del flujo ocurre cerca de la compuerta conforme el fluido acelera, con lo que es probable que su velocidad llegue a ser muy grande en esa zona.

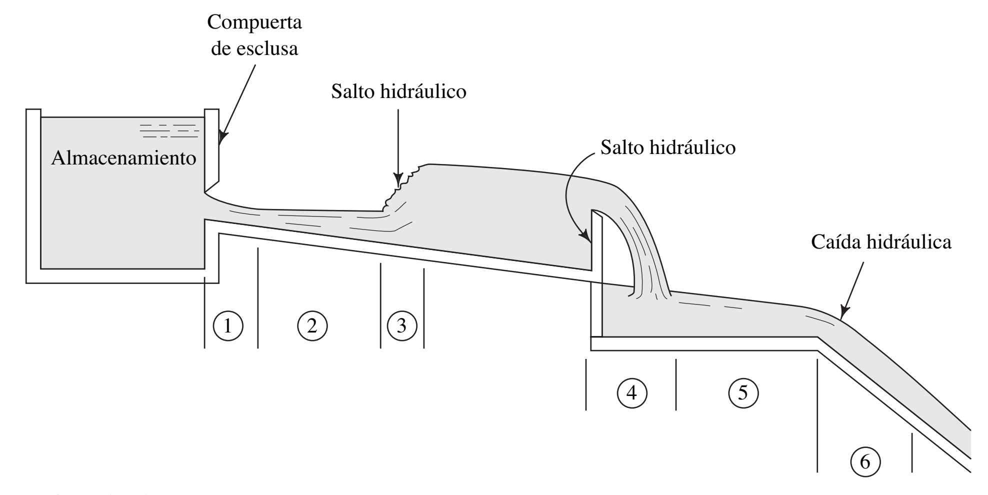


FIGURA 14.3 Condiciones que ocasionan un flujo variado.

- *Sección 2* Si el canal, aguas abajo de la compuerta de esclusa, es relativamente corto, y si su sección transversal no varía mucho, entonces ocurre un flujo variado en forma gradual. Si el canal es prismático y con longitud suficiente, entonces se desarrolla un flujo uniforme.
- *Sección 3* La formación de un *salto hidráulico* es un fenómeno curioso del flujo en canales abiertos. El flujo antes del salto es muy rápido y de poca profundidad relativa. En el salto, el flujo se vuelve muy turbulento y se disipa una gran cantidad de energía. Después del salto, la velocidad del flujo es mucho menor y la profundidad es mayor. Más adelante se abundará en el salto hidráulico.
- *Sección 4* Un *vertedor* es una obstrucción que se coloca ante la corriente y que ocasiona un cambio brusco en la sección transversal del canal. Los vertedores se usan como dispositivos de control o para medir el flujo volumétrico. Es común que el flujo varíe con rapidez cuando pasa sobre el vertedor, y forme una “cascada” (llamada *napa*) aguas abajo de éste.
- *Sección 5* Igual que en la sección 2, si el canal es prismático el flujo aguas abajo del vertedor varía en forma gradual, por lo general.
- *Sección 6* Una *caída hidráulica* ocurre cuando la pendiente del canal se incrementa en forma repentina con un ángulo empinado. El flujo acelera por acción de la gravedad y entonces se da la variación rápida.

14.4 RADIO HIDRÁULICO Y NÚMERO DE REYNOLDS EN EL FLUJO EN CANALES ABIERTOS

La dimensión característica de los canales abiertos es el *radio hidráulico*, definido como la relación del área transversal neta de una corriente al perímetro mojado de la sección. Es decir,

$$R = \frac{A}{PM} = \frac{\text{Área}}{\text{Perímetro mojado}} \tag{14–1}$$

RADIO HIDRÁULICO

La unidad de R es el metro, en el SI, y el pie en el Sistema Inglés.

En el cálculo del radio hidráulico, el área de la sección transversal debe ser evidente a partir de la geometría de la sección. Al *perímetro mojado* se le define como la suma de la longitud de las fronteras sólidas de la sección que entran en contacto con el fluido (es decir, éste las moja). En la figura 14.1 se da las expresiones para el área A y el perímetro mojado PM para las secciones ilustradas. Se observa una línea punteada adyacente a las fronteras que forman el perímetro mojado. Observe que la longitud de la superficie libre de un canal abierto *no* está incluida en el PM.

☐ **PROBLEMA MODELO 14.1** Determine el radio hidráulico de la sección trapezoidal de la figura 14.1(c), si $W = 4$ pies, $X = 1$ pie y $D = 2$ pies.

Solución El área de flujo neta es

$$A = WD + 2(XD/2) = WD + XD$$
$$= (4)(2) + (1)(2) = 10\,\text{pies}^2$$

Para encontrar el perímetro mojado, debemos determinar el valor de L:

$$PM = W + 2L$$
$$L = \sqrt{X^2 + D^2} = \sqrt{(1)^2 + (2)^2} = 2.24\,\text{pies}$$
$$PM = 4 + 2(2.24) = 8.48\,\text{pies}$$

Entonces, tenemos

$$R = A/PM = 10\,\text{pies}^2/8.48\,\text{pies} = 1.18\,\text{pies}$$

■

Hay que recordar que el número de Reynolds para secciones transversales circulares llenas es

$$N_R = \frac{vD}{\nu} \quad (14\text{–}2)$$

donde v = velocidad promedio del flujo, D = diámetro de la tubería y ν = viscosidad cinemática del fluido. Hemos visto que el flujo laminar ocurre cuando $N_R < 2000$, y el turbulento se da si $N_R > 4000$, para la mayoría de situaciones prácticas de flujo en tuberías. El número de Reynolds representa los efectos de la viscosidad relativa en relación con la inercia del fluido.

En el flujo en canales abiertos, la dimensión característica es el radio hidráulico R. En el capítulo 9 se demostró que, para una sección transversal circular llena, $D = 4R$. Para secciones transversales no circulares, cerradas, era conveniente sustituir $4R$ por D, de modo que el número de Reynolds tendría el mismo orden de magnitud que la de ductos y tuberías. Sin embargo, en el análisis de flujo en canales abiertos por lo general esto no se hace. Entonces, el número de Reynolds para el flujo en un canal abierto es

NÚMERO DE REYNOLDS PARA CANALES ABIERTOS

$$N_R = \frac{vR}{\nu} \quad (14\text{–}3)$$

Hechos experimentales (consulte la referencia número 4) demuestran que, en canales abiertos, el flujo laminar ocurre cuando $N_R < 500$. La región de transición está en el rango de 500 a 2000. El flujo turbulento ocurre cuando $N_R > 2000$, normalmente.

14.5 TIPOS DE FLUJO EN CANALES ABIERTOS

El número de Reynolds y los términos *laminar* y *turbulento* no bastan para caracterizar todas las clases de flujo en los canales abiertos. Además de la viscosidad *versus* los efectos inerciales, también es importante la relación de las fuerzas inerciales a las gravitacionales, dada por el *número de Froude* N_F, definido como

NÚMERO DE FROUDE

$$N_F = \frac{v}{\sqrt{g y_h}} \quad (14\text{–}4)$$

donde y_h, a la que se denomina profundidad hidráulica, está dada por

PROFUNDIDAD HIDRÁULICA

$$y_h = A/T \quad (14\text{–}5)$$

y T es el ancho de la superficie libre del fluido en la parte superior del canal.

Cuando el número de Froude es igual a 1.0, es decir cuando $v = \sqrt{g y_h}$, el flujo se llama *flujo crítico*. Cuando $N_F < 1.0$, el flujo es *subcrítico* y cuando $N_F > 1.0$, el flujo es *supercrítico*. Consulte también la sección 14.9.

Entonces, es posible que haya las clases de flujo siguientes:

1. Subcrítico-laminar: $N_R < 500$ y $N_F < 1.0$.
2. Subcrítico-turbulento: $N_R > 2000$ y $N_F < 1.0$.
3. Supercrítico-turbulento: $N_R > 2000$ y $N_F > 1.0$.
4. Supercrítico-laminar: $N_R < 500$ y $N_F > 1.0$.

Además, los flujos pueden ocurrir en la región de transición. Sin embargo, tales flujos son inestables y muy difíciles de caracterizar.

En este análisis, los términos *laminar* y *turbulento* tienen el mismo significado que en el flujo en tuberías. En el flujo laminar hay poca o ninguna mezcla del fluido, de modo que una corriente de tinta que se inyecte en él permanece virtualmente intacta. Pero en el flujo turbulento existe una mezcla caótica, y la corriente de tinta se disipa con rapidez en el fluido.

14.6 FLUJO ESTABLE UNIFORME EN CANALES ABIERTOS

La figura 14.2 es una ilustración del flujo estable uniforme en un canal abierto. La característica distintiva del flujo uniforme es que la superficie del fluido es paralela a la pendiente de la plantilla del canal. Se empleará el símbolo S para indicar la pendiente de la plantilla del canal, y S_w para la pendiente de la superficie del agua. Entonces, para el flujo uniforme, $S = S_w$. En teoría, el flujo uniforme sólo existe si el canal es prismático, es decir, si sus lados son paralelos a un eje en dirección del flujo. Algunos ejemplos de canales prismáticos son aquellos con secciones rectangulares, trapezoidales, triangulares y circulares que van parcialmente llenos. Además, la pendiente del canal S debe ser constante. Si la sección transversal o pendiente del canal cambiara, entonces la corriente sería convergente o divergente, y habría flujo variado.

En el flujo uniforme, la fuerza impulsora del flujo la provee el componente del peso del fluido que actúa a lo largo del canal, como se observa en la figura 14.4. Esta fuerza es w sen θ, donde w es el peso de un elemento dado de fluido, y θ es el ángulo de la pendiente de la plantilla del canal. Si el flujo es uniforme, no debe acelerar. Por tanto, debe haber una fuerza opuesta igual que actúe a lo largo de la superficie del canal. Esta fuerza es la fricción, y depende de la rugosidad de las superficies del canal y del tamaño y forma de su sección transversal.

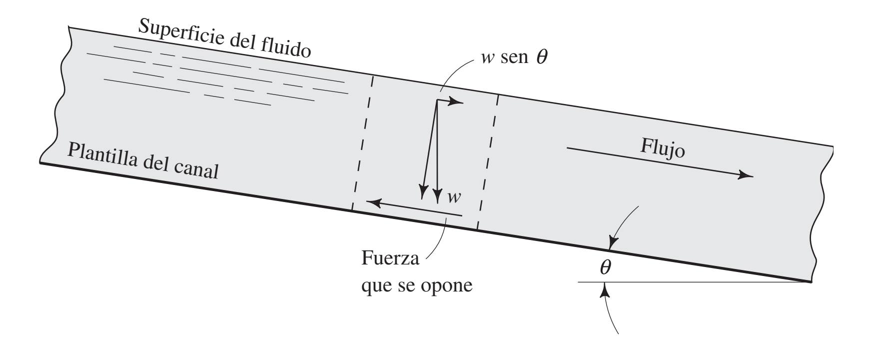


FIGURA 14.4 Flujo uniforme en un canal abierto.

Al igualar la expresión de la fuerza impulsora con la de aquella que se le opone, se obtiene una expresión para la velocidad promedio del flujo uniforme. Robert Manning desarrolló una forma de la ecuación resultante que es común utilizar. En unidades del SI, la ecuación de Manning se escribe así:

ECUACIÓN DE MANNING EN UNIDADES DEL SI

$$v = \frac{1.00}{n} R^{2/3} S^{1/2} \qquad (14\text{–}6)$$

En ésta, las unidades deben ser consistentes. La velocidad promedio del flujo, v, estará en m/s si el radio hidráulico R se expresa en m. La pendiente del canal, S, que se definirá más adelante, es adimensional. El término final n es un factor de resistencia que a veces recibe el nombre de *n de Manning*. El valor de n depende de la condición de la superficie del canal y, por tanto, es algo análogo a la rugosidad de la pared de un tubo, ϵ, que se ha utilizado en capítulos anteriores. Más adelante, en esta sección, se dará la forma de la ecuación de Manning para unidades del Sistema Inglés.

En la tabla 14.1 se presenta una lista de los valores comunes de diseño de n para los materiales más usados en la construcción de canales artificiales o que constituyen los cauces naturales. Un análisis muy amplio de la determinación de un valor cambiante de n, así como una tabla más completa de sus valores, la proporciona V. T. Chow (consulte la referencia 4). Los valores que aparecen en la tabla 14.1 son promedios que proporcionan una estimación buena para el diseño o para un análisis aproximado de canales existentes. Son de esperar variaciones de estos promedios.

TABLA 14.1. Valores de la *n* de Manning.

Descripción del canal	*n*
Vidrio, cobre, plástico u otras superficies lisas	0.010
Acero liso sin pintar, madera plana	0.012
Acero pintado o hierro fundido revestido	0.013
Asfalto liso, arcilla común de revestimiento de drenajes, concreto con acabado, ladrillo vitrificado	0.013
Hierro fundido sin recubrimiento, tubería de hierro negro forjado, arcilla vitrificada para revestir drenajes	0.014
Ladrillo en concreto cementado, concreto flotado con acabado, tubo de concreto	0.015
Concreto colado, sin acabado, tubo de acero en espiral	0.017
Suelo suave	0.018
Suelo limpio excavado	0.022
Dren para avenidas*, de metal corrugado	0.024
Canal natural con piedras y maleza	0.030
Canal natural con vegetación rala	0.050
Canal natural con arbustos grandes y juncos	0.060
Canal natural con vegetación espesa	0.100

* Una avenida es un escurrimiento grande y súbito de agua generalmente pluvial. N. del T.

La pendiente S de un canal se expresa de modos diferentes. En forma ideal, se define como la relación de la caída vertical h a la distancia horizontal en que ocurre dicha caída. Para pendientes pequeñas, comunes en el flujo en canales abiertos, es más práctico utilizar h/L, donde L es la longitud del canal, como se muestra en la figura 14.5. Lo normal es que la magnitud de la pendiente de los cauces naturales y estructuras de drenaje sea muy pequeña, con un valor común de 0.001. Este número también se expresa como porcentaje, donde $0.01 = 1\%$. Por tanto, $0.001 = 0.1\%$. Debido a que sen $\theta = h/L$, también puede emplearse el ángulo que forma el fondo del canal con la horizontal. En resumen, es posible expresar una pendiente de 0.001 así:

1. El canal desciende 1 m por cada 1000 m que avanza.
2. La pendiente es de 0.1%.
3. $\text{sen}\,\theta = 0.001$. Entonces, $\theta = \text{sen}^{-1}(0.001) = 0.057°$.

Debido a que el ángulo es tan pequeño, rara vez se emplea como medida de la pendiente.

El flujo volumétrico en el canal se calcula a partir de la ecuación de continuidad, que es la misma que se empleó para el flujo en una tubería:

$$Q = Av \tag{14–7}$$

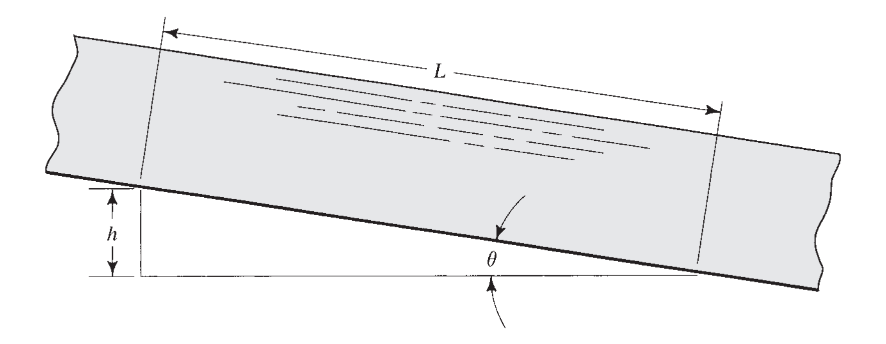


FIGURA 14.5 Pendiente de un canal.

En el análisis del flujo en canales abiertos, es común que Q reciba el nombre de *descarga*. Al sustituir la ecuación (14-6) en la (14-7), se obtiene una ecuación que relaciona en forma directa la descarga con los parámetros físicos del canal:

$$Q = \left(\frac{1.00}{n}\right) A R^{2/3} S^{1/2} \qquad (14\text{–}8)$$

DESCARGA NORMAL —UNIDADES DEL SI

Éste es el único valor de la descarga en el que habrá flujo uniforme para la profundidad dada del canal, y se denomina *descarga normal*. Las unidades de Q son m^3/s, si el área se expresa en metros cuadrados (m^2) y el radio en metros (m).

Otra forma útil de esta ecuación es

$$AR^{2/3} = \frac{nQ}{S^{1/2}} \qquad (14\text{–}9)$$

El término en el lado izquierdo de la ecuación (14-9) sólo depende de la geometría de la sección. Por tanto, es posible determinar las características geométricas de un canal para una descarga, pendiente y tipo de superficie dadas. En forma alternativa, para un tamaño y forma de canal, se calcula la profundidad donde ocurriría la descarga normal. Esta profundidad se denomina *profundidad normal*.

Al analizar el flujo uniforme, los problemas comunes que se presentan son los cálculos de la descarga normal, profundidad normal, geometría de la sección del canal, pendiente y valor de la n de Manning. Estos cálculos se llevan a cabo por medio de las ecuaciones (14-6) a (14-9).

14.6.1 La ecuación de Manning en el Sistema Inglés

Aunque no es estrictamente cierto, es convencional que se tome los valores de la n de Manning como adimensionales, de modo que es posible utilizar los mismos datos para la ecuación (14-6), tanto en el SI como en el Sistema Inglés. La conversión cuidadosa de las unidades (consulte la referencia 4) permite que en la ecuación siguiente se emplee los mismos valores de n:

ECUACIÓN DE MANNING —UNIDADES DEL SISTEMA INGLÉS

$$v = \frac{1.49}{n} R^{2/3} S^{1/2} \qquad (14\text{–}10)$$

Así, la velocidad se expresará en pies por segundo (pies/s), si R está en pies. Ésta es la forma que adopta la ecuación de Manning en el Sistema Inglés.

También podemos obtener otras formas de esta ecuación equivalentes a la (14-8) y (14-9). Es decir,

DESCARGA NORMAL —UNIDADES DEL SISTEMA INGLÉS

$$Q = Av = \left(\frac{1.49}{n}\right) A R^{2/3} S^{1/2} \qquad (14\text{–}11)$$

y

$$AR^{2/3} = \frac{nQ}{1.49 S^{1/2}} \qquad (14\text{–}12)$$

En estas ecuaciones, Q es la *descarga normal* expresada en pies cúbicos por segundo ($pies^3/s$), si A es el área de flujo y está en pies cuadrados ($pies^2$) y R se expresa en pies.

☐ **PROBLEMA MODELO 14.2**

Determine la descarga normal para un drenaje con revestimiento de arcilla común de 200 mm de diámetro interno que opera lleno a la mitad, si se encuentra en una pendiente que desciende 1 m a lo largo de un recorrido de 1000 m.

Solución Se empleará la ecuación (14-8):

$$Q = \left(\frac{1.00}{n}\right) AR^{2/3}S^{1/2}$$

La pendiente $S = 1/1000 = 0.001$. En la tabla 14.1 encontramos que $n = 0.013$. La figura 14.6 muestra la sección transversal del drenaje medio lleno. Se tiene

$$A = \frac{1}{2}\left(\frac{\pi D^2}{4}\right) = \frac{\pi D^2}{8} = \frac{\pi(200)^2}{8}\,\text{mm}^2 = 5000\pi\ \text{mm}^2$$

$$A = 15\,708\ \text{mm}^2 = 0.0157\ \text{m}^2$$

$$PM = \pi D/2 = 100\,\pi\ \text{mm}$$

Entonces

$$R = A/PM = 5000\pi\ \text{mm}^2/100\pi\ \text{mm} = 50\ \text{mm} = 0.05\ \text{m}$$

Por tanto, en la ecuación (14-8),

$$Q = \frac{(0.0157)(0.05)^{2/3}(0.001)^{1/2}}{0.013}$$

$$Q = 5.18 \times 10^{-3}\ \text{m}^3/\text{s}$$

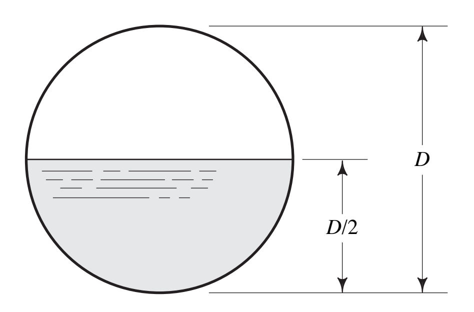


FIGURA 14.6 Dren circular que corre lleno a la mitad, para el problema modelo 14.2.

☐ **PROBLEMA MODELO 14.3** Calcule la pendiente mínima sobre la que debe situarse al canal de la figura 14.7, si ha de conducir 50 pie^3/s de agua con profundidad de 2 pies. Los lados y la plantilla del canal están hechos de concreto colado sin acabado.

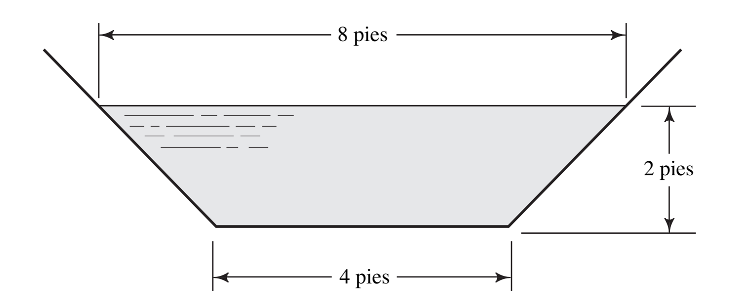


FIGURA 14.7 Canal trapezoidal para el problema modelo 14.3.

Solución De la ecuación (14-11) se despeja la pendiente S:

$$Q = \left(\frac{1.49}{n}\right)AR^{2/3}S^{1/2}$$

$$S = \left(\frac{Qn}{1.49AR^{2/3}}\right)^2 \quad \textbf{(14–13)}$$

En la tabla 14.1 encontramos que $n = 0.017$. Los valores de A y R se calculan a partir de la geometría de la sección:

$$A = (4)(2) + (2)(2)(2)/2 = 12 \text{ pies}^2$$

$$PM = 4 + 2\sqrt{4 + 4} = 9.66 \text{ pies}$$

$$R = A/PM = 12/9.66 = 1.24 \text{ pies}$$

Entonces, de la ecuación (14-13) tenemos

$$S = \left[\frac{(50)(0.017)}{(1.49)(12)(1.24)^{2/3}}\right]^2 = 0.00169$$

Por tanto, el canal debe descender al menos 1.69 pies por cada 1000 pies de longitud.

□ **PROBLEMA MODELO 14.4** Diseñe un canal rectangular hecho de concreto colado, sin acabado, de modo que conduzca 5.75 m^3/s de agua cuando se le da una pendiente de 1.2%. La profundidad normal debe ser de la mitad del ancho de la plantilla del canal.

Solución Debido a que ha de determinarse la geometría del canal, es más conveniente emplear la ecuación (14-9):

$$AR^{2/3} = \frac{nQ}{S^{1/2}} = \frac{(0.017)(5.75)}{(0.012)^{1/2}} = 0.892$$

La figura 14.8 muestra la sección transversal. Como $y = b/2$, sólo hay que determinar el valor de b. Es posible expresar tanto A como R en términos de b:

$$A = by = \frac{b^2}{2}$$

$$PM = b + 2y = 2b$$

$$R = A/PM = \frac{b^2}{(2)(2b)} = \frac{b}{4}$$

Entonces, tenemos

$$AR^{2/3} = 0.892$$

$$\frac{b^2}{2}\left(\frac{b}{4}\right)^{2/3} = 0.892$$

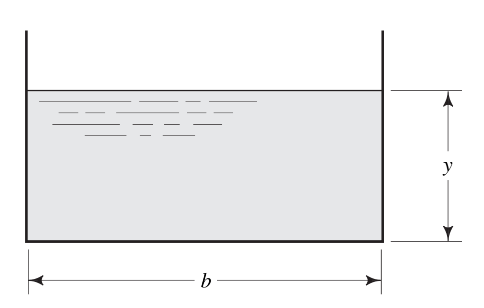


FIGURA 14.8 Canal rectangular para el problema modelo 14.4.

$$\frac{b^{8/3}}{5.04} = 0.892$$
$$b = (4.50)^{3/8} = 1.76 \text{ m}$$

El ancho del canal debe ser de 1.76 m.

☐ **PROBLEMA MODELO 14.5** En el diseño final del canal descrito en el problema modelo 14.4, el ancho era de 2 m. La descarga máxima esperada es de 12 m^3/s. Determine la profundidad normal de esta descarga.

Solución Otra vez se empleará la ecuación (14-9):

$$AR^{2/3} = \frac{nQ}{S^{1/2}} = \frac{(0.017)(12)}{(0.012)^{1/2}} = 1.86$$

En la figura 14.8 debe expresarse tanto A como R en términos de la dimensión y, con $b = 2.0$ m:

$$A = 2y$$
$$PM = 2 + 2y$$
$$R = A/PM = 2y/(2 + 2y)$$

Entonces, tenemos

$$1.86 = AR^{2/3} = 2y\left(\frac{2y}{2 + 2y}\right)^{2/3}$$

No es fácil resolver ésta por medios algebraicos para obtener el valor de y. Por lo que se empleará el método de ensayo y error. Los resultados son:

y (m)	A (m^2)	PM (m)	R (m)	$R^{2/3}$	$AR^{2/3}$	Cambio que se requiere hacer en y
2.0	4.0	6.0	0.667	0.763	3.05	Hacer más pequeño el valor de y
1.5	3.0	5.0	0.600	0.711	2.13	Hacer más pequeño el valor de y
1.35	2.7	4.7	0.574	0.691	1.86	y está bien

Por tanto, cuando la descarga es de 12 m^3/s, la profundidad del canal debe ser de 1.35 m.

■

14.7 GEOMETRÍA DE LOS CANALES ABIERTOS MÁS COMUNES

Las formas que se utiliza con más frecuencia para los canales abiertos son la circular, rectangular, trapezoidal y triangular. La tabla 14.2 proporciona las fórmulas para obtener las características geométricas relacionadas con los cálculos del flujo en dichos canales.

La forma de trapecio es la más popular por varias razones. Es eficiente porque da un área de flujo grande en relación con el perímetro mojado. Los lados inclinados son convenientes para los canales que se excava, porque es posible darles el ángulo donde los materiales de construcción son estables.

La pendiente de los lados queda definida con el ángulo respecto de la horizontal, o por medio del *declive*, que es la relación de la distancia horizontal a la vertical. En la tabla 14.2, el declive se indica por medio del valor de z, que es la distancia horizontal que corresponde a una unidad de distancia vertical. Los canales excavados en forma trapezoidal en la práctica, utilizan valores de z de 1.0 a 3.0.

TABLA 14.2. Geometría de las secciones de los canales abiertos más comunes.

Sección	Área A	Perímetro mojado PM	Radio hidráulico R
Rectángulo ($b = T$)	by	$b + 2y$	$\dfrac{by}{b + 2y}$
Triángulo ($T = 2zy$)	zy^2	$2y\sqrt{1 + z^2}$	$\dfrac{zy}{2\sqrt{1 + z^2}}$
Trapecio ($T = b + 2zy$)	$(b + zy)y$	$b + 2y\sqrt{1 + z^2}$	$\dfrac{(b + zy)y}{b + 2y\sqrt{1 + z^2}}$
Círculo ($T = 2\sqrt{y(D - y)}$); θ está en radianes	$\dfrac{(\theta - \operatorname{sen} \theta) D^2}{8}$	$\theta D/2$	$\left[\dfrac{(\theta - \operatorname{sen} \theta)}{\theta}\right] \dfrac{D}{4}$

Nota: θ debe estar en radianes.
Para $y < D/2$, $\theta = \pi - 2 \operatorname{sen}^{-1}[1 - (2y/D)]$
Para $y > D/2$, $\theta = \pi + 2 \operatorname{sen}^{-1}[(2y/D) - 1]$

El rectángulo es un caso especial del trapecio con pendiente de sus lados de 90°, o $z = 0$. Es frecuente que los canales construidos con concreto colado tengan esta forma. El canal triangular también es un caso especial del trapecio con ancho de plantilla igual a cero. Con frecuencia, las canaletas sencillas en tierra adoptan esta forma.

El cálculo de los datos para secciones circulares a varias profundidades se facilita con el empleo de la gráfica de la figura 14.9. En el lado izquierdo de la figura se muestra la mitad de una sección circular que corre parcialmente llena, en la que se denota con y a la profundidad del fluido. La escala vertical de la gráfica es la relación y/D. La curva A da la relación A/A_f, en la que A es el área real de flujo del fluido, y A_f es el área total transversal del círculo, que se calcula con facilidad por medio de $A_f = \pi D^2/4$. Se ilustra el uso de la curva A al observar que la figura está dibujada para el caso en que $y/D = 0.65$. Desde este valor, en la escala vertical, se sigue la línea punteada horizontal hacia la curva A, y de ahí se proyecta hacia abajo, hasta la escala horizontal, y se lee el valor de 0.70. Esto significa que para $y/D = 0.65$, $A/A_f = 0.70$. Como ejemplo, suponga que $D = 2.00$ pies. Entonces,

$$A_f = \pi D^2/4 = \pi(2.00 \text{ pies})^2/4 = 3.14 \text{ pies}^2$$
$$A = (0.70)A_f = (0.70)(3.14 \text{ pies}^2) = 2.20 \text{ pies}^2$$

En forma similar, debe ser capaz de leer que la relación del perímetro mojado es $PM/PM_f = 0.60$, y que la relación del radio hidráulico es $R/R_f = 1.16$. Entonces,

$$PM_f = \pi D \text{ para un círculo completo} = \pi(2.00 \text{ pies}) = 6.28 \text{ pies}$$
$$PM = (0.60)PM_f = (0.60)(6.28 \text{ pies}) = 3.77 \text{ pies}$$

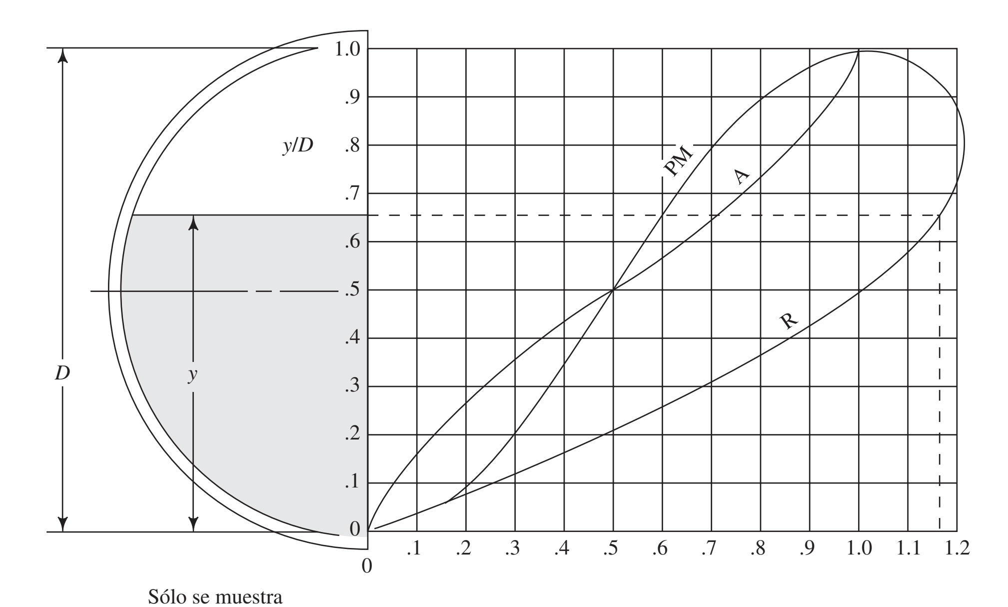


FIGURA 14.9 Geometría de una sección circular llena parcialmente.

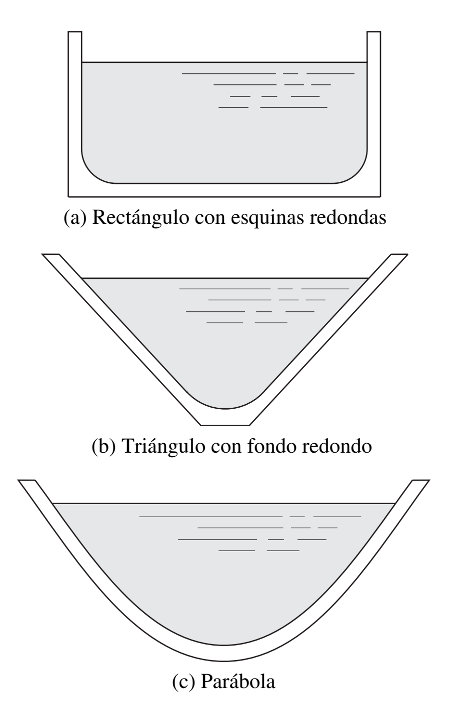
y

$$R_f = D/4 \text{ para un círculo completo} = (2.00 \text{ pies})/4 = 0.50 \text{ pies}$$
$$R = (1.16)R_f = (1.16)(0.50 \text{ pie}) = 0.580 \text{ pie}$$

Así, las curvas de la figura 14.9 le permitirán que calcule los valores de A, PM y R, para secciones circulares llenas parcialmente, con fórmulas sencillas y el empleo de los valores de las tres relaciones que se lee en la gráfica. De otro modo, las ecuaciones para hacer el cálculo directo de A, PM y R, serían muy complejas. El sitio 1 de Internet incluye una calculadora en línea para determinar el área, perímetro mojado y radio hidráulico para tuberías llenas parcialmente, o alcantarillas, cuando se introduce el diámetro y la profundidad.

En la figura 14.10 se ilustra otras tres formas empleadas en los canales abiertos. Es frecuente que los cauces naturales se aproximen a parábolas aplanadas. Es más práctico construir en tierra un triángulo con fondo plano, que otro agudo. El rectángulo con aristas redondeadas tiene mejor desempeño que el que las tiene cuadradas, y es más fácil de mantener. Sin embargo, es más difícil de construir. La referencia 4 proporciona fórmulas de las características geométricas de estos tipos de secciones transversales.

FIGURA 14.10 Otras formas para los canales abiertos.



14.8 LAS FORMAS MÁS EFICIENTES DE LOS CANALES ABIERTOS

Se utiliza el término *acarreo* para indicar la capacidad de conducción de los canales abiertos. Su valor se deduce de la ecuación de Manning. En unidades del SI, con la ecuación (14-8),

$$Q = \left(\frac{1.00}{n}\right)AR^{2/3}S^{1/2}$$

Todo lo que está en el lado derecho de ésta depende del diseño del canal, excepto la pendiente. Entonces, definimos el acarreo K como

ACARREO —UNIDADES DEL SI

$$K = \left(\frac{1.00}{n}\right)AR^{2/3} \qquad (14\text{–}14)$$

En unidades del Sistema Inglés,

ACARREO —UNIDADES DEL SISTEMA INGLÉS

$$K = \left(\frac{1.49}{n}\right)AR^{2/3} \tag{14–15}$$

Entonces, la ecuación de Manning es

$$Q = KS^{1/2} \tag{14–16}$$

El acarreo de un canal sería máximo cuando el perímetro mojado es mínimo para un área dada. Con este criterio, encontramos que la forma más eficiente es el semicírculo, es decir, la sección circular que va medio llena. En la tabla 14.3 se muestra los diseños más eficientes de otras formas.

14.9 FLUJO CRÍTICO Y ENERGÍA ESPECÍFICA

Por lo general, al estudiar la energía en el flujo en canales abiertos, se involucra la determinación de la energía que posee el fluido en una sección particular de interés. La energía total se mide en relación con la plantilla del canal, y se compone de la energía potencial debido a la profundidad del fluido, más la energía cinética debido a su velocidad.

Si E denota la energía total, obtenemos

$$E = y + v^2/2g \tag{14–17}$$

donde y es la profundidad y v es la velocidad promedio del flujo. Igual que con la ecuación de la energía que se usó antes, los términos de la ecuación (14-17) tienen las unidades de energía por unidad de peso de fluido en movimiento. En el análisis de flujo en canales abiertos, por lo general se hace referencia a E como la energía específica. Para una descarga dada Q, la velocidad es Q/A. Entonces,

$$E = y + Q^2/2gA^2 \tag{14–18}$$

Como el área se expresa en términos de la profundidad del fluido, la ecuación (14-18) relaciona la energía específica con la profundidad del flujo. Para visualizar los regímenes posibles de flujo en un canal, es útil una gráfica de la profundidad *versus* la energía específica E. Para una sección y descarga particulares en un canal, la curva de la energía específica se asemeja a la que se ilustra en la figura 14.11.

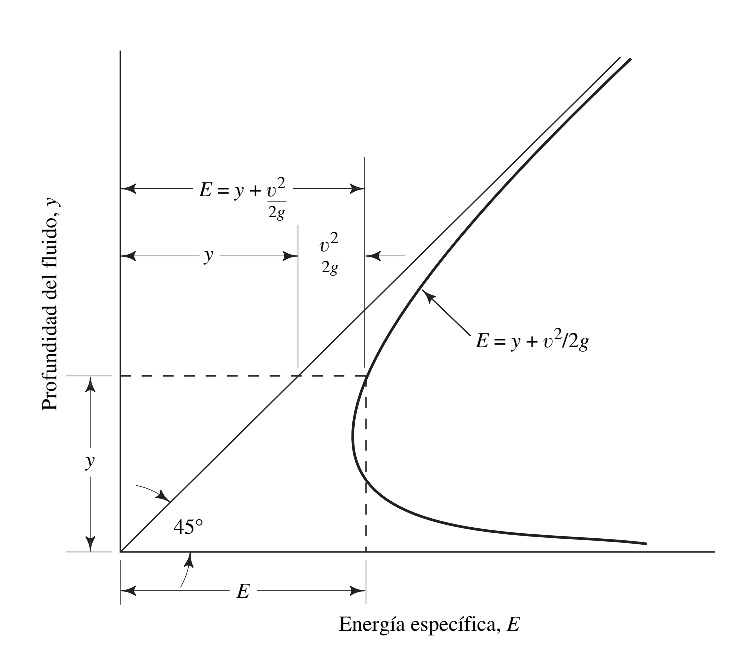


FIGURA 14.11 Variación de la energía específica con la profundidad.

TABLA 14.3. Secciones de eficiencia máxima para canales abiertos.

Sección	Área A	Perímetro mojado PM	Radio hidráulico R
Rectángulo (mitad de un cuadrado); $b = 2y = T$; y	$2.0y^2$	$4y$	$y/2$
Triángulo (mitad de un cuadrado); $T = 2y$; 1; $z = 1$; 45°; y	y^2	$2.83y$	$0.354y$
Trapecio (mitad de un hexágono); $T = 2.309y$; $L = b$; 1; $z = 0.577$; 60°; y; $b = 1.155y$	$1.73y^2$	$3.46y$	$y/2$
Semicírculo; $T = 2y$; $D = 2y$; y	$\frac{1}{2}\pi y^2$	πy	$y/2$

Varias características de esta curva son importantes. La línea a 45° sobre la gráfica representa $E = y$. Entonces, para cualquier punto sobre la curva, la distancia horizontal entre esta línea y el eje y representa la energía potencial y. La distancia restante a la curva de la energía específica es la energía cinética $v^2/2g$. Aparece un valor mínimo definido de E, y se demuestra que ocurre cuando el flujo se halla en el estado crítico, es decir cuando $N_F = 1$. Consulte la sección 14.5, ecuación (14-4), sobre la definición del número de Froude, N_F.

La profundidad correspondiente a la energía específica mínima, entonces, se denomina *profundidad crítica* y_c. El flujo es subcrítico para cualquier profundidad mayor que y_c. A la inversa, para cualquier profundidad menor que y_c, el flujo es supercrítico. Observe que para cualquier nivel de energía mayor que el mínimo, pueden existir dos profundidades diferentes. En la figura 14.12, tanto y_1 por debajo de la profundidad crítica y_c, como y_2 por arriba de y_c, tienen la misma energía. En el caso de y_1, el flujo es supercrítico, y gran parte de la energía es cinética debido a su velocidad elevada. A la profundidad mayor y_2, el flujo es más lento y sólo una parte pequeña de la energía es cinética. Se denomina a las dos trayectorias, y_1 y y_2, como trayectorias alternas de la energía específica E.

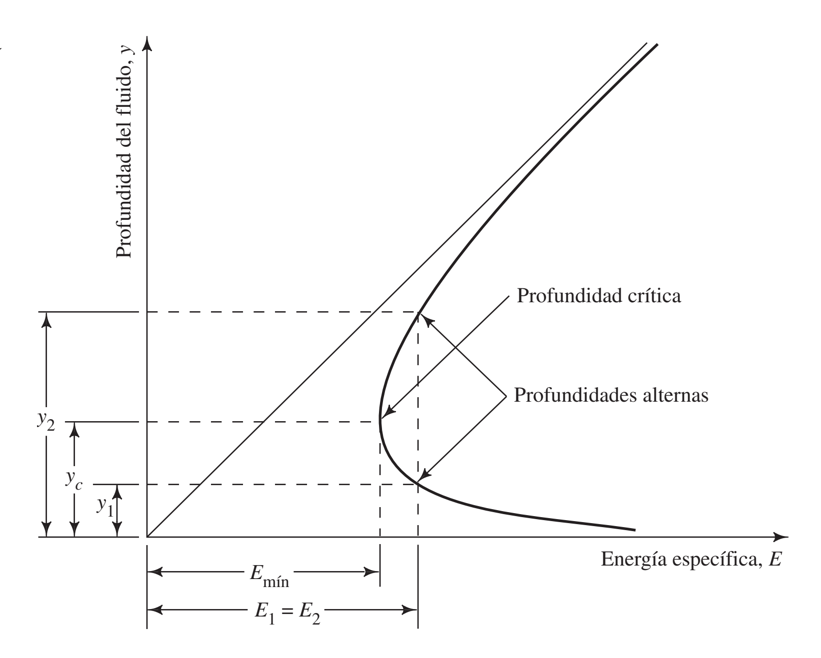
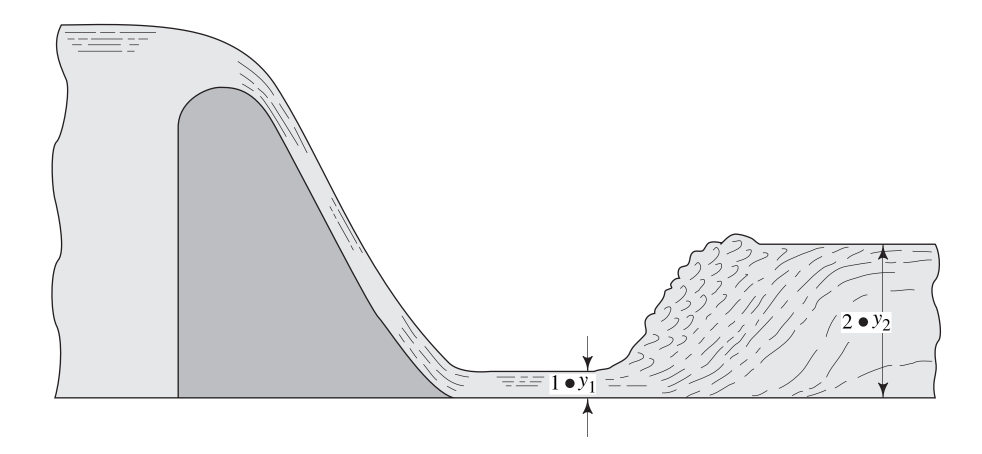


FIGURA 14.12 Profundidad crítica y profundidades alternas.

14.10 SALTO HIDRÁULICO

Para comprender el significado del fenómeno que se conoce como *salto hidráulico*, hay que considerar uno de sus usos más prácticos, que se ilustra en la figura 14.13. Es común que el agua que escurre por un vertedor lleve una velocidad grande en el rango supercrítico cuando llega al fondo de la pendiente relativamente empinada, en la sección 1. Si hubiera de mantenerse esta velocidad en la corriente natural que está después de la estructura cementada del vertedor, los lados y la plantilla del cauce se erosionarían mucho. En lugar de ello, un diseño correcto haría que ocurriera un salto hidráulico, como se muestra, en el sitio en que la profundidad del flujo cambia en forma abrupta, de y_1 a y_2. De un salto hidráulico resultan dos beneficios. En primer lugar, la velocidad de flujo disminuye en forma sustancial, lo que baja la tendencia del flujo a erosionar el fondo de la corriente. En segundo lugar, en el salto se disipa gran parte del exceso de energía que contiene el flujo a velocidad alta. La disipación de la energía se da porque en el salto el flujo es turbulento en extremo.

FIGURA 14.13 Salto hidráulico en la base de un vertedor.



Para que tenga lugar un salto hidráulico, el flujo antes de él debe estar en el rango supercrítico. Es decir, en la sección 1 de la figura 14.13, y_1 es menor que la profundidad crítica del canal, y el número de Froude N_{F_1} es mayor que 1.0. En la sección 2, la profundidad y_2 después del salto se calcula con la ecuación

$$y_2 = (y_1/2)(\sqrt{1 + 8N_{F_1}^2} - 1) \qquad \textbf{(14–19)}$$

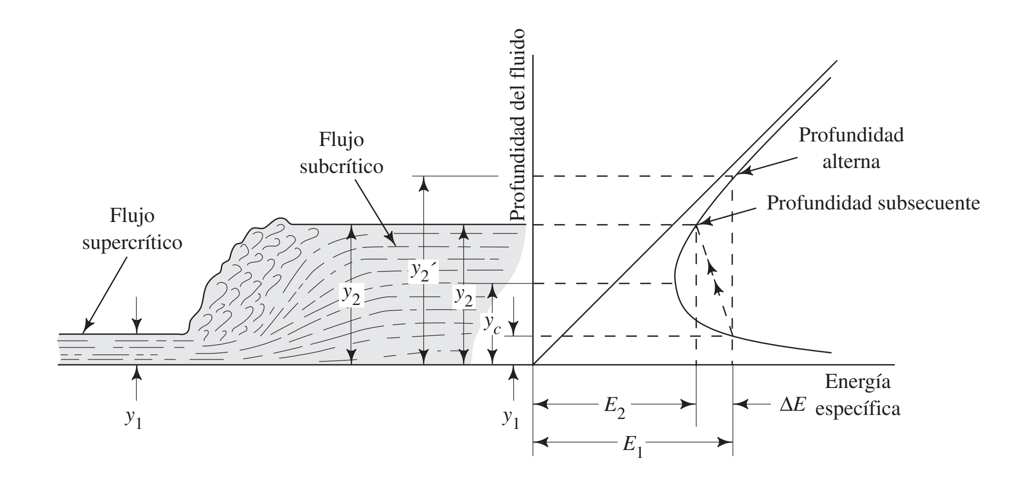
La pérdida de energía en el salto depende de las dos profundidades y_2 y y_1:

$$E_1 - E_2 = \Delta E = (y_2 - y_1)^3/4y_1y_2 \qquad \textbf{(14–20)}$$

La figura 14.14 ilustra lo que sucede en un salto hidráulico, por medio de una curva de la energía específica. El flujo llega al salto con una energía E_1 que corresponde a la profundidad supercrítica y_1. En el salto, la profundidad aumenta en forma brusca. Si no se perdiera energía, la profundidad nueva sería y_2', que es la profundidad alterna para y_1. Sin embargo, debido a que se disipó algo de energía ΔE, la profundidad nueva real y_2 corresponde al nivel de energía E_2. Todavía y_2 está en el rango subcrítico, y aguas abajo del salto se mantendrá un flujo tranquilo. El nombre que se da a la profundidad real y_2 después del salto es *profundidad subsecuente*.

El problema modelo que sigue ilustra otro caso práctico en el que podría ocurrir un salto hidráulico.

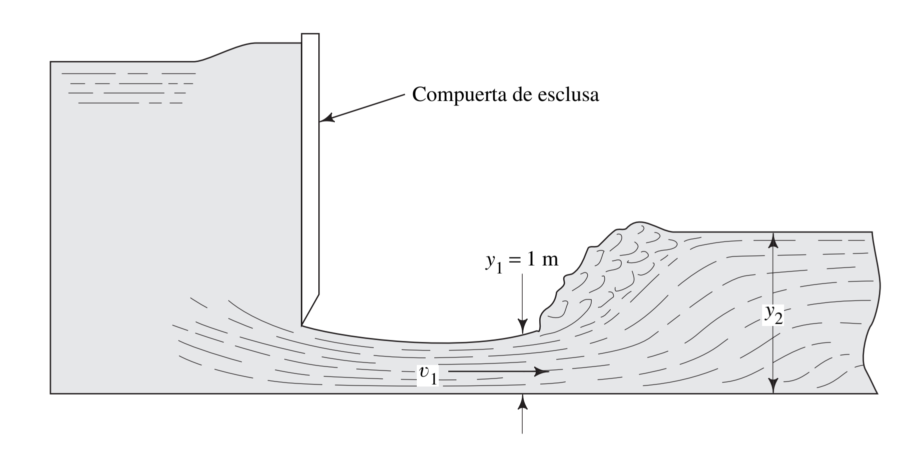
FIGURA 14.14 Energía y profundidades en un salto hidráulico.



☐ **PROBLEMA MODELO 14.6** Como se muestra en la figura 14.15, se descarga agua de un depósito por debajo de una compuerta de esclusa, a razón de 18 m^3/s, hacia un canal rectangular horizontal de 3 m de ancho, hecho de concreto formado sin acabado. En un punto en que la profundidad es de 1 m, se observa que ocurre un salto hidráulico. Determine lo siguiente:

a. Velocidad antes del salto.
b. Profundidad después del salto.
c. Velocidad después del salto.
d. Energía que se disipa en el salto.

FIGURA 14.15 Salto hidráulico para el problema modelo 14.6.



Solución **a.** La velocidad antes del salto es

$$v_1 = Q/A_1$$
$$A_1 = (3)(1) = 3\ m^2$$
$$v_1 = (18\ m^3/s)/3\ m^2 = 6.0\ m/s$$

b. Se utiliza la ecuación (13-19) para determinar la profundidad después del salto y_2:

$$y_2 = (y_1/2)(\sqrt{1 + 8N_{F_1}^2} - 1)$$
$$N_{F_1} = v_1/\sqrt{gy_h}$$

La profundidad hidráulica es igual a A/T, donde T es el ancho de la superficie libre. Entonces, para un canal rectangular, $y_h = y$. Por tanto, tenemos

$$N_{F_1} = 6.0/\sqrt{(9.81)(1)} = 1.92$$

El flujo se encuentra en el rango supercrítico. Tenemos

$$y_2 = (1/2)(\sqrt{1 + (8)(1.92)^2} - 1) = 2.26\ m$$

c. Por continuidad,

$$v_2 = Q/A_2 = (18\ m^3/s)/(3)(2.26)\ m^2 = 2.65\ m/s$$

d. De la ecuación (14-20) obtenemos

$$\Delta E = (y_2 - y_1)^3/4y_1y_2$$
$$= \frac{(2.26 - 1.0)^3}{(4)(1.0)(2.26)}\ m = 0.221\ m$$

Esto significa que se disipa 0.221 N•m de energía por cada newton de agua que fluye por el salto.

■

14.11 MEDICIÓN DEL FLUJO EN CANALES ABIERTOS

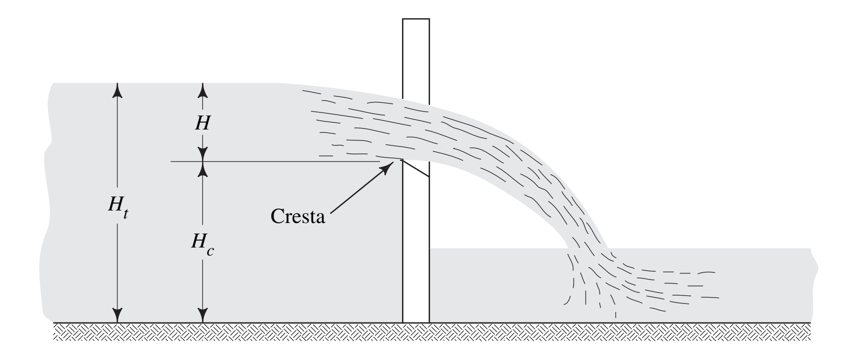
Un canal abierto es aquel cuya superficie superior está abierta a la atmósfera. Algunos ejemplos familiares son las corrientes naturales, los drenajes que corren llenos parcialmente, sistemas de tratamiento de aguas residuales y estructuras para manejar avenidas. Es frecuente que las industrias utilicen canales abiertos para conducir refrigerantes fuera de la maquinaria y reúnan el exceso de fluidos de los procesos, para llevarlos a tanques de almacenamiento.

Dos dispositivos que se emplean mucho para medir el flujo en canales abiertos son los *vertedores* y los *aforadores*. Ambos hacen que el área de la corriente cambie, lo que a su vez modifica el nivel de la superficie de fluido. El nivel que resulta, relativo a alguna característica del dispositivo, se relaciona con la cantidad de flujo. Con los vertedores y los aforadores se mide flujos volumétricos grandes. Consulte las referencias 4 y 13.

14.11.1 Vertedores

Un *vertedor* es una barrera de forma especial que se instala en un canal abierto, a través de la cual el fluido pasa como chorro libre al otro lado de ella. La figura 14.16 ilustra la vista lateral del diseño común de un vertedor. La cresta debe ser afilada, y no es raro que esté hecha de una hoja delgada de metal que se integra a una base grande. La superficie superior de la base se corta con ángulo agudo en el lado de aguas abajo para asegurar que el fluido salte como chorro libre, lo que se llama napa, con una ventilación buena bajo ella.

FIGURA 14.16 Flujo sobre un vertedor.



La figura 14.17 muestra cuatro formas comunes de vertedores, para las que se ha desarrollado ecuaciones de medición que permiten calcular la descarga Q como función de las dimensiones del vertedor, y la carga del fluido sobre la cresta H. Consulte las referencias 4 y 13. Para todos estos diseños, la carga H debe medirse aguas arriba de la cara del vertedor, a una distancia de al menos $4H_{máx}$. La razón de este requisito es que conforme la corriente se aproxima a la cresta, la superficie disminuye su pendiente, debido a la aceleración del fluido mientras se contrae para pasar sobre la cresta.

La medición de la carga se lleva a cabo por medio de un medidor fijo, denominado *medidor estándar*, que se halla incrustado a un lado de la corriente, y cuya graduación de cero está al nivel de la cresta del vertedor. También se emplea dispositivos flotadores que generan una señal que se trasmite a un tablero de control o se graba para tener un registro continuo del flujo. Se emplea dispositivos electrónicos que son

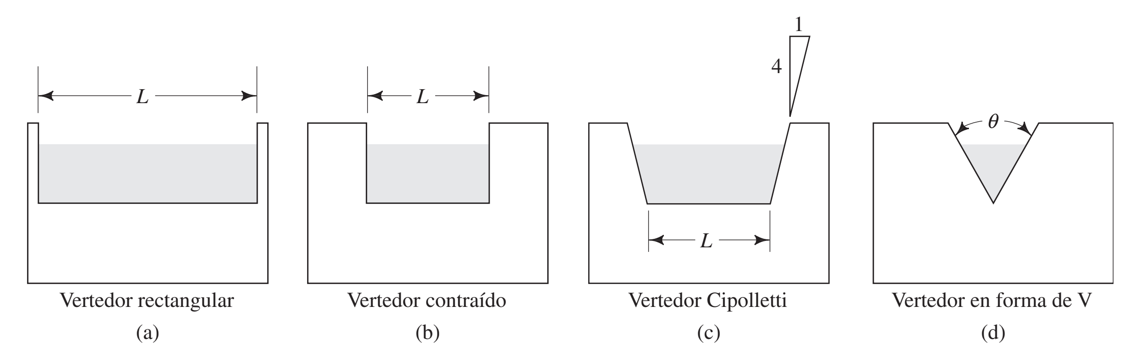


FIGURA 14.17 Geometría de la ranura de los vertedores.

sensibles a la superficie superior del fluido en movimiento. Consulte los sitios 8 y 7 de Internet, para conocer las unidades que existen comercialmente.

El *vertedor rectangular*, también llamado *vertedor suprimido*, tiene una cresta de longitud L que se extiende a todo lo ancho del canal en el que se halla instalado. El diseño estándar requiere:

1. La altura de la cresta sobre el fondo del canal es $H_c \geq 3H_{máx}$.
2. La carga mínima sobre la cresta es $H_{mín} > 0.2$ pie.
3. La carga máxima sobre la cresta es $H_{máx} < L/3$.

La ecuación de medición es

VERTEDOR RECTANGULAR

$$Q = 3.33LH^{3/2} \qquad (14\text{–}21)$$

donde L y H están en pies y Q en pie^3/s.

Un *vertedor contraído* es un vertedor rectangular que tiene sus lados extendidos hacia adentro por los lados del canal en una distancia de al menos $2H_{máx}$. La corriente del fluido debe entonces contraerse conforme fluye por los lados del vertedor, disminuyendo ligeramente la longitud efectiva del vertedor. Los diseños estándar requieren:

1. La altura de la cresta sobre la plantilla del canal $H_c \geq 2H_{máx}$.
2. La carga máxima sobre la cresta $H_{mín} > 0.2$ pie.
3. La carga máxima sobre la cresta $H_{máx} < L/3$.

La ecuación de medición es

VERTEDOR CONTRAÍDO

$$Q = 3.33(L - 0.2H)H^{3/2} \qquad (14\text{–}22)$$

donde L y H están en pies y Q en pie^3/s.

El *vertedor Cipolletti* también está contraído respecto de los lados de la corriente, en una distancia de al menos $2H_{máx}$ y tiene sus lados con pendiente hacia fuera, como se ilustra en la figura 14.17(c). Se aplican los mismos requerimientos para el vertedor rectangular contraído. La ecuación de medición es

VERTEDOR CIPOLLETTI

$$Q = 3.367LH^{3/2} \qquad (14\text{–}23)$$

El ajuste de la longitud que se incluye para el vertedor rectangular contraído, no se aplica en este caso porque los lados en pendiente tienden a compensarse.

El *vertedor triangular* se emplea sobre todo para bajos flujos volumétricos porque la ranura en forma de V produce una carga H más grande, que puede obtenerse con una

ranura rectangular. El ángulo de la ranura en V es un factor en la ecuación de la descarga. Son satisfactorios los ángulos entre 35° y 120°, pero los que se usa más comúnmente son los de 60° y 90°. La ecuación teórica de un vertedor triangular es

$$Q = \tfrac{8}{15}C\sqrt{2g}\,\tan(\theta/2)H^{5/2} \tag{14–24}$$

donde θ es el ángulo total incluido entre los lados de la ranura. Una simplificación adicional de esta ecuación da

ECUACIÓN GENERAL PARA UN VERTEDOR TRIANGULAR

$$Q = 4.28C\tan(\theta/2)H^{5/2} \tag{14–25}$$

El valor de C depende algo de la carga H, pero un valor nominal es 0.58. Con éste y los valores comunes de 60° y 90° para θ, obtenemos

VERTEDOR CON RANURA EN FORMA DE V A 60°

$$Q = 1.43H^{5/2} \qquad (60° \text{ ranura}) \tag{14–26}$$

VERTEDOR EN FORMA DE V A 90°

$$Q = 2.48H^{5/2} \qquad (90° \text{ ranura}) \tag{14–27}$$

14.11.2 Aforadores

Los *aforadores de flujo crítico* son contracciones en la corriente que hacen que el flujo alcance su profundidad crítica dentro de dichas estructuras. Hay una relación definida entre la profundidad y la descarga cuando se da el flujo crítico. Consulte los sitios 8 a 10 de Internet para ver una muestra de aforadores existentes en el comercio. Un tipo de embudo de *flujo crítico* que se utiliza mucho es el de *Parshall*, cuya geometría se presenta en la figura 14.18. La descarga depende del ancho de la sección de garganta L y de la carga H, donde H se mide en la ubicación específica a lo largo de la sección convergente del embudo.

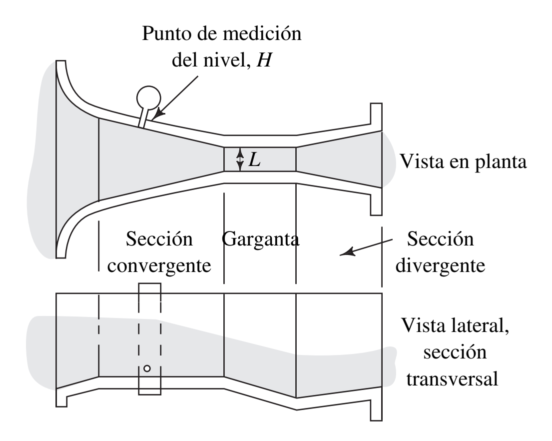


FIGURA 14.18 Aforador de Parshall.

Las ecuaciones de la descarga para el aforador de Parshall fueron desarrolladas en forma empírica para estructuras diseñadas y construidas en dimensiones del Sistema Inglés. En la tabla 14.4 se muestra las ecuaciones de la descarga para varios tamaños de embudo. El valor resultante de Q se convierte a unidades del SI por medio del factor

$$1.0 \text{ pie}^3/\text{s} = 0.028\,32 \text{ m}^3/\text{s}$$

En construcciones nuevas se recomienda utilizar *aforadores de garganta larga*, en lugar de los de Parshall, debido a que son más sencillos y baratos de construir y se adaptan con más facilidad a formas distintas de los canales. Se instalan en canales rectangulares, trapezoidales o circulares. En la tabla 14.5 se presenta la forma general, que

TABLA 14.4. Ecuaciones de la descarga para aforadores de Parshall.

Ancho de garganta L	Rango de flujo (pie^3/s) Mín.	Máx.	Ecuación (H y L en pies, Q en pies^3/s)
3 pulg	0.03	1.9	$Q = 0.992H^{1.547}$
6 pulg	0.05	3.9	$Q = 2.06H^{1.58}$
9 pulg	0.09	8.9	$Q = 3.07H^{1.53}$
1 pie	0.11	16.1	$Q = 4.00\,LH^n$, $n = 1.55$
2 pies	0.42	33.1	$Q = 4.00\,LH^n$, $n = 1.55$
4 pies	1.3	67.9	$Q = 4.00\,LH^n$, $n = 1.58$
6 pies	2.6	103.5	$Q = 4.00\,LH^n$, $n = 1.59$
8 pies	3.5	139.5	$Q = 4.00\,LH^n$, $n = 1.61$
10 pies	6	200	$Q = (3.6875L + 2.5)H^{1.6}$
20 pies	10	1000	$Q = (3.6875L + 2.5)H^{1.6}$
30 pies	15	1500	$Q = (3.6875L + 2.5)H^{1.6}$
40 pies	20	2000	$Q = (3.6875L + 2.5)H^{1.6}$
50 pies	25	3000	$Q = (3.6875L + 2.5)H^{1.6}$

consiste en una rampa recta desde la plantilla del canal, una sección de garganta plana y un descenso súbito. Asimismo, se muestra las ecuaciones básicas de medición y algunos ejemplos de dimensiones para cada forma. La dimensión Y es la profundidad máxima del canal. En las referencias 2, 6 y 13, se hacen análisis amplios sobre los datos y diseño de aforadores de garganta larga.

☐ **PROBLEMA MODELO 14.7**

Seleccione un diseño de la tabla 14.5 de un embudo de garganta larga para medir un flujo volumétrico dentro del rango de 2.5 a 6.0 pies^3/s de agua. Después, calcule la descarga Q para varios valores de carga H.

Solución

Cualquiera de los diseños rectangular, trapezoidal o circular, que se denotará respectivamente con C, A y B, es apropiado para el rango de flujo que se desea. En este caso se ilustrará el canal trapezoidal. En la tabla 14.5 se encuentra la ecuación de medición y los valores de sus variables. Tenemos

$$Q = K_1(H + K_2)^n$$
$$Q = 9.29(H + 0.03)^{1.878}$$

Al evaluar esta ecuación entre $H = 0.50$ pie y 0.80 pie, se obtiene los resultados siguientes:

Carga H (pie)	Flujo Q (pies^3/s)
0.50	2.820
0.60	3.901
0.70	5.114
0.80	6.547

TABLA 14.5. Datos para un embudo de garganta larga.

Diseño A		Diseño B		Diseño C	
Canales rectangulares: $Q = b_c K_1 (H + K_2)^n$					
b_c	0.500 pie	b_c	1.000 pie	b_c	1.500 pies
L	0.750 pie	L	1.000 pie	L	2.250 pies
p_1	0.125 pie	p_1	0.250 pie	p_1	0.500 pies
K_1	3.996	K_1	3.696	K_1	3.375
K_2	0.000	K_2	0.004	K_2	0.011
n	1.612	n	1.617	n	1.625
$H_{mín}$	0.057 pie	$H_{mín}$	0.082 pie	$H_{mín}$	0.148 pie
$H_{máx}$	0.462 pie	$H_{máx}$	0.701 pie	$H_{máx}$	1.500 pies
$Q_{mín}$	0.020 pie^3/s	$Q_{mín}$	0.070 pie^3/s	$Q_{mín}$	0.255 pie^3/s
$Q_{máx}$	0.575 pie^3/s	$Q_{máx}$	2.100 pies^3/s	$Q_{máx}$	9.900 pies^3/s
Canales trapezoidales: $Q = K_1 (H + K_2)^n$					
b_1	1.000 pie	b_1	1.000 pie	b_1	2.000 pies
b_c	2.000 pies	b_c	4.000 pies	b_c	5.000 pies
L	0.750 pie	L	1.000 pie	L	1.000 pie
p_1	0.500 pie	p_1	1.500 pies	p_1	1.500 pies
K_1	9.290	K_1	14.510	K_1	16.180
K_2	0.030	K_2	0.053	K_2	0.035
n	1.878	n	1.855	n	1.784
$H_{mín}$	0.400 pie	$H_{mín}$	0.579 pie	$H_{mín}$	0.580 pie
$H_{máx}$	0.893 pie	$H_{máx}$	0.808 pie	$H_{máx}$	1.456 pies
$Q_{mín}$	1.900 pies^3/s	$Q_{mín}$	6.200 pies^3/s	$Q_{mín}$	6.800 pies^3/s
$Q_{máx}$	8.000 pies^3/s	$Q_{máx}$	11.000 pies^3/s	$Q_{máx}$	33.000 pies^3/s
Canales circulares: $Q = D^{2.5} K_1 (H/D + K_2)^n$					
D	1.000 pie	D	2.000 pies	D	3.000 pies
b_c	0.866 pie	b_c	1.834 pies	b_c	2.940 pies
L_a	0.600 pie	L_a	1.100 pies	L_a	1.350 pies
L_b	0.750 pie	L_b	1.800 pies	L_b	3.600 pies
L	1.125 pies	L	2.100 pies	L	2.700 pies
p_1	0.250 pie	p_1	0.600 pie	p_1	1.200 pies
K_1	3.970	K_1	3.780	K_1	3.507
K_2	0.004	K_2	0.000	K_2	0.000
n	1.689	n	1.625	n	1.573
$H_{mín}$	0.069 pie	$H_{mín}$	0.140 pie	$H_{mín}$	0.180 pie
$H_{máx}$	0.599 pie	$H_{máx}$	1.102 pies	$H_{máx}$	1.343 pies
$Q_{mín}$	0.048 pie^3/s	$Q_{mín}$	0.283 pie^3/s	$Q_{mín}$	0.655 pie^3/s
$Q_{máx}$	1.689 pies^3/s	$Q_{máx}$	8.112 pies^3/s	$Q_{máx}$	15.448 pies^3/s

De la ecuación de flujo también se despeja el valor H, lo que dará el flujo Q que se desea,

$$H = \left(\frac{Q}{K_1}\right)^{1/n} - K_2$$

Ahora, se determina los valores de carga que corresponden a los extremos del rango de flujo que se quiere:

$$\text{Para } Q = 2.50 \text{ pies}^3/s, H = 0.467 \text{ pie}$$

$$\text{Para } Q = 6.00 \text{ pies}^3/s, H = 0.762 \text{ pie}$$

REFERENCIAS

1. Baker, R. C. 2003. *Introductory Guide to Flow Measurement.* Nueva York: ASME Press.
2. Bos, M. G., ed. 1989. *Discharge Measurement Structures*, 3a. ed., Wageningen, Netherlands: International Institute for Land Reclamation and Improvement.
3. Chanson, Hubert. 2004. *Hydraulics of Open Channel Flow*, 2a. ed., Nueva York: Elsevier Science & Technology.
4. Chow, V. T. 1959. *Open Channel Hydraulics.* New York: McGraw-Hill. [A classic reference for open-channel flow.]
5. Chow, Ven T., D. R. Maidment y L. W. Mays. 1988. *Applied Hydrology.* Nueva York: McGraw-Hill.
6. Clemmens, A. J., T. L. Wahl, M. G. Bos y J. A. Replogle. 2001. *Water Measurement with Flumes and Weirs*. Wageningen, Netherlands: International Institute for Land Reclamation and Improvement. [Available from Water Resources Publications at *www.wrpllc.com/books/wmfw.html.*]
7. Jain, C. Subhash. 2000. *Open-Channel Flow*. Nueva York: Wiley.
8. Mays, Larry W. 1999. *Hydraulic Design Handbook.* Nueva York: McGraw-Hill.
9. Montes, S. 1998. *Hydraulics of Open Channel Flow.* Reston, VA: American Society of Civil Engineers.
10. Munson, B. R., D. F. Young, T. H. Okiishi y B. G. Young. 2003. *Fundamentals of Fluid Mechanics*, 4a. ed., Nueva York: Wiley.
11. Prakash, Anand. 2003. *Water Resources Engineering.* Reston, VA: American Society of Civil Engineers.
12. Simon, A. L., y S. F. Korom. 2002. *Hydraulics,* 5a. ed., San Diego, CA: Simon Publications.
13. U.S. Bureau of Reclamation and the U.S. Department of Agriculture. 2001. *Water Measurement Manual*, 3a. ed., Washington, DC: U.S. Department of the Interior.
14. White, F. M. 2002. *Fluid Mechanics*, 5a. ed., Nueva York: McGraw-Hill.

SITIOS DE INTERNET

1. LMNO Engineering, Research, and Software, Ltd. *www.LMNOeng.com* LMNO Engineering es una compañía consultora y desarrolladora de software . El sitio muestra productos de software numerosos para flujo en canales abiertos, flujo en tuberías, medición de flujo, hidrología y cálculos para agua subterránea. Algunos programas son gratis, incluso aquellos para la ecuación de Manning, geometría de alcantarillas circulares, vertedor con ranura en forma de *V* y vertedor de Cipolletti.
2. Milam Engineering *www.geocities.com/Eureka/Concourse/3075/programs.html* Conjunto de calculadoras en línea para el campo de la ingeniería civil, inclusive para canales abiertos rectangulares o trapezoidales y la ecuación de Hazen-Williams para tubos que operan llenos.
3. U.S. Bureau of Reclamation *www.usbr.gov/pmts/hydraulics_lab/* El Water Resources Research Laboratory proporciona servicios de pruebas, análisis e investigación hidráulicos, y aplica su experiencia en modelos hidráulicos para la solución de problemas de recursos hidráulicos, hidráulica y mecánica de fluidos.
4. U.S. Bureau of Reclamation *www.usbr.gov/pmts/hydraulics_lab/winflume/* El U.S. Bureau of Reclamation, en cooperación con el U.S. Water Conservation Laboratory y el International Institute for Land Reclamation and Improvement, desarrolló un programa de computadora llamado WinFlume, para diseñar y calibrar estructuras de medición de flujo con aforadores de garganta larga y vertedores de cresta ancha. El software se carga desde este sitio.

5. U.S. Bureau of Reclamation *www.usbr.gov/pmts/hydraulics_lab/pubs/wmm/* El U.S. Bureau of Reclamation, en cooperación con el U.S. Department of Agriculture, publicó el Water Measurement Manual como guía de las prácticas mejores para la medición hidráulica eficaz, con el fin de ejercer la administración óptima del agua. Este documento contiene mucha información sobre el diseño, instalación y operación de aforadores y vertedores, y desde este sitio es posible obtenerla.
6. Marsh-McBirney, Inc. *www.marsh-mcbirney.com* Fabricante de una variedad de fluxómetros para uso en canales abiertos con técnicas de medición electromagnéticas, radar, ultrasónicas y de presión. Se combina mediciones de velocidad, nivel y profundidad, para obtener el flujo volumétrico. Algunos dispositivos son portátiles y se utilizan en corrientes, canales, estructuras de drenaje y ríos.
7. EESIFLO, Inc. *www.eesiflo.com/open_channel_flow_meter.html* Fabricante de un fluxómetro para canales abiertos que detecta en forma ultrasónica el nivel del fluido en puntos definidos de vertedores y aforadores, y convierte la lectura a flujo volumétrico, con base en el tipo y dimensiones de la estructura.
8. Plasti-Fab, Inc. *www.plasti-fab.com* Fabricante de una variedad de aforadores de plástico de fibra de vidrio reforzado, resistentes a la corrosión, inclusive Parshall, Palmer-Bowlus, Trapezoidal, Cutthroat y otros que se instalan en canales existentes.
9. Tracom, Inc. *www.tracomfrp.com/flumes.html* Fabricante de aforadores tipo H con un rango amplio de tamaños para medir flujos en canales abiertos, desde 0.07 gal/min a más de 50 000 gal/min.
10. Accuraflo, Inc. *www.accuraflo.com* Fabricante del sistema propietario Accura-Flo™ para medición hidráulica en aplicaciones potables, municipales, residuales, irrigación e industriales, de flujo en canales abiertos.

PROBLEMAS

14.1M *Calcule el radio hidráulico de una tubería de drenaje circular que corre llena a la mitad, si su diámetro interior es de 300 mm.*

14.2M *Un canal rectangular tiene un ancho de plantilla de 2.75 m. Calcule el radio hidráulico cuando la profundidad del fluido es de 0.50 m.*

14.3E Una estructura de drenaje para un parque industrial tiene una sección transversal trapezoidal similar a la que se muestra en la figura 14.1(c). El ancho de plantilla es de 3.50 pies, y los lados están inclinados con un ángulo de 60° con respecto de la horizontal. Calcule el radio hidráulico de este canal, cuando la profundidad del fluido es de 1.50 pies.

14.4E Repita el problema 14.3, si la pendiente de los lados es de 45°.

14.5E Calcule el radio hidráulico de un canal trapezoidal con ancho de plantilla de 150 mm y con lados cuyo declive es de 15 mm en horizontal, para un cambio vertical de 10 mm. Es decir, la relación de X/D en la figura 14.1(c) es de 1.50. La profundidad del fluido en el canal es de 62 mm.

14.6E Calcule el radio hidráulico para la sección de la figura 14.19, si el agua fluye con una profundidad de 2.0 pulgadas. La sección corresponde a la de una canaleta pluvial doméstica.

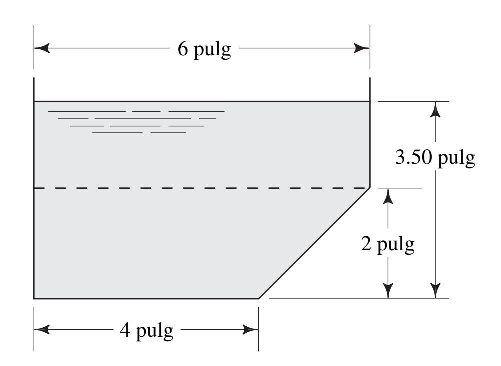


FIGURA 14.19 Problemas 14.6, 14.7 y 14.11.

14.7E Repita el problema 14.6 para una profundidad de 3.50 pulgadas.

14.8M *Calcule el radio hidráulico del canal de la figura 14.20, si la profundidad del agua es de 0.50 m.*

14.9M *Calcule el radio hidráulico del canal de la figura 14.20, si el agua tiene una profundidad de 2.50 m.*

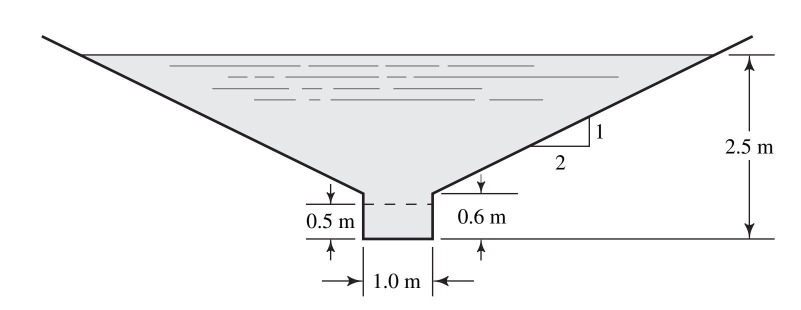


FIGURA 14.20 Problemas 14.8, 14.9 y 14.14.

14.10M *Por un canal rectangular de concreto colado sin acabado, que mide 3.5 m de ancho, fluye agua. Para una profundidad de 2.0 m, calcule la descarga normal y el número de Froude del flujo. La pendiente del canal es de 0.1%.*

14.11E Determine la descarga normal para un canalón pluvial de aluminio con la forma que se muestra en la figura 14.19, y que opera con una profundidad de 3.50 pulgadas. Utilice $n = 0.013$. El canalón cae 4 pies en una longitud de 60 pies.

14.12E Una alcantarilla circular bajo una autopista tiene 6 pies de diámetro y está hecha de metal corrugado. Desciende 1 pie en una longitud de 500 pies. Calcule la descarga normal cuando la alcantarilla opera medio llena.

14.13M *Un aforador de madera se construye para que de manera temporal conduzca 5000 L/min de agua, hasta que se instale un dren permanente. El aforador es rectangular, con 205 mm de ancho de plantilla y profundidad máxima de 250 mm. Calcule la pendiente que se requiere para manejar la descarga esperada.*

14.14M *Un canal de drenaje de avenidas en una ciudad con lluvias súbitas e intensas, tiene la forma que se presenta en la figura 14.20. Está hecho de concreto sin acabado y tiene una pendiente de 0.5%. En tiempos normales, el agua permanece en la sección rectangular pequeña. La sección superior permite que el canal conduzca volúmenes grandes. Determine la descarga normal para profundidades de 0.5 y 2.5 m.*

14.15E La figura 14.21 representa la forma aproximada de un cauce natural con terrazas a cada lado. El canal es de tierra y está cubierto de pasto. Emplee $n = 0.04$. Si la pendiente promedio es de 0.000 15, determine la descarga normal para profundidades de 3 y 6 pies.

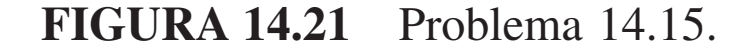
14.16E Calcule la profundidad del flujo de agua en un canal rectangular de 10 pies de ancho, construido de ladrillos cementados con mortero, para una descarga de 150 pie^3/s. La pendiente es de 0.1%.

14.17M *Calcule la profundidad del flujo en un canal trapezoidal con ancho de plantilla de 3 m y cuyas paredes tienen una pendiente de 45° respecto de la horizontal. El canal está hecho de concreto sin acabado y se encuentra en una pendiente de 0.1%. La descarga es de 15 m^3/s.*

14.18M *Un canal rectangular debe conducir 2.0 m^3/s de agua, de un condensador de refrigeración enfriado por agua hacia un estanque de enfriamiento. La pendiente disponible es de 75 mm en una distancia de 50 m. La profundidad máxima del flujo es de 0.40 m. Determine el ancho del canal, si su superficie es de concreto aplanado terminado.*

14.19M *El canal que se muestra en la figura 14.22 tiene una superficie de concreto flotado con acabado, y se encuentra en una pendiente que desciende 0.1 m por 100 m de longitud. Calcule la descarga normal y el número de Froude para una profundidad de 1.5 m. Para esa descarga, calcule la profundidad crítica.*

14.20E Una bodega cuadrada está equipada con rociadores automáticos para protección contra incendios, que arrojan 1000 gal/min de agua. El piso está diseñado para drenar este flujo en forma uniforme hacia depresiones (canales) cerca de cada pared exterior. Las depresiones tienen la forma que se muestra en la figura 14.23. Cada depresión conduce 250 gal/min, se encuentra en una pendiente de 1% y está hecha de concreto colado sin acabado. Determine la profundidad mínima h.



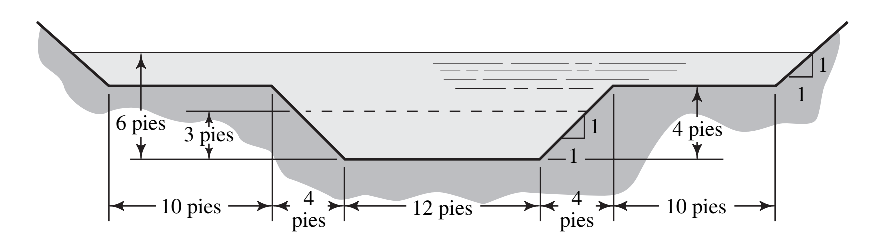


FIGURA 14.21 Problema 14.15.

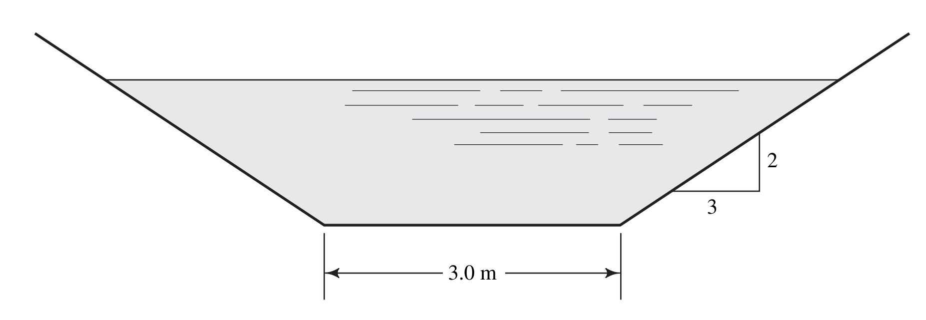
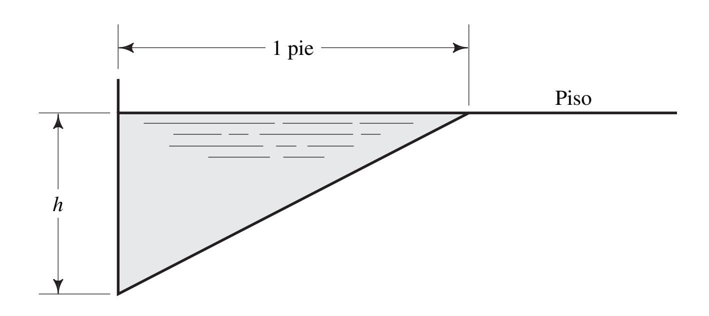


FIGURA 14.22 Problema 14.19.

FIGURA 14.23 Problemas 14.20 y 14.21.



14.21E El flujo desde dos de las depresiones (canales) descritas en el problema 14.20 pasa a una cisterna, donde un drenaje circular de arcilla común con revestimiento lo conduce hacia un colector de avenidas. Determine el tamaño del drenaje que se requiere para conducir el flujo (500 gal/min) cuando opera medio lleno. La pendiente es de 0.1%.

14.22M *Para un canal rectangular con ancho de plantilla de 1.00 m, calcule el área de flujo y radio hidráulico para profundidades que van de 0.10 m a 2.0 m. Trace una gráfica del área y el radio hidráulico versus la profundidad.*

14.23M *Se desea conducir 2.00 m^3/s de agua a una velocidad de 3.0 m/s en un canal abierto rectangular. El ancho de plantilla es de 0.80 m. Calcule la profundidad del flujo y el radio hidráulico.*

14.24M *Para el canal que se diseñó en el problema 14.23, calcule la pendiente que se requiere, si el canal es de concreto flotado con acabado.*

14.25M *Se desea conducir 2.00 m^3/s de agua a una velocidad de 3.0 m/s en un canal abierto rectangular. Calcule la profundidad y radio hidráulico para un rango de diseños del canal, con anchos de plantilla de 0.50 m a 2.00 m. Grafique la profundidad y el radio hidráulico versus el ancho de plantilla.*

14.26M *Para cada uno de los canales que se diseñó en el problema 14.25, calcule la pendiente que se requiere, si el canal es de concreto flotado con acabado. Grafique la pendiente versus el ancho.*

14.27E Un canal trapezoidal tiene un ancho de plantilla de 2.00 pies y un declive de sus lados de $z = 1.50$. Calcule el área de flujo y el radio hidráulico para una profundidad de 20 pulgadas.

14.28E Para el canal del problema 14.27, calcule la descarga normal que se esperaría para una pendiente de 0.005, si el canal está hecho de concreto colado sin terminado.

14.29E Repita el problema 14.28, pero con el canal revestido con losetas de plástico lisas.

14.30E Un canal trapezoidal tiene un ancho de plantilla de 2.00 pies y un declive de sus lados de $z = 1.50$. Calcule el área de flujo y el radio hidráulico para profundidades que van de 6.00 a 24.00 pulgadas. Grafique el área de flujo y el radio hidráulico versus la profundidad.

14.31E Para cada profundidad de canal que se diseñó en el problema 14.30, calcule la descarga normal esperado si tiene una pendiente de 0.005, y está hecho de concreto colado sin acabado.

14.32M *Calcule el área de flujo y radio hidráulico para una tubería de drenaje circular de 375 mm de diámetro y una profundidad de 225 mm.*

14.33M *Repita el problema 14.32 para una profundidad de 135 mm.*

14.34M *Para el canal del problema 14.32, calcule la descarga normal esperada, si tiene una pendiente de 0.12%, y está hecho de acero pintado.*

14.35M *Para el canal que se diseñó en el problema 14.33, encuentre la descarga normal esperada para una pendiente de 0.12%, si el canal está hecho de acero pintado. Compare el resultado con el del problema 14.34.*

14.36E Se desea conducir 1.25 pies^3/s de agua a una velocidad de 2.75 pies/s. Diseñe la sección transversal del canal para cada forma de las mostradas en la tabla 14.3, donde se presenta las secciones más eficientes para canales abiertos.

14.37E Para cada sección diseñada en el problema 14.36, calcule la pendiente requerida, si el canal está hecho de concreto flotado con acabado. Compare los resultados.

14.38E Calcule el número de Froude y diga si el flujo es subcrítico o supercrítico, para cada sección diseñada en el problema 14.36.

Realice las tareas siguientes para cada uno de los problemas 14.39 a 14.42:

a. Calcule la profundidad crítica.
b. Calcule la energía específica mínima.
c. Grafique la curva de la energía específica.
d. Determine la energía específica para la profundidad dada y la profundidad alterna para esta energía.
e. Determine la velocidad de flujo y el número de Froude para cada profundidad en pulgadas en (d).
f. Calcule las pendientes del canal requeridas, si las profundidades que se obtuvo en (d) han de ser las normales para el flujo volumétrico dado.

14.39M *Un canal rectangular de 2.00 m de ancho conduce 5.5 m^3/s de agua, y está hecho de concreto colado sin acabado. Utilice $y = 0.50$ m en el inciso (d).*

14.40M *Un tubo de drenaje de concreto con acabado, circular, con diámetro de 1.20 m, conduce 1.45 m^3/s. Utilice $y = 0.50$ m en (d).*

14.41E Un canal triangular con pendientes laterales de 1:1.5, conduce 0.68 pie^3/s de agua, y está hecho de tierra suave, excavada y limpia. Utilice $y = 0.25$ pie en (d).

14.42E Un canal trapezoidal con ancho de plantilla de 3.0 pies y pendientes laterales de 1:0.75, conduce 0.80 pie^3/s de agua, y está hecho de concreto lanzado con acabado. Utilice $y = 0.05$ pie en (d).

Vertedores y aforadores

14.43E Determine el flujo volumétrico máximo posible sobre un vertedor con ranura en forma de V a 60°, si el ancho de la ranura de la parte superior es de 12 pulgadas.

14.44E Determine la longitud que se requiere de un vertedor contraído, similar al que se muestra en la figura 14.17(b), para que pasen 15 pie^3/s de agua. La altura de la cresta ha de ser de 3 pies desde la plantilla del canal, y la altura máxima sobre la cresta debe ser de 18 pulgadas.

14.45E Trace una gráfica de *Q versus H* para un vertedor a todo lo ancho, con longitud de cresta de 6 pies, y ésta se encuentra a 2 pies de la plantilla del canal. Considere valores de la carga *H* de 0 a 12 pulgadas, en intervalos de 2 pulgadas.

14.46E Repita los cálculos de *Q versus H* para un vertedor similar al del problema 14.45, pero ahora está ubicado en un canal más ancho que 6 pies. Por ello se convierte en un vertedor contraído.

14.47E Compare las descargas sobre los vertedores siguientes cuando la carga *H* es de 18 pulgadas:
- **a.** Ancho total, rectangular: $L = 3$ pies, $H_c = 4$ pies.
- **b.** Contraído, rectangular: $L = 3$ pies, $H_c = 4$ pies.
- **c.** Ranura en V a 90° (el ancho de la parte superior también es de 3 pies).

14.48E Trace una gráfica de *Q versus H* para un vertedor con ranura en forma de V a 90°, para valores de la carga de 0 a 12 pulgadas, en intervalos de 2 pulgadas.

14.49E Para un aforador de Parshall con ancho de garganta de 9 pulgadas, calcule la carga *H* correspondiente a los flujos mínimo y máximo.

14.50E Para un aforador de Parshall con ancho de garganta de 8 pies, calcule la carga *H* que corresponde a los flujos mínimo y máximo. Grafique *Q versus H*, por medio de cinco valores de *H* espaciados aproximadamente igual entre el mínimo y el máximo.

14.51E Un flujo volumétrico de 50 pie^3/s cae dentro del rango de ancho de 4 y 10 pies de un aforador de Parshall. Compare la carga *H* para este flujo volumétrico en cada tamaño.

14.52E Se instala un aforador de garganta larga en un canal trapezoidal, que utiliza el diseño C de la tabla 14.5. Calcule la descarga para una carga de 0.84 pie.

14.53E Se instala un aforador de garganta larga en un canal trapezoidal, que utiliza el diseño B de la tabla 14.5. Calcule la descarga para una carga de 0.65 pie.

14.54E Se instala un aforador de garganta larga en un canal rectangular, que utiliza el diseño A de la tabla 14.5. Calcule la descarga para una carga de 0.35 pie.

14.55E Se instala un aforador de garganta larga en un canal rectangular, que utiliza el diseño C de la tabla 14.5. Calcule la descarga para una carga de 0.40 pie.

14.56E Se instala un aforador de garganta larga en un tubo circular, que utiliza el diseño B de la tabla 14.5. Calcule la descarga para una carga de 0.25 pie.

14.57E Se instala un aforador de garganta larga en un canal circular, que utiliza el diseño A de la tabla 14.5. Calcule la descarga para una carga de 0.09 pie.

14.58E Calcule la carga correspondiente a una tasa de flujo volumétrico de 1.25 pies^3/s, para un aforador de garganta larga de diseño B en un canal rectangular.

14.59E Calcule la carga correspondiente a una tasa de flujo volumétrico de 6.80 pies^3/s, para un aforador de garganta larga de diseño C en un canal circular.

14.60E Seleccione un aforador de garganta larga de la tabla 14.5, que conduciría un rango de flujo de 30 gal/min a 500 gal/min. Calcule la carga para cada uno de dichos flujos, y después calcule el flujo que resultaría de cuatro cargas adicionales espaciadas aproximadamente igual entre sí.

14.61C Seleccione un aforador de garganta larga de la tabla 14.5 que conduciría un rango de flujo de 50 m^3/h a 180 m^3/h. Calcule la carga para cada uno de dichos flujos, y después calcule el flujo que resultaría de cuatro cargas adicionales espaciadas aproximadamente igual entre sí.

TAREA DE PROGRAMACIÓN DE COMPUTADORAS

1. Diseñe una hoja de cálculo o un programa para calcular las características geométricas de cada sección de las mostradas en la tabla 14.2. Incluya el área, perímetro mojado y radio hidráulico.
2. Diseñe una hoja de cálculo o un programa para calcular las características geométricas de cada sección de las mostradas en a tabla 14.3. Incluya el área, perímetro mojado y radio hidráulico.
3. Diseñe una hoja de cálculo o un programa para calcular la descarga normal de las formas de canal abierto que se ilustra en la tabla 14.2, con una pendiente dada. Incluya la posibilidad de calcular las características geométricas del canal y una lista de valores de la *n* de Manning, donde el usuario seleccione el de diseño. Compruebe su trabajo con los datos del problema modelo 14.2.

4. Diseñe una hoja de cálculo o un programa para calcular la pendiente que requiere un canal de cualquiera de las formas de la tabla 14.2, con las dimensiones dadas y la descarga normal deseada. Compruebe su trabajo con los datos del problema modelo 14.3.

5. Diseñe una hoja de cálculo o un programa para calcular la profundidad normal que requiere un canal rectangular de ancho dado, que conduce una descarga normal dada y con una pendiente conocida. Se requiere un método de ensayo y error. Verifique su trabajo con los datos del problema modelo 14.5.

6. Diseñe una hoja de cálculo o un programa para calcular la descarga a través de un vertedor rectangular de ancho completo, con la ecuación (14-21); a través de un vertedor contraído, con la ecuación (14-22); a través de un vertedor Cipolletti, con la ecuación (14-23); y a través de un vertedor triangular (ranura en forma de V), con las ecuaciones (14-26) y (14-27).

7. Diseñe una hoja de cálculo o un programa para calcular la descarga a través de cualquiera de los vertedores de Parshall presentados en la tabla 14.4.

8. Utilice la tarea 6 para resolver los problemas 14.45 a 14.48.

9. Utilice la tarea 7 para resolver los problemas 14.49 a 14.51.

10. Diseñe una hoja de cálculo o un programa para obtener el flujo volumétrico Q, de cualquiera de los vertedores de garganta larga en los canales rectangulares mostrados en la tabla 14.5, para cualquier valor de entrada de carga H.

11. En la tarea 10, incluya el cálculo de la carga H que corresponda a cualquier valor de entrada de el flujo Q.

12. Diseñe una hoja de cálculo o un programa para calcular el flujo volumétrico Q de cualquiera de los aforadores de garganta larga en los canales trapezoidales mostrados en la figura 14.5, para cualquier valor de entrada de la carga H.

13. En la tarea 12, incluya el cálculo de la carga H que corresponda a cualquier valor de entrada de el flujo volumétrico Q.

14. Diseñe una hoja de cálculo o un programa que calcule el flujo volumétrico Q, de cualquiera de los aforadores de garganta larga en los canales circulares mostrados en la tabla 14.5, para cualquier valor de entrada de la carga H.

15. En la tarea 14, incluya el cálculo de la carga H que corresponda a cualquier valor de entrada de el flujo volumétrico Q.

15 Medición del flujo

15.1 Panorama

Mapa de aprendizaje

- *Medición del flujo* es la acción de medir la velocidad, el flujo volumétrico o el flujo másico de cualquier líquido o gas.
- La medición adecuada del flujo es esencial para el control de procesos industriales, transferir la vigilancia de fluidos y evaluar el rendimiento de motores, sistemas de refrigeración y otros sistemas que emplean fluidos en movimiento.
- Existen muchos tipos de medidores de flujo disponibles comercialmente con los que debe familiarizarse.

Descubrimientos

Reflexione y platique con sus colegas acerca de las formas en que sus actividades cotidianas hayan sido afectadas recientemente por algún proceso de medición del flujo.

Haga una lista de tantas clases de medidores de flujo como pueda.

Este capítulo incrementará su conocimiento de los muchos tipos de equipo disponibles para medir flujos, y lo ayudará a desarrollar su habilidad para realizar los cálculos apropiados e interpretar los resultados que obtenga con ellos.

Conceptos introductorios

La *medición del flujo* es una función importante dentro de cualquier organización que emplee fluidos para realizar sus operaciones regulares. Se refiere a la capacidad de medir la velocidad, el flujo volumétrico o el flujo másico de cualquier líquido o gas.

Al analizar la medición del flujo con sus colegas, compare la lista de situaciones que percibió con las siguientes:

- Cuando compra gasolina en una estación de servicio, y la bomba incluye un medidor de flujo que indica cuántos galones o litros se bombea, de modo que pague sólo la cantidad que vierte en su carro.
- El reporte del clima indica que se espera lluvias con vientos de 30 millas por hora.
- En el laboratorio de química vigila la entrada de calor en una reacción, midiendo el flujo volumétrico de gas comburente en un mechero.

¿Cuántas mediciones más puede agregar a esta lista? Considere estas razones generales para medir los flujos:

- *Transferir la vigilancia y contabilizar* Cada vez que una persona compra un producto fluido a un proveedor, se necesita contabilizar con exactitud la cantidad de fluido que se transfiere. ¿Ha observado que la entidad pública responsable de hacer cumplir los estándares de exactitud de los pesos y medidas comercialmente en general revisa con cierta periodicidad las bombas de gasolina?

- *Evaluación del rendimiento* Un motor requiere el combustible que lo provea de la energía básica necesaria para operar. Para saber el rendimiento de la máquina es necesario medir la salida de potencia (energía por unidad de tiempo), en relación con el flujo volumétrico de combustible utilizado por la máquina (galones por hora). Esto se relaciona en forma directa con la medición de la eficiencia del carro, en millas por galón o kilómetros/litro, que es común hacer.
- *Control de procesos* Cualquier industria que utilice fluidos en sus procesos, debe vigilar el flujo másico de los fluidos clave. Por ejemplo, las bebidas son mezclas de varios constituyentes que debe controlarse con precisión para mantener el sabor que espera el consumidor. La vigilancia continua y el control del flujo volumétrico de cada constituyente en el sistema de mezclado tienen importancia crucial para producir un producto de calidad consistente.
- *Investigación y desarrollo* Los ejemplos son numerosos. Considere la transición de los refrigerantes fluorocarbonados (freones) a otros más aceptables en cuanto al cuidado del ambiente. Es esencial probar muchas fórmulas candidatas para determinar el efecto enfriador que producen, como función del flujo másico del refrigerante a través del acondicionador de aire o congelador.

Este capítulo incrementará su conocimiento de los muchos tipos de equipo disponibles para medir flujos, y lo ayudará a desarrollar su habilidad para realizar los cálculos apropiados e interpretar los resultados que obtenga con ellos. También deberá ser capaz de emitir recomendaciones acerca de los tipos de medidores de flujo apropiados para una aplicación dada. Es más probable que utilice alguno de los que existen comercialmente, a que tenga que diseñar y construir el suyo propio. Para hacer esto con eficiencia y eficacia, debe entender los principios físicos en que se basa la construcción de los medidores.

15.2 OBJETIVOS

Al terminar este capítulo podrá:

1. Describir seis factores que debe considerar al especificar un sistema de medición de flujo.
2. Describir cuatro tipos de medidores de carga variable: el *tubo venturi*, la *boquilla de flujo*, el *orificio* y el *tubo de flujo*.
3. Calcular la velocidad de flujo y el flujo volumétrico para medidores de altura variable, además del coeficiente de descarga.
4. Describir el *rotámetro medidor de área variable*, *medidor de flujo de turbina*, *medidor de flujo magnético*, *medidor de flujo de vórtice* y *medidor de flujo ultrasónico.*
5. Describir dos métodos de medición del flujo másico.
6. Describir el *tubo de pitot estático*, y calcular la velocidad de flujo con los datos adquiridos con dicho instrumento.
7. Definir el término *anemómetro* y describir dos tipos.
8. Describir siete tipos de dispositivos de medición del nivel.

15.3 FACTORES DE SELECCIÓN DE UN MEDIDOR DE FLUJO

Hay muchos dispositivos para medir el flujo. Algunos miden el flujo volumétrico en forma directa, mientras que otros miden una velocidad promedio del flujo que se convierte a flujo volumétrico por medio de $Q = Av$. Algunos proporcionan mediciones primarias directas, en tanto otros requieren de calibración o la aplicación de un coeficiente de descarga a la salida observada del instrumento. La forma de la salida del medidor de flujo también varía en forma considerable de un tipo a otro. La lectura puede provenir de la presión, nivel de líquido, contador mecánico, posición de un indicador en la corriente de fluido, señal eléctrica continua o una serie de pulsos eléctricos. La selección del tipo básico de medidor de fluido y su sistema indicador depende de varios factores, algunos de los cuales estudiaremos a continuación.

15.3.1 Rango

Los medidores que existen comercialmente miden flujos que van desde unos cuantos mililitros por segundo (mL/s), para experimentos precisos de laboratorio, hasta varios miles de metros cúbicos por segundo (m^3/s), para el agua de riego y sistemas municipales de agua potable y residual. Entonces, para una instalación particular de medición debe conocerse el orden general de magnitud del flujo volumétrico, así como el rango de las variaciones esperadas.

Un término que se emplea con frecuencia en la bibliografía de medición de flujos es la *vuelta*, relación del flujo volumétrico máximo que el instrumento puede medir al flujo volumétrico mínimo que es capaz de detectar, dentro de la exactitud establecida. Es una medida de la capacidad de funcionamiento del medidor para operar en las condiciones de flujo esperadas en la aplicación.

15.3.2 Exactitud requerida

Virtualmente, cualquier dispositivo de medición del flujo que se instale y opere en forma apropiada tiene una exactitud dentro de 5% del flujo real. La mayor parte de los medidores comerciales poseen una exactitud de 2%, y hay algunos de los que se afirma es de 0.5%. Por lo general, si se desea más exactitud el costo es un factor importante.

15.3.3 Pérdida de presión

Debido a que los detalles de construcción de los distintos medidores son muy diferentes, producen cantidades de pérdida de energía diferentes conforme el fluido pasa a través de ellos. Con la excepción de unos cuantos tipos, llevan a cabo la medida colocando una restricción o dispositivo mecánico en la corriente de flujo, lo que origina la pérdida de energía.

15.3.4 Tipo de indicación

Los factores por considerar al elegir el tipo de indicación de flujo incluyen si el control automático va a actuar sobre la salida, si el operador necesita vigilar ésta y si existen condiciones ambientales severas.

15.3.5 Tipo de fluido

El rendimiento de algunos medidores de flujo se ve afectado por las propiedades y condiciones del fluido. Una consideración fundamental es saber si el fluido es líquido o gas. Si hay factores importantes como viscosidad, temperatura, corrosión, conductividad eléctrica, visibilidad, propiedades lubricantes y homogeneidad. Los lodos y fluidos de fases múltiples requieren medidores especiales.

15.3.6 Calibración

Ciertos tipos de medidores de flujo requieren calibrarse. Algunos fabricantes proporcionan la calibración en forma de gráfica o tabla de resultados reales *versus* la lectura del indicador. Algunos están equipados para la lectura directa, con escalas calibradas en las unidades de flujo que se desea. En el caso de los medidores más importantes, tales como los de carga variable, se ha determinado formas y dimensiones geométricas estándar para las que se dispone de datos empíricos. Estos datos relacionan el flujo con una variable que se mide con facilidad, tal como la diferencia de presión o el nivel de un fluido. En las referencias al final de este capítulo aparecen muchos de estos factores de calibración.

Si se requiere que la calibración la haga el usuario del instrumento, podría usarse otro medidor de precisión como estándar con el que se compare la lectura del dispositivo de prueba. En forma alterna, la calibración primaria puede hacerse con el ajuste del flujo a una tasa constante a través de medidor, para después apartar el flujo de salida durante un intervalo de tiempo fijo. El fluido que se reúna así, se pesa para tener una calibración por unidad de tiempo, o se mide su volumen para contar con una calibración por flujo volumétrico. En la figura 15.1 se muestra un calibrador de flujo disponible comercialmente, en el que un pistón de precisión se mueve a una velocidad controlada, a fin de desplazar el fluido de prueba a través del medidor de flujo que se calibra. La salida del instrumento se compara con el flujo volumétrico conocido, por medio de un sistema de entrada y análisis de datos computarizado que prepara tablas y gráficas de calibración.

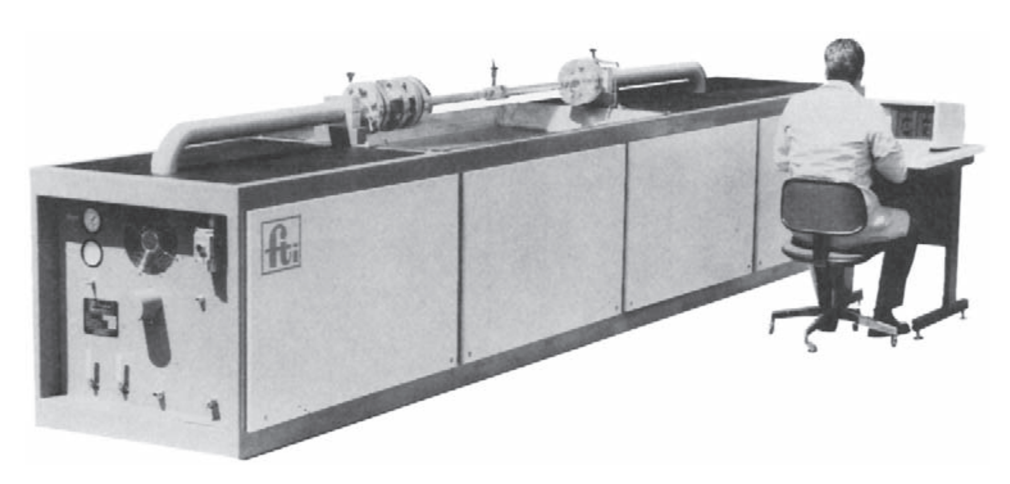


FIGURA 15.1 Sistema de calibración de flujo. (Fuente: Flow Technology, Inc., Phoenix, AZ.)

15.3.7 Otros factores

En la mayoría de casos, también debe considerarse el tamaño físico del aparato, su costo, el sistema de presión y la aptitud del operador.

15.4 MEDIDORES DE CARGA VARIABLE

El principio fundamental en el que se basan los medidores de carga variable es el siguiente: cuando se restringe una corriente de fluido, su presión disminuye en una cantidad que depende del flujo volumétrico a través de la restricción. Por tanto, la diferencia de presión entre puntos antes y después de la restricción se utiliza para indicar el flujo volumétrico. Los tipos más comunes de medidores de carga variable son el tubo venturi, la boquilla de flujo, el orificio y el tubo de flujo. Se obtiene lo mismo de la relación entre la diferencia de presión y el flujo volumétrico, sin importar el tipo de instrumento que se emplee. Como ejemplo se utilizará el tubo venturi. Consulte los sitios 4, 7, 8, 10 y 15 de Internet, para que vea los diseños que existen comercialmente.

15.4.1 Tubo venturi

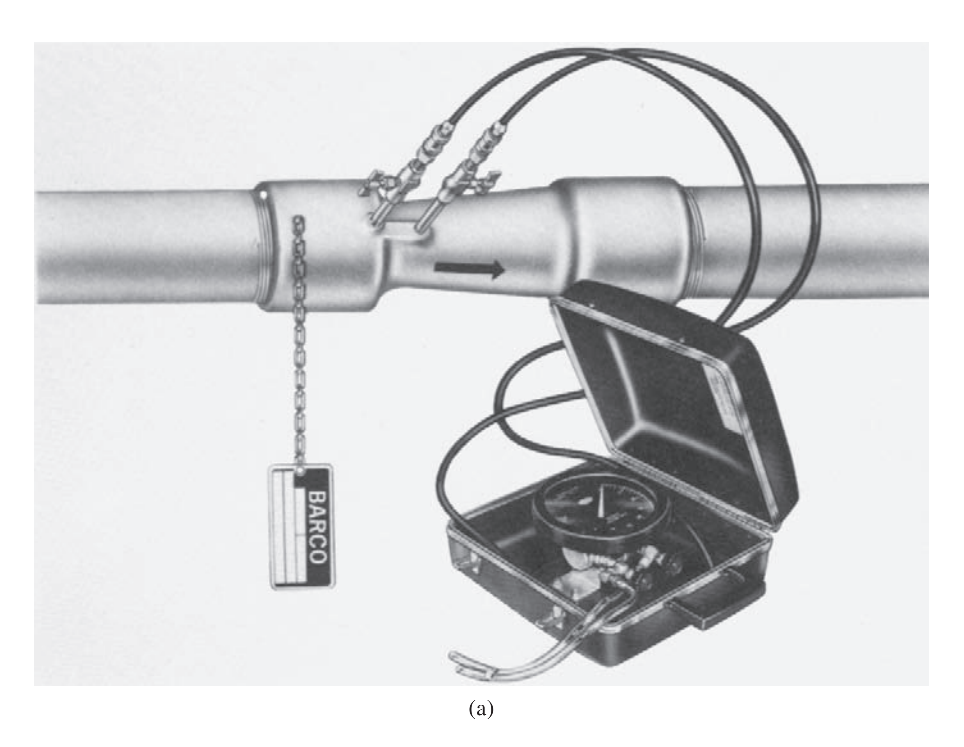
En la figura 15.2 se muestra el aspecto básico del tubo venturi. El flujo que viene de la tubería principal en la sección 1 se hace acelerar a través de una sección estrecha denominada *garganta*, donde la presión del fluido disminuye. Después, el flujo se expande a través de una porción divergente que alcanza el mismo diámetro de la tubería principal. Se coloca tomas de presión en la pared del tubo de la sección 1 y en la pared de la garganta, a la que llamaremos sección 2. Estas tomas de presión se conectan a ambos lados de un manómetro diferencial, de modo que la deflexión h sea una indicación de la diferencia de presión $p_1 - p_2$. Por supuesto, es posible utilizar otros medidores de presión diferencial.

Se emplea la ecuación de la energía y la de continuidad para obtener la relación con que se calcula el flujo volumétrico. Con el empleo de las secciones 1 y 2 como puntos de referencia en la figura 15.2, se escribe las ecuaciones siguientes:

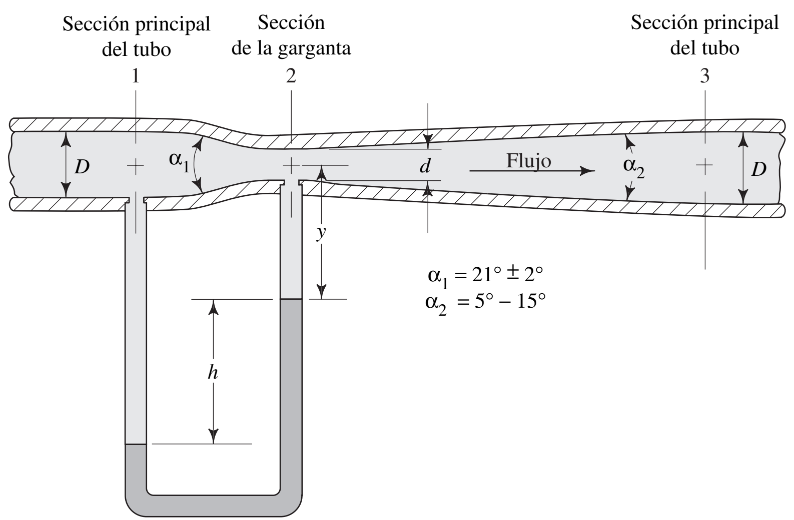
$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} - h_L = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g} \qquad \textbf{(15–1)}$$

$$Q = A_1 v_1 = A_2 v_2 \qquad \textbf{(15–2)}$$

Estas ecuaciones sólo son válidas para fluidos incompresibles, es decir, líquidos. En el flujo de gases se debe observar con atención especial cómo varía el peso específico, γ,



(a)



(b) Detalles estándar del diseño

FIGURA 15.2 Tubo venturi. (Fuente de la fotografía: Hyspan Barco, Hyspan Precision Products, Inc., Chula Vista, CA.)

con el cambio de la presión. Consulte las referencia 5. La simplificación algebraica de las ecuaciones (15-1) y (15-2) es:

$$\frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} = \frac{p_1 - p_2}{\gamma} + (z_1 - z_2) - h_L$$

$$v_2^2 - v_1^2 = 2g[(p_1 - p_2)/\gamma + (z_1 - z_2) - h_L]$$

Pero $v_2^2 = v_1^2(A_1/A_2)^2$. Entonces, tenemos

$$v_1^2[(A_1/A_2)^2 - 1] = 2g[(p_1 - p_2)/\gamma + (z_1 - z_2) - h_L]$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2g[(p_1 - p_2)/\gamma + (z_1 - z_2) - h_L]}{(A_1/A_2)^2 - 1}} \qquad \textbf{(15–3)}$$

En este momento podemos hacer dos simplificaciones. En primer lugar, es común que el tubo venturi se instale en posición horizontal, por lo que la diferencia de elevación $z_1 - z_2$ es igual a cero. Si hay una diferencia significativa de elevación cuando se instale el dispositivo con cierto ángulo respecto de la vertical, debe incluirse en el cálculo. En segundo lugar, el término h_L es la pérdida de energía del fluido conforme pasa de la sección 1 a la 2. El valor de h_L debe determinarse en forma experimental. Pero es más conveniente modificar la ecuación (15-3) eliminando h_L e introduciendo un coeficiente de descarga C:

$$v_1 = C\sqrt{\frac{2g(p_1 - p_2)/\gamma}{(A_1/A_2)^2 - 1}} \qquad \textbf{(15–4)}$$

La ecuación (15-4) se emplea para obtener la velocidad de flujo en la garganta del instrumento. Observe que la velocidad depende de la diferencia en la carga de presión entre los puntos 1 y 2. Por esa razón estos medidores reciben el nombre de medidores de carga variable.

Lo normal es que se desee calcular el flujo volumétrico.

Como $Q = A_1v_1$, tenemos

$$Q = CA_1\sqrt{\frac{2g(p_1 - p_2)/\gamma}{(A_1/A_2)^2 - 1}} \qquad \textbf{(15–5)}$$

El coeficiente de descarga C representa la relación de la velocidad real de energía a través del tubo venturi, a la velocidad ideal para un venturi sin ninguna pérdida de energía. Por tanto, el valor de C siempre será menor que 1.0. El venturi de tipo Herschel, que se ilustra en la figura 15.2, está diseñado para minimizar las pérdidas de energía con el empleo de una contracción lisa y gradual en la garganta, y una expansión lisa y gradual después de ésta. Por ello, es común que el coeficiente de descarga esté cerca de 1.0.

La figura 15.3 indica que el valor real de C depende del número de Reynolds para el flujo en la tubería principal. Para números de Reynolds arriba de 2×10^5, se toma el valor de C igual a 0.984. Este valor se aplica al venturi de tipo Herschel, que se fabrica como fundición rugosa con diámetro de tubería que varía en un rango muy amplio, pero la relación d/D, llamada relación beta, o β, debe estar entre 0.30 y 0.75.

Para números de Reynolds por debajo de 2×10^5, el valor de C debe leerse en la figura 15.3.

Es común que los medidores venturi más pequeños, para diámetros de tubo en el rango de 2 a 10 pulgadas (50 a 250 mm), se manufacturen en máquinas, con lo que resulta una superficie con mejor acabado que la que se obtiene con fundición. Para este tipo, el valor de C se toma como 0.995, si $N_R > 2 \times 10^5$. Para los venturi hechos en máquina no se dispone de datos de C para números de Reynolds más bajos.

En las referencias 3, 5 y 11 a 15, hay más información acerca de la aplicación de los medidores venturi, inclusive estudios amplios de las correcciones que debe hacerse cuando se usan para medir flujos de aire y otros gases. En este libro se limitará el uso de las ecuaciones (15-4) y (15-5) al flujo de líquidos.

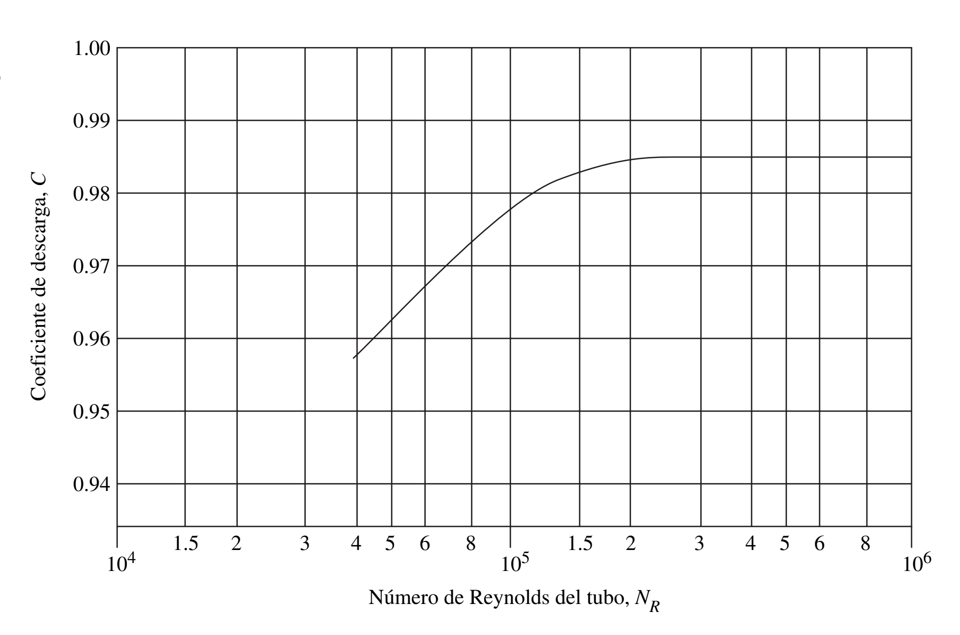


FIGURA 15.3 Coeficiente de descarga para un tubo venturi fundido y rugoso del tipo Herschel. (Fuente: ASME Research Committee on Fluid Meters. 1959. *Fluid Meters: Their Theory and Application*, 5a. ed., Nueva York: American Society of Mechanical Engineers, p. 125.)

Ecuación de flujo cuando un manómetro se emplea para medir la diferencia de presión

Un manómetro es un método popular para medir la diferencia de presión entre la tubería y la garganta del venturi, porque da la diferencia que se requiere en términos de la lectura del manómetro y las propiedades del fluido en movimiento y el fluido del manómetro. Por ejemplo, con el arreglo que se muestra en la figura 15.2, se utiliza la notación siguiente:

γ_f = Peso específico del fluido en la tubería
γ_m = Peso específico del fluido del manómetro
y = Distancia vertical de la línea central de la tubería a la parte superior del fluido del manómetro

Entonces, la ecuación del manómetro se escribe como

$$p_1 + \gamma_f y + \gamma_f h - \gamma_m h - \gamma_f y = p_2$$

Aquí observamos que el término $\gamma_f y$ aparece con signo tanto positivo como negativo. Por ello, dichos términos se cancelan.

Ahora se despejará de la ecuación para la diferencia de carga de presión que necesitamos en la ecuación (15-4):

$$p_1 - p_2 = -\gamma_f h + \gamma_m h = \gamma_m h - \gamma_f h = h(\gamma_m - \gamma_f)$$

Se divide ambos lados de la ecuación entre γ_f:

$$(p_1 - p_2)/\gamma_f = h(\gamma_m - \gamma_f)/\gamma_f = h(\gamma_m/\gamma_f - 1)$$

Esto se sustituye en la ecuación (15-4) y queda

$$v_1 = C\sqrt{\frac{2gh[(\gamma_m/\gamma_f) - 1]}{(A_1/A_2)^2 - 1}} \qquad (15\text{–}6)$$

PROCEDIMIENTO PARA CALCULAR EL FLUJO VOLUMÉTRICO DE UN LÍQUIDO A TRAVÉS DE UN VENTURI, BOQUILLA U ORIFICIO DE MEDICIÓN

1. Obtener datos de:
   a. Diámetro interior de la tubería en la entrada del venturi, D_1.
   b. Diámetro de la garganta del venturi, d_2.
   c. Peso específico γ_f y viscosidad cinemática ν del fluido en circulación, en las condiciones que prevalecen en la tubería.
   d. Medición de la presión diferencial entre el tubo y la garganta.
      i. Δp en unidades de presión.
      ii. Δp indicada por la deflexión del manómetro.
2. Suponer un valor para el coeficiente de descarga C del medidor. Para el venturi fundido y rugoso de tipo Herschel, utilice $C = 0.984$, que se aplica para tuberías con número de Reynolds mayores que 2×10^5. Obtenga un estimado para C para una boquilla de la sección 15.4.2 o para un orificio de la sección 15.4.3.
3. Calcular la velocidad del flujo por medio de la ecuación (15-4) o (15-6).
4. Calcular el número de Reynolds del flujo en la tubería.
5. Obtener un valor calculado del coeficiente de descarga C en el número de Reynolds.
6. Si el valor de C que se calculó en el paso 5 es significativamente distinto del paso 2, repetir los pasos 3 a 5 con el valor nuevo para C, hasta que concuerden.
7. Calcular el flujo volumétrico, con $Q = A_1 v_1$.

☐ **PROBLEMA MODELO 15.1** El tubo venturi de tipo Herschel que se muestra en la figura 15.2 se usa para medir el flujo volumétrico de agua a 140 ºF. El flujo ingresa desde la izquierda por una tubería de acero de 5 pulgadas cédula 40. El diámetro de la garganta d es de 2.200 pulgadas. El venturi es fundido y rugoso. El fluido del manómetro es mercurio (sg = 13.54) y la deflexión h es de 7.40 pulgadas. Calcule la velocidad del flujo en la tubería y el flujo volumétrico en gal/min.

Solución Emplearemos la ecuación (15-6) para calcular la velocidad del flujo en la tubería, v_1. Después, encontraremos el flujo volumétrico, con $Q = A_1 v_1$.

En primer lugar, se verifica los datos pertinentes y se calcula algunos de los parámetros básicos de la ecuación (15-6).

Fluido en movimiento en la tubería: agua a 140 ºF, $\gamma_w = 61.4$ lb/pie^3, $v = 5.03 \times 10^{-6}$ pies^2/s (del apéndice A).

Fluido del manómetro: mercurio (sg = 13.54); $\gamma_m = (13.54)(62.4 \text{ lb/pie}^3) = 844.9$ lb/pie^3.

Dimensiones de la tubería: $D = 0.4206$ pie, $A_1 = 0.1390$ pie^2 (del apéndice F).

Dimensiones de la garganta: $d = (2.20 \text{ pulg})(1.0 \text{ pie}/12 \text{ pulg}) = 0.1833$ pie, $A_2 = \pi d^2/4 = 0.02640$ pie^2.

Entonces,

$$A_1/A_2 = (0.1390 \text{ pie}^2/(0.0264 \text{ pie}^2) = 5.265$$

$$\beta = d/D = (0.1833 \text{ pie})/(0.4206 \text{ pie}) = 0.436.$$

Observe que $0.30 < \beta < 0.75$.

Se utiliza la figura 15.3 y se obtiene el valor del coeficiente de descarga C del venturi fundido y rugoso. Se supondrá que el número de Reynolds para el flujo de agua en la tubería es mayor que 2.0×10^5 y se manejará el valor de $C = 0.984$ como primera estimación. Esto deberá revisarse cuando se conozca el número de Reynolds y se ajuste de acuerdo con la figura 15.3, si $N_R < 2.0 \times 10^5$.

En primer lugar, se evaluará el término $[(\gamma_m/\gamma_f) - 1]$:

$$[(\gamma_m/\gamma_f) - 1] = [(844.9 \text{ lb/pie}^3/61.4 \text{ lb/pie}^3) - 1] = 12.76$$

Asimismo, se convertirá el valor h a pies:

$$h = (7.40 \text{ pulg})(1 \text{ pie}/12 \text{ pulg}) = 0.6167 \text{ pie}$$

Ahora, con la ecuación (15-6), calculamos v_1:

$$v_1 = C\sqrt{\frac{2gh[(\gamma_m/\gamma_f) - 1]}{(A_1/A_2)^2 - 1}} = 0.984\sqrt{\frac{2(32.2 \text{ pies/s}^2)(0.6167 \text{ pie})(12.76)}{(5.265)^2 - 1}}$$

$$v_1 = 4.285 \text{ pies/s}$$

Con este valor, ahora debemos revisar el número de Reynolds para el flujo en la tubería:

$$N_R = \frac{v_1 D}{\nu} = \frac{(4.285 \text{ pies/s})(0.4206 \text{ pie})}{5.03 \times 10^{-6}} = 3.58 \times 10^5$$

Observamos que este valor es mayor que 2×10^5, como se supuso al principio. Entonces, el valor para el coeficiente de descarga, $C = 0.984$, es correcto, y el cálculo de v_1 también lo es. Si el número de Reynolds fuera menor que 2×10^5, se leería un valor nuevo de C en la figura 15.3 y volveríamos a calcular la velocidad.

Resultado Ahora terminamos el problema con el cálculo del flujo volumétrico, Q:

$$Q = A_1 v_1 = (0.1390 \text{ pie}^2)(4.285 \text{ pies/s}) = 0.596 \text{ pie}^3\text{/s}$$

Si convertimos el resultado a galones/minuto, obtenemos

$$Q = (0.596 \text{ pie}^3\text{/s})[(449 \text{ gal/min})/1.0 \text{ pie}^3\text{/s}] = 267 \text{ gal/min}$$

■

15.4.2 Boquilla de flujo

La *boquilla de flujo* es una contracción gradual de la corriente de flujo seguida de una sección cilíndrica, recta y corta, como se ilustra en la figura 15.4. Organizaciones como la American Society of Mechanical Engineers (ASME) y la International Organization for Standardization, han presentado y adoptado varias geometrías estándar de boquillas de flujo.

Las ecuaciones (15-4) a (15-6) se utilizan para la boquilla de flujo y el orificio, así como para el tubo venturi. Debido a la contracción gradual y lisa, en una boquilla de flujo hay muy poca pérdida de energía entre los puntos 1 y 2. En la figura 15.5 se muestra una curva común de C *versus* número de Reynolds. Para números de Reynolds grandes, C está por arriba de 0.99. Para números de Reynolds pequeños, la expansión súbita fuera de la garganta de la boquilla ocasiona pérdidas grandes de energía y un valor pequeño de C.

En la referencia 13 se recomienda el uso de la ecuación siguiente para C:

$$C = 0.9975 - 6.53\sqrt{\beta/N_R} \qquad (15\text{–}7)$$

donde $\beta = d/D$. La figura 15.5 es una gráfica de la ecuación (15-7) para el valor de $\beta = 0.50$.

En las referencias 3, 5 y 13, se da información amplia acerca de la selección y aplicación apropiadas de las boquillas de flujo, inclusive de correcciones para el flujo de gases.

15.4.3 Orificio

Una placa plana con un agujero de bordes afilados y un maquinado con precisión, recibe el nombre de *orificio*. Cuando se coloca en forma concéntrica dentro de un tubo, según se ilustra en la figura 15.6(b), hace que el flujo se contraiga de modo repentino conforme se acerca al orificio, y después que se expanda al regresar a todo el diámetro del tubo. La corriente que pasa a través del orificio forma una vena contracta y la velocidad rápida del flujo origina una disminución de la presión corriente abajo del orificio. Tomas de presión que están antes y después del orificio (secciones 1 y 2), permiten la

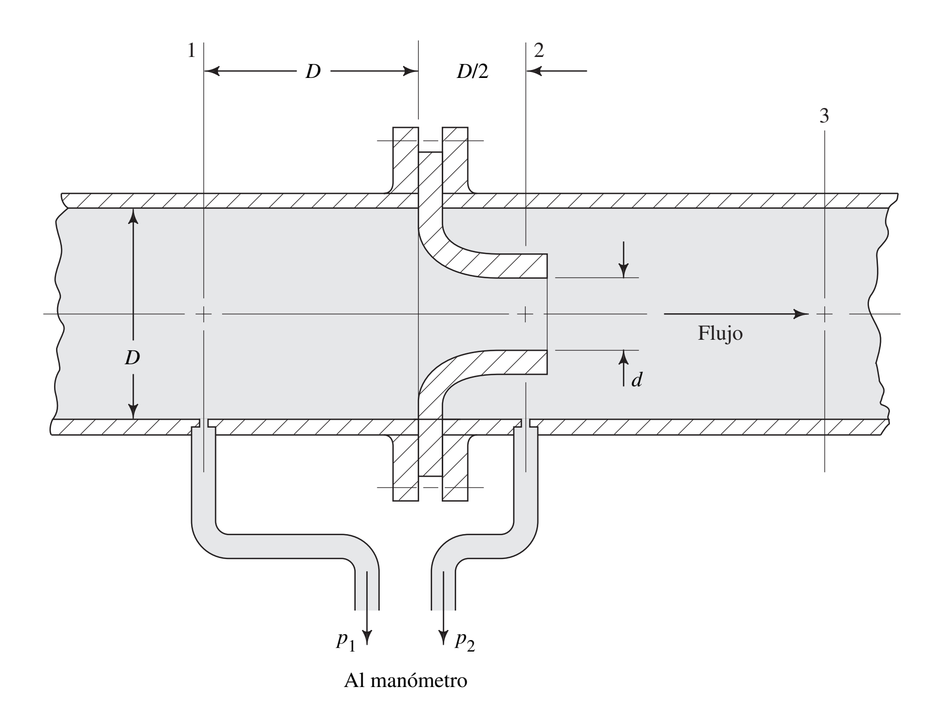


FIGURA 15.4 Boquilla de flujo.

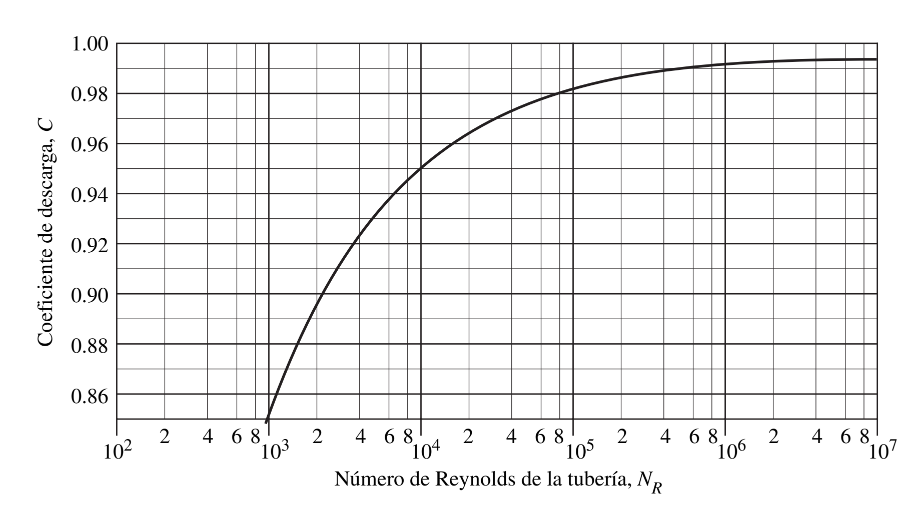


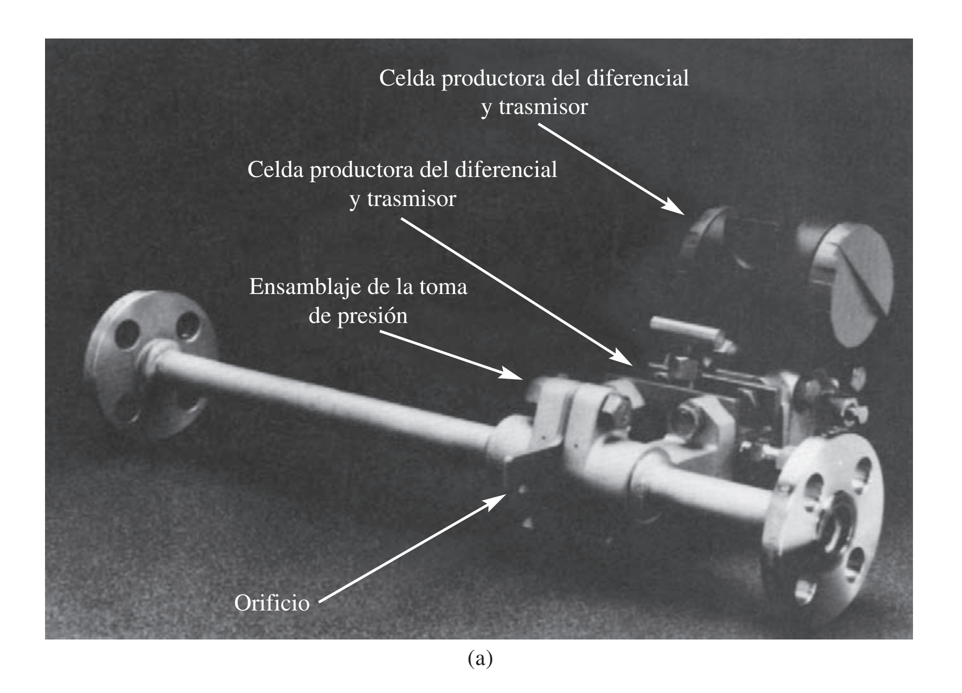
FIGURA 15.5 Coeficiente de descarga de una boquilla de flujo. (Fuente: ASME Research Committee on Fluid Meters. 1959. *Fluid Meters: Their Theory and Application*. 5a. ed., Nueva York: American Society of Mechanical Engineers, p. 124.)

medición de la presión diferencial a través del instrumento, la cual se relaciona con el flujo volumétrico por medio de la ecuación (15-5).

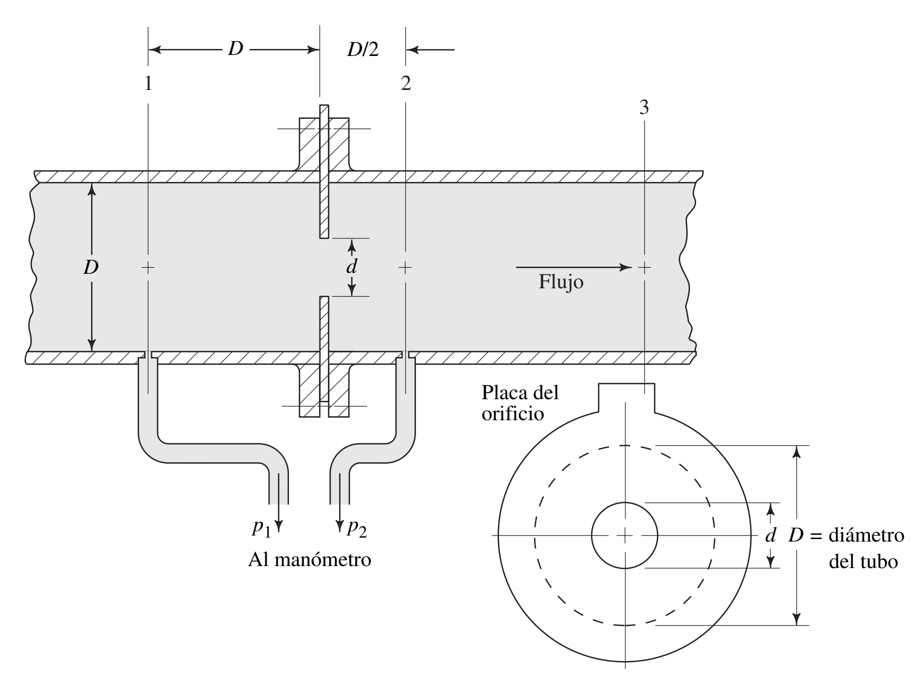
La figura 15.6(a) muestra una unidad disponible comercialmente que incorpora todos los sistemas principales que se necesita para medir el flujo. La placa del orificio es parte de un *ensamblaje de orificio de flujo integral*, que también incluye lo siguiente:

- Tomas de presión colocadas con exactitud a ambos lados de la placa.
- Un colector que facilita el montaje de la celda que produce el diferencial (d/p).
- Una celda d/p y un trasmisor que envía la señal a un receptor remoto.
- Un conjunto de válvulas que permiten que el fluido se desvíe de la celda d/p para mantenimiento.
- Longitudes rectas de tubería dentro y fuera del orificio, para asegurar condiciones de flujo predecibles en dicho orificio.

FIGURA 15.6 Orificio de aristas cuadradas con tomas de presión en *D* y *D*/2. (Fuente de la fotografía: Invensys Foxboro, Invensys Process Systems, Foxboro, MA.)



(a)



(b) Esquema de la instalación del orificio

- Bridas para conectar la unidad al tubo del proceso.
- Microprocesador construido en la celda d/p que hace lineal la señal de salida a través de todo el rango del instrumento, lo que da una señal que es directamente proporcional al flujo; ejecuta la operación de raíz cuadrada que se requiere para la ecuación (15-5).

El valor real del coeficiente de descarga *C*, depende de la ubicación de las tomas de presión. En la tabla 15.1 se presentan tres posibles ubicaciones.

TABLA 15.1. Ubicación de tomas de presión para orificios medidores.

	Toma para la presión de entrada, p_1	Toma para la presión de salida, p_2
1	Un diámetro de la tubería corriente arriba de la placa	Medio diámetro de la tubería corriente debajo de la cara de entrada de la placa
2	Un diámetro de la tubería corriente arriba del tubo	En la vena contracta (consulte la referencia 5)
3	En la brida, 1 pulgada corriente arriba de la placa	En la brida, 1 pulgada corriente debajo de la cara de salida de la placa

El valor de C también se ve afectado por variaciones pequeñas de la geometría de los bordes del orificio. En la figura 15.7 hay curvas comunes de orificios con bordes afilados, donde D es el diámetro de la tubería y d es el diámetro del orificio. El valor de C es mucho menor que el del tubo venturi o el de la boquilla de flujo, porque el fluido es forzado a tener una contracción súbita, seguida de una expansión repentina. Además, como las medidas se basan en el diámetro del orificio, la disminución del diámetro de la corriente en la vena contracta tiende a reducir el valor de C.

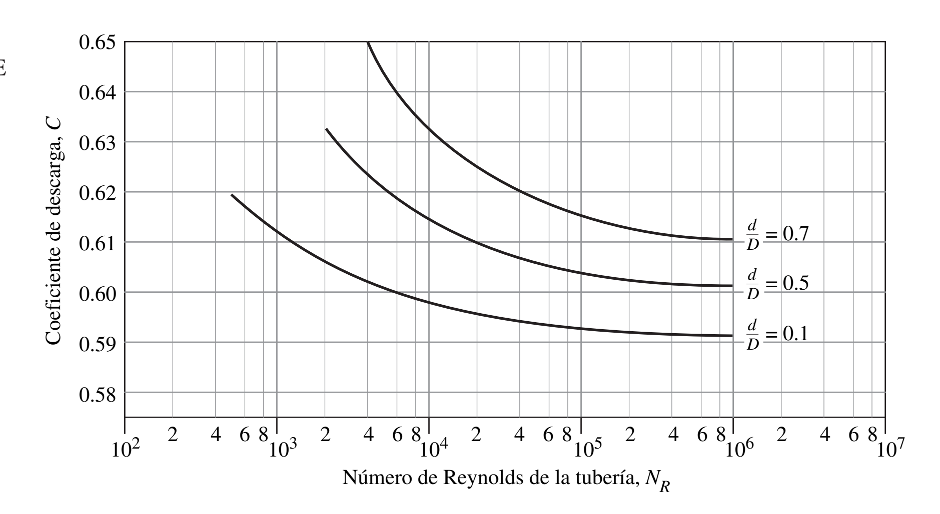


FIGURA 15.7 Coeficiente de descarga del orificio. (Fuente: ASME Research Committee on Fluid Meters. 1959. *Fluid Meters: Their Theory and Application*, 5a. ed., Nueva York: American Society of Mechanical Engineers, p. 148.)

En las referencias 3, 5 y 13 se da información amplia sobre la selección y la aplicación apropiadas de los orificios, incluso de ajustes para el flujo de gases.

Cuando las placas de los orificios son delgadas, el agujero que se perfora puede maquinarse recto y con bordes cuadrados. A veces, una placa tan delgada es susceptible de sufrir daños durante la instalación o manejo. Es frecuente que se utilice placas más gruesas que tienen un agujero plano y corto en la cara de corriente arriba, con una toma de alivio corriente abajo del agujero.

En ocasiones se emplea otros diseños de placas para orificio en lugar de las de estilo concéntrico, como la que se aprecia en la figura 15.6. Una de ellas incluye un agujero perforado en forma excéntrica, en la que el orificio casi es tangente a la superficie interior de la tubería. Con el agujero en la parte superior, los gases que entran pasan con facilidad. Con el agujero en la parte inferior, los sólidos que ingresan continuarán su camino, mientras que con una placa de orificio concéntrico tenderían a acumularse tras ella. También se utiliza un agujero segmentado, con el segmento abierto en la parte inferior del tubo, si en el fluido hubiera sedimentos pesados.

15.4.4 Tubos de flujo

Existen varios diseños patentados para medidores de flujo modificado de carga variable. Éstos se emplean para aplicaciones similares a las que utilizan medidores venturi, boquillas u orificios, pero los tubos de flujo tienen cierta pérdida menor de presión (recuperación de presión mayor). La figura 15.8 es una fotografía del tubo de flujo de cierto fabricante.

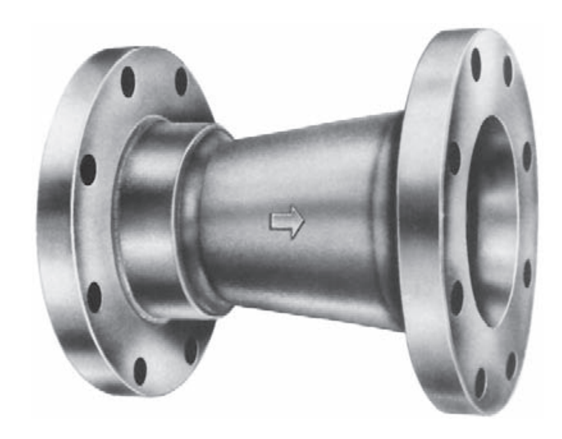


FIGURA 15.8 Tubo de flujo. (Fuente: ABB Inc., Automation Technology Products, Warminster, PA.)

15.4.5 Pérdida de presión global

En cada uno de los cuatro tipos de medidores de altura variable que acabamos de describir, la corriente de flujo se expande de nuevo al diámetro del tubo principal una vez que pasa la restricción. Esto se indica en la sección 3 de las figuras 15.2, 15.4 y 15.6(b). Es decir, la diferencia entre las presiones p_1 y p_3 se debe al instrumento. La diferencia se evalúa al considerar la ecuación de la energía:

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} - h_L = \frac{p_3}{\gamma} + z_3 + \frac{v_3^2}{2g}$$

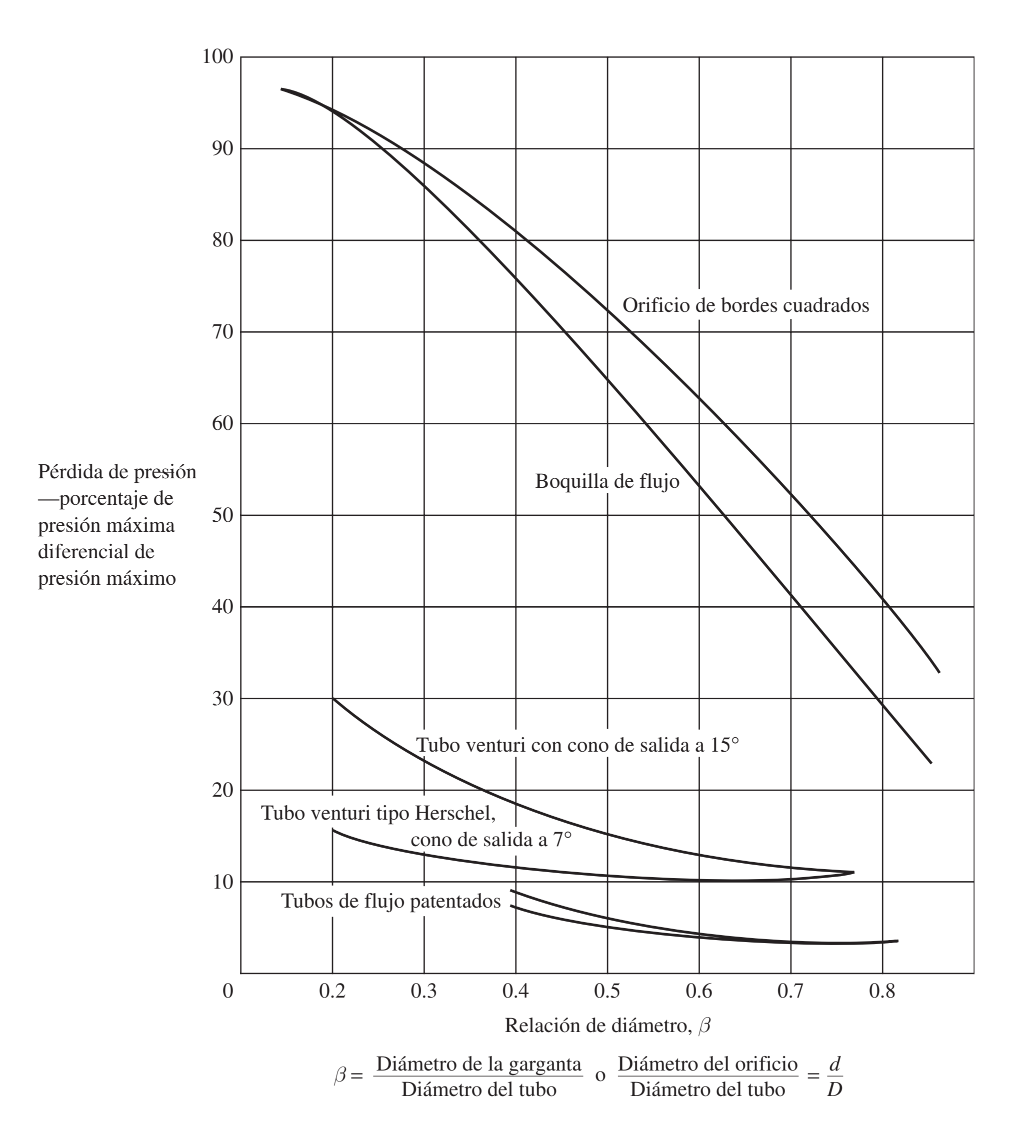
Como los tamaños del tubo son los mismos en ambas secciones, $v_1 = v_3$. También se puede suponer que $z_1 = z_3$. Entonces,

$$p_1 - p_3 = \gamma h_L$$

La caída de presión es proporcional a la pérdida de energía. La alineación cuidadosa del tubo venturi y la expansión gradual larga después de la garganta hacen que haya muy poca turbulencia en la corriente. Por tanto, las pérdidas de energía y de presión son bajas. La falta de una expansión gradual ocasiona que la boquilla tenga una pérdida de energía mayor, y para un orificio es aún mayor. La pérdida mínima de presión se obtiene con el tubo de flujo. La figura 15.9 muestra la comparación entre varios tipos de medidores de altura variable respecto de la pérdida de presión.

15.5 MEDIDORES DE ÁREA VARIABLE

El *rotámetro* es un tipo común de medidor de área variable. La figura 15.10 muestra una geometría común. El fluido se mueve hacia arriba, a través de un tubo libre que tiene un medidor exacto en su interior. Se suspende un flotador en el fluido en posición proporcional al flujo volumétrico. Las fuerzas hacia arriba, debido al arrastre dinámico del fluido sobre el flotador, y la flotabilidad, balancean con exactitud el peso del flotador. Un flujo volumétrico diferente ocasiona que éste se mueva a una posición nueva, lo que cambia el área libre entre el flotador y el tubo hasta que el equilibrio se alcanza otra vez. La posición del flotador se mide en una escala graduada en las unidades convenientes de flujo volumétrico o de flujo en peso.



$$\beta = \frac{\text{Diámetro de la garganta}}{\text{Diámetro del tubo}} \text{ o } \frac{\text{Diámetro del orificio}}{\text{Diámetro del tubo}} = \frac{d}{D}$$

FIGURA 15.9 Comparación de pérdida de presión para distintos medidores de flujo. (Fuente: Bean, H. S., ed. 1971. *Fluid Meters: Their Theory and Application*, 6a. ed., Nueva York: American Society of Mechanical Engineers.)

El uso del rotámetro que se ilustra en la figura 15.10 requiere que el fluido sea transparente, porque el operador debe ver la posición del flotador. Además, el tubo transparente está limitado en cuando a capacidad de presión que puede soportar. Algunos rotámetros están hechos de tubos opacos para soportar presiones mayores. La posición del flotador se detecta desde el exterior del tubo por medios electromagnéticos y el flujo volumétrico se indica en un medidor. Consulte los sitios 11 a 15 de Internet para ver algunos ejemplos.

15.6 MEDIDOR DE FLUJO DE TURBINA

La figura 15.11 muestra un medidor de flujo de turbina donde el fluido hace que el rotor de la turbina gire a una velocidad que depende del flujo volumétrico. Cuando cada álabe del rotor pasa por una bobina magnética, se genera un pulso de voltaje que entra a un medidor de frecuencia, un contador electrónico, o algún dispositivo similar cuyas lecturas se convierten a flujo volumétrico. Las tasas de flujo que puede medirse con medidores de flujo de turbina de distintos tamaños, varían de algo tan bajo como 0.02 L/min

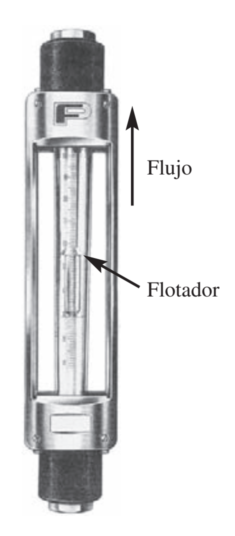


FIGURA 15.10 Rotámetro. (Fuente: ABB Inc., Automation Technology Products, Warminster, PA.)

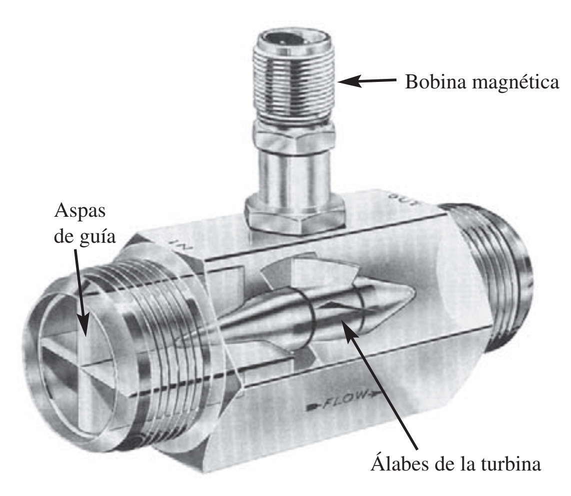


FIGURA 15.11 Medidor de flujo de turbina. (Fuente: Flow Technology, Inc., Phoenix, AZ.)

(0.005 gal/min) a varios miles de L/min o gal/min. Consulte los sitios 2, 3, 9, 11, 13 y 15 de Internet.

15.7 MEDIDOR DE FLUJO DE VÓRTICE

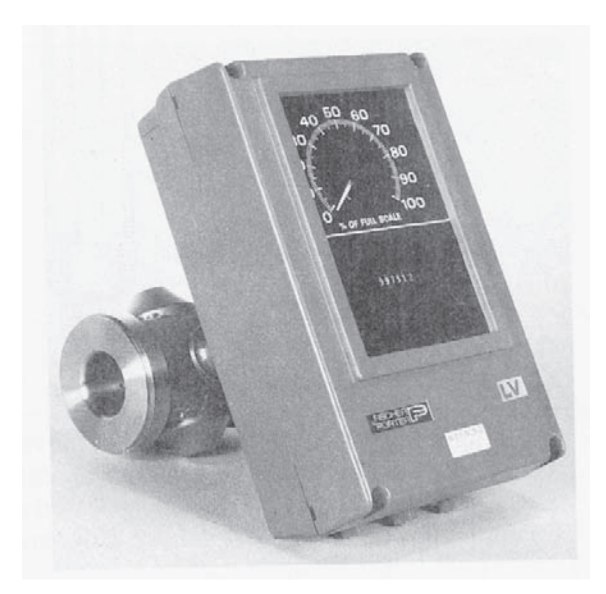
La figura 15.12 ilustra un *medidor de flujo de vórtice*, donde se coloca un cuerpo que obstruye la corriente y hace que se formen vórtices y se aleje del cuerpo con una frecuencia que es proporcional a la velocidad del flujo. Un sensor en el medidor de flujo detecta los vórtices y genera una señal para el dispositivo de lectura del medidor (consulte la referencia 7).

La parte (b) de la figura 15.12 muestra un esquema del fenómeno de vórtice-alejamiento. La forma del cuerpo obstructor, también llamado *elemento de alejamiento del vórtice*, varía de un fabricante a otro. Conforme el flujo se aproxima a la cara frontal del elemento obstructor, se bifurca en dos corrientes. El fluido cerca del cuerpo tiene una velocidad baja, en relación con la de las líneas de corriente principales. La diferencia de velocidades ocasiona que se formen capas de tensión que eventualmente rompen en vórtices en forma alternativa sobre los dos lados del elemento obstructor. La frecuencia de los vórtices que se crea es directamente proporcional a la velocidad del flujo y, por tanto, al flujo volumétrico. En el medidor hay sensores que detectan las variaciones de presión alrededor de los vórtices, y generan una señal de voltaje que alterna a la misma frecuencia que la del alejamiento del vórtice. La señal de salida es una corriente de pulsos de voltaje o una señal analógica de CD (corriente directa). Es frecuente que los sistemas estandarizados de instrumentación utilicen una señal analógica que varía de 4 a 20 mA CD (miliamperes de CD). Para la salida del pulso, el fabricante suministra un factor K del medidor de flujo, que indica los pulsos por unidad de volumen que pasa a través del medidor.

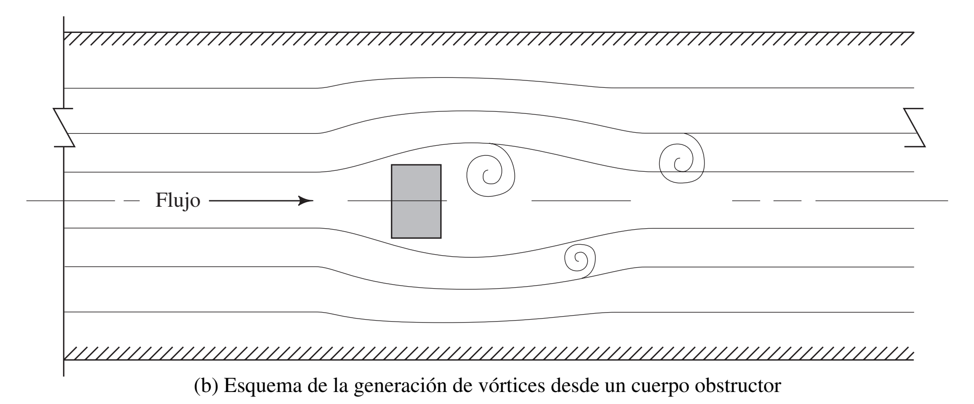
Los medidores de vórtice se emplean en un rango amplio de fluidos, inclusive líquidos limpios y sucios, y gases y vapor. El factor K es el mismo para todos estos fluidos. Consulte los sitios 1, 4, 6 y 15 de Internet.

15.8 MEDIDOR DE FLUJO MAGNÉTICO

Una de las ventajas del medidor de flujo magnético, como el de la figura 15.13, es el flujo sin ninguna obstrucción. El fluido debe tener cierta conductividad, ya que el medidor opera con el principio siguiente: cuando un conductor móvil atraviesa un campo magnético, se induce un voltaje. Los componentes principales del medidor de flujo magnético incluyen un tubo alineado con un material no conductor, dos bobinas electromagnéticas y dos electrodos montados y separados 180º de la pared del tubo. Los electrodos detectan el voltaje que se genera en el fluido. Como el voltaje generado es



(a) Fotografía de un medidor de flujo de vórtice



(b) Esquema de la generación de vórtices desde un cuerpo obstructor

FIGURA 15.12 Medidor de flujo de vórtice. (Fuente de la fotografía: ABB Inc., Automation Technology Products, Warminster, PA.)

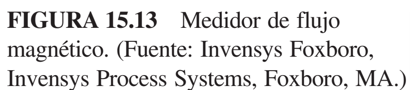
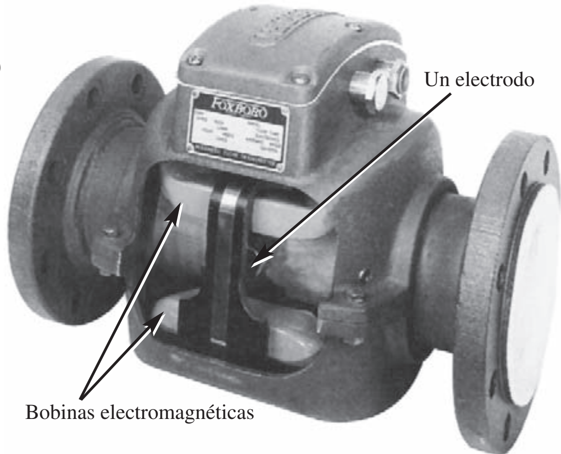


FIGURA 15.13 Medidor de flujo magnético. (Fuente: Invensys Foxboro, Invensys Process Systems, Foxboro, MA.)



directamente proporcional a la velocidad del fluido, un flujo volumétrico mayor genera un voltaje más elevado. Una característica importante de este tipo de medidor es que su salida es independiente por completo de la temperatura, la viscosidad, la gravedad específica y la turbulencia. Están disponibles en tubos de 2.5 mm a 2.4 m (0.1 pulgadas a 8.0 pies) de diámetro. Consulte los sitios 1, 2, 4, 6, 11 y 12 de Internet.

15.9 MEDIDORES DE FLUJO ULTRASÓNICOS

Una ventaja grande de un medidor de flujo ultrasónico es que no es necesario entrar al tubo de ninguna manera. Se adjunta un generador ultrasónico al exterior del tubo y se trasmite una señal de alta frecuencia a través de la pared y de la corriente de flujo, por lo común con un ángulo agudo respecto del eje de la tubería. El tiempo que toma a la señal atravesar la tubería depende de la velocidad del fluido que circula por él. Algunos medidores que hay comercialmente utilizan detectores en el lado opuesto del trasmisor, mientras que otros emplean reflectores que devuelven la señal a un receptor construido en el trasmisor.

Otro enfoque consiste en utilizar dos unidades de trasmisor/receptor alineadas con el eje de la tubería. Cada una envía una señal con un ángulo hacia el flujo, que se refleja en el lado opuesto de la tubería y es recibida en la otra. Para alcanzar al receptor, a la señal que se dirige en la misma dirección del flujo le toma un tiempo distinto del de la señal que va en oposición al flujo. La diferencia entre estos dos tiempos es proporcional a la velocidad del flujo.

Para los trasmisores, reflectores y receptores de la señal se emplea una variedad de orientaciones. La mayoría usará dos conjuntos para reducir la sensibilidad del medidor al perfil de velocidad de la corriente de flujo del fluido.

Los medidores del tiempo de tránsito funcionan mejor con fluidos limpios, porque las partículas contenidas en los fluidos sucios afectan las lecturas de tiempo y la fuerza de la señal que llega a los detectores.

Un segundo tipo de instrumento, llamado *medidor de tipo Doppler*, tiene preferencia para fluidos sucios, como el fango y otros, que inhiben la trasmisión de la señal ultrasónica. La onda de presión ultrasónica no atraviesa por completo la pared opuesta de la tubería. En vez de ello, se refleja en las partículas que hay en el fluido y regresa al receptor.

Debido a que los medidores de flujo ultrasónicos son no invasivos en absoluto, la pérdida de presión se debe sólo a la fricción que hay en la tubería. El medidor no contribuye con pérdidas adicionales. Consulte los sitios 1 y 15 de Internet.

15.10 MEDIDORES DE DESPLAZAMIENTO POSITIVO

El fluido que ingresa a un medidor de desplazamiento positivo llena una cámara que se mueve del lado de entrada al de salida del instrumento. El medidor registra o indica el volumen acumulado de fluido que ha pasado a través de él. Las cámaras adoptan muchas formas, y es frecuente que sean propiedad de un fabricante dado. Los medidores de gas en los hogares, emplean diafragmas flexibles que capturan en forma continua y después llevan volúmenes conocidos del gas natural a presión baja.

Los usos comunes de los medidores de desplazamiento positivo son la distribución de agua de los sistemas municipales a los hogares o negocios, el gas natural que se entrega a los consumidores y la gasolina que se vende en las estaciones de servicio. También se emplean en ciertas aplicaciones industriales, donde se requiere que mezclas de materiales tengan un volumen establecido de componentes distintos.

Otros diseños incluyen engranes circulares de acoplamiento, engranes ovales de acoplamiento, rotores lobulados, pistones reciprocantes de movimiento lineal y discos rotatorios. El diseño del disco rotatorio incorpora un disco delgado montado con un ángulo sobre un eje. El ajuste apretado sella al disco contra la carcasa. Conforme el fluido pasa a través de ésta, induce una rotación del eje, y un volumen conocido pasa con cada revolución. Un contador o lector acumula el número de revoluciones por tiempo, que se reporta en alguna forma conveniente de unidades de flujo. En los sitios de Inter-

net 2, 3, 12 y 15 podrá ver una variedad de medidores de desplazamiento positivo, así como datos acerca de su capacidad.

15.11 MEDIDOR DE FLUJO MÁSICO

Los medidores de flujo que hemos estudiado hasta este momento, están diseñados para producir una señal de salida que es proporcional a la velocidad promedio de flujo o del flujo volumétrico. Esto es satisfactorio sólo si se necesita el *volumen* distribuido a través del medidor. Sin embargo, ciertos procesos requieren una medición de la *masa* del fluido que se envía. Por ejemplo, en las plantas de procesamiento de alimentos es frecuente que la producción se indique como la cantidad enviada en kilogramos, libras masa o slugs. Algunos procesos químicos son sensibles a la masa de los constituyentes distintos que se mezclan, o que se introducen a una reacción. Los fluidos en dos fases, como el vapor, son difíciles de medir con exactitud, si la temperatura y presión varían lo suficiente como para causar cambios significativos en la cantidad de líquido y vapor presentes.

Una manera de hacer mediciones del flujo másico, es emplear un medidor de flujo como el que acabamos de describir, que indica el flujo volumétrico, y que en forma simultánea mida la densidad del fluido. Entonces, el flujo másico sería

$$M = \rho Q$$

Es decir, el flujo másico es igual a la densidad por el flujo volumétrico, según se estudió en el capítulo 6. Si se conoce la densidad del fluido o puede medirse en forma conveniente, éste será un cálculo sencillo. Para ciertos fluidos, es posible calcular la densidad si se conoce su temperatura. A veces, en particular con gases, también se necesita la presión. Es fácil conseguir sondas de temperatura y transductores de presión que proporcionen los datos necesarios. La gravedad específica de ciertos fluidos se mide en forma directa por medio de un instrumento que recibe el nombre de *gravitómetro*. La densidad de algunos fluidos se mide directamente con un *densitómetro*. Las señales que se relacionan con el flujo volumétrico, temperatura, presión, gravedad específica y densidad, se introducen en dispositivos electrónicos especiales que realizan el cálculo de

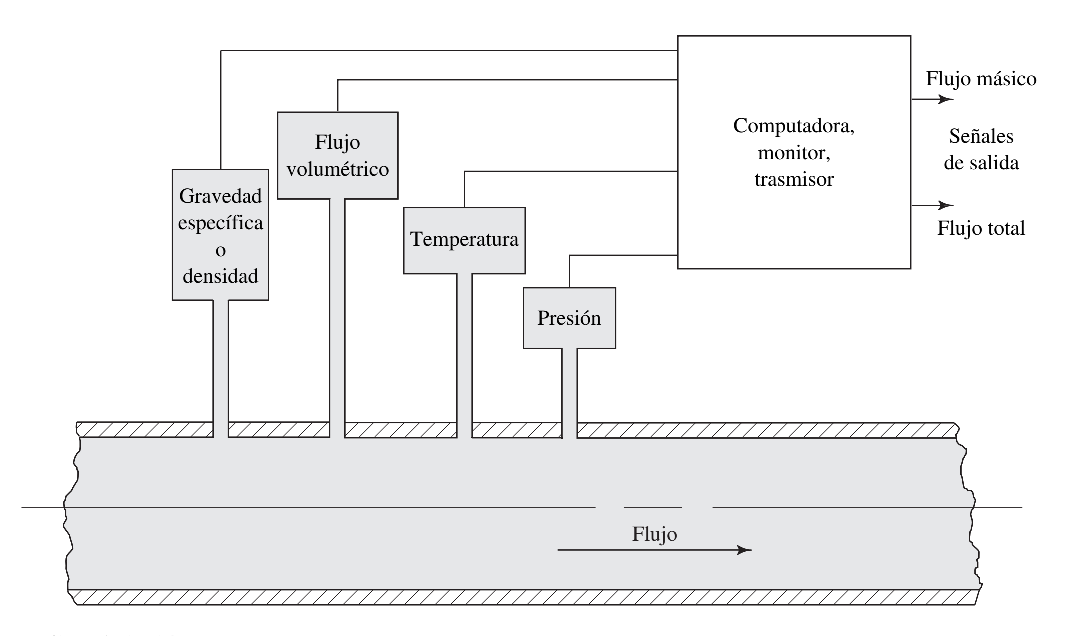
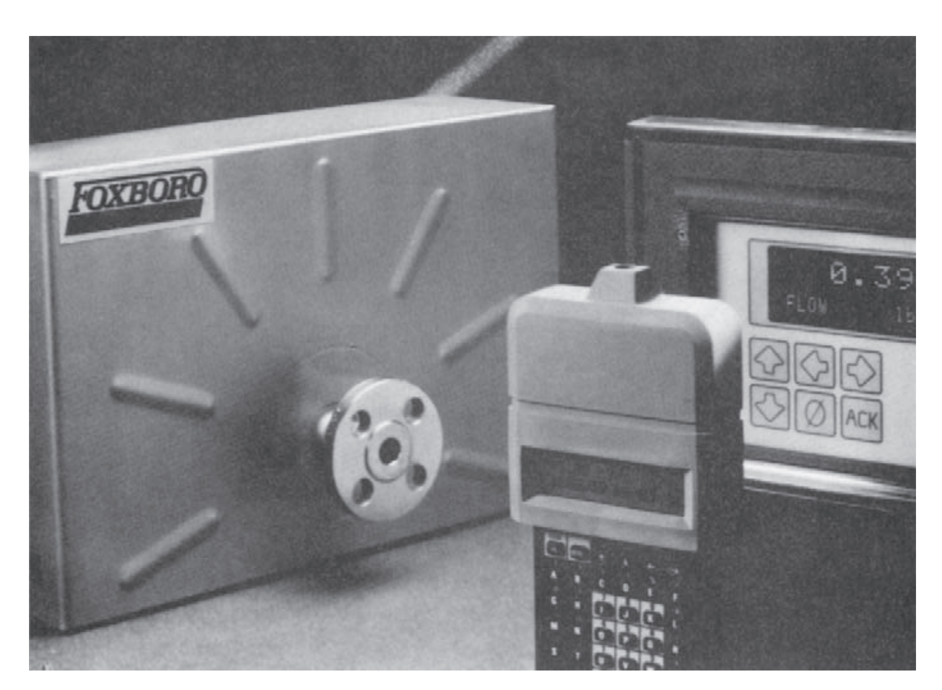


FIGURA 15.14 Representación esquemática de la medición del flujo másico por medio de sensores múltiples.

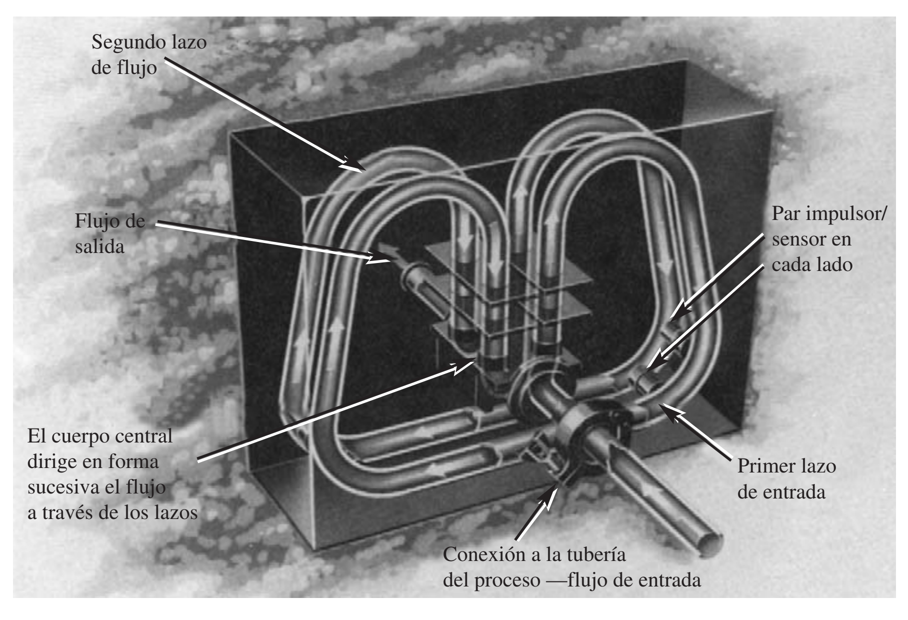
$M = \rho Q$ con eficacia. Esto se muestra en forma esquemática en la figura 15.14. Este proceso, aunque directo, requiere varias mediciones por separado, cada una de las cuales está sujeta a errores pequeños. Por esto, los errores se acumulan en el cálculo final.

Los medidores de flujo de masa verdaderos evitan que se presenten los problemas antes analizados, al generar una señal directamente proporcional al flujo másico. Uno de dichos medidores de flujo se llama *tubo de flujo másico de Coriolis*, y se muestra en la figura 15.15. El fluido ingresa al medidor de flujo desde el tubo del proceso y

FIGURA 15.15 Tubo de flujo másico de Coriolis. (Fuente: Invensys Foxboro, Invensys Process Systems, Foxboro, MA.)



(a) Vista exterior con programador e indicador



(b) Vista interior

se dirige por una trayectoria continua del mismo tamaño que dirige el fluido primero a través de un lazo, luego a un cuerpo central, después a un segundo lazo y por último hacia fuera, por el tubo de salida. Dos impulsores electromagnéticos hacen puente con ambos lazos en los extremos opuestos, equidistantes del centro. El movimiento vibratorio que se genera mueve los dos lazos paralelos en forma alternada, uno en dirección del otro y después los aleja. El fluido en los tubos sigue en forma simultánea la trayectoria de los lazos, y se mueve de manera perpendicular a ella, debido a la acción de los impulsores. Se produce una aceleración de Coriolis (y una fuerza de Coriolis correspondiente) que es proporcional a la masa de fluido que pasa por los tubos. Los sensores que están montados cerca de los impulsores detectan la fuerza de Coriolis y trasmiten una señal que se relaciona con el flujo másico verdadero que pasa a través del medidor. Se reporta una exactitud de 0.2% del flujo indicado, o bien 0.02% de la capacidad de la escala completa, que es aún mayor.

La densidad del fluido también puede medirse con el tubo de flujo másico de Coriolis, porque la frecuencia de impulso de los tubos depende de la densidad del fluido que pasa por ellos. En el sistema también se incluye una sonda para la temperatura, lo que completa un conjunto exhaustivo de propiedades del fluido y datos del flujo másico.

Otra forma de medidor de flujo de masa emplea una técnica térmica, que permite que se inserten en el flujo dos sondas, llamadas *detectores de temperatura por resistencia* (RTDs). Una sonda mide la temperatura de la corriente, como referencia. La otra se calienta a la temperatura establecida, por arriba de la temperatura de referencia, y circuitos electrónicos (una forma del puente de Wheatstone) ajustan en forma continua la energía de esta sonda para mantener la diferencia de temperatura establecida. Un flujo másico alrededor de la sonda ocasiona que se disipe más calor de la sonda caliente, lo que requiere energía mayor. Por tanto, existe una relación predecible entre el flujo másico y la entrada de potencia a las sondas. Un sistema de procesamiento de señales en el control hace lineal el voltaje de salida con respecto al flujo másico. Estos dispositivos miden el flujo másico de muchas clases de gases, como el aire, gas natural, propano, dióxido de carbono, helio, hidrógeno, nitrógeno y oxígeno.

15.12 SONDAS DE VELOCIDAD

Hay varios dispositivos que miden la velocidad de flujo en una ubicación específica, en lugar de una velocidad promedio. Se les conoce como *sondas de velocidad*. En esta sección describimos algunos de los tipos más comunes.

15.12.1 Tubo de pitot

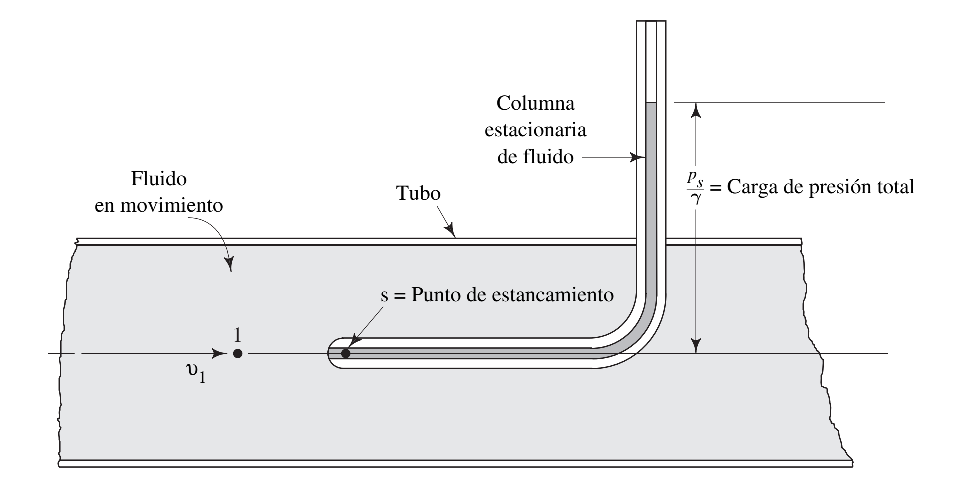
Cuando un fluido en movimiento se detiene porque encuentra un objeto estacionario, se crea una presión mayor que la de la corriente de fluido. La magnitud de esta presión incrementada se relaciona con la velocidad del fluido en movimiento. El *tubo de pitot* usa este principio para indicar la velocidad, como se ve en la figura 15.16. El tubo de pitot es un tubo hueco que se posiciona de modo que el extremo abierto apunta directamente a la corriente de fluido. La presión en la entrada hace que se soporte a una columna de fluido. Entonces, el fluido en o justo dentro de la punta está estacionario o estancado, y esto se conoce como *punto de estancamiento*. Se emplea la ecuación de la energía para relacionar la presión en el punto de estancamiento con la velocidad del fluido. Si el punto 1 se encuentra en la corriente no alterada por delante del tubo, y el punto s es el punto de estancamiento, entonces

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} - h_L = \frac{p_s}{\gamma} + z_s + \frac{v_s^2}{2g} \qquad \text{(15–8)}$$

Observe que $v_s = 0$, $z_1 = z_2$ o casi, y $h_L = 0$ o casi. Entonces, tenemos

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_s}{\gamma} \qquad \text{(15–9)}$$

FIGURA 15.16 Tubo de pitot.



Los nombres que se da a los términos que aparecen en la ecuación (15-9) son los siguientes:

$$
\begin{aligned}
p_1 &= \text{Presión estática en la corriente principal de fluido} \\
p_1/\gamma &= \text{Carga de presión estática} \\
p_s &= \text{Presión de estancamiento o presión total} \\
p_s/\gamma &= \text{Carga de presión total} \\
\upsilon_1^2/2g &= \text{Carga de presión de velocidad}
\end{aligned}
$$

La carga de presión total es igual a la suma de la carga de presión estática y la carga de presión de velocidad. Al despejar de la ecuación (15-9) la velocidad, queda

$$\upsilon_1 = \sqrt{2g(p_s - p_1)/\gamma} \qquad \textbf{(15–10)}$$

Observe que sólo se requiere la diferencia entre p_s y p_1 para calcular la velocidad. Por esta razón, la mayoría de tubos de pitot están hechos como el de la figura 15.17, y proporcionan la medida de ambas presiones con el mismo instrumento.

El dispositivo que aparece en la figura 15.17 facilita la medición de la presión estática y la del estancamiento, simultáneamente, y por ello a veces se denomina tubo de *pitot estático*. La construcción que se muestra en la parte (b) en realidad es un tubo dentro de otro. El tubo pequeño central está abierto en un extremo y funciona del mismo modo que el tubo de pitot solo, mostrado en la figura 15.16. Así, la presión de estancamiento, también llamada *presión total*, se detecta a través de este tubo. La *toma de presión total* en el extremo de este tubo permite su conexión a un dispositivo medidor de presión.

El tubo más grande exterior se encuentra sellado alrededor del tubo central en su extremo, lo que crea una cavidad anular cerrada entre el tubo central y el exterior. La sección A-A muestra una serie de agujeros radiales pequeños perforados a través del tubo exterior, pero no del central. Cuando se alinea un tubo en dirección del flujo, estos agujeros radiales son perpendiculares al flujo, y así detectan la presión estática local, que se ha denominado p_1. Observe que en el extremo del tubo se halla una toma de presión estática para permitir la conexión de un instrumento de medición.

El instrumento de medición no necesita medir o p_s o p_1, porque es la *diferencia* $(p_s - p_1)$ lo que se necesita en la ecuación (15-10). Para aplicaciones como ésta, son varios los fabricantes que elaboran dispositivos de medida de presión diferencial.

Si se emplea un manómetro diferencial como el de la figura 15.18, la deflexión h de éste se relaciona directamente con la velocidad. La ecuación que describe la diferen-

Toma de presión estática
Toma de presión total
Agujeros de presión estática
Flujo

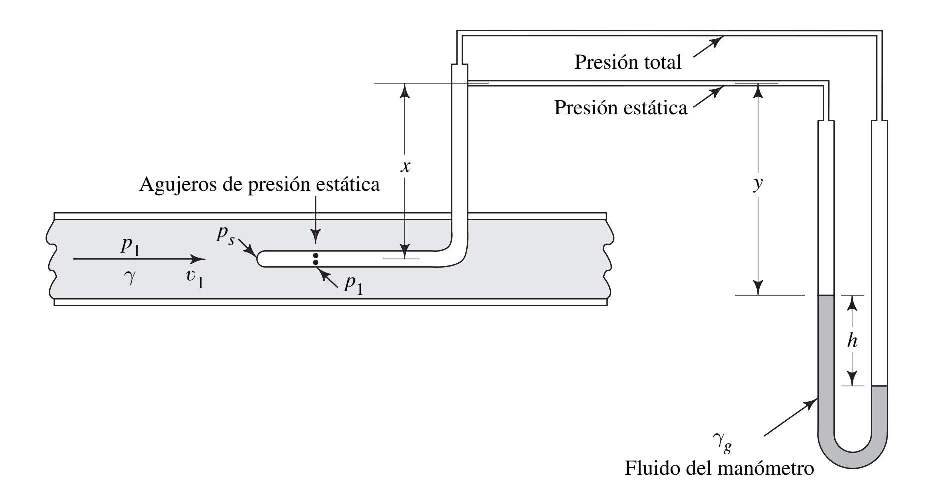
(a) Fotografía de un tubo de pitot estático disponible comercialmente

Toma de presión total
Toma de presión estática
Sección A-A (ampliada)
Ocho agujeros espaciados por igual
Agujeros de presión estática
Tubo exterior
Tubo interior
Dirección del flujo
A
A

(b) Dibujo de la construcción de un tubo de pitot estático

FIGURA 15.17 Tubo estático de pitot. (Fuente: Dwyer Instruments, Inc., Michigan City, IN.)

FIGURA 15.18 Manómetro diferencial que se emplea con un tubo de pitot estático.



cia entre p_s y p_1 que comienza en los agujeros de presión estática en el lado del tubo, se avanza a través del manómetro *s:*

$$p_1 - \gamma x + \gamma y + \gamma_g h - \gamma h - \gamma y + \gamma x = p_s$$

Se eliminan los términos que involucran las distancias desconocidas x y y. Entonces, al despejar para la diferencia de presiones, obtenemos

$$p_s - p_1 = \gamma_g h - \gamma h = h(\gamma_g - \gamma) \qquad \textbf{(15–11)}$$

Se sustituye esto en la ecuación (15-10) y tenemos

$$v_1 = \sqrt{2gh(\gamma_g - \gamma)/\gamma} \qquad \textbf{(15–12)}$$

Travesía en el tubo para obtener la velocidad promedio

La velocidad que se calcula, ya sea con la ecuación (15-10) o con la (15-12), es la velocidad local en una ubicación particular del extremo del tubo. En los capítulos 8 y 9 encontramos que la velocidad del flujo varía de un punto a otro a través del tubo. Por tanto, si se desea la velocidad promedio del flujo, debe llevarse a cabo una travesía por el tubo, con el extremo del tubo ubicado en los diez puntos específicos indicados en la figura 15.19. Los círculos punteados definen anillos anulares concéntricos que tienen áreas iguales. La velocidad de cada punto se calcula con la ecuación (15-12). Entonces, la velocidad promedio del flujo es el promedio de estos diez valores. El flujo volumétrico se obtiene con $Q = Av$, con el empleo de la velocidad promedio. Consulte los sitios 8 y 13 de Internet.

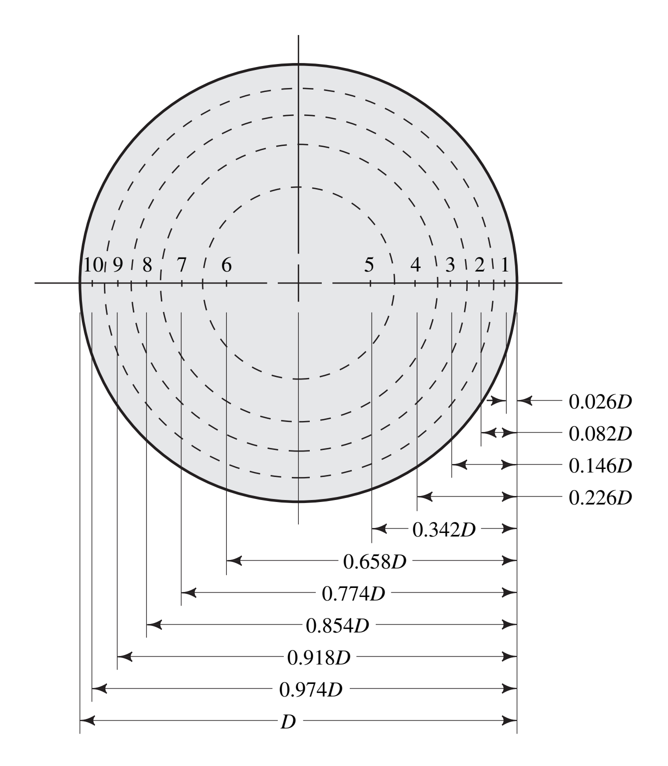


FIGURA 15.19 Puntos de medición de la velocidad dentro de un tubo, para calcular la velocidad promedio.

Travesía de un ducto rectangular

Para obtener la velocidad promedio de un ducto rectangular se recomienda que el área se divida desde 16 hasta 64 áreas rectangulares iguales, y en el centro de cada una se mida la velocidad para promediar luego las lecturas. Consulte el sitio 13 de Internet.

☐ **PROBLEMA MODELO 15.2** Para el aparato de la figura 15.18, el fluido en el tubo es agua a 60 ºC, y el del manómetro es mercurio con gravedad específica de 13.54. Si la deflexión del manómetro, *h*, es de 264 mm, calcule la velocidad del agua.

Solución Se empleará la ecuación (15-12):

$$v_1 = \sqrt{2gh(\gamma_g - \gamma)/\gamma}$$

$$\gamma = 9.65 \text{ kN/m}^3 \qquad \text{(agua a 60 °C)}$$

$$\gamma_g = (13.54)(9.81 \text{ kN/m}^3) = 132.8 \text{ kN/m}^3 \qquad \text{(mercurio)}$$

$$h = 264 \text{ mm} = 0.264 \text{ m}$$

Debido a que todos los términos están en unidades del SI, la velocidad en m/s es:

$$v_1 = \sqrt{\frac{(2)(9.81)(0.264)(132.8 - 9.65)}{9.65}}$$

$$= 8.13 \text{ m/s}$$

El diferencial de presión que crea un tubo de pitot también puede leerse por medio de un dispositivo electrónico como el que se muestra en la figura 15.20. Las lecturas individuales que se toman durante una travesía de tubo o ducto se registran en la impresora portátil. Después, se calcula e imprime el promedio en forma automática, tanto en unidades del SI como del Sistema Inglés.

15.12.2 Anemómetro de tasas

Es frecuente que la velocidad del aire se mida con un *anemómetro de tasas*, como el que se aprecia en la figura 15.21. El aire en movimiento choca con las tasas abiertas, lo

FIGURA 15.20 Dispositivo electrónico para leer el diferencial de presión de tubos de pitot. (Fuente: TSI Incorporated, Shoreview, MN.)

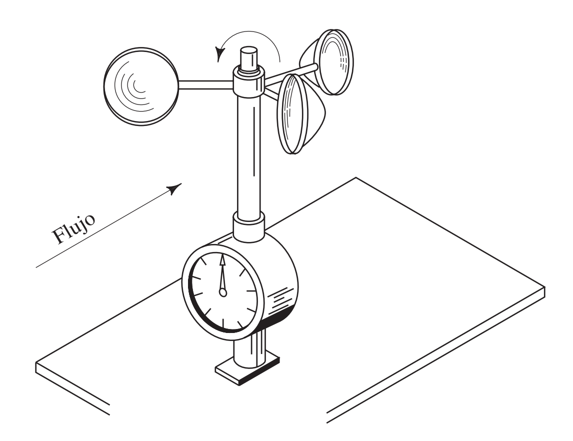


FIGURA 15.21 Anemómetro de tasas.

que hace que gire el eje donde están montadas. La velocidad de rotación del eje es proporcional a la velocidad del aire, que se indica en un medidor o se trasmite por medios eléctricos. Consulte el sitio 18 de Internet.

15.12.3 Anemómetro de alambre caliente

Este tipo de sonda de velocidad emplea un alambre muy delgado, alrededor de 12 μm de diámetro, a través del cual pasa una corriente eléctrica. El alambre se suspende sobre dos apoyos, como se ilustra en la figura 15.22, y se inserta en la corriente de fluido. El alambre tiende a calentarse debido a la corriente que fluye en él, pero se envía por transferencia del calor por convección hacia el fluido en movimiento. La cantidad de enfriamiento depende de la velocidad del fluido. En un tipo de anemómetro de alambre caliente se aplica una corriente constante al alambre. Una variación en la velocidad del flujo ocasiona un cambio en la temperatura del alambre y, por tanto, su resistencia cambia. La medición electrónica del cambio de la resistencia se relaciona con la velocidad del flujo. Otro tipo mide un cambio en la resistencia del alambre, pero entonces el flujo de corriente cambia para mantener una temperatura establecida en el alambre, sin que importe la velocidad del fluido. Entonces, la magnitud del flujo de corriente se relaciona con la velocidad del fluido. Consulte los sitios 17 a 19 de Internet.

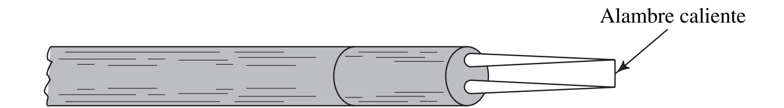


FIGURA 15.22 Punta de anemómetro de alambre caliente.

15.12.4 Imágenes del flujo

Existen varias técnicas para crear imágenes visuales de los patrones de flujo que representa la distribución de la velocidad y la dirección del flujo de sistemas de flujo de fluidos complejos. En el sitio 17 de Internet se describe sistemas de imágenes de flujo que utilizan sondas de anemómetro de temperatura constante (CTA), velocimetría por imágenes de partículas (PIV), anemometría láser Doppler (LDA), dinámica de fluidos computacional (CFD) y técnicas de fluorescencia inducidas por láser planar (PLIF).

15.13 MEDICIÓN DEL NIVEL

Los tanques de almacenamiento a granel son partes integrales de muchos sistemas de flujo de fluidos, y con frecuencia es necesario vigilar el nivel que el fluido alcanza en ellos. Es común que se trasmita las mediciones del nivel hacia monitores remotos o estaciones de control central y que activen en forma automática controles de nivel. Hay varios tipos de dispositivos para medir el nivel en tanques que contienen líquidos o sólidos. Consulte los sitios de Internet 1, 13 y 19. En ellos se hace descripciones breves; se recomienda consultar con los proveedores, a fin de determinar cuál es el tipo conveniente para una aplicación dada.

Tipo flotador

La fuerza de flotación que actúa sobre un flotador hace que éste se eleve o descienda conforme el nivel del fluido cambia. La posición del flotador actúa como interruptor, o puede trasmitirse una señal a una ubicación remota. Es común que los flotadores se utilicen para detectar el límite superior o el límite inferior del nivel.

Sensores de presión

Si se coloca un sensor de presión en el fondo de un tanque, se detecta la profundidad del fluido por medio del principio $\Delta p = \gamma h$, donde γ es el peso específico del fluido y h es la profundidad sobre el sensor. Debe tenerse cuidado cuando exista la posibilidad de que el peso específico cambie debido a la temperatura o composición del material. Cuando el recipiente esté presurizado, un sensor de presión diferencial mide tanto la presión del ambiente sobre el fluido como la presión en el fondo del tanque, y se utiliza la diferencia para determinar la profundidad.

Sonda de capacitancia

Se envía una señal eléctrica de CA de alta frecuencia a un sensor, y la magnitud de la corriente que fluye a través del dispositivo depende de la capacitancia del material y la profundidad a que se sumerge la sonda. Aunque estos dispositivos se utilicen para la mayor parte de líquidos y sólidos, es común que se requiera calibrar para cada material.

Tipo vibración

Este tipo de sensor se basa en el principio de que la frecuencia de vibración de un diapasón cambia con la densidad del material con el que está en contacto. Se usa para la medición puntual del nivel, por ejemplo, para detectar el nivel más bajo que sea aceptable y que active el reabastecimiento del tanque, o bien apague el sistema. La detección del nivel máximo cierra una válvula para detener el suministro de líquido.

Ultrasónico

Un sensor emite un pulso de sonido de alta frecuencia al que luego refleja la superficie del fluido o sólido que se explora, debido a su densidad más alta en comparación con la del aire u otro gas sobre él. Después, el tiempo que toma que una señal reflejada la detecte el sensor se relaciona con la distancia que viajó y en consecuencia con el nivel. Es común que la frecuencia esté en el rango de 12 a 70 kHz. Este dispositivo es del tipo sin contacto, y se utiliza para materiales abrasivos o donde la configuración del tanque no permita que llegue un sensor al fluido. Algunas desventajas son su sensibilidad a la suciedad, hule espuma, ruido del ambiente, superficies turbulentas, y el efecto que tiene el material con que está construido el tanque sobre el emisor. También debe tenerse cuidado cuando se utilice sensores ultrasónicos para detectar niveles de fluidos con materiales sólidos, porque la superficie tiende a adoptar una forma cónica o inclinada con el ángulo de reposo del material. Los materiales gruesos también pueden dispersar la señal.

Radar

En vez de utilizar ondas de sonido ultrasónicas, el sensor de nivel de radar emplea microondas electromagnéticas en el rango de frecuencias de 6 a 26 GHz, en función del diseño del trasmisor. La señal se dirige a la superficie del fluido por medio de una bocina cónica, y se refleja desde ahí debido al cambio en la constante dieléctrica del material en relación con el medio sobre la superficie. La onda reflejada se detecta y se relaciona el tiempo de viaje con la distancia recorrida y, por tanto, con el nivel de la superficie.

Radar guiado

Este tipo es similar al sensor de radar, con la excepción de que se adjunta una onda guía a la unidad de radar, que se extiende hacia abajo dentro del material cuyo nivel va a determinarse. Es común que la onda guía sea un cable o barra delgados que se posiciona aproximadamente a un tercio del diámetro del tanque a partir de la pared de éste. El cable puede medir hasta 35 m (115 pies). La longitud de las barras rígidas varía de 2 m (6.6 pies) a 4 m (13 pies). La onda del pulso que va de 100 MHz a 1.5 GHz viaja hacia abajo por la guía y se mantiene en un patrón enfocado [dentro de un radio de 200 mm (8 pulgadas)], mucho más tirante de lo que es práctico con la unidad de radar. Cuando se aplica en tanques elevados y de diámetro pequeño, proporciona una señal más confiable, o en los sitios donde hay obstrucciones en el tanque que podrían enviar señales falsas. La onda relejada viaja de regreso por la onda guía hacia el sensor. Los sensores de nivel a base de radar guiado son relativamente insensibles a los cambios de temperatura, presión, densidad del producto, turbulencia, obstrucciones, forma del recipiente, suciedad, ruido, humedad y el material de que esté hecho el tanque.

15.14 OBTENCIÓN Y PROCESAMIENTO DE DATOS POR MEDIO DE COMPUTADORA

Las microcomputadoras, controladores programables y otros instrumentos electrónicos a base de microprocesadores, simplifican mucho la adquisición, procesamiento y registro de datos de medición del flujo. Como se muestra en este capítulo, muchos de los medidores de flujo producen una señal eléctrica que es proporcional a la velocidad del flujo. La señal es un voltaje analógico que varía con la velocidad o un pulso de frecuencia que se registra en forma electrónica. Las señales analógicas se convierten a digitales por medio de convertidores, que con frecuencia reciben el nombre de *convertidores A-D*, para que se capture en computadoras digitales.

Las computadoras reconocen el total del flujo volumétrico del fluido en el tiempo, con objeto de determinar la cantidad total de fluido que se transfiere a una ubicación dada. Una medición exhaustiva y un sistema de control requieren dispositivos de medición de presión, temperatura, nivel y flujo; controladores automáticos del proceso; unidades de interfaz; estaciones de control del operador y computadoras centrales grandes. Terminales de video muestran el estado de varias mediciones simultáneas al operador que vigila los datos, al mismo tiempo que vigila los valores que se encuentren fuera de los niveles prescritos. La computadora central adquiere datos desde varios lugares de la planta y mantiene una base de datos central para control de calidad, datos de producción y control de inventario.

REFERENCIAS

1. American Society of Mechanical Engineers. 2003. *An Introductory Guide to Flow Measurement*, *ASME Edition*. Nueva York: Author.
2. ______. 1996. *Introductory Guide to Industrial Flow*. Ed. Roger C. Baker. Nueva York: Author.
3. ______. 1971. *Fluid Meters: Their Theory and Application*, 6a. ed., Ed. Howard S. Bean. Nueva York: Author.
4. ______. 2003. *Glossary of Terms Used in the Measurement of Fluid Flow in Pipes (Standard MFC-1M).* Nueva York: Author.
5. ______. 1995. *Measurement of Fluid Flow in Pipes Using Orifice, Nozzle, & Venturi (Standard MFC-3M).* Nueva York: Author.
6. ______. 2001. *Measurement of Liquid Flow in Closed Conduits Using Transit-Time Ultrasonic Flowmeters (Standard MFC-5M).* Nueva York: Author.
7. ______. 1998. *Measurement of Fluid Flow in Pipes Using Vortex Flowmeters (Standard MFC-6M).* Nueva York: Author.
8. ______. 1998. *Measurement of Liquid Flow in Closed Conduits by Weighing Method (Standard MFC-9M).* Nueva York: Author.
9. ______. 2003. *Measurement of Fluid Flow in Pipes by Means of Coriolis Mass Flowmeters (Standard MFC-11M).* Nueva York: Author.
10. ______. 1995. *Measurement of Fluid Flow in Closed Conduits by Means of Electromagnetic Flowmeters (Standard MFC-16M).* Nueva York: Author.
11. Baker, Roger C. 2000. *Flow Measurement Handbook.* Cambridge: Cambridge University Press.
12. LaNasa, Paul J. y E. Loy Upp. 2002. *Fluid Flow Measurement*, 2a. ed., Woburn, MA: Gulf Publishing, Butterworh-Heinmann.
13. Miller, Richard W. 1996. *Flow Measurement Engineering Handbook*, 3a. ed., Nueva York: McGraw-Hill.
14. Spitzer, D. W. 2001. *Flow Measurement: Practical Guides for Measurement and Control*, 2a. ed., Research Triangle Park, NC: ISA—The Instrumentation, Systems, and Automation Society.
15. Spitzer, David W. 2004. *Industrial Flow Measurement*, 3a. ed., Research Triangle Park, NC: ISA—The Instrumentation, Systems, and Automation Society.

SITIOS DE INTERNET

1. Endress + Hauser *www.endress.com* Fabricante de dispositivos de medición para flujo de fluido, nivel, presión, temperatura y pH. Sus medidores de flujo incluyen los tipos magnético, Coriolis, ultrasónicos y de vórtice.
2. BadgerMeter, Inc. *www.badgermeter.com* Fabricante de instrumentos de medición para el flujo de fluidos, incluyen magnéticos, de turbina y una variedad de diseños de desplazamiento positivo.

3. Flow Technology, Inc. *www.ftimeters.com* Fabricante de medidores de flujo de turbina y medidores de desplazamiento positivo para aplicaciones industriales, aerospaciales y de defensa, automotrices, y petróleo y gas.
4. ABB, Inc. *www.abb.com* Compañía diversificada que ofrece productos de control e instrumentación, inclusive para medir flujos, a través de su unidad Automation Technology Products. Sus diseños de medidores de flujo incluyen magnéticos, de vórtice, área variable, presión diferencial, masa de Coriolis y masa térmica (ABB adquirió la línea de medidores de flujo Fischer & Porter.)
5. Alnor Products Division, TSI Incorporated *www.alnor.com* Fabricante de Alnor AXD Micromanometer, medidor electrónico para presiones diferenciales pequeñas a partir de tubos de pitot estáticos y otros dispositivos.
6. Invensys Foxboro *www.foxboro.com* Fabricante de una variedad de dispositivos para medir el flujo, inclusive flujo másico de Coriolis, densidad, vórtice y magnéticos. El sitio Web *www.flowexpertpro.com* incluye software adaptable para seleccionar un medidor para una aplicación específica, al considerar el rango del flujo volumétrico y las propiedades del fluido.
7. Tri-Flow Tech, Inc. *www.triflotech.com* Fabricante de placas de orificio, tubos venturi, tubos de pitot, boquillas y otros dispositivos para medir o controlar flujos.
8. Wyatt Engineering *www.wyattflow.com* Fabricante del tubo venturi Wyatt-Badger, placas de orificio, tubos pitot y dispositivos de vórtice para medir flujos.
9. Racine Federated, Inc. *www.racinefed.com* Fabricante de varios tipos de instrumentos de distintas marcas para medir flujos: medidores de flujo de turbina Blancett, ultrasónicos Dynasonics, de turbina Flo-Tech para fluidos hidráulicos, en línea Hedland, de presión diferencial Preso y de masa de inserción Ellipse.
10. PRC Flow Measurement & Control, Inc. *www.prcflow.com* Fabricante de medidores de flujo de presión diferencial que incluyen tubos venturi, tubos de flujo de pérdida baja, boquillas de flujo ASME, y placas de orificio.
11. Omega Engineering, Inc. *www.omega.com* Proveedor de instrumentos numerosos para medir flujos, que incluyen de área variable, magnéticos, turbina, rueda de paletas, vórtice, ultrasónicos y de masa térmica. Sus dispositivos para medir velocidad incluyen varios estilos de anemómetros y tubos de pitot.
12. Brooks Instrument Division, Emerson Process Management *www.brooksinstrument.com* Fabricante de varios tipos de medidores de flujo, inclusive de masa térmica, Coriolis, área variable, magnéticos y de desplazamiento positivo.
13. Dwyer Instruments, Inc. *www.dwyer-inst.com* Fabricante instrumentos para medir flujo, presión, temperatura, niveles y velocidad, inclusive manómetros, manómetros digitales, tubos de pitot, medidores de presión, trasmisores de presión, de área variable, masa térmica, turbina tangencial, y ultrasónicos.
14. Cole-Parmer *www.coleparmer.com* Proveedor de productos numerosos para uso industrial, incluyen medición y manejo de fluidos. En la página inicial hay que buscar *flowmeters.*
15. FloCat *www.flocat.com* Proveedor de varios tipos de medidores de flujo, inclusive magnéticos, masa térmica, ultrasónicos, vórtice, turbina con rueda de paletas, área variable, desplazamiento positivo y presión diferencial.
16. Flow Control Network *www.FlowControlNetwork.com* Complemento en línea de la revista *Flow Control*, que cubre todos los aspectos de los sistemas de manejo de fluidos. El sitio se vincula con otros sitios Web y obtiene información del contacto con compañías numerosas que hacen publicidad en la revista. Se edita el anuario *Buyers' Resource*.
17. Dantec Dynamics *www.dantecdynamics.com* Fabricante de anemómetros y sistemas de imaginería de flujo que utilizan sondas anemométricas de temperatura constante. (CTA), velocimetría de imágenes de partículas (PIV), anemometría láser Doppler (LDA), dinámica de fluidos computacional (CFD), y técnicas de fluorescencia inducida por láser y planar (PLIF).
18. R. M. Young Company *www.youngusa.com* Proveedor de una variedad de instrumentos meteorológicos que incluyen sensores de viento, monitores y anemómetros.
19. Virtual Scientific Industries *www.virtual-scientific.com/catalog/products/instruments/air_velocity.html* Proveedor de varios instrumentos de medición, inclusive para flujo, nivel, velocidad del aire y anemómetros.

PREGUNTAS DE REPASO

1. Mencione seis factores que afectan la selección y uso de los medidores de flujo.
2. Defina *rango*, en cuanto a los medidores de flujo.
3. Describa tres métodos para calibrar medidores de flujo.
4. Mencione cuatro tipos de medidores de carga variable.
5. Describa el tubo venturi.
6. ¿Qué significa *garganta*, de un tubo venturi?
7. ¿Cuál es el ángulo nominal incluido de la sección convergente de un tubo venturi?
8. ¿Cuál es el ángulo nominal incluido de la sección divergente de un tubo venturi?
9. ¿Por qué hay diferencia entre los ángulos de las secciones convergente y divergente de un tubo venturi?
10. Describa el término *coeficiente de descarga*, respecto de los medidores de carga variable.
11. Describa una boquilla de flujo y cómo se usa.
12. Describa un orificio medidor y cómo se usa.
13. Describa un tubo de flujo y cómo se usa.

14. Del venturi, boquilla de flujo, tubo de flujo y orificio, ¿cuál tiene el coeficiente de descarga más bajo? ¿Por qué?
15. Describa *pérdida de presión*, y cómo se relaciona con los medidores de flujo.
16. Clasifique el venturi, la boquilla de flujo, el orificio y el tubo de flujo, sobre la base de la pérdida de presión.
17. Describa el rotámetro de área variable.
18. Describa un medidor de flujo de turbina y cómo se usa.
19. Describa un medidor de flujo de vórtice y cómo se usa.
20. Describa un medidor de flujo magnético y cómo se usa.
21. Describa de qué manera puede medirse el flujo másico.
22. Describa un tubo de pitot y cómo se usa.
23. Defina *presión de estancamiento* y muestre como se obtiene de la ecuación de Bernoulli.
24. Defina *carga de presión estática*.
25. Defina *carga de presión de velocidad*.
26. ¿Por qué un manómetro diferencial es un dispositivo conveniente para usarlo con un tubo de pitot?
27. Describa el método que se emplea para medir la velocidad promedio del flujo en un tubo, por medio del tubo de pitot.
28. Describa un anemómetro de tasas.
29. Describa un anemómetro de alambre caliente y cómo se usa.
30. Haga una lista de varios dispositivos para medir el nivel.

PROBLEMAS

15.1M *Un medidor venturi similar al de la figura 15.2 tiene un diámetro de tubo de 100 mm, y diámetro de garganta de 50 mm. Cuando conduce agua a 80 °C se observa una diferencia de presión de 55 kPa entre las secciones 1 y 2. Calcule el flujo volumétrico del agua.*

15.2M *Por una boquilla de flujo, como la que se ilustra en la figura 15.4, fluye aire con peso específico de 12.7 N/m*^{3} *y viscosidad cinemática de 1.3* $\times$ 10^{-5} *m*^{2}*/s. Un manómetro que utiliza agua como fluido da una lectura de 81 mm de deflexión. Calcule el flujo volumétrico, si el diámetro de la boquilla es de 50 mm. El diámetro interior del tubo es de 100 mm.*

15.3E Se mide el flujo de keroseno por medio de un orificio medidor similar al de la figura 15.6. La tubería es de 2 pulgadas cédula 40, y el diámetro del orificio es de 1.00 pulgada. El keroseno se encuentra a 77 °F. Para una diferencia de presión de 0.53 psi a través del orificio, calcule el flujo volumétrico del keroseno.

15.4E Se coloca un orificio de bordes afilados en un tubo de 10 pulgadas de diámetro que conduce amoniaco. Si el flujo volumétrico es de 25 gal/min, calcule la deflexión de un manómetro de agua, (a) si el diámetro del orificio es de 1.0 pulgada y (b) si el diámetro del orificio es de 7.0 pulgadas. El amoniaco tiene una gravedad específica de 0.83 y viscosidad dinámica de 2.5×10^{-6} lb-s/pie^2.

15.5E Una boquilla de flujo como la que se muestra en la figura 15.4 se usa para medir un flujo de agua a 120 °F. La tubería mide 6 pulgadas de diámetro y es de acero cédula 80. El diámetro de la boquilla es de 3.50 pulgadas. Determine la diferencia de presión a través de la boquilla, que se mediría para un flujo de 1800 gal/min.

15.6E Un medidor venturi similar al de la figura 15.2 se coloca en una tubería de acero de 4 pulgadas cédula 40, y tiene un diámetro de garganta de 1.50 pulgadas. Determine la diferencia de presión a través del medidor, que se mediría si el flujo fuera de 600 gal/min de keroseno a 77 °F.

15.7M *Se coloca un orificio de bordes afilados de 50.0 mm en una tubería de acero de 4 pulgadas cédula 80. Calcule el flujo volumétrico de etilenglicol a 25 °C, cuando un manómetro de mercurio da una lectura de 95 mm para la deflexión.*

15.8M *Un orificio de medición se emplea para medir el flujo volumétrico de alcohol propílico a 25 ºC, a través de un tubo de acero de 1½ pulgada que tiene espesor de pared de 0.065 pulgada. El rango esperado del flujo va de 1.0 m*^{3}*/h a 2.5 m*^{3}*/h. Especifique el diámetro del orificio, de modo que se obtenga* $\beta = 0.40$*, y determine el rango de las lecturas en un manómetro de mercurio, para los flujos volumétricos dados.*

15.9E Va a instalarse una boquilla de flujo en un tubo de cobre de 5 pulgadas y Tipo K, para que conduzca aceite de linaza a 77 °F. Se usará un manómetro de mercurio para medir la diferencia de presión a través de la boquilla, cuando se espera un rango de flujo volumétrico de 700 gal/min a 1000 gal/min. La escala del manómetro varía de 0 a 8.0 pulgadas de mercurio. Determine el diámetro apropiado para la boquilla.

15.10E Un orificio de medición se instalará en un tubo de hierro dúctil de 12 pulgadas, para conducir agua a 60 °F. Se utilizará un manómetro de mercurio para medir la diferencia de presión a través del orificio, cuando se espera un rango de flujo volumétrico de 1500 gal/min a 4000 gal/min. La escala del manómetro varía de 0 a 12.0 pulgadas de mercurio. Determine el diámetro apropiado del orificio.

15.11M *Un tubo de pitot estático va a insertarse en un tubo por el que circula alcohol metílico a 25 °C. Al tubo se le conecta un manómetro diferencial que emplea mercurio como fluido, el cual muestra una deflexión de 225 mm. Calcule la velocidad del flujo del alcohol.*

15.12M *Un tubo de pitot está conectado a un manómetro diferencial que emplea agua a 40 °C como fluido. Va a medirse la velocidad del aire a 40 °C y la presión atmosférica, y se espera que la velocidad máxima sea de 25 m/s. Calcule la deflexión esperada del manómetro.*

15.13M *Un tubo de pitot estático está insertado en un tubo por el que circula agua a 10 °C. Se usa un manómetro dife-*

rencial de mercurio que muestra una deflexión de 106 mm. Calcule la velocidad del flujo.

15.14M *Un tubo de pitot está insertado en un ducto que conduce aire a la presión atmosférica estándar y temperatura de 50 °C. Un manómetro diferencial de agua da una lectura de 4.8 mm. Calcule la velocidad del flujo.*

15.15E Un tubo de pitot está en un ducto por el que circula aire a presión atmosférica estándar y temperatura de 80 °F. La lectura de un manómetro diferencial es de 0.24 pulgada de agua. Calcule la velocidad del flujo.

TAREA DE PROGRAMACIÓN DE COMPUTADORAS

1. Diseñe un programa que utilice la ecuación (15-5) para calcular el flujo volumétrico para cualquier medidor de carga variable. Incluya los cálculos del área en el tubo principal, el área en la garganta, la relación de diámetro β y el número de Reynolds. Haga que el programa solicite que el usuario introduzca un valor de C. Emplee la ecuación (15-7) para calcular el coeficiente de descarga para una boquilla. Para el orificio, que del programa se avise al usuario que debe hallar el valor de C en la figura 15.7, cuando se dé el número de Reynolds y la relación de diámetro. Además, que permita al usuario introducir la presión diferencial en unidades del SI (pascales), en el Sistema Inglés (psi) o en términos de la deflexión de un manómetro diferencial con fluido manométrico conocido.
2. Diseñe un programa que acepte datos de diez mediciones que se requiere para realizar una travesía en un tubo circular que usa un tubo de pitot como el de la figura 15.19. Calcule la velocidad de flujo para cada punto, por medio de la ecuación (15-12). Después, calcule el promedio de los diez valores para determinar la velocidad promedio. Por último, calcule el flujo volumétrico con la ecuación $Q = Av$.

16 Fuerzas debido a los fluidos en movimiento

16.1 Panorama

Mapa de aprendizaje

- Siempre que una corriente de fluido se desvía de su dirección inicial o su velocidad cambia, se requiere una fuerza que efectúe dicho cambio.
- Usted debe ser capaz de determinar la magnitud y dirección de tales fuerzas, con el fin de diseñar la estructura para contener el fluido con seguridad.
- A veces, la fuerza del fluido ocasiona un movimiento que se desea, como cuando un chorro de agua golpea las aspas de una turbina. La rotación de la turbina genera potencia útil.

Descubrimientos

- ¿Cuál ha sido su experiencia respecto a las fuerzas provocadas por fluidos en movimiento?
- Considere situaciones en su hogar, automóvil, una fábrica o en ciertas instalaciones públicas.
- Describa el efecto de las fuerzas ocasionadas por los fluidos en movimiento cuando se desvían de su dirección inicial o cuando la velocidad del flujo cambia.

En este capítulo, aprenderá los principios fundamentales que gobiernan la generación de fuerzas debido a fluidos en movimiento.

Conceptos introductorios

Siempre que una corriente de fluido se desvía de su dirección inicial o su velocidad cambia, se requiere una fuerza que efectúe dicho cambio. En ciertas ocasiones la fuerza se desea, en otras es destructiva.

Haga una lista de situaciones en las que haya observado los efectos de las fuerzas provocadas cuando una corriente de fluido se desvió, o cuando su velocidad se hubiera modificado. Considere los ejemplos siguientes:

- ¿Ha sacado alguna vez la cabeza por la ventanilla abierta de un automóvil que viajaba a alta velocidad?
- ¿Lo ha azotado el viento al tratar de caminar durante una tormenta?
- ¿Ha usado el chorro de una manguera para quitar la mugre de la banqueta?
- ¿Ha visto cómo luchan los bomberos para controlar la boquilla de una manguera que lanza un chorro fuerte de agua a gran velocidad? Deben aplicar mucha fuerza para mantenerla quieta, y si aflojan, la boquilla se agita fuera de control y se torna peligrosa.
- Los vientos que actúan sobre la vela de una embarcación generan fuerzas considerables que la impulsan sobre el agua. Esto puede ser excitante. Al mismo tiempo, el casco del bote experimenta fuerzas de arrastre que tienden a disminuir su velocidad, debido al movimiento relativo entre el casco y en el agua.
- Los vientos también pueden ser muy dañinos. Las tormentas con vientos de 60 a 100 millas por hora (96 a 160 km/h) destruyen techos, señales de tránsito y desplazan camiones y casas móviles. Los tornados y huracanes generan vientos de hasta 300 millas por hora (482 km/h) y ocasionan enorme devastación. ¿Ha experimentado la acción de una tormenta alguna vez?

- Las fuerzas de arrastre sobre automóviles, camiones, embarcaciones y aeronaves, retardan su movimiento. Sus motores deben generar más potencia para superar el arrastre.
- Es posible obtener energía útil de las fuerzas que provocan los fluidos en movimiento. Los chorros de agua a gran velocidad que impactan en los álabes o aspas de una turbina la hacen girar, y permiten que impulse un generador que produce energía eléctrica.
- En una turbina de gas, los gases calientes en combustión se expanden a través de las ruedas de ella y desarrollan niveles muy altos de energía que impulsan un aeroplano, helicóptero o navío.
- Es frecuente que el flujo de aire comprimido de una boquilla se utilice para mover los artículos de un sistema productivo o para quitar astillas metálicas y otros residuos.
- Se emplean corrientes de agua concentradas y a velocidad muy grande para cortar materiales fibrosos como el pavimento y la tela, en sistemas de corte con chorros de agua.
- Los sistemas de tubería que conducen volúmenes grandes de fluidos a presión experimentan fuerzas elevadas, conforme el fluido pasa alrededor de los codos o se ve restringido por una contracción de la corriente. Así, cualquier parte del sistema donde la dirección del flujo cambia o donde la magnitud de la velocidad se modifica, debe anclarse con seguridad.

En este capítulo aprenderá los principios fundamentales que gobiernan la generación de fuerzas debido a fluidos en movimiento. Se ilustrará con varios problemas prácticos. Después, en el capítulo 17, se abundará en este tema para incluir fuerzas de arrastre sobre muchas formas de objetos y fuerzas de elevación en aparatos aerodinámicos.

16.2 OBJETIVOS

Al terminar este capítulo podrá:

1. Emplear la segunda ley del movimiento de Newton, $F = ma$, para desarrollar la *ecuación de fuerza*, que se emplea para calcular la fuerza que ejerce un fluido cuando cambia la dirección de su movimiento o velocidad.
2. Relacionar la ecuación de fuerza con el *impulso-cantidad de movimiento*.
3. Utilizar la ecuación de fuerza para calcular la fuerza que se ejerce sobre un objeto estacionario que ocasiona el cambio en la dirección de una corriente de fluido.
4. Emplear la ecuación de fuerza para calcular la fuerza que se ejerce sobre las vueltas de las tuberías.
5. Emplear la ecuación de fuerza para calcular la fuerza que se aplica sobre objetos en movimiento, como las aspas del impulsor de una bomba.

16.3 ECUACIÓN DE FUERZA

Siempre que cambia la magnitud o dirección de la velocidad de un cuerpo, se requiere una fuerza que provoque el cambio. Es frecuente que se utilice la segunda ley del movimiento de Newton para expresar este concepto en forma matemática; su forma más común es:

$$F = ma \tag{16–1}$$

La fuerza es igual a la masa multiplicada por la aceleración. La aceleración es la tasa de cambio de la velocidad con respecto del tiempo. Sin embargo, como la velocidad es una cantidad vectorial que tiene magnitud y dirección, al cambiarse la magnitud o la dirección se originará una aceleración. De acuerdo con la ecuación (16-1), se requiere de una fuerza para efectuar el cambio.

La ecuación (16-1) es conveniente para utilizarla en cuerpos sólidos, porque la masa permanece constante y es posible determinar la aceleración de todo el cuerpo. En problemas de movimiento de fluidos, se hace que un flujo continuo experimente la aceleración, y es deseable que la ecuación de Newton tenga otra forma. Debido a que la aceleración es la tasa de cambio de la velocidad con respecto del tiempo, la ecuación (16-1) puede escribirse como:

$$F = ma = m\frac{\Delta v}{\Delta t} \tag{16–2}$$

El término $m/\Delta t$ se interpreta como el flujo másico, es decir, la cantidad de masa que fluye en una cantidad de tiempo dada. En el análisis del movimiento de fluidos, en el capítulo 6, el flujo másico se denotaba con el símbolo M. Además, la M se relacionaba con el flujo volumétrico Q, por medio de la relación

$$M = \rho Q \tag{16–3}$$

donde ρ es la densidad del fluido. Entonces, la ecuación (16-2) se convierte en

FORMA GENERAL DE LA ECUACIÓN DE FUERZA

$$F = (m/\Delta t)\Delta v = M\,\Delta v = \rho Q\,\Delta v \tag{16–4}$$

Ésta es la forma general de la ecuación de fuerza que se emplea en problemas de flujo, porque involucra la velocidad y el flujo volumétrico, conceptos que por lo general son conocidos en un sistema de fluido.

16.4 ECUACIÓN DEL IMPULSO-CANTIDAD DE MOVIMIENTO

La ecuación de fuerza (16-4) se relaciona con otro principio de la dinámica de fluidos: la ecuación del *impulso-cantidad de movimiento*. Se define al impulso como la fuerza que actúa sobre un cuerpo durante un periodo de tiempo, y se indica por medio de

$$\text{Impulso} = F(\Delta t)$$

Esta forma, que depende del cambio total del tiempo Δt, es apropiada para tratar en condiciones de flujo estable. Si las condiciones varían, se emplea la forma instantánea de la ecuación:

$$\text{Impulso} = F(dt)$$

donde dt es la cantidad diferencial de cambio con respecto al tiempo.

Se define a la *cantidad de movimiento* como el producto de la masa de un cuerpo por su velocidad. El cambio en la cantidad de movimiento es

$$\text{Cambio en el cantidad de movimiento} = m(\Delta v)$$

En un sentido instantáneo,

$$\text{Cambio en la cantidad de movimiento} = m(dv)$$

Ahora, la ecuación (16-2) se reacomoda en la forma

$$F(\Delta t) = m(\Delta v)$$

Aquí hemos mostrado la ecuación de impulso-cantidad de movimiento para condiciones de flujo estable. En un sentido instantáneo,

$$F(dt) = m(dv)$$

16.5 MÉTODO DE SOLUCIÓN DE PROBLEMAS POR MEDIO DE LAS ECUACIONES DE FUERZA

Recordemos que en los problemas que involucran fuerzas se debe tomar en cuenta las direcciones en que dichas fuerzas actúan. En la ecuación (16-4), tanto la fuerza como la velocidad son cantidades vectoriales. La ecuación es válida sólo cuando todos los términos tienen la misma dirección. Por esta razón, se escriben ecuaciones diferentes para cada dirección de interés en el caso particular. En general, si se denominan tres direcciones perpendiculares como x, y y z, se escribe una ecuación distinta para cada dirección:

ECUACIONES DE FUERZA EN LAS DIRECCIONES *x*, *y* Y *z*

$$F_x = \rho Q\,\Delta v x = \rho Q(v_{2_x} - v_{1_x}) \tag{16–5}$$

$$F_y = \rho Q\,\Delta v y = \rho Q(v_{2_y} - v_{1_y}) \tag{16–6}$$

$$F_z = \rho Q\,\Delta v z = \rho Q(v_{2_z} - v_{1_z}) \tag{16–7}$$

Ésta es la forma de la ecuación de fuerza que se empleará en este libro, con las direcciones elegidas de acuerdo con la situación física. En una dirección particular, por ejem-

plo x, el término F_x se refiere a la fuerza externa neta que actúa sobre el fluido en esa dirección. Por tanto, es la suma algebraica de *todas* las fuerzas externas, inclusive la que ejerce una superficie sólida y las que se deben a la presión del fluido. El término Δv_x se refiere al cambio de la velocidad en la dirección x. Además, v_1 es la velocidad cuando el fluido entra al dispositivo y v_2 es la velocidad cuando sale. Entonces v_{1_x} es la componente de v_1 en la dirección x, y v_{2_x} es la componente de v_2 en la dirección x.

El enfoque específico a problemas que emplean la ecuación de fuerza depende un poco de la naturaleza de los datos proporcionados. Veamos un procedimiento general:

PROCEDIMIENTO PARA EMPLEAR LAS ECUACIONES DE FUERZA

1. Identificar una porción de la corriente de fluido para considerarla un cuerpo libre. Ésta será la parte donde el fluido cambia su dirección o donde la geometría de la corriente de flujo se modifica.
2. Establecer ejes de referencia para las direcciones de las fuerzas. Por lo general, se elige un eje que sea paralelo a una parte de la corriente. En los siguientes problemas modelo, se escoge que las direcciones positivas de x y de y estén en la misma dirección que las fuerzas de reacción.
3. Identificar y mostrar en el diagrama de cuerpo libre todas las fuerzas externas que actúan sobre el fluido. Todas las superficies sólidas que afecten la dirección del flujo ejercen fuerzas. Asimismo, la presión del fluido que actúa sobre el área de la sección transversal de la corriente, ejerce una fuerza en dirección paralela a la corriente, en la frontera del cuerpo libre.
4. Mostrar la dirección de la velocidad de flujo conforme entra y sale del cuerpo libre.
5. Escribir las ecuaciones de fuerza en las direcciones pertinentes, con los datos que se muestren en el cuerpo libre. Se emplea la ecuación (16-5), (16-6) o (16-7).
6. Sustituir los datos y despejar la cantidad que se desea.

Este procedimiento se ilustra en los problemas modelo presentados en las secciones siguientes.

16.6 FUERZAS SOBRE OBJETOS ESTACIONARIOS

Cuando objetos estacionarios desvían corrientes de fluido libre, deben ejercerse fuerzas externas, con el fin de mantener el objeto en equilibrio. A continuación presentamos algunos ejemplos.

☐ PROBLEMA MODELO 16.1

Un chorro de agua de 1 pulgada de diámetro, que tiene una velocidad de 20 pies/s, se desvía 90° con una paleta curvada, como se observa en la figura 16.1. El chorro fluye libremente en la atmósfera en un plano horizontal. Calcule las fuerzas x y y que el agua ejerce sobre la paleta.

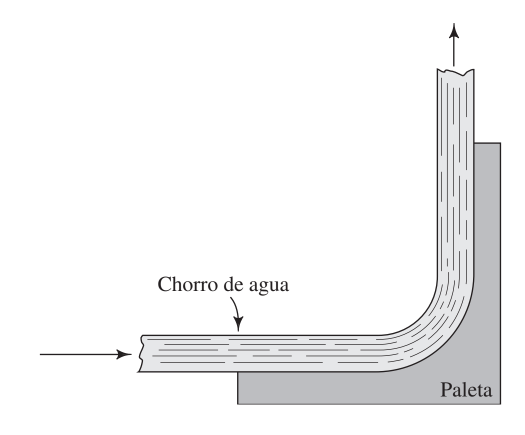


FIGURA 16.1 Chorro de agua que desvía una paleta curvada.

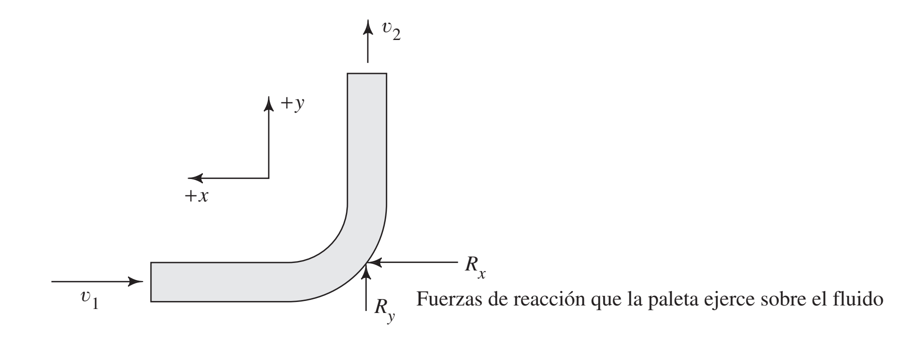


FIGURA 16.2 Diagrama de fuerzas para el fluido que desvía la paleta.

Solución Con el diagrama de la figura 16.2, escribimos la ecuación de fuerzas para la dirección x, así

$$F_x = \rho Q(v_{2_x} - v_{1_x})$$
$$R_x = \rho Q[0 - (-v_1)] = \rho Q v_1$$

Sabemos que

$$Q = Av = (0.00545 \text{ pie}^2)(20 \text{ pies/s}) = 0.109 \text{ pie}^3\text{/s}$$

Entonces, se supone que $\rho = 1.94 \text{ slugs/pie}^3 = 1.94 \text{ lb·s}^2\text{/pie}^4$, y escribimos

$$R_x = \rho Q v_1 = \frac{1.94 \text{ lb·s}^2}{\text{pie}^4} \times \frac{0.109 \text{ pie}^3}{\text{s}} \times \frac{20 \text{ pies}}{\text{s}} = 4.23 \text{ lb}$$

Para la dirección y, se supone $v_2 = v_1$, la fuerza es

$$F_y = \rho Q(v_{2_y} - v_{1_y})$$
$$R_y = \rho Q(v_2 - 0) = (1.94)(0.109)(20) \text{ lb} = 4.23 \text{ lb}$$

☐ **PROBLEMA MODELO 16.2** En una fuente de ornato, 0.05 m^3/s de agua que tiene una velocidad de 8 m/s se desvía por la rampa en ángulo que se ilustra en la figura 16.3. Determine las reacciones sobre la rampa en las direcciones x y y mostradas. Asimismo, calcule la fuerza total resultante y la dirección en la que actúa. Ignore los cambios de elevación.

Solución La figura 16.4 muestra las componentes x y y de los vectores de velocidad, y las direcciones que se suponen para R_x y R_y. La ecuación de fuerza en la dirección x es

$$F_x = \rho Q(v_{2_x} - v_{1_x})$$

Sabemos que

$$v_{2_x} = -v_2 \text{ sen } 15° \quad \text{(hacia la derecha)}$$
$$v_{1_x} = -v_1 \cos 45° \quad \text{(hacia la derecha)}$$

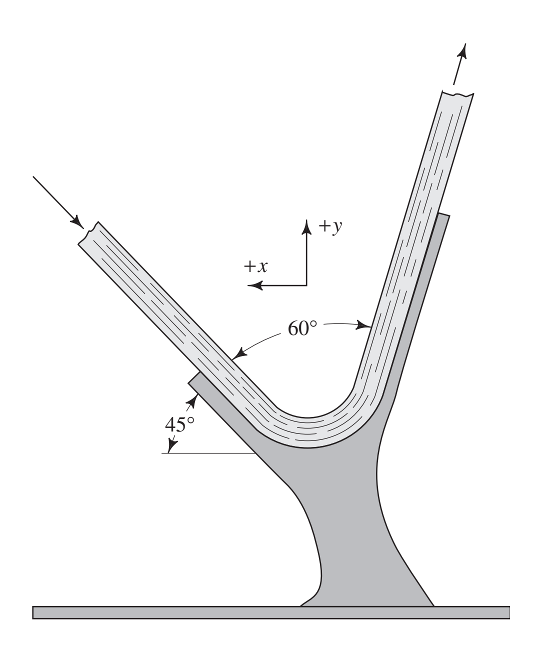
Si en la rampa se ignora la fricción, suponemos que $v_2 = v_1$. La única fuerza externa es R_x. Entonces, tenemos

$$R_x = \rho Q[-v_2 \text{sen } 15° - (-v_1 \cos 45°)]$$
$$= \rho Q v(-\text{sen } 15° + \cos 45°) = 0.448\ \rho Q v$$

Como para el agua, $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, obtenemos

$$R_x = \frac{(0.448)(1000 \text{ kg})}{\text{m}^3} \times \frac{0.05 \text{ m}^3}{\text{s}} \times \frac{8 \text{ m}}{\text{s}} = \frac{179 \text{ kg·m}}{\text{s}^2} = 179 \text{ N}$$

FIGURA 16.3 Fuente de ornato que desvía un chorro de agua.



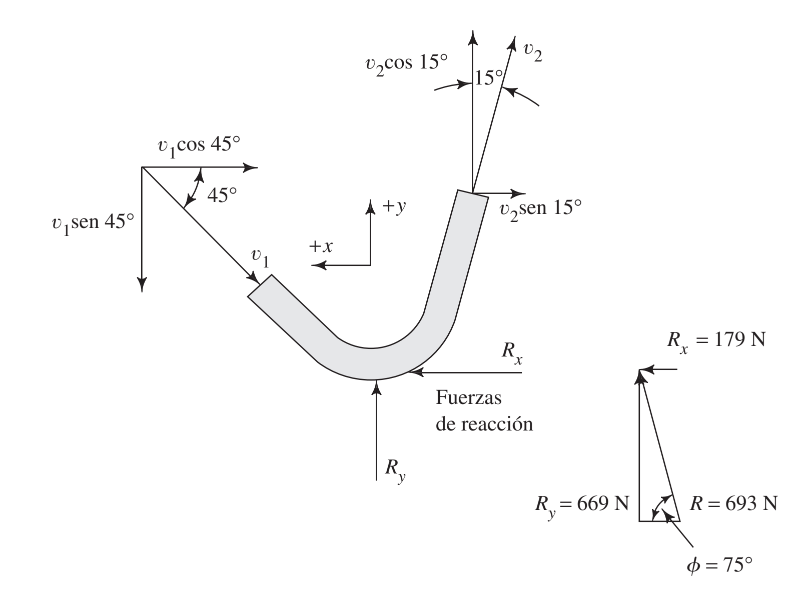
En la dirección y, la ecuación de fuerza es

$$F_y = \rho Q(v_{2_y} - v_{1_y})$$

Sabemos que

$$v_{2_y} = v_2 \cos 15° \qquad \text{(hacia arriba)}$$
$$v_{1_y} = -v_1 \text{sen } 45° \qquad \text{(hacia abajo)}$$

FIGURA 16.4 Diagrama de fuerzas para el fluido desviado por la base de la fuente.



Entonces, tenemos

$$R_y = \rho Q[v_2 \cos 15° - (-v_1 \text{sen } 45°)]$$
$$= \rho Q v(\cos 15° + \text{sen } 45°)$$
$$= (1000)(0.05)(8)(0.966 + 0.707)\text{ N}$$
$$R_y = 699\text{ N}$$

La fuerza resultante R, es

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{179^2 + 669^2} = 693\text{ N}$$

Para la dirección de R, obtenemos

$$\tan \phi = R_y/R_x = 669/179 = 3.74$$
$$\phi = 75.0°$$

Por tanto, la fuerza resultante que la rampa debe de ejercer sobre el agua es de 693 N, y actúa a 75° con respecto a la horizontal, como se ilustra en la figura 16.4.

■

16.7 FUERZAS SOBRE LAS VUELTAS DE LAS TUBERÍAS

En la figura 16.5 se muestra un codo común a 90° en una tubería que conduce un flujo volumétrico estable Q. Si queremos garantizar la instalación apropiada, es importante saber cuánta fuerza se requiere para mantenerlo en equilibrio. El problema siguiente demuestra un enfoque para esta situación.

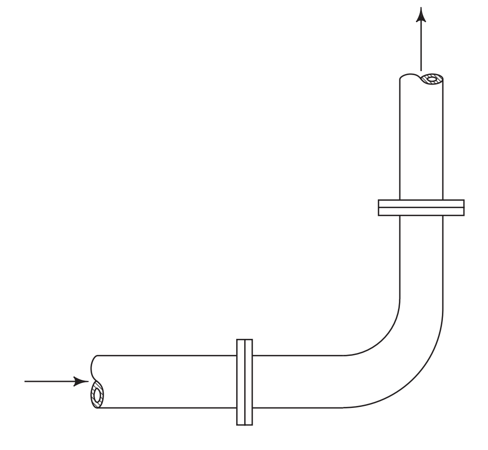


FIGURA 16.5 Codo en una tubería.

□ **PROBLEMA MODELO 16.3** Calcule la fuerza que debe aplicarse sobre la tubería de la figura 16.5 con el fin de mantenerla en equilibrio. El codo se encuentra en un plano horizontal, y está conectado a dos tuberías de 4 pulgadas cédula 40 que conducen 3000 L/min de agua a 15 °C. La presión de entrada es de 550 kPa.

Solución El problema se visualiza al considerar el fluido dentro del codo como un cuerpo libre, como se ilustra en la figura 16.6. Se indican las fuerzas como vectores de color negro, y la dirección de la velocidad de flujo como vectores de color gris (v_1 y v_2). Debe establecerse una convención para las direcciones de todos los vectores. En este caso se supone que la dirección positiva de x es hacia la izquierda, y la positiva de y es hacia arriba. Las fuerzas R_x y R_y son

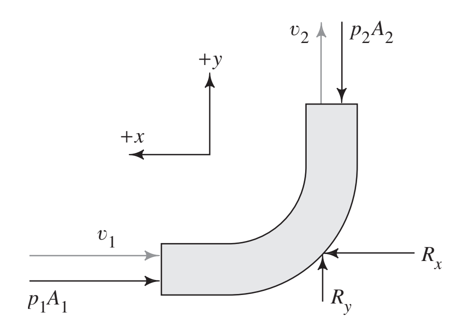


FIGURA 16.6 Diagrama de fuerzas sobre el fluido en el codo.

las reacciones externas para mantener el equilibrio. Las fuerzas p_1A_1 y p_2A_2 se deben a la presión del fluido. Se analizarán por separado las dos direcciones.

La fuerza externa neta en la dirección x se encuentra por medio de la ecuación

$$F_x = \rho Q(v_{2_x} - v_{1_x})$$

Sabemos que

$$F_x = R_x - p_1A_1$$
$$v_{2_x} = 0$$
$$v_{1_x} = -v_1$$

Entonces, tenemos

$$R_x - p_1A_1 = \rho Q[0 - (-v_1)]$$
$$R_x = \rho Q v_1 + p_1A_1 \tag{16–8}$$

De los datos presentados, $p_1 = 550$ kPa, $\rho = 1000$ kg/m^3 y $A_1 = 8.213 \times 10^{-3}$ m^2. Entonces,

$$Q = 3000\,\text{L/min} \times \frac{1\,\text{m}^3/\text{s}}{60\,000\,\text{L/min}} = 0.05\,\text{m}^3/\text{s}$$
$$v_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{0.05\,\text{m}^3/\text{s}}{8.213 \times 10^{-3}\,\text{m}^2} = 6.09\,\text{m/s}$$
$$\rho Q v_1 = \frac{1000\,\text{kg}}{\text{m}^3} \times \frac{0.05\,\text{m}^3}{\text{s}} \times \frac{6.09\,\text{m}}{\text{s}} = 305\,\text{kg·m/s}^2 = 305\,\text{N}$$
$$p_1A_1 = \frac{550 \times 10^3\,\text{N}}{\text{m}^2} \times (8.213 \times 10^{-3}\,\text{m}^2) = 4517\,\text{N}$$

Sustituyendo estos valores en la ecuación (16-8), queda

$$R_x = (305 + 4517)\,\text{N} = 4822\,\text{N}$$

En la dirección y, la ecuación para la fuerza externa neta es

$$F_y = \rho Q(v_{2_y} - v_{1_y})$$

Sabemos que

$$F_y = R_y - p_2A_2$$
$$v_{2_y} = +v_2$$
$$v_{1_y} = 0$$

Entonces, tenemos

$$R_y - p_2A_2 = \rho Q v_2$$
$$R_y = \rho Q v_2 + p_2A_2$$

Si se ignoran las pérdidas de energía en el codo, $v_2 = v_1$ y $p_2 = p_1$, porque los tamaños de la entrada y la salida son iguales, entonces,

$$\rho Q v_2 = 305 \text{ N}$$
$$p_2A_2 = 4517 \text{ N}$$
$$R_y = (305 + 4517) \text{ N} = 4822 \text{ N}$$

Las fuerzas R_x y R_y son las reacciones causadas en el codo, cuando el fluido da una vuelta de 90°. Estas fuerzas las proveerían anclajes para el codo, o se tomarían de bridas en las tuberías principales.

☐ **PROBLEMA MODELO 16.4** Por la vuelta reductora de la figura 16.7 circula aceite de linaza con gravedad específica de 0.93, con una velocidad de 3 m/s y presión de 275 kPa. La vuelta se localiza en un plano horizontal. Calcule las fuerzas x y y requeridas para mantener la vuelta en su lugar. Ignore las pérdidas de energía que ocurren en ella.

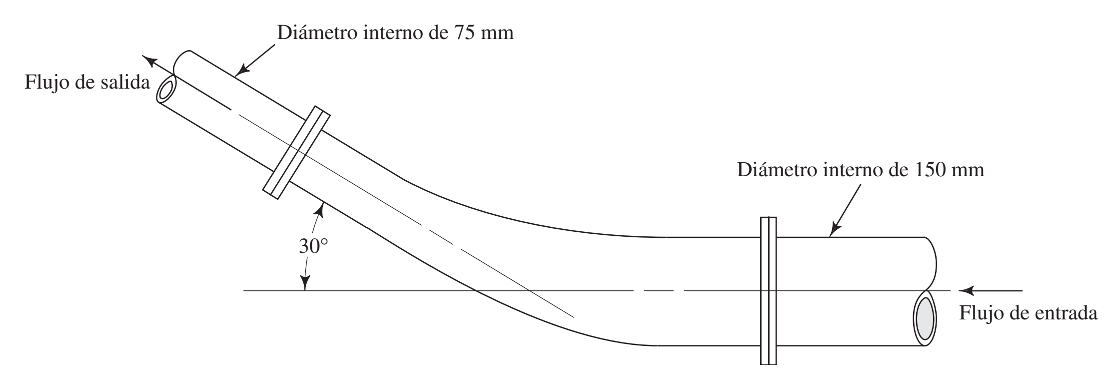


FIGURA 16.7 Vuelta reductora.

Solución El fluido en la vuelta se presenta como cuerpo libre en la figura 16.8. En primer lugar, debemos desarrollar las ecuaciones de fuerza para las direcciones x y y mostradas.

La ecuación de fuerza para la dirección x es

$$F_x = \rho Q(v_{2_x} - v_{1_x})$$
$$R_x - p_1A_1 + p_2A_2\cos 30° = \rho Q[-v_2\cos 30° - (-v_1)] \quad (16\text{–}9)$$
$$R_x = p_1A_1 - p_2A_2\cos 30° - \rho Q v_2\cos 30° + \rho Q v_1$$

Deben escribirse con cuidado los signos algebraicos, de acuerdo con la convención de signos establecida en la figura 16.8. Observe que todos los términos de fuerza y velocidad son las componentes *en la dirección x*.

En la dirección y, la ecuación de fuerza es

$$F_y = \rho Q(v_{2_y} - v_{1_y})$$
$$R_y - p_2A_2\text{sen } 30° = \rho Q(v_2\text{sen } 30° - 0)$$
$$R_y = p_2A_2\text{sen } 30° + \rho Q v_2\text{sen } 30° \quad (16\text{–}10)$$

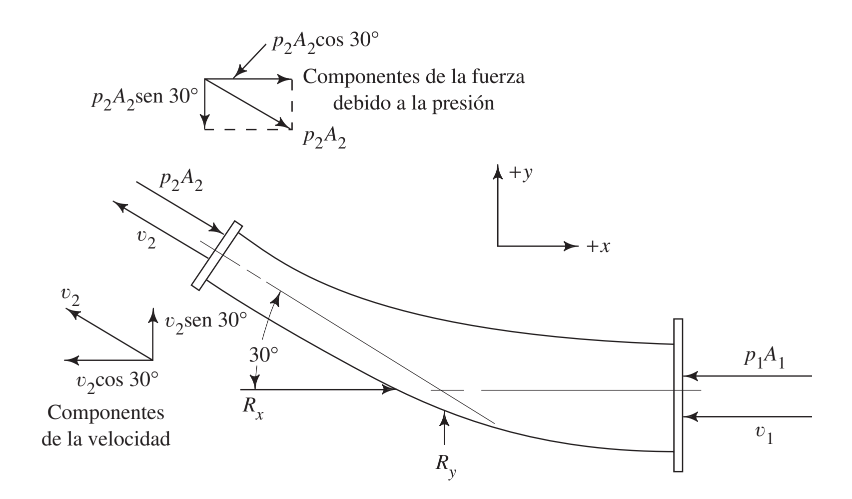


FIGURA 16.8 Diagrama de fuerzas para el fluido en la vuelta reductora.

Ahora, deben calcularse varios valores numéricos. Para los tubos de entrada y salida, $A_1 = 1.767 \times 10^{-2}\ \text{m}^2$ y $A_2 = 4.418 \times 10^{-3}\ \text{m}^2$. Tenemos

$$\rho = (\text{sg})(\rho_w) = (0.93)(1000\ \text{kg/m}^3) = 930\ \text{kg/m}^3$$
$$\gamma = (\text{sg})(\gamma_w) = (0.93)(9.81\ \text{kN/m}^3) = 9.12\ \text{kN/m}^3$$
$$Q = A_1v_1 = (1.767 \times 10^{-2}\ \text{m}^2)(3\ \text{m/s}) = 0.053\ \text{m}^3/\text{s}$$

Por continuidad, $A_1v_1 = A_2v_2$. Entonces, tenemos

$$v_2 = v_1(A_1/A_2) = (3\ \text{m/s})(1.767 \times 10^{-2}/4.418 \times 10^{-3}) = 12\ \text{m/s}$$

Para encontrar p_2 se puede utilizar la ecuación de Bernoulli:

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

Pero $z_1 = z_2$. Entonces, tenemos

$$p_2 = p_1 + \gamma(v_1^2 - v_2^2)/2g$$
$$= 275\ \text{kPa} + \left[\frac{(9.12)(3^2 - 12^2)}{(2)(9.81)} \times \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \times \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \times \frac{\text{s}^2}{\text{m}}\right]$$
$$= 275\ \text{kPa} - 62.8\ \text{kPa}$$
$$p_2 = 212.2\ \text{kPa}$$

Las cantidades que se necesitan para las ecuaciones (16-9) y (16-10) son

$$p_1A_1 = (275\ \text{kN/m}^2)(1.767 \times 10^{-2}\ \text{m}^2) = 4859\ \text{N}$$
$$p_2A_2 = (212.2\ \text{kN/m}^2)(4.418 \times 10^{-3}\ \text{m}^2) = 938\ \text{N}$$
$$\rho Q v_1 = (930\ \text{kg/m}^3)(0.053\ \text{m}^3/\text{s})(3\ \text{m/s}) = 148\ \text{N}$$
$$\rho Q v_2 = (930\ \text{kg/m}^3)(0.053\ \text{m}^3/\text{s})(12\ \text{m/s}) = 591\ \text{N}$$

De la ecuación (16-9) obtenemos

$$R_x = (4859 - 938\cos 30° - 591\cos 30° + 148)\ \text{N} = 3683\ \text{N}$$

De la ecuación (16-10) resulta

$$R_y = (938\ \text{sen } 30° + 591\ \text{sen } 30°)\ \text{N} = 765\ \text{N}$$

■

16.8 FUERZAS SOBRE OBJETOS EN MOVIMIENTO

Las paletas de turbinas y otras máquinas rotatorias son ejemplos familiares de objetos sobre los que actúan fluidos a gran velocidad. Un chorro de fluido con velocidad mayor que la de las paletas de la turbina ejerce una fuerza sobre éstas, y hará que aceleren para generar energía mecánica aprovechable. Cuando se estudian las fuerzas sobre cuerpos en movimiento, debe considerarse el *movimiento relativo* del fluido respecto del cuerpo.

☐ PROBLEMA MODELO 16.5

En la figura 16.9(a) se muestra un chorro de agua con velocidad v_1 que golpea una paleta que se mueve a una velocidad v_0. Determine las fuerzas que la paleta ejerce sobre el agua, si $v_1 = 20$ m/s y $v_0 = 8$ m/s. El chorro tiene 50 mm de diámetro.

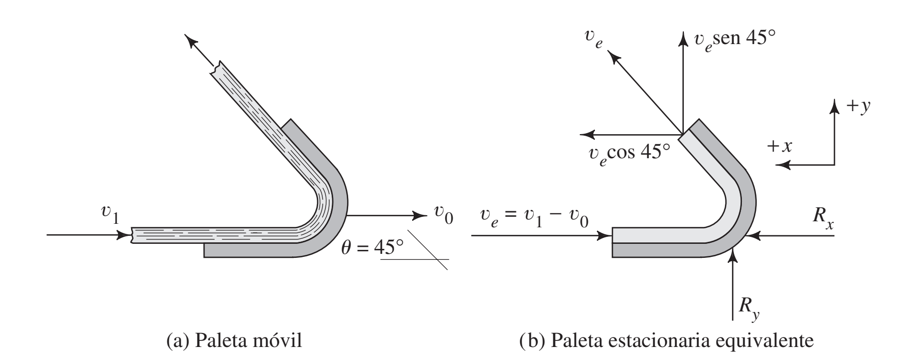


FIGURA 16.9 Flujo desviado por una paleta móvil.

Solución

El sistema con una paleta móvil se convierte en un sistema equivalente estacionario, como se muestra en la figura 16.9(b), con la definición de una velocidad efectiva v_e y un flujo volumétrico efectivo Q_e. Entonces, tenemos

VELOCIDAD EFECTIVA Y FLUJO VOLUMÉTRICO

$$v_e = v_1 - v_0 \tag{16–11}$$

$$Q_e = A_1 v_e \tag{16–12}$$

donde A_1 es el área del chorro conforme pasa por la paleta. Sólo la diferencia entre la velocidad del chorro y la del aspa, velocidad efectiva, genera una fuerza sobre ésta. Las ecuaciones de fuerza se vuelven a escribir en términos de v_e y Q_e. En la dirección x,

$$\begin{aligned} R_x &= \rho Q_e v_e \cos\theta - (-\rho Q_e v_e) \\ &= \rho Q_e v_e (1 + \cos\theta) \end{aligned} \tag{16–13}$$

En la dirección y,

$$R_y = \rho Q_e v_e \operatorname{sen}\theta - 0 \tag{16–14}$$

Sabemos que

$$v_e = v_1 - v_0 = (20 - 8)\ \text{m/s} = 12\ \text{m/s}$$
$$Q_e = A_1 v_e = (1.964 \times 10^{-3}\ \text{m}^2)(12\ \text{m/s}) = 0.0236\ \text{m}^3/\text{s}$$

Entonces, se calculan las reacciones con las ecuaciones (16-13) y (16-14):

$$R_x = (1000)(0.0236)(12)(1 + \cos 45°) = 483\ \text{N}$$
$$R_y = (1000)(0.0236)(12)(\operatorname{sen} 45°) = 200\ \text{N}$$

■

PROBLEMAS

16.1M *Calcule la fuerza que se requiere para mantener una placa plana en equilibrio, perpendicular al flujo de agua de 25 m/s que lanza una boquilla de 75 mm de diámetro.*

16.2E ¿Cuál debe ser la velocidad del flujo de agua de una boquilla de 2 pulgadas de diámetro, para ejercer una fuerza de 300 lb sobre una pared plana?

16.3E Calcule la fuerza que se aplica sobre una paleta estacionaria curva que desvía 1 pulgada en cierta corriente de agua, con un ángulo de 90°. El flujo volumétrico es de 150 gal/min.

16.4M *Los señalamientos para una autopista se diseñan para que soporten vientos de 125 km/h. Calcule la fuerza total sobre un señalamiento que mide 4 por 3 m, si el viento lo golpea en forma perpendicular a su cara. Calcule la presión equivalente sobre el señalamiento, en Pa. El aire está a −10 °C. (Para un análisis más profundo de este problema, consulte el capítulo 17 y el problema 17.9.)*

16.5E Calcule las fuerzas en las direcciones vertical y horizontal sobre el bloque de la figura 16.10. La corriente de fluido es un chorro de agua de 1.75 pulgada de diámetro, a 60 °F y velocidad de 25 pies/s. La velocidad del agua al abandonar el bloque también es de 25 pies/s.

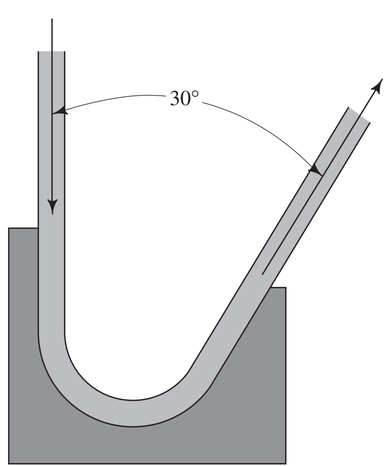


FIGURA 16.10 Problema 16.5.

16.6E La figura 16.11 muestra una corriente libre de agua a 180 °F, que desvía una paleta estacionaria con un ángulo de 130°. La corriente de entrada tiene una velocidad de 22.0 pies/s. El área de la sección transversal de la corriente es de 2.95 pulgadas^2 y se mantiene constante en todo el sistema. Calcule las fuerzas que el agua aplica sobre el aspa en las direcciones horizontal y vertical.

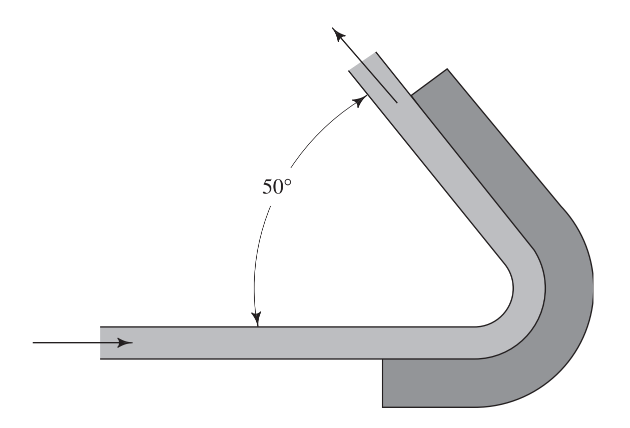


FIGURA 16.11 Problema 16.6.

16.7M *Calcule las fuerzas horizontal y vertical que se aplican sobre la paleta de la figura 16.12, debido a un flujo de agua a 50 °C. La velocidad es de 15 m/s y se mantiene constante.*

16.8E En una planta donde se fabrican partes hemisféricas en forma de tasa, una lavadora automática está diseñada para limpiarlas antes de su envío. Se evalúa un esquema que utiliza una corriente de agua a 180 °F que sale vertical hacia arriba, donde está la tasa. La corriente tiene una velocidad de 30 pie/s y diámetro de 1.00 pulgada. Como se aprecia en la figura 16.13, el agua sale de la tasa en dirección vertical hacia abajo en forma de anillo, cuyo diámetro externo es de 4.00 pulgadas y el interno de 3.80 pulgadas. Calcule la fuerza externa que se requiere para mantener la tasa hacia abajo.

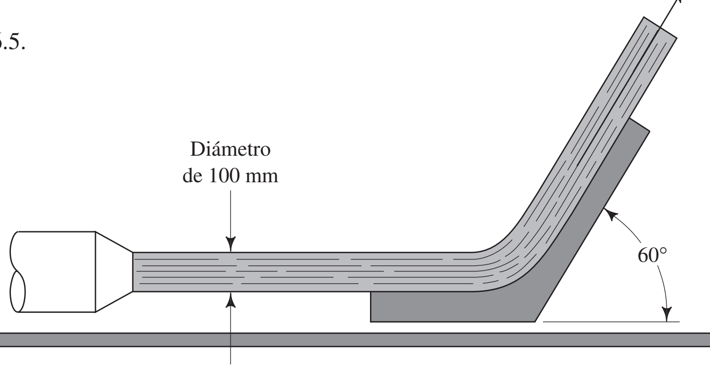


FIGURA 16.12 Problema 16.7.

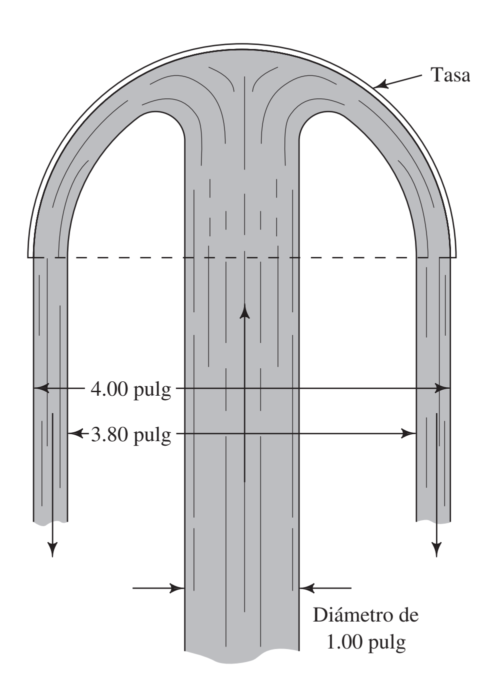


FIGURA 16.13 Problema 16.8.

16.9M *Se dirige una corriente de aceite (sg = 0.90) hacia el centro de la base de una placa metálica plana, con objeto de mantenerla fría durante una operación de soldadura. La placa pesa 550 N. Si la corriente tiene 35 mm de diámetro, calcule su velocidad para que pueda levantar la placa. La corriente choca con la placa en forma perpendicular.*

16.10E Una corriente de agua con velocidad de 40 pies/s y diámetro de 2 pulgadas golpea el borde de una placa plana, de modo que la mitad del chorro se desvía hacia abajo, como se aprecia en la figura 16.14. Calcule la fuerza que soporta la placa y la cantidad de movimiento en el punto A, debido a la aplicación de la fuerza.

16.11E La figura 16.15 muestra un tipo de medidor de flujo donde la paleta plana gira sobre un pivote que desvía la corriente de fluido. La fuerza de éste se contrarresta por medio de un resorte. Calcule la fuerza que requiere el resorte para mantener la paleta en posición vertical, cuando 100 gal/min de agua fluyen por la tubería, de 1 pulgada cédula 40, donde se encuentra colocado el medidor.

16.12E Se bombea agua en forma vertical desde el fondo de una embarcación, y se descarga de modo horizontal en forma de chorro de 4 pulgadas de diámetro y velocidad de 60 pies/s. Calcule la fuerza sobre el bote.

16.13E Se coloca una boquilla de 2 pulgadas en una manguera cuyo diámetro interno es de 4 pulgadas. El coeficiente de resistencia K de la boquilla es de 0.12, con base en la carga de la velocidad de salida. Si el chorro que la boquilla lanza tiene una velocidad de 80 pies/s, calcule la fuerza que el agua aplica sobre la boquilla.

16.14M *A un intercambiador de calor ingresa agua de mar (sg = 1.03) a través de una vuelta reductora que conecta un tubo de cobre tipo K de 4 pulgadas con otro tipo K de 2 pulgadas. La presión de la corriente que sale de la vuelta es de 825 kPa. Calcule la fuerza que se requiere para mantener la vuelta en equilibrio. Tome en cuenta la pérdida de energía en la vuelta y suponga un coeficiente de resistencia de 3.5, con base en la velocidad de entrada. El flujo volumétrico es de 0.025* m^3/s.

16.15E Una reducción conecta una tubería estándar de 6 pulgadas cédula 40 con otra de 3 pulgadas cédula 40 también. Las paredes de la reducción cónica están inclinadas con un ángulo de 40°. El flujo volumétrico del agua es de 500 gal/min, y la carga de presión de la reducción es de 125 psig. Calcule la fuerza que el agua ejerce sobre la reducción, sin olvidar la pérdida de energía en ésta.

16.16E Calcule la fuerza sobre un codo a 45°, conectado a una tubería de acero de 8 pulgadas cédula 80, que conduce 6.5 pie^3/s de agua a 80 °F. La salida del codo descarga hacia la atmósfera. Considere la pérdida de energía en el codo.

16.17M *Calcule la fuerza que se requiere para mantener en su lugar un codo a 90°, si conecta tuberías de 6 pulgadas cédula 40 que conducen 125* m^3/s *de agua a 1050 kPa. Ignore la energía que se pierde en el codo.*

16.18M *Calcule la fuerza que se necesita para que una vuelta de retorno a 180° permanezca en equilibrio. La vuelta se encuentra en un plano horizontal y conecta una tu-*

FIGURA 16.14 Problema 16.10.

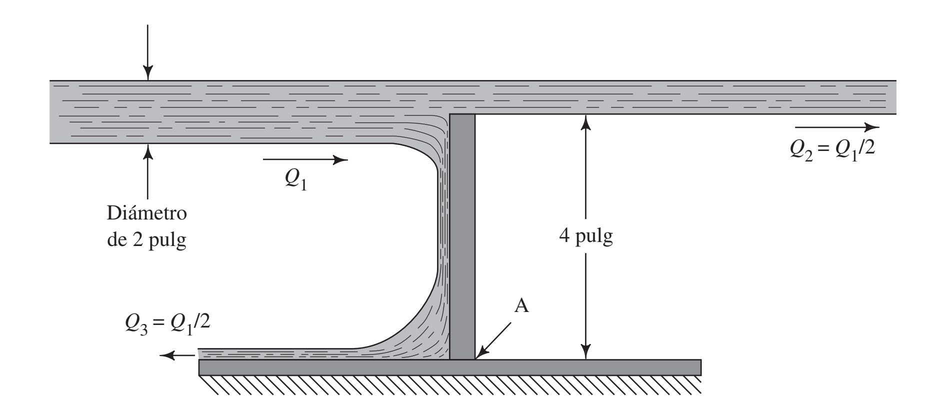
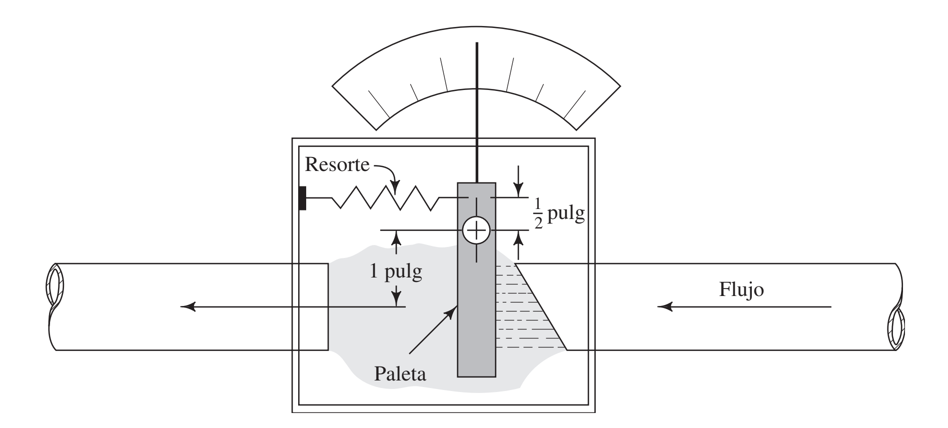


FIGURA 16.15 Problema 16.11.



bería de acero de 4 pulgadas cédula 80, por el que circulan 2000 L/min de fluido hidráulico a 2.0 MPa. El fluido tiene una gravedad específica de 0.89. Ignore las pérdidas de energía..

16.19M *Una vuelta en un tubo hace que el flujo se desvíe con un ángulo de 135°. La presión delante de la vuelta es de 275 kPa. Si el tubo de cobre de 6 pulgadas tipo K conduce 0.12 m^3/s de tetracloruro de carbono a 25 °C, determine la fuerza sobre la vuelta. Ignore las pérdidas de energía.*

16.20M *Un vehículo será impulsado por medio de un chorro de agua que golpeará una paleta, como se muestra en la figura 16.16. El chorro tiene una velocidad de 30 m/s, y sale de una boquilla cuyo diámetro es de 200 mm. Calcule la fuerza sobre el vehículo si, (a) es estacionario y (b) se mueve a 12 m/s.*

16.21M *Parte de un sistema de inspección en una operación de empaque utiliza un chorro de aire para quitar las cajas defectuosas de una banda transportadora, como se observa en la figura 16.17. El chorro lo inicia un sensor que mide el tiempo, de modo que el producto que será rechazado se encuentre frente al chorro en el momento preciso. El producto va a inclinarse sobre el borde al lado de la banda, como se aprecia en la figura. Calcule la velocidad de aire requerida para inclinar la caja fuera de la banda. La densidad del aire es de 1.20 kg/m^3. La caja tiene una masa de 0.10 kg. El chorro tiene un diámetro de 10.0 mm.*

16.22M *En la figura 16.18 se ilustra una rueda pequeña de ornato ajustada a paletas planas, de modo que gire sobre su eje cuando sople una corriente de aire. Suponga que todo el aire de la corriente de 15 mm de diámetro que se mueve a 0.35 m/s golpea una paleta y se desvía con ángulos rectos, y calcule la fuerza que se aplica sobre la rueda al principio, cuando se encuentra inmóvil. El aire tiene una densidad de 1.20 kg/m^3.*

16.23M *Para la rueda descrita en el problema 16.22, calcule la fuerza que se aplica sobre la paleta cuando la rueda gira a 40 rpm.*

16.24E Un conjunto de persianas desvía una corriente de aire caliente sobre partes pintadas, como se ilustra en la figura 16.19. Las persianas están giradas un poco para que distribuyan el aire de manera uniforme sobre las partes. Calcule el par que se requiere para girar las persianas hacia la corriente, cuando ésta fluye a una velocidad de 10 pies/s. Suponga que todo el aire que llega a una persiana se desvía con el ángulo en que la persiana se encuentra. El aire tiene una densidad de 2.06×10^{-3} slug/pie^3. Utilice $\theta = 45°$.

16.25E Para las persianas de la figura 16.19 y descritas en el problema 16.24, calcule el par que se necesita para girarlos cuando el ángulo es $\theta = 20°$.

16.26E Para las persianas de la figura 16.19 y descritas en el problema 16.24, calcule el par que se necesita para girarlos en varias posiciones del ángulo θ, desde 10° a 90°. Elabore una gráfica del par *versus* el ángulo.

FIGURA 16.16 Problema 16.20.

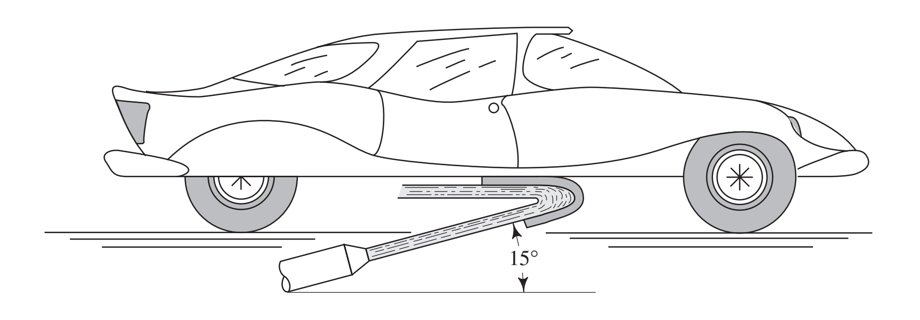


FIGURA 16.17 Problema 16.21.

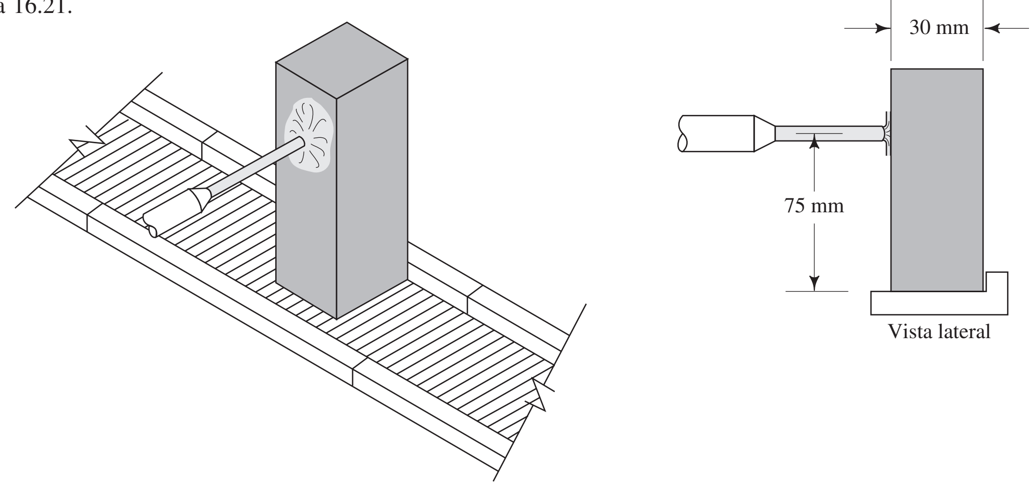


FIGURA 16.18 Problemas 16.22 y 16.23.

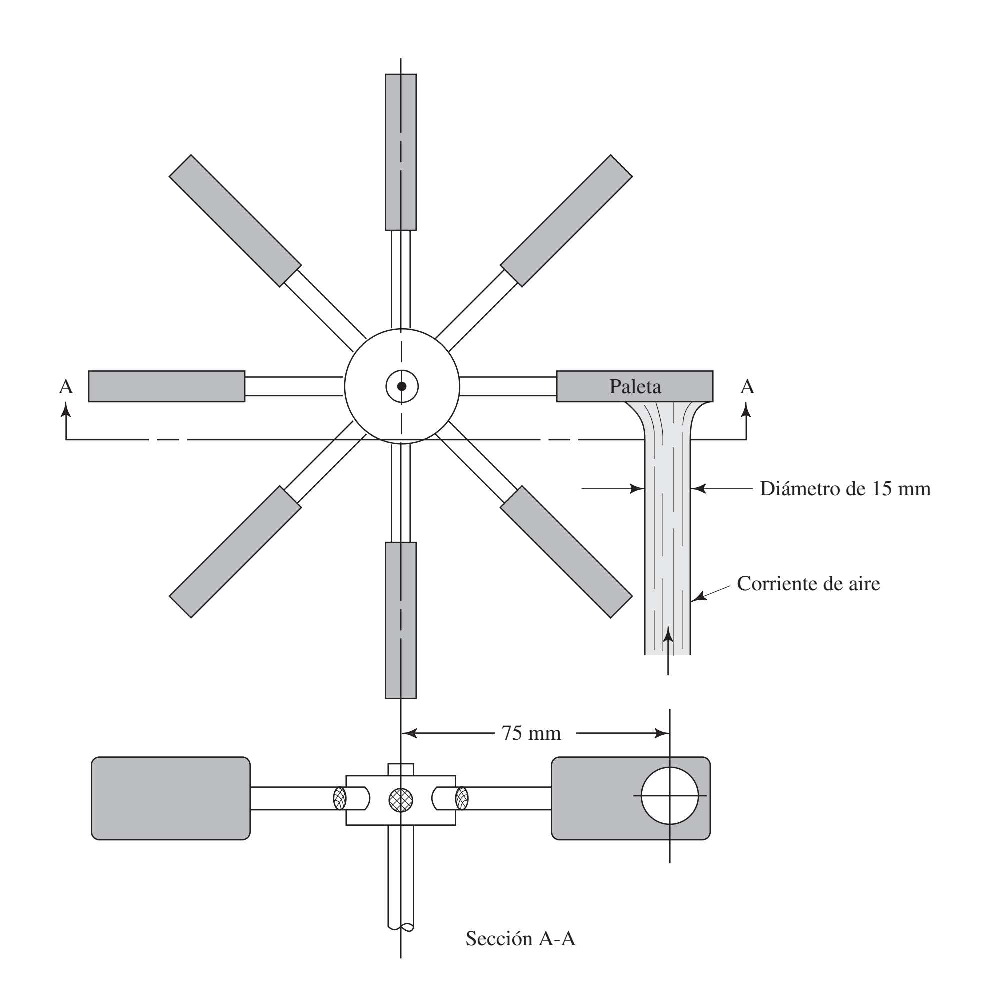


FIGURA 16.19 Problemas 16.24 a 16.26.

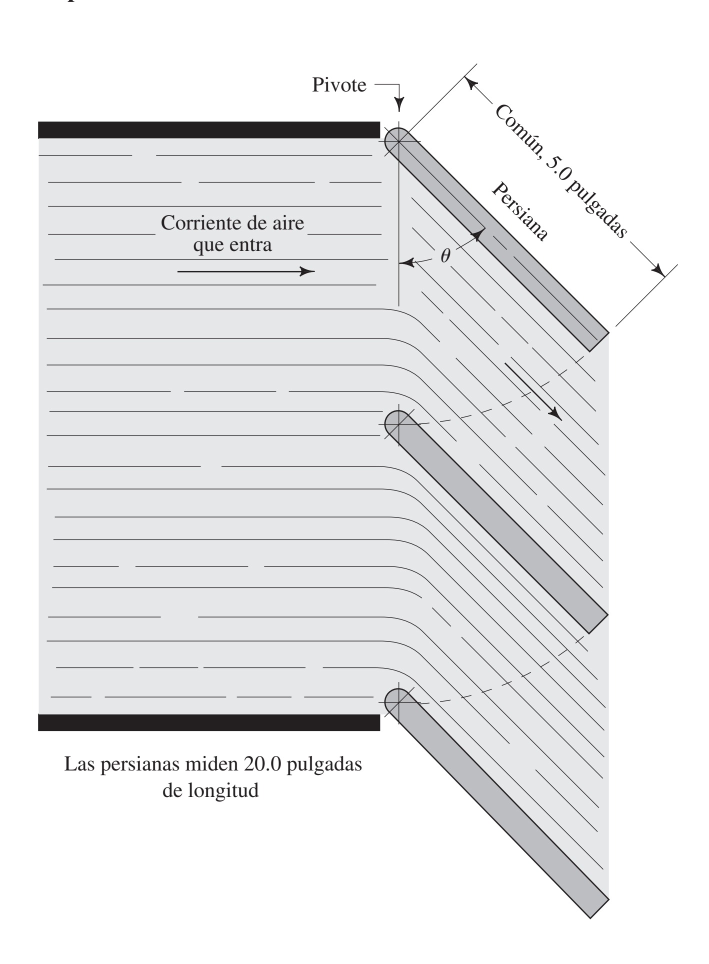
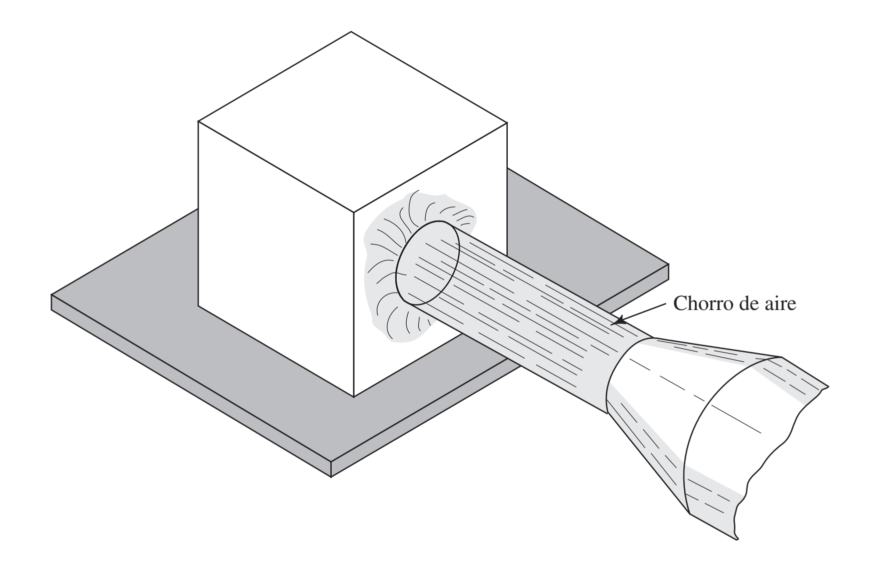


FIGURA 16.20 Problemas 16.27 y 16.28.



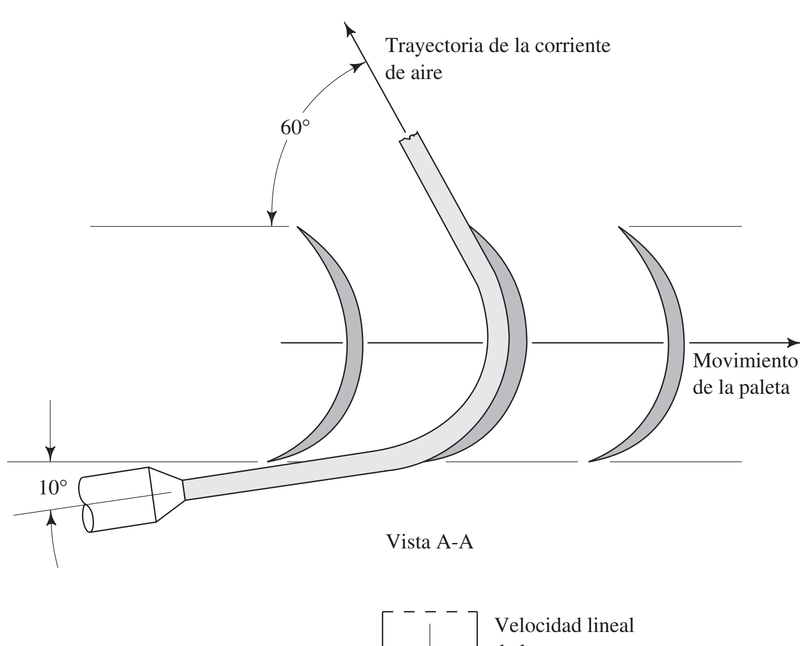
16.27E La figura 16.20 muestra un dispositivo para limpiar polvo con un chorro de aire de 1½ pulgadas de diámetro, que sale de una boquilla lanzadora. Como se ve, el chorro golpea contra un objeto en forma de caja rectangular colocada sobre el piso. Si la velocidad del aire es de 25 pies/s y la caja desvía todo el chorro ¿cuál es el objeto más pesado que podría ser movido? Suponga que la caja se desliza en vez de volcarse y que el coeficiente de fricción es de 0.60. El aire tiene una densidad de 2.40×10^{-3} slugs/pie^3.

16.28E Repita el problema 16.27; sólo cambie el chorro de aire por otro de agua a 50 °F y con diámetro de 0.75 pulgadas.

16.29M *La figura 16.21 es un esquema de turbina a la que ingresa una corriente de agua a 15 °C con diámetro de 7.50 mm, y se mueve a velocidad de 25 m/s. Calcule la fuerza sobre una de las aspas de la turbina, si la corriente se desvía con el ángulo que se indica y la hoja permanece inmóvil.*

16.30M *Repita el problema 16.29, con la aspa girando como parte de la rueda con radio de 200 mm y velocidad lineal tangencial de 10 m/s. También, calcule la velocidad rotacional de la rueda, en rpm.*

16.31M *Repita el problema 16.29, con la aspa girando como parte de la rueda con radio de 200 mm, pero ahora con velocidad tangencial lineal que va de 0 a 25 m/s, en intervalos de 5 m/s.*



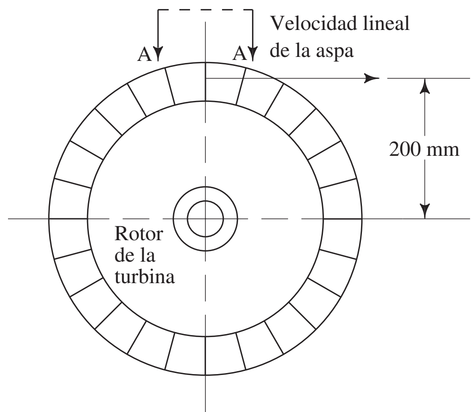


FIGURA 16.21 Problemas 16.29 a 16.31.

17 Arrastre y sustentación

17.1 Panorama

Mapa de aprendizaje

- Un cuerpo en movimiento sumergido en un fluido experimenta fuerzas ocasionadas por la acción de éste. A esa fuerza se le denomina *arrastre*.
- En forma similar, un fluido en movimiento que incide en un objeto estacionario o que se mueve con lentitud, ejerce una fuerza sobre el objeto.
- Cuando un cuerpo de forma especial denominado *aeroplano** surca el aire, el flujo a su alrededor ocasiona una fuerza neta hacia arriba que recibe el nombre de *sustentación*. Ésta es la causa fundamental por la que vuela el aeroplano.
- Igualmente, los cuerpos de forma especial que se mueven por el agua se llaman *hidroplanos*.
- Usted debe desarrollar la capacidad de analizar las fuerzas de arrastre y sustentación.

Descubrimientos

- Busque ejemplos de productos y equipos en los que las fuerzas de arrastre o sustentación tengan un efecto sobre su funcionamiento o rendimiento.
- Considere algunos de los ejemplos mencionados en la sección Panorama, del capítulo 16.
- Conforme encuentre ejemplos, mencione la forma y tamaño con tanto detalle como pueda.

En este capítulo presentamos los principios de análisis de las fuerzas de arrastre y sustentación. Además, presentamos datos de coeficientes de arrastre para muchas formas.

Conceptos introductorios

Un cuerpo en movimiento inmerso en un fluido experimenta fuerzas ocasionadas por la acción del fluido. El efecto total de estas fuerzas es muy complejo. Sin embargo, para propósitos de diseño o estudio del comportamiento de un cuerpo en un fluido, son dos las fuerzas resultantes de mayor importancia: el arrastre y la sustentación. Las fuerzas de arrastre y sustentación son iguales, sin que importe si es el cuerpo el que se mueve en el fluido o el fluido el que se mueve alrededor del cuerpo.

Arrastre es la fuerza sobre un cuerpo ocasionada por el fluido que opone resistencia en la dirección del movimiento del cuerpo. Las aplicaciones más familiares que requieren el estudio del arrastre se dan en el campo del transporte. La *resistencia al viento* es el término que se emplea con frecuencia para describir los efectos del arrastre sobre las aeronaves, automóviles, camiones y trenes. La fuerza de arrastre debe contrarrestarse por medio de una fuerza de propulsión en la dirección opuesta, con el fin de mantener o incrementar la velocidad del vehículo. Como la generación de una fuerza de propulsión requiere que se agregue energía, es deseable minimizar el arrastre.

Sustentación es una fuerza ocasionada por el fluido en dirección perpendicular a la dirección del movimiento del cuerpo. Su aplicación más importante está en el diseño y análisis de alas de aeronaves llamadas *aeroplanos*. La geometría de un aeroplano es tal que se produce una fuerza de sustentación cuando el aire pasa sobre y bajo él. Por supuesto, la magnitud de la sustentación debe ser al menos igual al peso de la aeronave para que vuele.

* En inglés, *airfoil*. En el contexto de la aerodinámica se refiere a una superficie de sustentación, como un ala, y no al avión como un todo. *Airfoil* también significa *papalote*. N. del T.

La disciplina que estudia el rendimiento de los cuerpos en corrientes de aire en movimiento es la *aerodinámica*. Además del aire, otros gases podrían considerarse en este campo, pero debido a la importancia obvia de las aplicaciones en el diseño de aeronaves, la mayor parte del trabajo se ha realizado con el aire como fluido.

La *hidrodinámica* es el nombre que se da al estudio de los cuerpos que se mueven sumergidos en líquidos, en particular en agua. Muchos conceptos que conciernen a la sustentación y el arrastre son similares, sin que importe que el fluido sea un líquido o un gas. Sin embargo, a velocidades altas esto no es cierto, pues en este caso deben tenerse en cuenta los efectos de la compresibilidad del fluido. En el estudio del arrastre y la sustentación, los líquidos son considerados incompresibles.

¿Qué ejemplos de productos o equipos encontró, donde las fuerzas de arrastre o sustentación tienen un efecto sobre su comportamiento o rendimiento? Considere las preguntas y observaciones siguientes cuando los describa:

- ¿Los bordes son afilados o suaves y bien redondeados?
- ¿La forma es plana o tiene superficie redondeada?
- ¿Si el objeto tiene forma de tasa, el lado abierto da hacia al viento (u otro fluido) o no?
- ¿Qué intentos se han hecho para darle forma aerodinámica?
- Encuentre dos automóviles que tengan forma muy distinta, uno muy aerodinámico y el otro con aspecto de caja. Quizás este último sea un modelo viejo, incluso antiguo. ¿Cómo cree que afecte la forma el arrastre?
- Describa la forma de los trenes rápidos, como el *Acela* de Estados Unidos, el *TGV* de Francia o el tren bala de Japón. ¿Qué enfoques se utilizaron para disminuir el arrastre? ¿Cómo se comparan sus formas con las locomotoras de carga convencionales? En Internet u otra fuente de información, encuentre datos de las características de arrastre de los trenes rápidos.
- Compare automóviles de carrera de épocas distintas. Considere automóviles tipo Indy, deportivos y reforzados para colisiones. ¿En qué son similares en cuanto al enfoque para reducir el arrastre? ¿En qué difieren?
- Compare aeronaves de épocas diferentes. ¿Qué intentos se hicieron en los primeros días del vuelo, de los hermanos Wright a la década de 1930, para disminuir el arrastre? ¿Cómo cambió la aviación militar entre el estallido de la segunda guerra mundial y la guerra de Corea, y otros conflictos más recientes? ¿En qué difieren las aeronaves de propulsión a chorro con las de hélice, en relación con su aerodinámica?

Gran parte de los datos prácticos que conciernen a la sustentación y el arrastre han sido obtenidos en forma experimental. En este capítulo serán mencionados para ilustrar los conceptos. Las referencias que se citan al final del capítulo incluyen tratamientos exhaustivos del tema.

17.2 OBJETIVOS

Al terminar este capítulo podrá:

1. Definir *arrastre*.
2. Definir *sustentación*.
3. Escribir la expresión para calcular la fuerza de arrastre sobre un cuerpo que se mueve respecto de un fluido.
4. Definir el *coeficiente de arrastre*.
5. Definir el término *presión dinámica*.
6. Describir el punto de estancamiento de un cuerpo que se mueve respecto de un fluido.
7. Diferenciar entre *arrastre de presión* y *arrastre de fricción*.
8. Analizar la importancia de la separación del flujo sobre el arrastre de presión.
9. Determinar el valor del coeficiente de arrastre por presión para cilindros, esferas y otras formas geométricas.
10. Analizar el efecto del número de Reynolds y la geometría de la superficie sobre el coeficiente de arrastre.

11. Calcular la magnitud de la fuerza de arrastre de presión sobre cuerpos que se mueven respecto de un fluido.
12. Calcular la magnitud de la fuerza de arrastre de fricción sobre esferas suaves.
13. Analizar la importancia del arrastre en el rendimiento de vehículos terrestres.
14. Analizar los efectos de la compresibilidad y la cavitación sobre el arrastre y el rendimiento de los cuerpos inmersos en fluidos.
15. Definir el coeficiente de sustentación para un cuerpo inmerso en un fluido.
16. Calcular la fuerza de sustentación sobre un cuerpo que se mueve con relación a un fluido.
17. Describir los efectos del arrastre de fricción, arrastre de presión y arrastre inducido sobre los aeroplanos.

17.3 ECUACIÓN DE LA FUERZA DE ARRASTRE

Por lo general, se expresan las fuerzas de arrastre en la forma

$$F_D = \text{arrastre} = C_D(\rho v^2/2)A \qquad (17\text{–}1)$$

Los términos en esta ecuación son los siguientes:

- C_D es el *coeficiente de arrastre*. Se trata de un número adimensional que depende de la forma del cuerpo y su orientación con respecto a la corriente de fluido.
- ρ es la densidad del fluido. Debido a que la densidad de los líquidos es bastante mayor que la de un gas, el orden general de magnitud de las fuerzas de arrastre sobre objetos que se mueven en el agua es mucho más grande que para los objetos que se mueven en el aire. La compresibilidad del aire afecta un poco su densidad.
- v es la velocidad de la corriente libre del fluido en relación con el cuerpo. En general, no importa si el que se mueve es el cuerpo o el fluido. Sin embargo, la ubicación de otras superficies cerca del cuerpo de interés afecta el arrastre. Por ejemplo, cuando un camión o un automóvil viajan en una carretera, la interacción del lado de abajo del vehículo con la superficie del camino afecta el arrastre.
- A es algún área característica del cuerpo. Hay que tener el cuidado de observar en las secciones posteriores cuál es el área que se utilizará en una situación dada. Lo más frecuente es que el área de interés sea la superficie transversal máxima del cuerpo, que suele recibir el nombre de *área proyectada*. Piense cuál sería la forma bidimensional más grande si mirara de frente su automóvil. Ésa sería el área que se emplearía para calcular el arrastre sobre el coche, y se le denomina *arrastre de forma* o *arrastre de presión*. No obstante, para formas muy alargadas y suaves, como las formas de los vagones de los trenes de pasajeros o de un dirigible, puede utilizarse el área de la superficie. En este caso se estudia el *arrastre de fricción* cuando el aire fluye a lo largo de la superficie del vehículo.
- El término combinado $\rho v^2/2$ es la *presión dinámica*, definida a continuación. Observe que la fuerza de arrastre es proporcional a la presión dinámica y, por tanto, es proporcional al *cuadrado* de la velocidad. Esto significa, por ejemplo, que si se duplica la velocidad de un objeto dado, la fuerza de arrastre se incrementará en un factor de cuatro.

Para que visualice la influencia de la presión dinámica sobre el arrastre, observe la figura 17.1, donde se muestra una esfera en una corriente de fluido. Las líneas de corriente ilustran la trayectoria del fluido conforme éste se aproxima y fluye alrededor de la esfera. En el punto s de la superficie de la esfera, la corriente de fluido está en reposo o estancada. El término *punto de estancamiento* se emplea para denotar dicho punto. La relación entre la presión p_s y la presión de la corriente no perturbada del punto 1, se encuentra por medio de la ecuación de Bernoulli a lo largo de la línea de corriente:

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_s}{\gamma} \qquad (17\text{–}2)$$

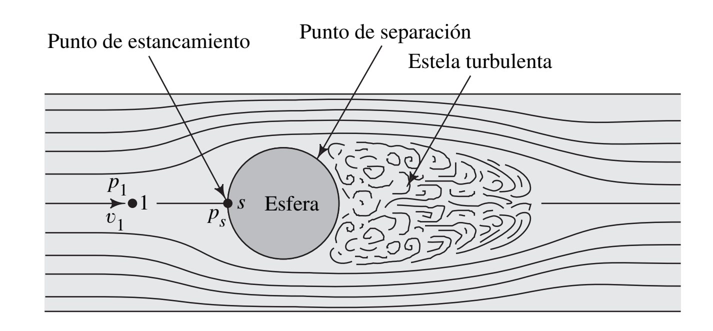


FIGURA 17.1 Esfera en una corriente de fluido que muestra el punto de estancamiento sobre el frente de la superficie y la estela turbulenta detrás.

Al resolver para p_s, obtenemos

$$p_s = p_1 + \gamma v_1^2/2g$$

Debido a que $\rho = \gamma/g$, tenemos

$$p_s = p_1 + \rho v_1^2/2 \tag{17–3}$$

La presión de estancamiento es mayor que la presión estática en la corriente libre por la magnitud de la presión dinámica $\rho v_1^2/2$. La energía cinética de la corriente en movimiento se transforma en una clase de energía potencial en forma de presión.

Es de esperar que el incremento de presión en el punto de estancamiento produzca una fuerza sobre el cuerpo, opuesta a su movimiento, es decir, una fuerza de arrastre. Sin embargo, la magnitud de la fuerza depende no sólo de la presión de estancamiento, sino también de la presión en el lado trasero del cuerpo. Debido a la dificultad de predecir la variación real de la presión en el lado de atrás, es común que se utilice el coeficiente de arrastre.

El arrastre total sobre un cuerpo se debe a dos componentes. (Para un cuerpo que se eleva, como un aeroplano, existe un tercer componente, descrito en la sección 17.8.) El *arrastre de presión* (también llamado *arrastre de forma*) se debe a los disturbios de la corriente de flujo conforme pasa el cuerpo, lo que crea una estela turbulenta. Las características de los disturbios dependen de la forma del cuerpo, y a veces del número de Reynolds del flujo y de la rugosidad de la superficie. El *arrastre de fricción* se debe a las fuerzas cortantes en la capa delgada de fluido que se encuentra cerca de la superficie del cuerpo, la cual recibe el nombre de *capa límite*. En las secciones siguientes se describen estos dos tipos de arrastre.

17.4 ARRASTRE DE PRESIÓN

Cuando una corriente de fluido se mueve alrededor de un cuerpo, tiende a adherirse a la superficie en la porción de la longitud del cuerpo. Después de cierto punto, la capa límite delgada se separa de la superficie, lo que hace que se forme una estela turbulenta (vea la figura 17.1). La presión en la estela es mucho más baja que la presión en el punto de estancamiento en el frente del cuerpo. Así, se crea una fuerza neta que actúa en dirección opuesta a la del movimiento. Esta fuerza es el arrastre de presión.

Si puede hacerse que el punto de separación ocurra en un sitio lejano de la parte posterior del cuerpo, el tamaño de la estela disminuye y el arrastre de presión será menor. Éste es el razonamiento que se sigue para dar formas aerodinámicas. La figura 17.2 ilustra el cambio en la estela que ocasiona la elongación y aguzamiento de la cola del cuerpo. Así, la cantidad del arrastre de presión depende de la forma del cuerpo, y con frecuencia se emplea el término *arrastre de forma*.

La fuerza del arrastre de presión se calcula por medio de la ecuación (17-1), donde *A se toma como la máxima área de sección transversal del cuerpo, perpendicular al flujo*. El coeficiente C_D es el coeficiente de arrastre de presión.

Como ilustración de la importancia de las formas aerodinámicas, se dirá que el valor de C_D para el arrastre sobre una esfera suave que se mueve por el aire con número de Reynolds aproximado de 10^5, es de 0.5. En cambio, una forma muy aerodinámi-

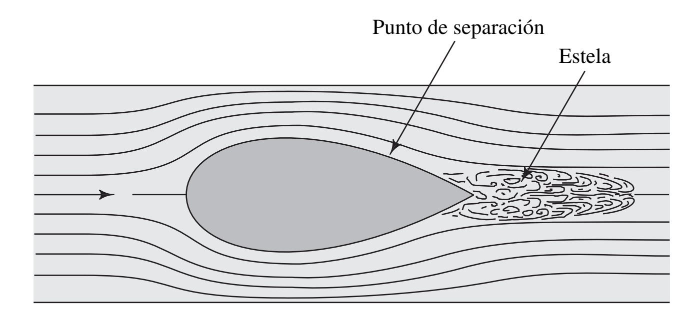


FIGURA 17.2 Efecto de una forma aerodinámica sobre la estela.

ca como la que se emplea en la mayor parte de las aeronaves (dirigibles) tiene un C_D aproximado de 0.04 ¡una reducción en un factor de 10!

17.4.1 Propiedades del aire

Es frecuente que la meta del estudio del arrastre sea el arrastre que tienen los cuerpos que se mueven a través del aire. Para utilizar la ecuación (17-1) con objeto de calcular las fuerzas de arrastre, se necesita conocer la densidad del aire. Igual que sucede con todos los gases, las propiedades del aire cambian en forma drástica con la temperatura. Además, conforme aumenta la altitud sobre el nivel del mar, la densidad disminuye. En el apéndice E se presentan las propiedades del aire a varias temperaturas y altitudes.

17.5 COEFICIENTE DE ARRASTRE

La magnitud del coeficiente de arrastre para el arrastre de presión depende de muchos factores, sobre todo de la forma del cuerpo, el número de Reynolds del flujo, la rugosidad de la superficie y la influencia de otros cuerpos o superficies en las cercanías. En primer lugar, estudiaremos dos de las formas más sencillas: la esfera y el cilindro.

17.5.1 Coeficiente de arrastre de esferas y cilindros

Los datos graficados en la figura 17.3 proporcionan el valor del coeficiente de arrastre *versus* el número de Reynolds, para esferas y cilindros *lisos*. Para dichas formas, el número de Reynolds se calcula con la relación cuya aspecto resulta conocida

$$N_R = \frac{\rho v D}{\eta} = \frac{vD}{\nu} \qquad \text{(17–4)}$$

Sin embargo, el diámetro D es el del cuerpo en sí, en lugar del diámetro de un conducto de flujo, que en las secciones anteriores se denotaba con D.

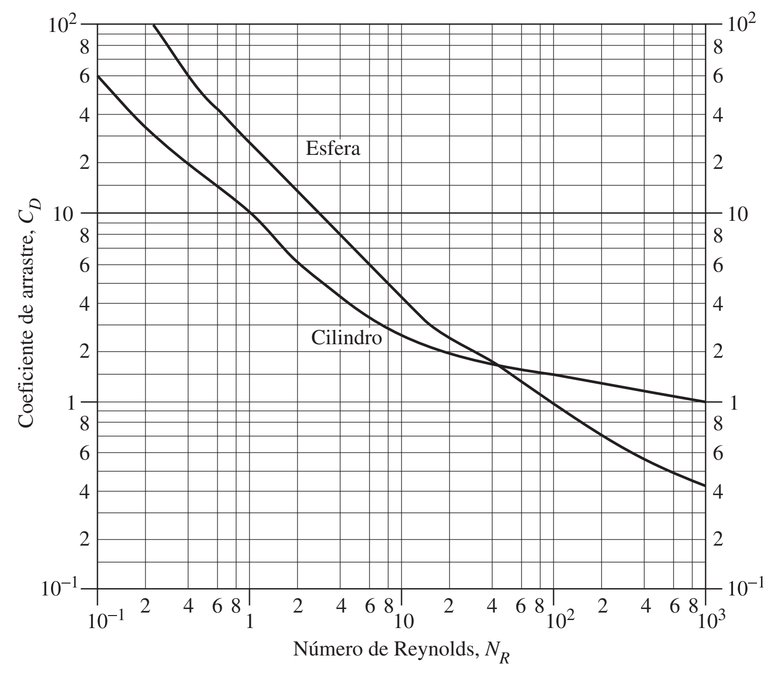
Observe los valores muy altos de C_D para números de Reynolds bajos, de más de 100 para una esfera lisa con $N_R = 0.10$. Esto corresponde al movimiento a través de un fluido muy viscoso. Cae con rapidez a un valor de 4.0 para $N_R = 10$, y después a 1.0 para $N_R = 100$. El valor de C_D varía de 0.38 a 0.46, aproximadamente, para los números de Reynolds más elevados de 1000 a 10^5.

Para cilindros, $C_D \approx 60$ para número de Reynolds muy bajo de 0.10. Disminuye a un valor de 10 para $N_R = 1.0$ y a un valor de 1.0 para $N_R = 1000$. En los rangos superiores de números de Reynolds, C_D varía de 0.90 a 1.30, aproximadamente, para N_R de 1000 a 10^5.

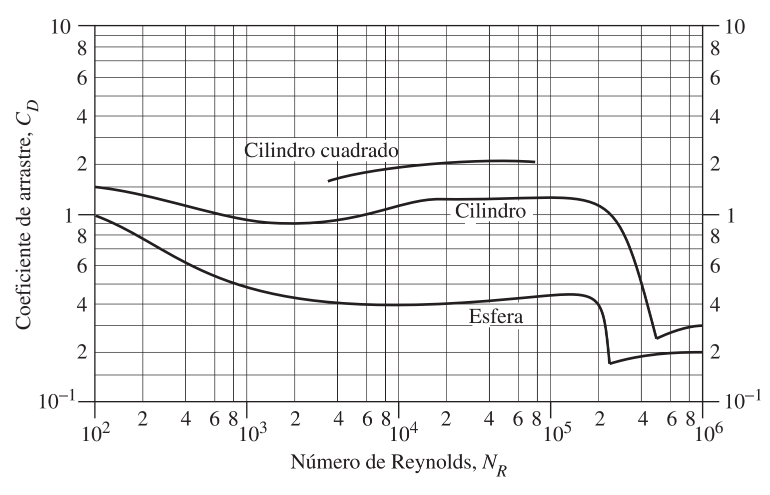
Para números de Reynolds muy pequeños ($N_R < 1.0$, aproximadamente), el arrastre se debe casi por completo a la fricción, y se estudiará más adelante. En números de Reynolds altos, la importancia de la separación del flujo y la estela turbulenta tras el cuerpo hace que predomine el arrastre de presión. El análisis siguiente se relaciona sólo con el arrastre de presión.

Con un valor de número de Reynolds de alrededor de 2×10^5, el coeficiente de arrastre de las esferas cae en forma abrupta de 0.42 a 0.17, aproximadamente. Esto lo ocasiona el cambio súbito de régimen de la capa límite, de laminar a turbulento. Además, el punto sobre la esfera en el que ocurre la separación retrocede, lo que disminuye el tamaño de la estela. Para cilindros, sucede un fenómeno similar en $N_R = 4 \times 10^5$, aproximadamente, donde C_D cambia de 1.2 a 0.30, aproximadamente.

FIGURA 17.3 Coeficientes de arrastre de esferas y cilindros.



(a) C_D *versus* N_R para valores bajos de N_R



(b) C_D *versus* N_R para valores elevados de N_R

Es posible disminuir el número de Reynolds en que ocurre la transición de la capa límite, de laminar a turbulenta, ya sea con una superficie más rugosa o con el aumento de la turbulencia de la corriente, como se ilustra en la figura 17.4. Esta gráfica sólo trata de mostrar las formas comunes de la curva, y no debe emplearse para obtener valores numéricos.

Las pelotas de golf tienen facetas, para optimizar la turbulencia del aire cuando éste fluye a su alrededor, y ocasionar que ocurra un descenso abrupto del coeficiente de arrastre a velocidad baja (número de Reynolds bajo), lo que redunda en vuelos más largos. Una pelota perfectamente lisa sólo podría lanzarse alrededor de 100 yardas, incluso por los golfistas mejores, mientras que el diseño con facetas, que es familiar, permite que el jugador promedio rebase esta distancia. Los profesionales lanzan tiros de 300 yardas (consulte los sitios 2 a 4 de Internet).

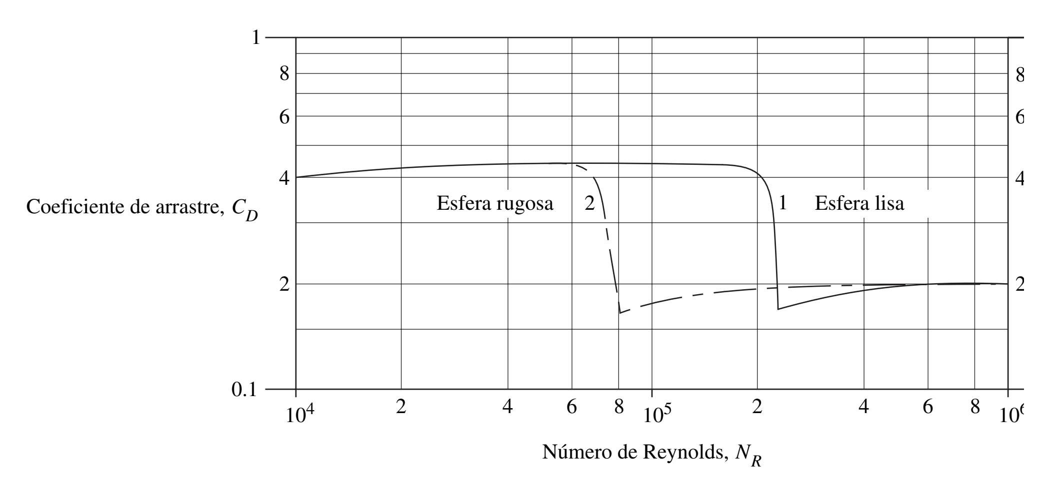


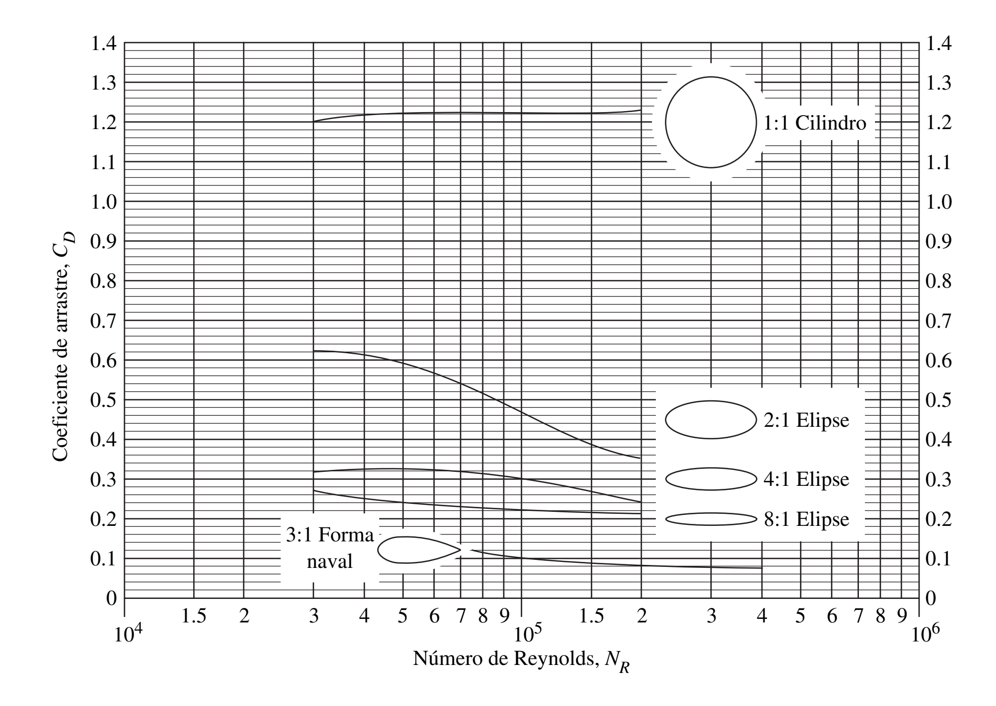
FIGURA 17.4 Efecto de la turbulencia y la rugosidad sobre el C_D de las esferas.

17.5.2 Coeficientes de arrastre para otras formas

Un cilindro cuadrado tiene una sección transversal cuadrada uniforme, y es relativamente largo en relación con su altura. En la figura 17.3 se muestra el coeficiente de arrastre para un cilindro cuadrado con un lado plano perpendicular al flujo, para números de Reynolds de 3.5×10^3 a 8×10^4. Los valores varían de 1.60 a 2.05, aproximadamente, algo más altos que para el cilindro circular. Se obtienen reducciones significativas con el uso de radios de esquina pequeños o moderados, lo que disminuye los valores de C_D a algo tan bajo como 0.55, con números de Reynolds altos. Sin embargo, para tales diseños, los valores tienden a ser bastante afectados por cambios en los números de Reynolds. Se recomienda hacer pruebas.

En la figura 17.5 se proporcionan datos del C_D para tres versiones de cilindros elípticos, con números de Reynolds de 3.0×10^4 a 2×10^5. Estas formas tienen por

FIGURA 17.5 Coeficientes de arrastre para cilindros elípticos y puntiagudos.



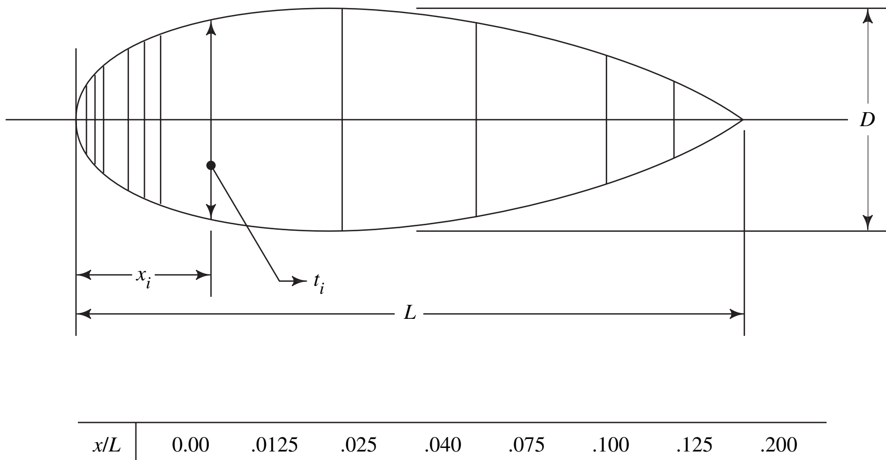


FIGURA 17.6 Geometría de la forma naval.

x/L	0.00	.0125	.025	.040	.075	.100	.125	.200
t/D	0.00	.260	.371	.525	.630	.720	.785	.911

x/L	.400	.600	.800	.900	1.00
t/D	.995	.861	.562	.338	0.00

sección transversal una elipse con relaciones diferentes de longitud de sección transversal a espesor máximo, lo que a veces se conoce como *relación de fineza*. También se muestra como comparación el cilindro circular, que puede considerarse un caso especial del cilindro elíptico con relación de fineza de 1:1. Observe la reducción marcada del coeficiente de arrastre a 0.21, para los cilindros elípticos de relación de fineza elevada.

Se logra una reducción aún mayor del coeficiente de arrastre con la forma conocida como gota de lágrima, que también se aprecia en la figura 17.5. Ésta es la forma estándar denominada *forma naval*, que tiene valores de C_D en el rango de 0.07 a 0.11. En la figura 17.6 se muestra la geometría de la forma naval. (Consulte la referencia 2.)

En la tabla 17.1 hay una lista de los valores del coeficiente de arrastre para varias formas sencillas. Observe la orientación de la forma en relación con la dirección en que se mueve el flujo. Para tales formas, los valores de C_D son casi independientes de los números de Reynolds, porque tienen aristas afiladas que ocasionan que la capa límite se separe en el mismo lugar. La mayor parte de las pruebas de estas formas se hicieron en el rango de números de Reynolds de 10^4 a 10^5. Consulte en el sitio 1 de Internet más valores del C_D.

El cálculo del número de Reynolds para las formas de la tabla 17.1, utiliza la *longitud del cuerpo paralelo al flujo* como dimensión característica del cuerpo. Entonces, la fórmula es

$$N_R = \frac{\rho v L}{\eta} = \frac{vL}{\nu} \tag{17–5}$$

Para cilindros cuadrados, cilindros semitubulares y cilindros triangulares, los datos corresponden a modelos largos respecto a la principal dimensión de espesor. Para cilindros cortos de todas las formas, el flujo modificado alrededor de los extremos tenderá a disminuir los valores de C_D por debajo de los presentados en la tabla 17.1.

TABLA 17.1. Coeficientes de arrastre comunes.

Forma del objeto	Orientación		C_D
Cilindro cuadrado	Flujo → ◇		1.60
Cilindros semitubulares	→ (		1.12
	→)		2.30
Cilindros triangulares	→ ◁ 30°		1.05
	→ ▷ 30°		1.85
	→ ◁ 60°		1.39
	→ ▷ 60°		2.20
	→ ◁ 90°		1.60
	→ ▷ 90°		2.15
	→ ◁ 120°		1.75
	→ ▷ 120°		2.05
Placa rectangular	Flujo → (b, a)	a/b	
		1	1.16
		4	1.17
		8	1.23
		12.5	1.34
		25	1.57
		50	1.76
		∞	2.00
Discos en tándem L = espaciamiento d = diámetro	→ (L, d)	L/d	
		1	0.93
		1.5	0.78
		2	1.04
		3	1.52
Un disco circular	→ (d)		1.11
Cilindro L = longitud d = diámetro	→ (L, d)	L/d	
		1	0.91
		2	0.85
		4	0.87
		7	0.99

TABLA 17.1. *Continuación*

Forma del objeto	Orientación	C_D
Tasa hemisférica abierta por detrás	→ (d)	0.41
Tasa hemisférica abierta por delante	→ (d)	1.35
Cono, base cerrada	→ 60° (d)	0.51
	→ 30° (d)	0.34

Nota: Son comunes números de Reynolds de 10^4 a 10^5, y se basan en la longitud del cuerpo paralelo a la dirección del flujo, excepto para cilindros semitubulares, para los que la longitud característica es el diámetro.

Fuente: Datos adaptados de Avallone, Eugene A. y Theodore Baumeister III, eds. 1987. *Marks' Standard Handbook for Mechanical Engineers*, 9a. ed., Nueva York: McGraw-Hill, Table 4; y Lindsey, W. F. 1938. *Drag of Cylinders of Simple Shapes* (Report No. 619). National Advisory Committee for Aeronautics.

☐ **PROBLEMA MODELO 17.1**

Calcule la fuerza de arrastre sobre una barra cuadrada de 6.00 pies, con sección transversal de 4.00 × 4.00 pulgadas, cuando se mueve a 4.00 pies/s a través de agua a 40 °F. El eje longitudinal de la barra y una de sus caras planas son perpendiculares al flujo.

Solución

Emplearemos la ecuación (17-1) para calcular la fuerza de arrastre:

$$F_D = C_D(\rho v^2/2)A$$

La figura 17.3 muestra que el coeficiente de arrastre depende del número de Reynolds, que se obtiene con la ecuación (17-5):

$$N_R = \frac{vL}{\nu}$$

donde L es la longitud de la barra paralela al flujo: 4.0 pulgadas o 0.333 pie. La viscosidad cinemática del agua a 40 °F es de 1.67×10^{-5} pies^2/s. Entonces,

$$N_R = \frac{(4.00)(0.333)}{1.67 \times 10^{-5}} = 8.0 \times 10^4$$

Así, el coeficiente de arrastre $C_D = 2.05$. Ahora, se calcula el área máxima perpendicular al flujo, A. También se describe A como el área proyectada, tal como se vería al mirar directamente la barra. Entonces, en este caso, la barra es un rectángulo de 0.333 pie de alto y 6.00 pies de largo. Es decir,

$$A = (0.333 \text{ pie})(6.00 \text{ pies}) = 2.00 \text{ pies}^2$$

La densidad del agua es 1.94 slugs/pie^3. Las unidades equivalentes son 1.94 lb·s^2/pie^4. Ahora calculamos la fuerza de arrastre:

$$F_D = (2.05)(\tfrac{1}{2})(1.94 \text{ lb}\cdot\text{s}^2/\text{pie}^4)(4.00 \text{ pies/s})^2(2.00 \text{ pies}^2) = 63.6 \text{ lb}$$

■

17.6 ARRASTRE DE FRICCIÓN SOBRE ESFERAS EN FLUJO LAMINAR

Se emplea un método de análisis especial para calcular el arrastre de fricción para esferas en movimiento a velocidades bajas en un fluido viscoso, lo que da como resultado números de Reynolds muy bajos. Una aplicación importante de este fenómeno es el *viscosímetro de bola que cae*, estudiado en el capítulo 2. Conforme una esfera cae a través de un fluido viscoso, no ocurre ninguna separación, y la capa límite permanece junto a toda la superficie. Por tanto, virtualmente todo el arrastre se debe a la fricción, más que al arrastre de presión.

En la referencia 9, George G. Stokes presenta una investigación importante sobre las esferas que se desplazan en fluidos viscosos. Encontró que para números de Reynolds por debajo de 1.0, aproximadamente, la relación entre el coeficiente de arrastre y el número de Reynolds es $C_D = 24/N_R$. Es posible desarrollar formas especiales de la ecuación de la fuerza de arrastre. La forma general de la ecuación de fuerza es

$$F_D = C_D\left(\frac{\rho v^2}{2}\right)A$$

Al designar $C_D = 24/N_R$ y $N_R = vD\rho/\eta$, obtenemos

$$C_D = \frac{24}{N_R} = \frac{24\eta}{vD\rho}$$

Entonces, la fuerza de arrastre se convierte en

$$F_D = \frac{24\eta}{vD\rho}\left(\frac{\rho v^2}{2}\right)A = \frac{12\eta vA}{D} \quad \textbf{(17–6)}$$

Al calcular el arrastre de fricción, empleamos el área de la superficie del objeto. Para una esfera, el área es $A = \pi D^2$. Entonces,

ARRASTRE SOBRE UNA ESFERA EN RELACIÓN CON EL ÁREA SUPERFICIAL

$$F_D = \frac{12\eta vA}{D} = \frac{12\eta v(\pi D^2)}{D} = 12\pi\eta vD \quad \textbf{(17–7)}$$

Para correlacionar el arrastre en el rango de números de Reynolds bajos, con el que ya se presentó en la sección 17.5 al estudiar el arrastre de presión, volvemos a definir el área como la de la sección transversal máxima de la esfera, $A = \pi D^2/4$. Entonces, la ecuación (17-6) se convierte en

LEY DE STOKES: ARRASTRE SOBRE UNA ESFERA EN RELACIÓN CON EL ÁREA DE LA SECCIÓN TRANSVERSAL

$$F_D = \frac{12\eta vA}{D} = \left(\frac{12\eta v}{D}\right)\left(\frac{\pi D^2}{4}\right) = 3\pi\eta vD \quad \textbf{(17–8)}$$

Es común que a esta forma para el arrastre sobre una esfera en un fluido viscoso se le denomine *Ley de Stokes*. Como se aprecia en la figura 17.3, la relación $C_D = 24/N_R$ tiene como gráfica una línea recta para números de Reynolds bajos.

17.7 ARRASTRE DE VEHÍCULOS

La disminución del arrastre es una meta muy importante al diseñar la mayor parte de vehículos, porque se requiere una cantidad significativa de energía para superarlo, cuando los vehículos se mueven a través de fluidos. Usted se encuentra familiarizado con las formas estilizadas de los fuselajes de las aeronaves y los cascos de los barcos. Los automóviles de carreras y deportivos han tenido durante mucho tiempo la característica elegante y bella del arrastre aerodinámico bajo. En épocas recientes, se han vuelto a diseñar los automóviles de pasajeros y camiones de transporte para que su arrastre disminuya. Consulte las referencias 6, 8 y 10, y el sitio 1 de Internet, para obtener más datos sobre la aerodinámica de los automóviles y otros vehículos terrestres.

Son muchos los factores que influyen en el coeficiente de arrastre conjunto de los vehículos; entre otros, los siguientes:

1. Forma del extremo delantero, o *nariz*, del vehículo.
2. Lo liso de las superficies del cuerpo.
3. Accesorios, como espejos, manijas de las puertas, antenas y otros.
4. Forma de la cola del vehículo.
5. Efecto de las superficies cercanas, como el piso bajo el automóvil.
6. Discontinuidades, como las ruedas y los rines.
7. Efecto de los vehículos cercanos.
8. Dirección del vehículo respecto a los vientos dominantes.
9. Entradas de aire para enfriamiento del motor o ventilación.
10. Propósito específico del vehículo (esto es crítico para los camiones comerciales).
11. Acomodo de los pasajeros.
12. Visibilidad que se concede a los operadores y pasajeros.
13. Estabilidad y control del vehículo.
14. Estética (belleza del diseño).

17.7.1 Automóviles

El coeficiente de arrastre global, como se define en la ecuación (17-1) con base en el área frontal proyectada máxima, varía mucho para los coches de pasajeros. En la referencia 8 se muestra un valor medio nominal de 0.45, con rango de 0.30 a 0.60. Se han obtenido valores tan bajos como 0.175 para formas experimentales de coches. Un valor aproximado de 0.25 es práctico para el diseño de *arrastre bajo*.

Los principios fundamentales de la reducción del arrastre de los automóviles incluyen la provisión de contornos suaves y redondeados para la parte delantera; la eliminación o estilización de los accesorios; la suavización de cambios en el contorno (como la interfaz parabrisas-techo) y el redondeo de las esquinas de la parte trasera.

☐ **PROBLEMA MODELO 17.2**

Un prototipo de automóvil tiene un coeficiente de arrastre conjunto de 0.35. Calcule el arrastre total cuando se mueve a 25 m/s a través de aire tranquilo a 20 °C. El área frontal proyectada máxima es de 2.50 m^2.

Solución

Emplearemos la ecuación de la fuerza de arrastre:

$$F_D = C_D\left(\frac{\rho v^2}{2}\right)A$$

Del apéndice E, $\rho = 1.204\ \text{kg/m}^3$. Entonces

$$F_D = 0.35\left[\frac{(1.204)(25)^2}{2}\right](2.50) = 329\ \text{kg}\cdot\text{m/s}^2 = 329\ \text{N}$$

■

17.7.2 Potencia que se requiere para vencer el arrastre

Se define la *potencia* como la rapidez de ejecución de un trabajo. Si se aplica en forma continua una fuerza sobre un objeto mientras éste se mueve a velocidad constante, la potencia es igual a la fuerza por la velocidad. Entonces, la potencia que se requiere para vencer el arrastre es

$$P_D = F_D v$$

Con los datos del problema modelo 17.2 obtenemos

$$P_D = (329\ \text{N})(25\ \text{m/s}) = 8230\ \text{N}\cdot\text{m/s} = 8230\ \text{W} = 8.23\ \text{kW}$$

En unidades del Sistema Inglés, esto se convierte en 11.0 hp, lo que representa una pérdida de potencia notable.

17.7.3 Camiones

Las formas comúnmente empleadas para los camiones caen en la categoría que se denomina *cuerpos burdos*. La referencia 8 indica lo que las partes distintas de un camión contribuyen a su arrastre total, aproximadamente:

70% se debe al diseño del frente

20% al diseño de la parte posterior

10% al arrastre de fricción sobre las superficies del cuerpo

Igual que para los automóviles, los contornos suaves y redondeados ofrecen mejoras considerables. Para camiones con contenedores de carga en forma de caja, el diseño de las esquinas con radio largo ayuda a mantener la capa límite sin que se separe de las esquinas, y en consecuencia se reduce el tamaño de la estela turbulenta tras el vehículo, y con ello baja el arrastre. En teoría, si se diera una cola larga y aerodinámica, similar a la forma del fuselaje de los aviones, se reduciría el arrastre. Sin embargo, un vehículo así sería demasiado largo para que fuera práctico o útil. Los camiones de carga más recientes tienen coeficientes de arrastre en el rango de 0.55 a 0.75.

17.7.4 Trenes

Las primeras locomotoras tenían coeficientes de arrastre en el rango de 0.80 a 1.05 (consulte la referencia 2). Los trenes de alta velocidad y aerodinámicos tienen valores aproximados de 0.40. Para los trenes largos de pasajeros o carga, la fricción superficial llega a ser significativa.

17.7.5 Aeronaves

Igual que con los automóviles, con los cambios de tamaño y forma para que se adecuen a usos diferentes, en los aviones se esperan variaciones amplias de los coeficientes de arrastre global. Para las naves subsónicas, el diseño común redondeado, de nariz burda, con transiciones suaves en las estructuras de las alas y la cola, y una sección trasera larga y aguzada, da como resultado coeficientes de arrastre de 0.12 a 0.22, aproximadamente. A velocidades supersónicas, por lo general la nariz es aguda para disminuir el efecto de la onda de choque. El aerostato (dirigible o zepelín) tiene un coeficiente de arrastre de 0.04, pues opera a velocidades mucho más bajas.

17.7.6 Barcos

La resistencia total al movimiento de las naves que flotan en el agua se debe a la fricción superficial, arrastre de presión o forma y resistencia ante la formación de oleaje. La resistencia a la formación de olas, que contribuye mucho a la resistencia total, hace muy diferente el estudio del arrastre de los barcos, de aquél para los vehículos de tierra o aéreos. En la referencia 2 se define la *resistencia total de la nave* R_{ts} como la fuerza que se requiere para vencer todas las formas de arrastre. Para estandarizar el valor de los tamaños distintos de los barcos de una clase dada, se reportan los valores como la relación R_{rs}/Δ, donde Δ es el desplazamiento de la nave. En la tabla 17.2 se dan valores representativos de R_{ts}/Δ. Se combinan los valores de la resistencia con la velocidad de la nave v, para calcular la potencia efectiva que se requiere para impulsarla a través del agua:

$$P_E = R_{ts} v \tag{17–9}$$

TABLA 17.2. Resistencia de barcos.

Tipo de nave	R_{ts}/Δ
Carguero marítimo	0.001
Crucero de pasajeros	0.004
Remolcador	0.006
Nave de guerra rápida	0.01–0.12

☐ **PROBLEMA MODELO 17.3** Suponga que un remolcador tiene un desplazamiento de 625 toneladas largas (1 tonelada larga = 2240 lb) y se mueve por el agua a 35 pies/s. Calcule la resistencia total de la nave, y la potencia efectiva que se requiere para impulsar la embarcación.

Solución En la tabla 17.2 se encuentra que la relación de resistencia específica es $R_{ts}/\Delta = 0.006$. Entonces, la resistencia total del barco es

$$\Delta = (625 \text{ tons})(2240 \text{ lb/ton}) = 1.4 \times 10^6 \text{ lb}$$
$$R_{ts} = (0.006)(\Delta) = (0.006)(1.4 \times 10^6 \text{ lb}) = 8400 \text{ lb}$$

La potencia que se requiere es

$$P_E = R_{ts}v = (8400 \text{ lb})(35 \text{ pies/s}) = 0.294 \times 10^6 \text{ lb-pie/s}$$

Como 550 lb-pie/s = 1.0 hp, obtenemos

$$P_E = (0.294 \times 10^6)/550 = 535 \text{ hp}$$

■

17.7.7 Submarinos

La resistencia de un submarino que flota se calcula del mismo modo que la de un barco. Sin embargo, cuando se encuentra sumergido por completo, su movimiento no forma en absoluto olas en la superficie, y el cálculo de la resistencia es similar al de una aeronave. La forma del casco es parecida a la del fuselaje de un avión, y la fricción superficial desempeña un papel preponderante en la resistencia total. Por supuesto, la *magnitud* total del arrastre de un submarino es mucho mayor que la de una aeronave, debido a que la densidad del agua es bastante mayor que la del aire.

17.8 LA COMPRESIBILIDAD Y LOS EFECTOS DE LA CAVITACIÓN

Los resultados reportados en la sección 17.5, corresponden a condiciones bajo las cuales la compresibilidad del fluido (aire, por lo general) tiene poco efecto en el coeficiente de arrastre. Estos datos son válidos si la velocidad del flujo es menos de la mitad de la velocidad del sonido en el fluido. Para el aire, una velocidad superior hace que el carácter del flujo cambie, y el coeficiente de arrastre se incrementa con rapidez.

Si el fluido es un líquido, como el agua, no es necesario considerar la compresibilidad, porque los líquidos son muy poco compresibles. No obstante, debe tomarse en cuenta otro fenómeno llamado *cavitación*. Conforme el líquido fluye después de que pasa un cuerpo, la presión estática baja. Si la presión disminuye lo suficiente, el líquido se evapora y forma burbujas. Debido a que la región de presión baja, por lo general es pequeña, las burbujas explotan al dejar esa región. Cuando las burbujas de vapor colapsan cerca de la superficie del cuerpo, ocurre una erosión rápida o se forman hoyos. La cavitación tiene otros efectos adversos cuando se da cerca de las superficies de control de las embarcaciones o de las hélices. Las burbujas en el agua disminuyen las fuerzas ejercidas sobre los timones y otras paletas de control, y hacen que disminuyan el empuje y el rendimiento de las propelas.

17.9 LA SUSTENTACIÓN Y EL ARRASTRE SOBRE LOS AEROPLANOS

Se define la sustentación como la fuerza que actúa sobre un cuerpo en dirección perpendicular a la del flujo del fluido. Aquí analizaremos los conceptos que conciernen a la sustentación, en relación con los aeroplanos. La forma del aeroplano que comprende las alas de un avión determina sus características de rendimiento.

En la figura 17.7 se ilustra la manera en que un aeroplano produce la sustentación cuando está en una corriente de aire en movimiento (o cuando se mueve en aire apacible). Conforme el aire fluye alrededor del aeroplano, alcanza una velocidad elevada en la superficie superior, con la disminución consiguiente de la presión. Al mismo tiempo, se incrementa la presión sobre la superficie inferior. El resultado neto es una fuerza dirigida hacia arriba denominada *sustentación*. La *fuerza de sustentación* F_L se expresa como función del coeficiente de sustentación C_L en forma similar al del arrastre:

FUERZA DE SUSTENTACIÓN

$$F_L = C_L(\rho v^2/2)A \qquad \textbf{(17–10)}$$

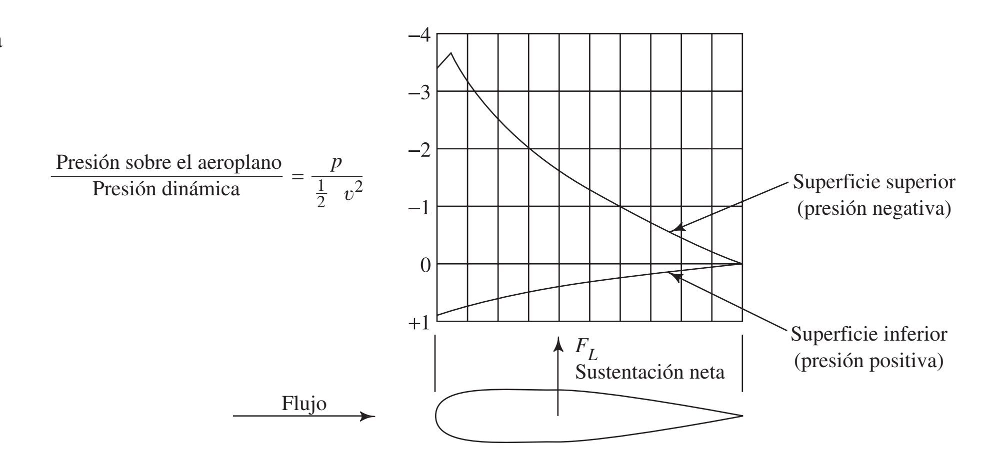


FIGURA 17.7 Distribución de la presión en un aeroplano.

La velocidad v es la velocidad de la corriente libre del fluido con respecto al aeroplano. Para alcanzar la uniformidad al comparar una forma con otra, por lo general se define el área A como el producto de la extensión del ala por la longitud de la sección del aeroplano, denominada *cuerda*. En la figura 17.8, la extensión se denota con b y la longitud de la cuerda con c.

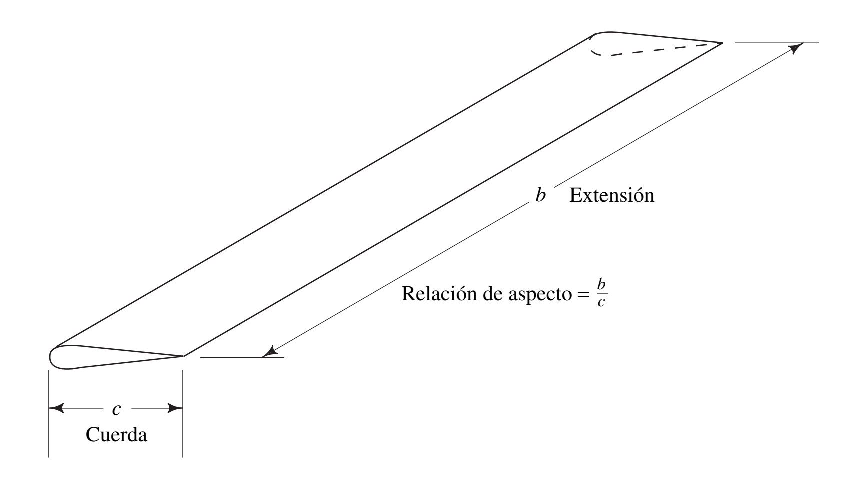
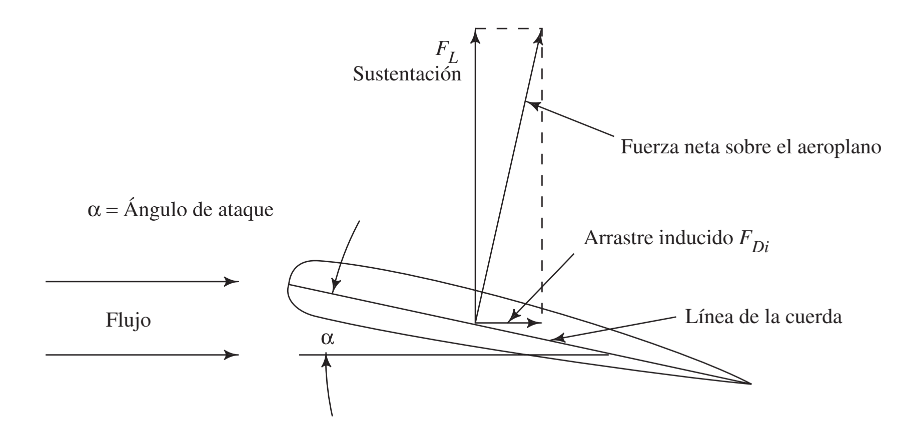


FIGURA 17.8 Longitudes de la extensión y cuerda de un aeroplano.

El valor del coeficiente de sustentación C_L depende de la forma del aeroplano y también del ángulo de ataque. En la figura 17.9 se ilustra que el ángulo de ataque es el ángulo que forma la línea de la cuerda del aeroplano con la dirección de la velocidad del fluido. Otros factores que afectan la sustentación son el número de Reynolds, la rugosidad de la superficie, la turbulencia de la corriente de aire, la relación de la velocidad de la corriente de fluido a la velocidad del sonido y la relación de aspecto. *Relación de aspecto* es el nombre que se da a la relación de la extensión b del ala a la longitud de cuerda c. Es importante, debido a que las características del flujo en los extremos del ala son diferentes de las que tiene en el centro de la extensión.

FIGURA 17.9 Arrastre inducido.



El arrastre total sobre un aeroplano tiene tres componentes. El arrastre por fricción y el arrastre por presión ocurren según se describió en forma previa. El tercer componente se denomina *arrastre inducido*, que es función de la sustentación que produce el aeroplano. Con un ángulo de ataque en particular, la fuerza neta resultante sobre el aeroplano actúa en esencia de manera perpendicular a la línea de la cuerda de la sección, como se ilustra en la figura 17.9. Al resolver esta fuerza en sus componentes vertical y horizontal, se produce la fuerza de sustentación verdadera F_L y el arrastre inducido F_{Di}. Si se expresa el arrastre inducido como función de un coeficiente de arrastre, se obtiene

$$F_{Di} = C_{Di}(\rho v^2/2)A \qquad \textbf{(17–11)}$$

Es posible demostrar que C_{Di} se relaciona con C_L por medio de la relación

$$C_{Di} = \frac{C_L^2}{\pi(b/c)} \qquad \textbf{(17–12)}$$

Entonces, el arrastre total es

$$F_D = F_{Df} + F_{Dp} + F_{Di} \qquad \textbf{(17–13)}$$

Lo normal es que sea el arrastre total el que tenga interés para el diseño. Se determina un coeficiente de arrastre único C_D para el aeroplano, con el que se calcula el arrastre total empleando la relación

$$F_D = C_D(\rho v^2/2)A \qquad \textbf{(17–14)}$$

Como antes, el área A es el producto de la extensión b por la longitud de cuerda c.

Utilizamos dos métodos para presentar las características de rendimiento de los perfiles del aeroplano. En la figura 17.10 se grafica los valores de C_L, C_D y la relación de la sustentación al arrastre, todos *versus* el ángulo de ataque en el eje de las abscisas. Observe que los factores de escala son diferentes para cada variable. El aeroplano para el que se aplican los datos tiene la designación NACA 2409, de acuerdo con el sistema

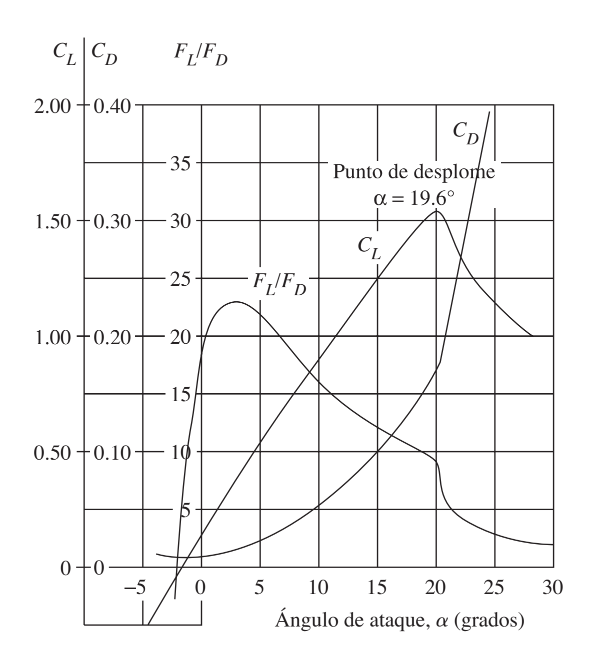


FIGURA 17.10 Curvas de rendimiento de un aeroplano.

que estableció la National Advisory Committee for Aeronautics. En el Reporte Técnico NACA 610 se explica el código que se emplea para describir los perfiles del aeroplano. Los Reportes NACA 586, 647, 669, 708 y 824, presentan las características de rendimiento de varias secciones del aeroplano.

En la figura 17.11 se muestra el segundo método de presentación de los datos de aeroplanos. Éste se denomina *diagrama polar*, y se construye al graficar C_L *versus* C_D con el ángulo de ataque que se indica en los puntos sobre la curva.

Tanto en la figura 17.10 como en la 17.11 se observa que el coeficiente de sustentación se incrementa con el aumento del ángulo de ataque, hasta un punto en que comienza a decrecer en forma repentina. Este punto de sustentación máximo recibe el nombre de *punto de desplome*; en este ángulo de ataque, la capa límite de la corriente de aire se separa del lado superior del aeroplano. Se crea una estela turbulenta que incrementa mucho el arrastre y disminuye la sustentación. Consulte las referencias 1, 3 y 4, y los sitios 5 a 8 de Internet, para obtener más análisis y datos de los aeroplanos.

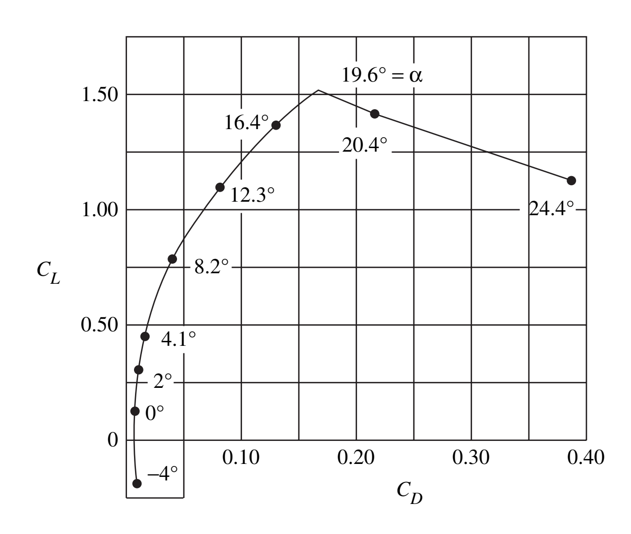


FIGURA 17.11 Diagrama polar de un aeroplano.

REFERENCIAS

1. Anderson, J. D. 2001. *Fundamentals of Aerodynamics*, 3a. ed., Nueva York: McGraw-Hill.
2. Avallone, Eugene A. y Theodore Baumeister III, eds. 1996. *Marks' Standard Handbook for Mechanical Engineers*, 10a. ed., Nueva York: McGraw-Hill.
3. Bertin, J. J. 2002. *Aerodynamics for Engineers*, 4a. ed., Upper Saddle River, NJ: Pearson Education.
4. Blevins, R. D. 2003. *Applied Fluid Dynamics Handbook.* Melbourne, FL: Krieger.
5. Houghton, E. L. y P. W. Carpenter. 2003. *Aerodynamics for Engineering Students.* Burlington, MA: Butterworth-Heinemann.
6. Katz, Joseph. 1995. *Race Car Aerodynamics: Designing for Speed.* Cambridge, MA: Bentley.
7. Lindsey, W. F. 1938. *Drag of Cylinders of Simple Shapes* (Report No. 619). National Advisory Committee for Aeronautics.
8. Morel, T. y C. Dalton, eds. 1979. *Aerodynamics of Transportation*. Nueva York: American Society of Mechanical Engineers.
9. Stokes, George G. 1901. *Mathematical and Physical Papers*, vol. 3. London: Cambridge University Press.
10. Wolf-Heinrich, Hucho, ed. 1998. *Aerodynamics of Road Vehicles*, 4a. ed., Warrendale, PA: SAE International (SAE).

SITIOS DE INTERNET

1. Advanced Topics in Aerodynamics *www.aerodyn.org/Frames/1drag.html* Sitio de repaso de la aerodinámica, que incluye una base de datos que muestra una lista extensa de valores de coeficientes de arrastre y análisis acerca de muchos temas, como la aerodinámica de automóviles de carrera, la aerodinámica de vehículos y las alas de avión.
2. Aerodynamics in Sports Equipment *http://wings.avkids.com/Book/Sports/instructor/golf-01.html* Análisis introductorio de las características de vuelo de las pelotas de golf, y vínculos con otros temas de equipo deportivo y aerodinámica.
3. GOLFINFO *www.adsources.com/golf/GOLFINFO/golfpa3.htm* Estudio de las características de vuelo de las pelotas de golf.
4. The Physics of Golf *http://services.golfweb.com/library/books/pog/pog1.html* Libro en línea de Theodore P. Jorgensen. En el capítulo 8 se estudia la aerodinámica del golf, que incluye el diseño de las pelotas.
5. Allstar Network *www.allstar.fiu.edu* Laboratorio de aprendizaje de la aeronáutica para ciencias, tecnología e investigación. La sección del nivel 3, Principles of Aerodynamics, proporciona descripciones introductorias de aeroplanos y dinámica de fluidos. También incluye una descripción del software FoilSim, que es posible descargar del sitio Web. Analiza el flujo alrededor de un aeroplano, muestra el flujo en forma gráfica y calcula la sustentación como función de la velocidad del aire y el ángulo de ataque.
6. UIUC Airfoil Data Site *www.aae.uiuc.edu/m-selig/ads.html* Base de datos dimensionales para más de 1500 formas de aeroplano.
7. Public Domain Aerodynamic Software *www.pdas.com* Sitio desde el que se ordena este software de dominio público. Incluye programas para calcular las coordenadas de aeroplanos NACA.

PROBLEMAS

17.1M *Un cilindro de 25 mm de diámetro se coloca en forma perpendicular a una corriente de fluido con velocidad de 0.15 m/s. Si el cilindro mide 1 m de largo, calcule la fuerza de arrastre total si el fluido es (a) agua a 15 °C y (b) aire a 10 °C, con la presión atmosférica.*

17.2M *Como parte de un anuncio publicitario colocado arriba de un edificio alto, una esfera de 2 m de diámetro llamada bola del clima muestra colores diferentes si se pronostica que la temperatura va a bajar, subir o permanecer sin cambio. Calcule la fuerza sobre la bola del clima debido a vientos de 15, 30, 60, 120 y 160 km/h, si el aire está a 0 °C.*

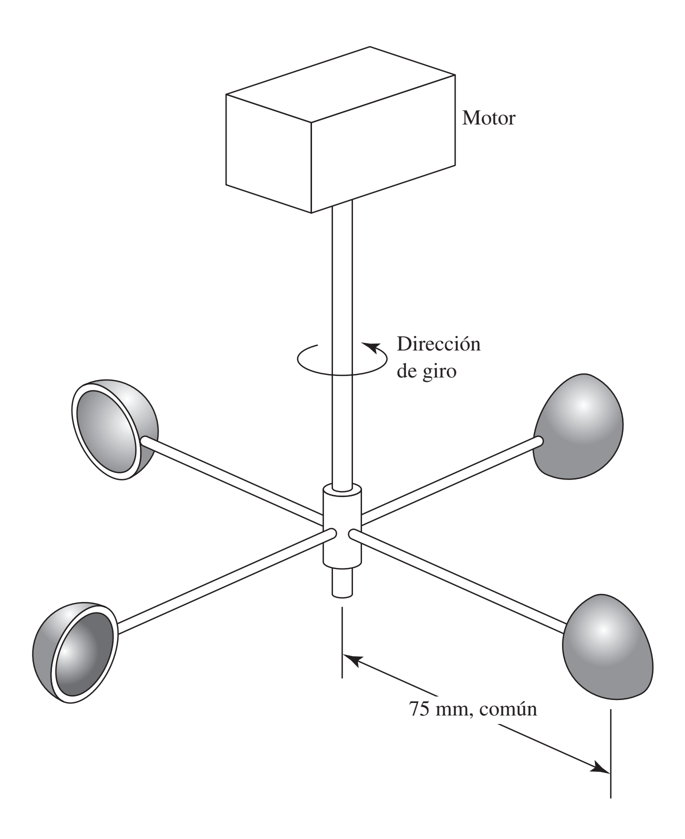
17.3M *Determine la velocidad terminal (vea la sección 2.6.4) de una esfera de 75 mm de diámetro, hecha de aluminio sólido (peso específico = 26.6 kN/m^3) en caída libre, en (a) aceite de ricino a 25 °C, (b) agua a 25 °C y (c) aire a 20 °C, con presión atmosférica estándar. Considere el efecto de la flotabilidad.*

17.4M *Calcule el momento en la base de un asta que genera un viento de 150 km/h. El asta consta de tres secciones, cada una de 3 m de largo, de tubería de acero cédula 80 y tamaños distintos. La sección inferior es de 6 pulgadas, la de en medio 5 pulgadas y la de más arriba 4 pulgadas. El aire está a 0 °C, con presión atmosférica estándar.*

17.5M *Un lanzador arroja una pelota de béisbol sin giros, con una velocidad de 20 m/s. Si la pelota tiene una circunferencia de 225 mm, calcule la fuerza del arrastre que ejerce sobre ella el aire a 30 °C.*

17.6M *Un paracaídas con forma hemisférica mide 1.5 m de diámetro, y se despliega desde un automóvil que busca romper el récord de velocidad terrestre. Determine la fuerza que se ejerce sobre el carro, si se desplaza a 1100 km/h, con el aire a la presión atmosférica y 20 °C.*

FIGURA 17.12 Problema 17.11.



17.7M *Calcule el diámetro que se requiere para que un paracaídas hemisférico soporte a un hombre que pesa 800 N, si la velocidad terminal (consulte la sección 2.6.4) en aire a 40 °C debe ser de 5 m/s.*

17.8M *Una nave remolca un instrumento en forma de cono de 30°, con la punta al frente, a 7.5 m/s en agua de mar. Si la base del cono tiene un diámetro de 2.20 m, calcule la fuerza en el cable a que está sujeto el cono.*

17.9M *Un señalamiento de autopista está diseñado para que resista vientos de 125 km/h. Calcule la fuerza total sobre él, si mide 4 por 3 m y el viento fluye perpendicular a su cara. El aire está a −10 °C. Compare la fuerza que se calcula para este problema con la del problema 16.4. Analice las causas de las diferencias.*

17.10M *Suponga que un tractocamión se comporta como cilindro cuadrado, calcule la fuerza que se ejerce si un viento de 20 km/h azota su costado. El camión mide 2.5 por 2.5 por 12 m. El aire se encuentra a 0 °C y la presión es la atmosférica estándar.*

17.11M *Un tipo de indicador de nivel incorpora cuatro tasas hemisféricas con sus frentes abiertos montados, como se muestra en la figura 17.12. Cada tasa mide 15 mm de diámetro. Un motor las impulsa a velocidad de rotación constante. Calcule el par que debe producir el motor para mantener el movimiento a 20 rev/min, cuando las tasas están en (a) aire a 30 °C y (b) gasolina a 20 °C.*

17.12M *Determine la velocidad del viento que se requiere para volcar la casa rodante de la figura 17.13, si ésta mide 10 m de largo y pesa 50 kN. Considere que es un cilindro cuadrado. El aire se halla a 0 °C.*

17.13M *Un camión de transporte de líquidos a granel incorpora un tanque cilíndrico de 2 m de diámetro y 8 m de largo. Calcule, sólo para el tanque, el arrastre de pre-*

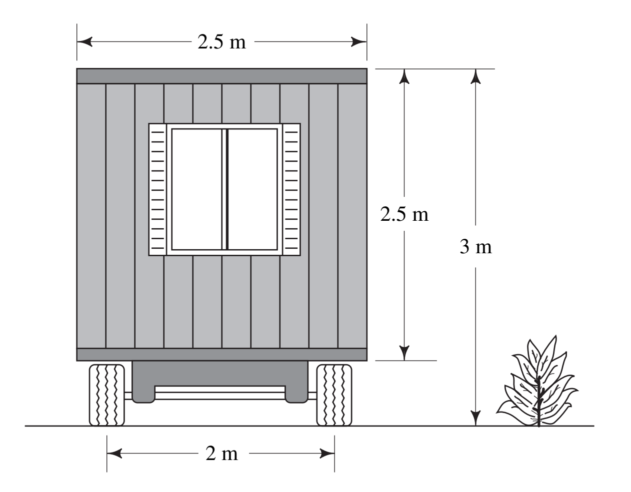


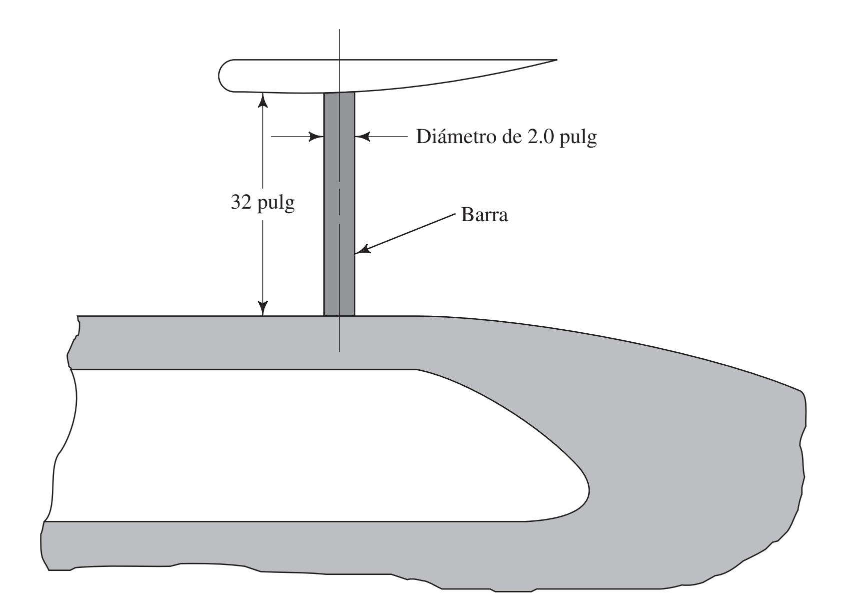
FIGURA 17.13 Problema 17.12.

sión cuando el camión se mueve a 100 km/h, en aire tranquilo a 0 °C.

17.14E El alerón de un carro de carreras se apoya en dos barras cilíndricas, como se muestra en la figura 17.14, Calcule la fuerza de arrastre que se ejerce sobre el carro debido a estas barras, cuando el automóvil viaja a 150 mph a través de aire tranquilo con temperatura de −20 °F.

17.15E En un intento por disminuir el arrastre en el carro de la figura 17.14, y que se describe en el problema 17.14, se reemplazan las barras cilíndricas por otras elípticas alargadas que tienen una relación de longitud a ancho de 8:1. ¿En cuánto se reduce el arrastre? Repita para la *forma naval*.

FIGURA 17.14 Problemas 17.14 y 17.15.



17.16E Están en evaluación los cuatro diseños de la figura 17.15, de la sección transversal de una torreta de luces de emergencia para vehículos de la policía. Cada uno tiene una longitud de 60 pulgadas y ancho de 9.00 pulgadas. Compare la fuerza de arrastre que se ejercería sobre cada diseño propuesto, cuando el vehículo se moviera a 100 mph en un aire apacible a −20 °F.

17.17E Un vehículo de trabajo de cuatro ruedas incorpora una barra cilíndrica que se extiende sobre la cabina y está expuesta a la corriente libre del aire. La barra, hecha de una tubería de acero de 3 pulgadas cédula 40, tiene longitud total de 92 pulgadas y está expuesta al viento. Calcule el arrastre que la barra ejerce sobre el vehículo, cuando éste viaja a 65 mph en un aire tranquilo a −20 °F.

17.18E En la figura 17.16 se muestra un anuncio publicitario de ABC Paper Company. Está hecho con tres discos planos, cada uno de los cuales mide 56.0 pulgadas de diámetro. Los discos están unidos por medio de tubos de 4.50 pulgadas de diámetro y hay 30 pulgadas entra cada uno. Calcule la fuerza total sobre el anuncio, si enfrenta un viento de 100 mph. La temperatura del aire es de −20 °F.

17.19E Una antena en forma de barra cilíndrica se proyecta desde el techo de una locomotora. Si la antena mide 42 pulgadas de largo y 0.2 pulgadas de diámetro, calcule la fuerza del arrastre sobre ella, cuando la locomotora viaja a 160 mph en un aire apacible a −20 °F.

17.20E Un barco remolca un paquete de instrumentos que tiene la forma de un hemisferio abierto por detrás, a 25.0 pies/s de velocidad, a través de agua de mar a 77 °F. El diámetro del hemisferio es de 7.25 pies. Calcule la fuerza en el cable al que está atado el paquete.

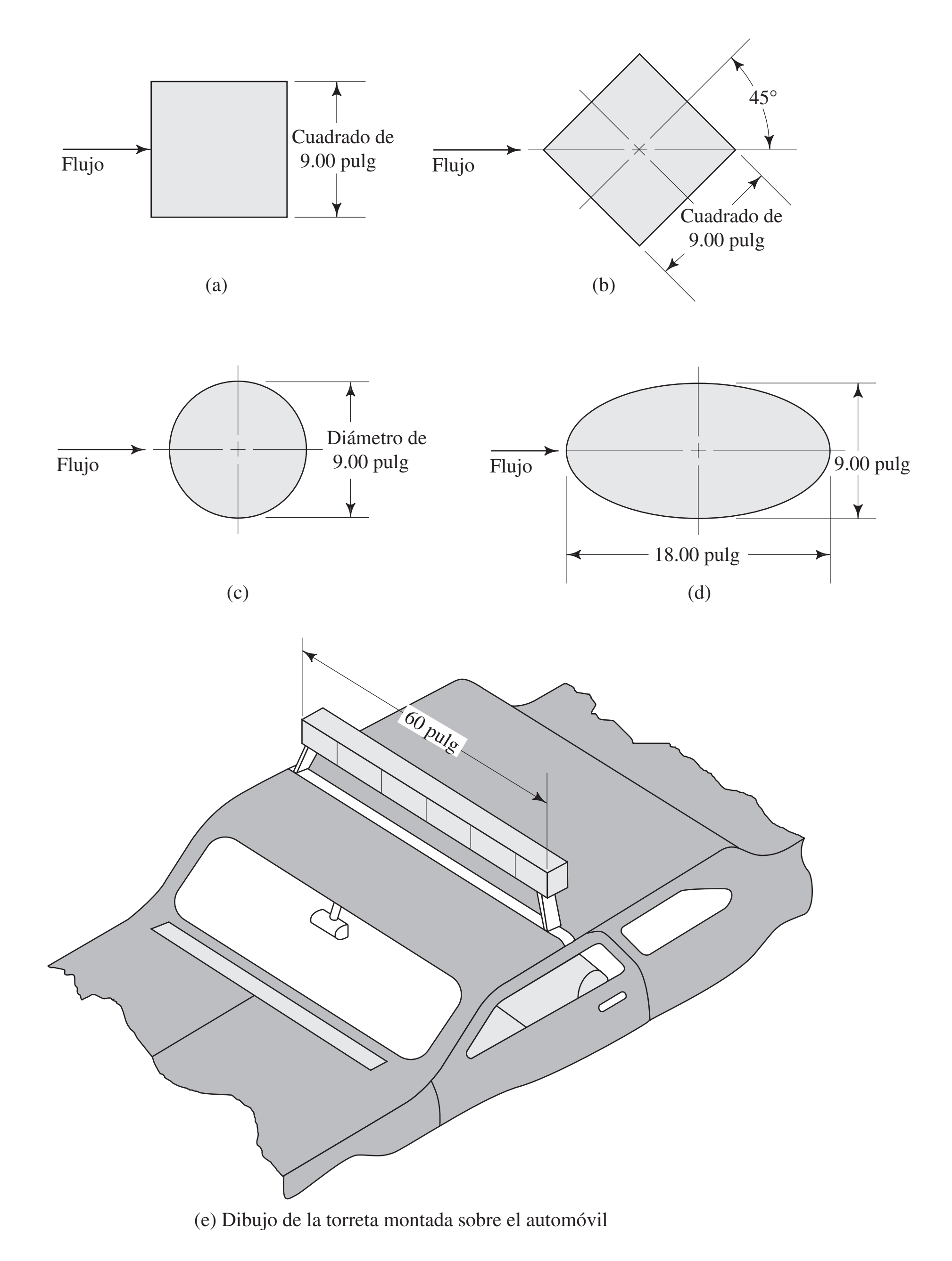
17.21E Una placa rectangular plana con dimensiones de 8.50 × 11.00 pulgadas está sumergida en el agua de un lago a 60 °F, por medio de un bote que se mueve a 30 mph. ¿Cuál es la fuerza que se requiere para mantener estable la placa en relación con el bote, con la cara plana hacia el agua?

17.22E El parabrisas de un automóvil antiguo marca Stutz Bearcat es un disco circular plano de 28 pulgadas de diámetro, aproximadamente. Calcule el arrastre que ocasiona el parabrisas cuando el carro viaja a 60 mph en aire tranquilo a 40 °F.

17.23E Suponga que la curva 2 de la figura 17.4 es la representación verdadera del rendimiento de una pelota de golf con diámetro de 1.25 pulgadas. Si el número de Reynolds es de 1.5×10^5, calcule la fuerza de arrastre sobre la pelota de golf y compárela con la fuerza de arrastre sobre una esfera lisa del mismo diámetro, cuyo coeficiente de arrastre conforma la curva 1. El aire está a 40 °F.

17.24E En un viscosímetro de bola que cae, una esfera de acero con diámetro de 1.2 pulgadas cae a través de un líquido espeso y viaja 18 pulgadas en 20.40 s, a velocidad constante. Calcule la viscosidad del líquido. Éste tiene una

FIGURA 17.15 Problema 17.16.



(e) Dibujo de la torreta montada sobre el automóvil

gravedad específica de 1.18. Observe que el diagrama de cuerpo libre de la esfera debe incluir su peso, que actúa hacia abajo, y las fuerzas de flotación y arrastre, que actúan hacia arriba. El acero tiene una gravedad específica de 7.83. Consulte también el capítulo 2.

17.25E Calcule la potencia que se requiere para vencer el arrastre sobre un camión, cuyo coeficiente de arrastre es de 0.75, cuando se mueve a 65 mph en aire apacible a 40 °F. La sección transversal máxima del camión es un rectángulo de 8 pies de ancho y 12 pies de alto.

17.26E Una embarcación pequeña y rápida tiene una relación de resistencia específica de 0.06 (consulte la tabla 17.2) y desplaza 125 toneladas largas. Calcule la resistencia total de la embarcación y la potencia que se requiere para vencer el arrastre, cuando se desplaza a 50 pies/s en agua de mar a 77 °F.

17.27E Un crucero de pasajeros desplaza 8700 toneladas largas. Calcule la resistencia total de la nave, y la potencia que se necesita para que venza el arrastre, cuando avanza a 30 pies/s en agua de mar a 77 °F.

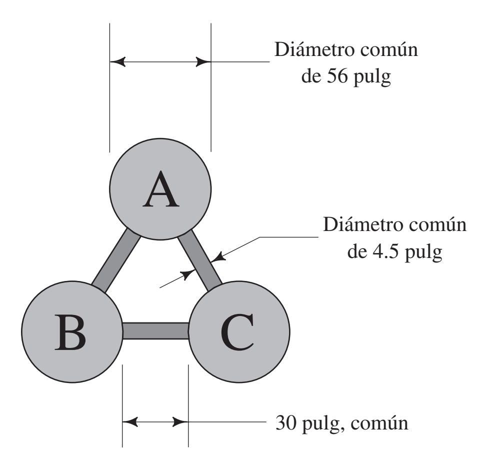


FIGURA 17.16 Problema 17.18.

17.28M *Suponga que la figura 17.10 muestra el rendimiento del alerón del carro de carreras de la figura 17.14. Observe que se halla montado en posición invertida, de modo que la sustentación empuja hacia abajo para ayudar a impedir los patinazos. Calcule la fuerza hacia abajo que el alerón ejerce sobre el automóvil, así como el arrastre, cuando el ángulo de ataque se fija en 15° y la velocidad es de 25 m/s. La longitud de la cuerda es de 780 mm y la extensión es de 1460 mm.*

17.29M *Calcule el arrastre total sobre un aeroplano que tiene una longitud de cuerda de 2 m y extensión de 10 m. El aeroplano vuela a 3000 m a velocidades de (a) 600 km/h y (b) 150 km/h. Utilice la figura 17.10 para obtener el* C_D *y* $\alpha = 15°$.

17.30M *Para el aeroplano con las características de rendimiento que se muestra en la figura 17.10, determine la sustentación y el arrastre con un ángulo de ataque de 10°. El aeroplano tiene una longitud de cuerda de 1.4 m y extensión de 6.8 m. Desarrolle el cálculo para una velocidad de 200 km/h en la atmósfera estándar a, (a) 200 m y (b) 10 000 m.*

17.31M *Repita el problema 17.30, si el ángulo de ataque es el punto de desplome, 19.6°.*

17.32M *¿Para el aeroplano del problema 17.30, qué carga podría elevarse del piso con una velocidad de despegue de 125 km/h, cuando el ángulo de ataque es de 15°? El aire se encuentra a 30 °C y con presión atmosférica estándar.*

17.33M *Determine el área de las alas para que un avión de 1350 kg vuele a 125 km/h, si el aeroplano utiliza un ángulo de ataque de 2.5°. El aeroplano tiene las características que aparecen en la figura 17.10. La altitud de crucero es de 5000 m con atmósfera estándar.*

18 Ventiladores, sopladores, compresores y el flujo de los gases

18.1 Panorama

Mapa de aprendizaje

- Los ventiladores, sopladores y compresores se utilizan para incrementar la presión y provocar flujo de aire y otros gases en ductos y sistemas de tubería.
- La compresibilidad de los gases requiere métodos especiales de análisis del rendimiento de tales dispositivos.
- Usted debe familiarizarse con las formas recomendadas para evaluar el rendimiento de los sistemas que conducen un flujo de gas.

Descubrimientos

- ¿Dónde se encuentran los ventiladores, sopladores o compresores que utiliza en su hogar?
- Revise su automóvil en busca de estos dispositivos.
- Localice instalaciones de este tipo en tiendas, oficinas y supermercados.
- Si puede acceder a una fábrica, busque los lugares donde se utilice aire en movimiento o a presión.

En este capítulo describiremos algunos de los tipos más comunes de ventiladores, sopladores y compresores. También estudiaremos las técnicas de diseño y análisis de clases selectas de sistemas de flujo de gases.

Conceptos introductorios

Los ventiladores, sopladores y compresores se utilizan para incrementar la presión y provocar un flujo de aire y otros gases en un sistema de flujo de gases. Su función es similar a la de las bombas en un sistema de flujo de líquidos como el que vimos en el capítulo 13. Algunos de los principios que ya desarrollamos para el flujo de líquidos y la aplicación de bombas, también se aplican al flujo de gases. Sin embargo, la compresibilidad de los gases ocasiona algunas diferencias importantes.

Como habrá observado, en muchos hogares se usan ventiladores y sopladores; un ejemplo obvio son los ventiladores que se utilizan para hacer circular el aire cuando hace tanto calor que resulta incómodo. El ventilador impulsa aire del ambiente en la habitación, lo acelera con la acción de sus aspas y lo envía a una velocidad mayor. El aire que se mueve tiende a crear un efecto de enfriamiento.

¿Qué otros ejemplos recuerda? Compare su lista con la que sigue:

- ¿Su casa tiene un sistema que fuerza el aire para su acondicionamiento y calefacción? Si es posible revise ese sistema y vea qué es lo que hace que el flujo de aire circule por los ductos. Quizá se parezca a alguno de los que se muestran más adelante, en las figuras 18.2 y 18.3. El aire se impulsa desde un ducto en el centro de las aspas del rotor. La rotación de éste da energía al aire, lo lanza a lo largo de la carcasa en espiral y lo entrega con presión y velocidad mayores al ducto de descarga.
- En un acondicionador de aire, busque fuera de la casa la unidad de condensación. Un ventilador grande mueve el aire del ambiente y lo fuerza por los serpentines de condensación para retirar el calor de éstos; después, se condensa el refrigerante en los serpentines y pasa por el evaporador del sistema. El ventilador del evaporador lleva a cabo la importante función de mejorar el efecto de enfriamiento del aire.
- Muchos aparatos domésticos incluyen algún ventilador o soplador: la secadora para el pelo, el secador de ropa, la computadora, la mayoría de los refrigeradores (tanto dentro del gabinete como en el compartimiento de la máquina), la aspiradora, y los taladros y sierras eléctricos.

- ¿Cuántos ventiladores encontró en su automóvil? El ventilador que enfría el motor se encuentra bajo el cofre, donde mueve el aire para retirar el calor del refrigerante a través del radiador y por convección directa del motor en sí. El sistema de calefacción y aire acondicionado del coche utiliza un soplador en forma similar al de la estufa, acondicionador de aire y refrigerador en los hogares.
- Las tiendas, oficinas y supermercados también deben usar sistemas de calefacción y unidades de acondicionamiento de aire para brindar un ambiente agradable a las personas que ocupan dichos espacios. Debido a que las demandas totales de calefacción, enfriamiento y ventilación son mucho mayores, los sopladores para manejar aire también son bastante más grandes.
- Ahora considere una fábrica. Además de los sistemas de calefacción, ventilación y aire acondicionado (HVAC), se requiere aire a presión alta para operar muchos de los procesos de la planta. El aire comprimido se emplea para mover destornilladores, taladros, cilindros de aire (a los que también se llama actuadores neumáticos lineales) y otros equipos neumáticos. Es común que las grandes plantas utilicen compresores centrales para tener un suministro estable de aire a aproximadamente 100 psi (690 kPa) en toda la fábrica. Las oficinas de trabajo individuales pueden conectarse al sistema según lo necesiten. Quizá el compresor central se parezca al de la figura 18.5.

Profesionales con años de experiencia han desarrollado técnicas especiales para diseñar sistemas de flujo para conducción de gases, como el aire. El análisis detallado de los fenómenos involucrados requiere el dominio de la termodinámica. Como estos conocimientos no son necesarios por ahora, en este capítulo presentamos algunos de esos métodos sin demasiada profundidad. Por supuesto, describimos los términos o conceptos nuevos que se requiere para entender los métodos.

18.2 OBJETIVOS

Al terminar este capítulo podrá:

1. Describir las características generales de los ventiladores, sopladores y compresores.
2. Describir los ventiladores de hélice, de ducto y centrífugos.
3. Describir sopladores y compresores tipo centrífugo, axial, paletas-axial, reciprocante, lóbulo, paleta y tornillo.
4. Especificar tamaños apropiados para tubos que conducen vapor, aire y otros gases a presiones elevadas.
5. Calcular el flujo volumétrico del aire y otros gases a través de boquillas.

18.3 FLUJOS VOLUMÉTRICOS Y PRESIONES DE LOS GASES

Cuando se trabaja en el Sistema Inglés de unidades, lo más frecuente es que el flujo volumétrico de aire u otros gases se exprese en pie^3/min, abreviado pcm. Es común que se reporte las velocidades en pies/min. Aunque éstas no son las unidades estándar del Sistema Inglés, son convenientes para el rango de flujos que es común encontrar en aplicaciones residenciales, comerciales e industriales.

En el SI, las unidades utilizadas con mayor frecuencia para el flujo volumétrico y la velocidad son m^3/s y el m/s, respectivamente. Para sistemas que conducen flujos volumétricos relativamente bajos, a veces se emplea la unidad de L/s. Las siguientes conversiones son convenientes:

$$1.0 \text{ pie}^3/\text{s} = 60 \text{ pies}^3/\text{min} = 60 \text{ pcm}$$
$$1.0 \text{ m}^3/\text{s} = 2120 \text{ pie}^3/\text{min} = 2120 \text{ pcm}$$
$$1.0 \text{ pie/s} = 60 \text{ pies/min}$$
$$1.0 \text{ m/s} = 3.28 \text{ pies/s}$$
$$1.0 \text{ m/s} = 197 \text{ pies/min}$$

En el Sistema Inglés se miden las presiones relativamente elevadas en libras sobre pulgadas cuadradas (lb/pulg^2, y se abrevia psi). Sin embargo, en la mayoría de sistemas que manejan aire, las presiones son pequeñas y se miden en *pulgadas de agua*

manométricas (pulg H_2O). Esta unidad se deriva de la práctica de emplear un tubo de pitot o manómetro de agua para medir la presión en los ductos, como se ilustra en las figuras 15.17 y 15.18. La presión equivalente se obtiene a partir de la relación presión-elevación, $\Delta p = \gamma h$. Si se utiliza $\gamma = 62.4$ lb/pie^3 para el agua, una presión de 1.00 pulg H_2O es equivalente a

$$\Delta p = \gamma h = \frac{62.4 \text{ lb}}{\text{pie}^3} \cdot 1.00 \text{ pulg} \cdot \frac{1 \text{ pie}^3}{1728 \text{ pulg}^3} = 0.0361 \text{ lb/pulg}^2$$

Dicho de otro modo, 1.0 psi = 27.7 pulg H_2O. En muchos sistemas de flujo de aire se involucran presiones de sólo unas cuantas pulgadas de agua o incluso fracciones de pulgada.

La unidad estándar del SI, pascales (Pa), es muy pequeña y se utiliza directamente cuando se diseña un sistema en unidades del SI. También se emplean los bares, mm H_2O y mm Hg. A continuación se muestran algunos factores de conversión útiles:

$$
\begin{aligned}
1.0 \text{ bar} &= 100 \text{ kPa} \\
1.0 \text{ psi} &= 6895 \text{ Pa} \\
1.0 \text{ pulg } H_2O &= 248.8 \text{ Pa} \\
1.0 \text{ mm } H_2O &= 9.81 \text{ Pa} \\
1.0 \text{ mm Hg} &= 132.8 \text{ Pa}
\end{aligned}
$$

18.4 CLASIFICACIÓN DE LOS VENTILADORES, SOPLADORES Y COMPRESORES

Se utilizan todos los ventiladores, sopladores y compresores para incrementar la presión y mover el aire y otros gases. Las diferencias principales entre ellos son su construcción física y las presiones para las que están diseñados. Un *ventilador* está diseñado para que opere a presiones estáticas pequeñas, de hasta 2.0 psi (13.8 kPa). Las presiones comunes de operación de los ventiladores van de 0 a 6 pulg H_2O (0.00 a 0.217 psi, o 0.00 a 1500 Pa). Para presiones que van de 2.0 psi hasta 10.0 psi (69.0 kPa), aproximadamente, al impulsor de gas se le denomina *soplador*. Para desarrollar presiones más elevadas, incluso de varios miles de psi, se emplean *compresores*. (Consulte la referencia 6.)

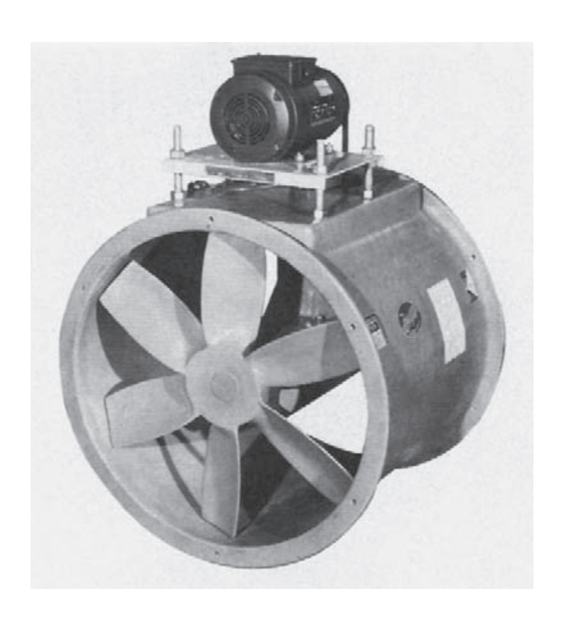
Se utilizan ventiladores para hacer circular el aire dentro de un espacio, para introducirlo o evacuarlo, o para moverlo a través de los ductos de sistemas de ventilación, calefacción o aire acondicionado. Los tipos de ventiladores incluyen ventiladores de aspas, de ductos y centrífugos. Consulte los sitios 3 a 6 de Internet.

Los *ventiladores de hélice* operan a una presión estática cercana a cero, y están compuestos de dos a seis aspas con aspecto de hélice de avión. Así, llevan aire de un lado y lo descargan en otro, en una dirección aproximadamente axial. Este tipo de ventilador es popular, porque hace que el aire circule en espacios habitacionales o de trabajo, y aumenta el confort. Cuando se monta en las ventanas u otras aberturas de las paredes de un edificio, envía aire fresco del exterior del edificio hacia dentro, o expulsan el aire del interior. También se les encuentra en el techo o en azoteas.

Hay ventiladores de hélice desde tamaños pequeños (de unas cuantas pulgadas de diámetro, que envían pocos cientos de pcm) hasta de 60 pulgadas o más de diámetro (que mueven más de 50 000 pcm a presión estática de cero). Es común que las velocidades de operación varíen de 600 a 1725 rpm. Estos ventiladores son impulsados por motores eléctricos, ya sea en forma directa o por medio de bandas.

Los *ventiladores de ducto* tienen una construcción similar a los de hélice, excepto que en aquellos el ventilador se encuentra dentro de un ducto cilíndrico, como se observa en la figura 18.1. El ducto puede ser parte de un sistema de conducción más grande que introduzca o extraiga el aire de un área alejada. Los ventiladores de ducto operan contra presiones estáticas de hasta 1.50 pulg H_2O (375 Pa). Su tamaño varía, desde muy pequeños (mueven unos cuantos cientos de pcm), hasta de 36 pulgadas (mueven más de 20 000 pcm).

FIGURA 18.1 Ventilador de ducto. (Fuente: Hartzell Fan, Inc., Piqua, OH.)



En las figuras 18.2 y 18.3 se muestran dos ejemplos de *ventiladores centrífugos* o *sopladores centrífugos*, así como sus rotores. El aire ingresa por el centro del rotor, también llamado *impulsor*, y las aspas giratorias lo lanzan hacia fuera, lo que agrega energía cinética. El gas a alta velocidad es reunido por la voluta que rodea al rotor, donde la energía cinética se convierte en una presión de gas aumentada para que se envíe a través del sistema de ductos para su uso final.

Es común que la construcción del rotor tenga uno de los cuatro diseños básicos, como se aprecia en la figura 18.4. Con frecuencia, la *aspa inclinada hacia atrás* está elaborada con aspas planas sencillas. Cuando el rotor gira, el aire tiende a salir paralelo al aspa y a lo largo del vector, denotado como v_b en dicha figura. Sin embargo, éste se suma en forma vectorial a la velocidad tangencial de la hoja en sí, v_t, lo que da la velocidad resultante, indicada como v_R. Las *aspas curvas hacia delante* producen una mayor velocidad, debido a que las dos componentes de los vectores están más cerca en la misma dirección. Por esta razón, un rotor con aspas curvadas hacia delante funcionará a velocidad

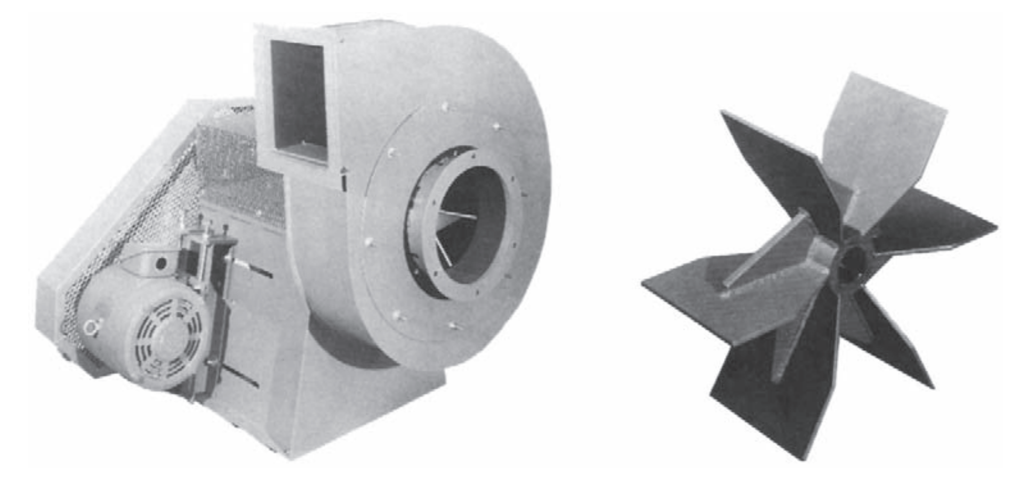


FIGURA 18.2 Soplador centrífugo con las aspas del rotor rectas radiales. (Fuente: Hartzel Fan, Inc., Piqua, OH.)

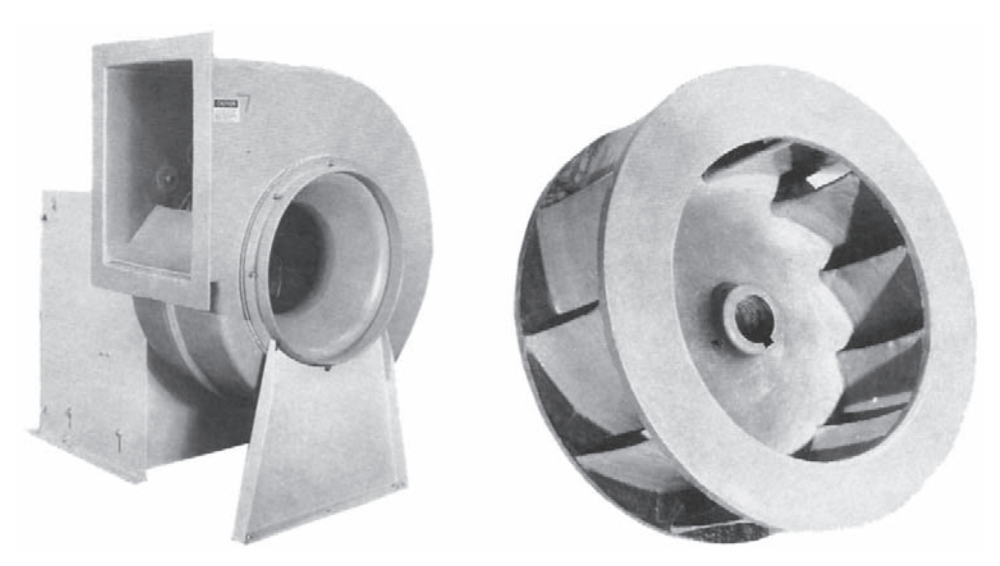
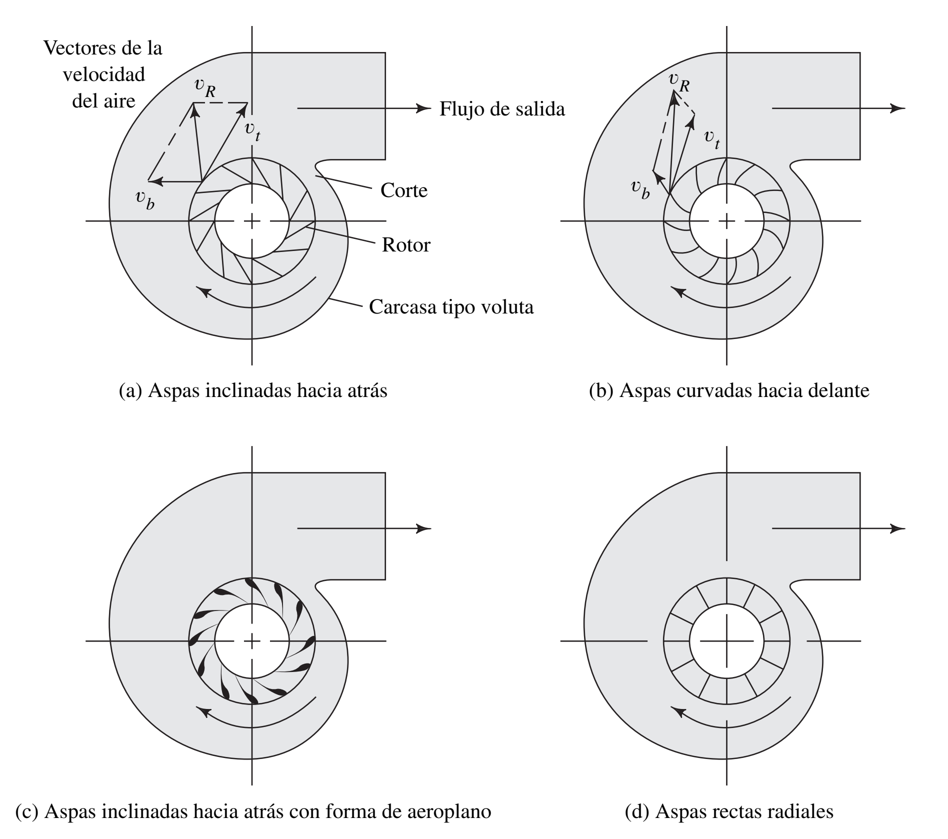


FIGURA 18.3 Soplador centrífugo con las haspas del rotor inclinadas hacia atrás. (Fuente: Hartzell Fan, Inc., Piqua, OH.)

FIGURA 18.4 Cuatro tipos de rotores de ventiladores centrífugos.



más baja que otro similar con las aspas inclinadas hacia atrás, para el mismo flujo de aire y presión. Sin embargo, el ventilador con aspas hacia atrás por lo común requiere menor potencia para dar el mismo servicio (consulte la referencia 11). Los *ventiladores con aspas en forma de aeroplano inclinadas hacia atrás* operan con menos ruido y mayor eficiencia que los ventiladores de aspas planas e inclinadas hacia atrás. Todos estos ventiladores se emplean para sistemas de ventilación y para ciertos usos en procesos industriales. Los ventiladores con *aspas radiales* tienen muchas aplicaciones en la industria, porque suministran grandes volúmenes de aire a presiones moderadas para calderas, torres de enfriamiento, secadores de material y transporte de materiales a granel.

Los *compresores centrífugos* emplean impulsores similares a los de las bombas centrífugas (vea las figuras 13.10 y 13.11). Sin embargo, la geometría específica se adapta al manejo de gases en vez de líquidos. La figura 18.5 muestra un compresor centrífugo grande y de una etapa. Cuando un compresor de un solo rotor no puede desarrollar presión lo suficientemente alta, se emplea un compresor de etapas múltiples, como el que se aprecia en la figura 18.6. Se utilizan compresores centrífugos para flujos de entre 500 a 100 000 pcm (0.24 a 47 m^3/s), a presiones tan elevadas como 8000 psi (55 MPa). Consulte los sitios 2, 9 y 10 de Internet.

En la figura 18.7 se presenta un *compresor axial* de etapas múltiples. Sólo se ilustra la mitad inferior de la carcasa, el rotor de etapas múltiples y el ensamblaje del eje. El gas se envía hacia el extremo grande, lo mueve en forma axial y comprime una serie de rotores de aspas, y se descarga desde el extremo chico. Los compresores axiales se emplean para distribuir tasas de flujo grandes, de 8000 a 1.0 millón de pcm, aproximadamente, (3.8 a 470 m^3/s), con una presión de descarga de hasta 100 psi (690 kPa).

Los *sopladores de aspas axiales* son similares a los ventiladores de ducto descritos, con la excepción de que en aquellos es común que los sopladores tengan aspas con forma de aeroplano, e incluyan paletas dentro de la carcasa para reencauzar el flujo en forma axial dentro del ducto siguiente. Esto da como resultado una capacidad de presión estática mayor para el soplador, y reduce los remolinos del aire.

Los *sopladores de desplazamiento positivo y los compresores* tienen varios diseños:

- Reciprocantes —de acción única o doble.
- Rotatorios —lóbulo, paleta o tornillo.

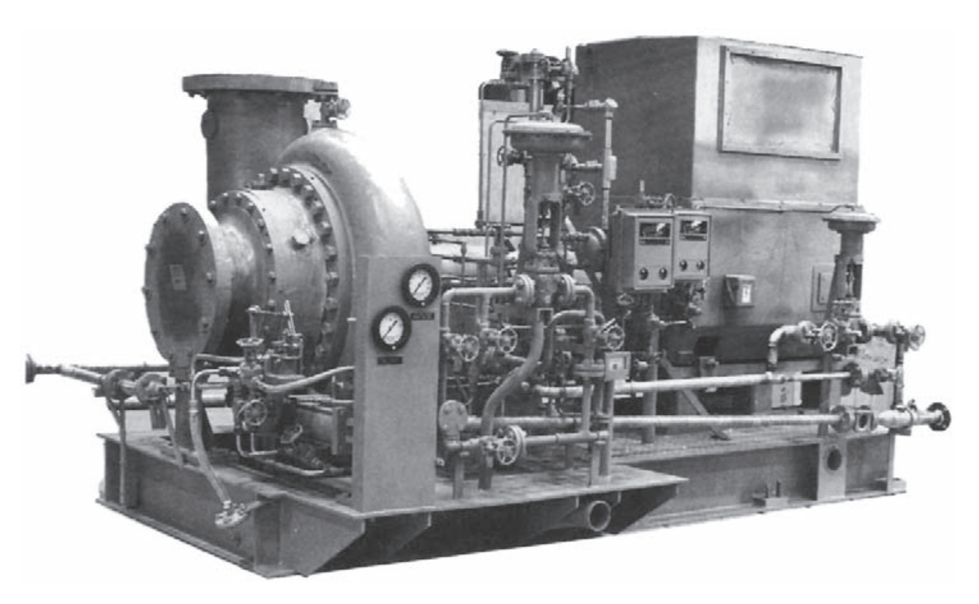


FIGURA 18.5 Compresor centrífugo de una etapa. (Fuente: Dresser-Rand, Turbo Products Division, Olean, NY.)

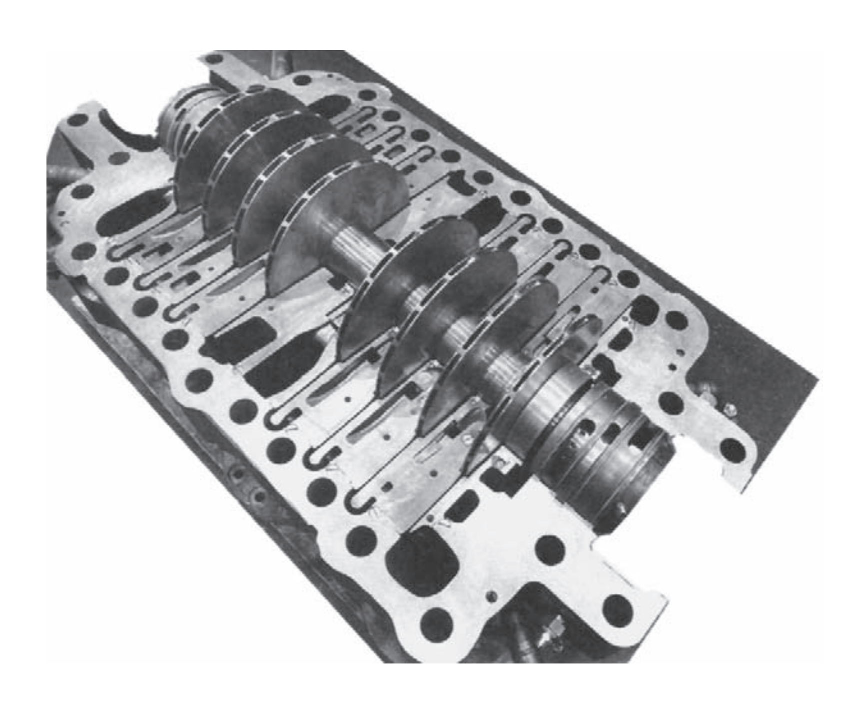


FIGURA 18.6 Cubierta inferior de un compresor centrífugo de etapas múltiples con separación horizontal y el rotor instalado. (Fuente: Dresser-Rand, Turbo Products Division, Olean, NY.)

La constitución de un compresor reciprocante es similar a la de un motor. Un cigüeñal que gira y una biela mueven al pistón. Éste se desplaza en forma recíproca con su cilindro, y toma gas a presión baja conforme se aleja de la cabeza del cilindro, para luego comprimirlo dentro de éste en su movimiento hacia la cabeza. Cuando la presión del gas alcanza el nivel que se desea, las válvulas de descarga se abren para enviar el gas comprimido al sistema de tubería. La figura 13.5 muestra el arreglo de pistones, tanto de acción única como de acción doble. En tiendas pequeñas y estaciones de servicio se encuentran versiones pequeñas de estos compresores. Sin embargo, para usuarios indus-

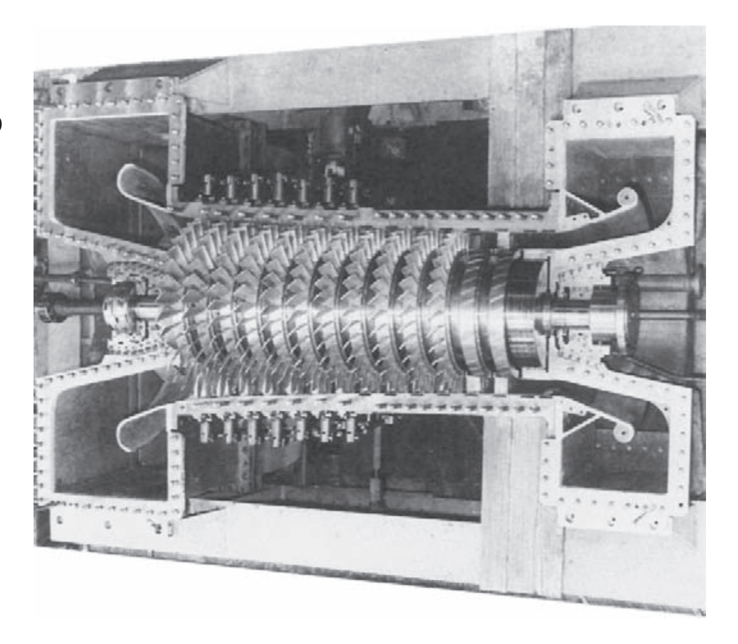


FIGURA 18.7 Cubierta inferior de un compresor axial con el rotor instalado. (Fuente: Dresser-Rand, Turbo Products Division, Olean, NY.)

triales, llegan a ser muy grandes, pues llevan hasta 10 000 pcm (4.7 m^3/s) a presiones de hasta 60 000 psi (413 MPa). Consulte los sitios 2, 8 y 10 de Internet.

Los compresores de lóbulo y aspa tienen apariencia similar a las bombas de las figuras 13.1 y 13.4. Los diseños tipo lóbulo desarrollan 15 psi (100 kPa), aproximadamente, y también son conocidos como sopladores. Los compresores tipo aspa son capaces de desarrollar varios cientos de psi, y se utilizan con frecuencia en sistemas de potencia de fluidos.

Se emplean los *compresores de tornillo* en aplicaciones industriales y de la construcción, donde se requiere aire comprimido hasta a 500 psi (3.4 MPa), con flujos de 20 000 pcm (9.4 m^3/s). En el diseño de tornillo único se captura aire entre las cuerdas adyacentes que giran dentro de una carcasa muy ajustada. La progresión axial de las cuerdas conduce el aire hacia la salida. En ciertos diseños, la separación de las cuerdas disminuye a lo largo del tornillo, lo que provee compresión dentro de la carcasa y también movimiento contra la resistencia del sistema. Es posible usar dos o más tornillos en una malla fina. Observe la figura 13.2 y visite los sitios 7, 8 y 10 de Internet.

18.5 FLUJO DE AIRE COMPRIMIDO Y OTROS GASES EN TUBOS

Muchas industrias utilizan aire comprimido en sistemas de fluidos de potencia para mover equipo de producción, dispositivos de manejo de materiales y maquinaria automática. La presión común de operación de dichos sistemas está en el rango de 60 a 125 psig (414 a 862 kPa, manométrica). El rendimiento y la productividad del equipo disminuyen, si la presión cae por debajo de la presión de diseño establecida. Por tanto, debe ponerse mucha atención a las pérdidas de presión entre el compresor y el punto de empleo. Debe efectuarse un análisis detallado del sistema de tubería, con los métodos que estudiamos en los capítulos 6 a 12, modificados para tomar en cuenta la compresibilidad del aire.

Cuando en alguna parte del sistema de flujo ocurren cambios grandes de la presión o de la temperatura del aire comprimido, deben tomarse en cuenta las modificaciones correspondientes del peso específico del aire. Sin embargo, si el cambio de la presión es menos de 10% de la presión de entrada, las variaciones en el peso específico tendrán un efecto despreciable. Si la caída de presión está entre 10 y 40% de la presión de entrada, se utiliza el promedio del peso específico para las condiciones de entrada y salida, con el fin de obtener resultados con exactitud razonable. (Consulte la referencia 7.) Si el cambio que se pronostica para la presión es superior a 40%, debe repetirse el diseño del sistema, o bien consultar otras referencias.

18.5.1 Peso específico del aire

La figura 18.8 muestra la variación del peso específico del aire como función de los cambios en la presión y en la temperatura. Observe la magnitud grande de los cambios, en particular como cambios de presión. El peso específico para cualesquiera condiciones de presión y temperatura se calcula a partir de las *ley de los gases ideales* de la termodinámica, que establece que

LEY DE LOS GASES IDEALES

$$\frac{p}{\gamma T} = \text{constante} = R \qquad (18\text{–}1)$$

donde

p = Presión absoluta del gas
γ = Peso específico del gas
T = Temperatura absoluta del gas, es decir, sobre el cero absoluto
R = Constante del gas en consideración

De la ecuación (18-1) se despeja el peso específico:

$$\gamma = \frac{p}{RT} \qquad (18\text{–}2)$$

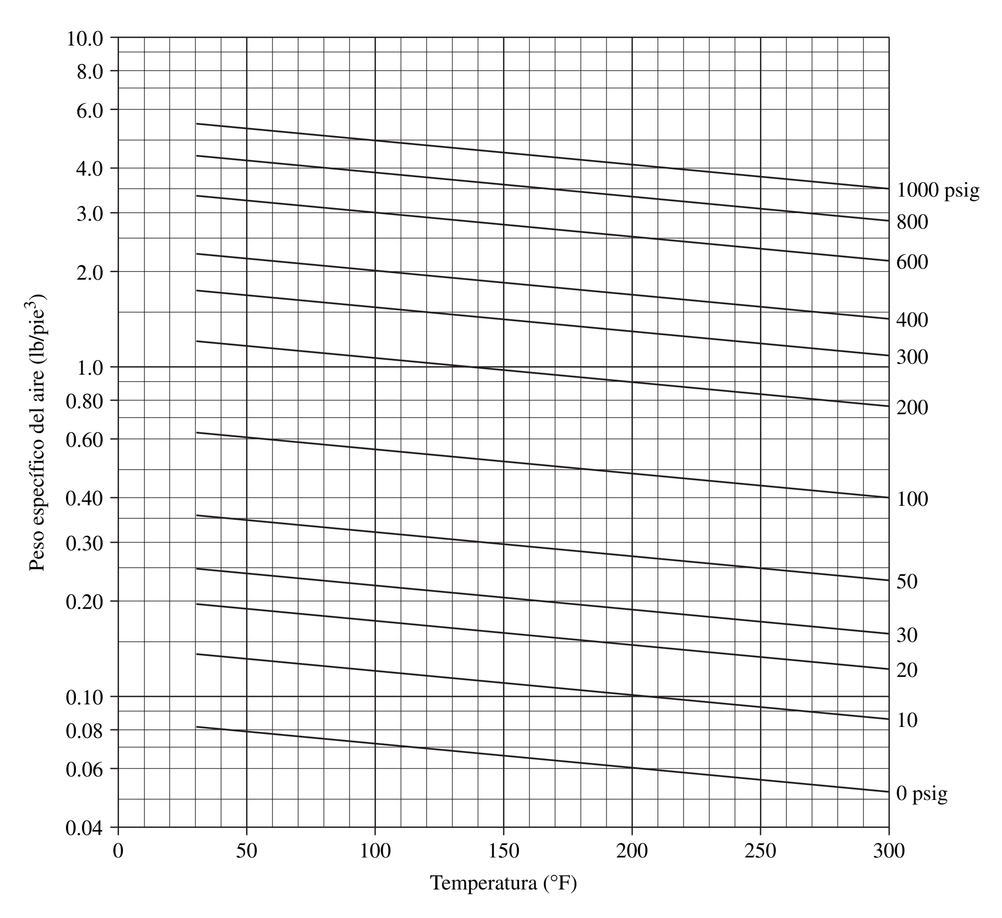


FIGURA 18.8 Peso específico del aire versus presión y temperatura.

La temperatura absoluta se encuentra con la suma de una constante a la temperatura medida. En unidades del Sistema Inglés,

$$T = (t\,°\mathrm{F} + 460)\,°\mathrm{R}$$

donde °R son los grados Rankine, unidad estándar para la temperatura absoluta, medida con respecto del cero absoluto. En unidades del SI,

$$T = (t\,°\mathrm{C} + 273)\,\mathrm{K}$$

donde K (kelvin) es la unidad estándar del SI para temperatura absoluta.

Como se dijo en la sección 3.3 [ecuación (3-2)], la presión absoluta se encuentra sumando la presión atmosférica prevaleciente a la presión manométrica. Se utiliza p_{atm} = 14.7 psia, en el Sistema Inglés, y p_{atm} = 101.3 kPa absoluta, en unidades del SI, a menos que se conozca la presión atmosférica local verdadera.

El valor de la constante de los gases, R, para el aire es 53.3 pie·lb/lb·°R, en unidades del Sistema Inglés. La unidad de la R en el numerador es de energía, en pies libra (pie·lb), por lo que la unidad libra (lb) indica *fuerza*. La unidad correspondiente del SI para la energía es el newton metro (N·m), donde

$$1.0\ \text{pie·lb} = 1.356\ \text{N·m}$$

Las unidades de libras de la R en el denominador corresponden al peso del aire, que también es una fuerza. Para convertir la unidad °R del Sistema Inglés a su similar K en el SI, se emplea 1.0 K = 1.8 °R. Con estas conversiones se demuestra que el valor de R en el SI es de 29.2 N·m/N·K. En el apéndice N se muestran los valores de R para otros gases.

Con la elección de expresar los valores de la constante del gas, R, en términos del peso, se facilita el cálculo del *peso específico* γ, como se ilustra en el problema modelo 18.1. Más adelante se utilizará γ en el cálculo del *flujo en peso* de un gas a través de una boquilla. Observe que el empleo de las relaciones resultantes basadas en el peso, debe limitarse a las aplicaciones cerca de la superficie de la tierra, donde el valor de la aceleración de la gravedad g es casi constante.

En otros análisis, particularmente aquellos en el campo de la termodinámica, se define R en términos de la *masa* en lugar del peso. En ambientes aerospaciales, en los que la g y el peso llegan a tener un valor de cero, también debe emplearse la masa.

☐ **PROBLEMA MODELO 18.1** Calcule el peso específico del aire a 100 psig y 80 °F.

Solución Con la ecuación (18-2) encontramos

$$p = p_{\text{atm}} + p_{\text{gage}} = 14.7\ \text{psia} + 100\ \text{psig} = 114.7\ \text{psia}$$
$$T = t + 460 = 80\ °\text{F} + 460 = 540\ °\text{R}$$

Entonces,

$$\gamma = \frac{p}{RT} = \frac{114.7\ \text{lb}}{\text{pulg}^2} \cdot \frac{\text{lb}\cdot°\text{R}}{53.3\ \text{pies}\cdot\text{lb}} \cdot \frac{1}{540\ °\text{R}} \cdot \frac{144\ \text{pulg}^2}{\text{pie}^2}$$

$$\gamma = 0.574\ \text{lb/pie}^3$$

Observe que en estos cálculos siempre se usarán las cantidades de 53.3 y 144 para el aire. Entonces, es posible obtener una ecuación especial en cuanto a unidades para el peso específico del aire, así:

$$\gamma = 2.70\,p/T \tag{18–3}$$

Esto da el γ en forma directa para el aire, en libras sobre pie cúbico (lb/pie^3), cuando la presión se expresa en psia y la temperatura absoluta en °R.

☐ **PROBLEMA MODELO 18.2** Calcule el peso específico del aire a 750 kPa manométricos y 30 °C.

Solución Con la ecuación (18-2) obtenemos

$$p = p_{\text{atm}} + p_{\text{man}} = 101.3\ \text{kPa} + 750\ \text{kPa} = 851.3\ \text{kPa}$$
$$T = t + 273 = 30\ °\text{C} + 273 = 303\ \text{K}$$

Entonces,

$$\gamma = \frac{p}{\text{RT}} = \frac{851.3 \times 10^3\ \text{N}}{\text{m}^2} \cdot \frac{\text{N}\cdot\text{K}}{29.2\ \text{N}\cdot\text{m}} \cdot \frac{1}{303\ \text{K}} = 96.2\ \text{N/m}^3$$

■

18.5.2 Flujos volumétricos para líneas de aire comprimido

Se dan las especificaciones de los equipos que utilizan aire comprimido y de los compresores que lo distribuyen, en términos de *aire libre*, conocido también como *entrega de aire libre* (f.a.d., por sus siglas en inglés). Esto indica la cantidad de aire que se entrega por unidad de tiempo, suponiendo que el aire se encuentra a la presión atmosférica estándar (14.7 psia o 101.3 kPa absolutos) y a la temperatura estándar de 60 °F o 15 °C

(temperaturas absolutas de 520 °R o 288 K). Para determinar el flujo volumétrico en otras condiciones, se emplea la siguiente ecuación:

$$Q_a = Q_s \cdot \frac{p_{atm-s}}{p_{atm} + p_a} \cdot \frac{T_a}{T_s} \tag{18–4}$$

donde

Q_a = Flujo volumétrico en condiciones reales
Q_s = Flujo volumétrico en condiciones estándar
Q_{atm-s} = Presión atmosférica absoluta estándar
Q_{atm} = Presión atmosférica absoluta real
p_a = Presión real manométrica
T_a = Temperatura absoluta real
T_s = Temperatura absoluta estándar = 520 °R o 288 K

Con estos valores y los de la atmósfera estándar, la ecuación (18-4) se escribe como sigue. En unidades del Sistema Inglés:

$$Q_a = Q_s \cdot \frac{14.7 \text{ psia}}{p_{atm} + p_a} \cdot \frac{(t + 460)°\text{R}}{520 \text{ °R}} \tag{18–4a}$$

En unidades del SI:

$$Q_a = Q_s \cdot \frac{101.3 \text{kPa}}{p_{atm} + p_a} \cdot \frac{(t + 273) \text{ K}}{288 \text{ K}} \tag{18–4b}$$

☐ **PROBLEMA MODELO 18.3** Un compresor de aire tiene una especificación de 500 pcm de aire libre. Calcule el flujo volumétrico en una tubería donde la presión es de 100 psig y la temperatura de 80 °F.

Solución Con la ecuación (18-4a) y suponiendo que la presión atmosférica local es de 14.7 psia, obtenemos

$$Q_a = 500 \text{ pcm} \cdot \frac{14.7 \text{ psia}}{14.7 + 100} \cdot \frac{(80 + 460)}{520} = 66.5 \text{ pcm}$$

■

18.5.3 Selección del tamaño de tubería

En las plantas industriales, al especificar un tamaño de tubería apropiada para conducir aire comprimido, debemos considerar muchos factores. Veamos algunos, y los parámetros que intervienen:

- *Caída de presión* Debido a que las pérdidas de presión son proporcionales al cuadrado de la velocidad de flujo, es deseable utilizar una tubería tan grande como sea factible, con el fin de garantizar que haya presión adecuada en todos los puntos útiles del sistema.
- *Requerimientos de potencia del compresor* La potencia que se requiere para impulsar el compresor se incrementa conforme aumenta la caída de presión. Por tanto, es deseable usar tuberías grandes para minimizar ésta.
- *Costo de la tubería* Las tuberías grandes cuestan más que las pequeñas, lo que hace a éstas preferibles.
- *Costo del compresor* En general, un compresor diseñado para operar a presión más elevada es más caro, por lo que es preferible emplear tuberías grandes que minimicen la caída de presión.

- *Costo de instalación* Las tuberías chicas son más fáciles de manejar, pero esto por lo general no es un factor importante.
- *Espacio que se requiere* Las tuberías pequeñas necesitan menos espacio e interfieren poco con otros equipos u operaciones.
- *Expansión futura* Es deseable contar con tuberías grandes, con el fin de permitir en el futuro la instalación de más equipo que aproveche el aire.
- *Ruido* Cuando el aire fluye a alta velocidad a través de tuberías, válvulas y acoplamientos, genera un nivel elevado de ruido. Es preferible que se empleen tubos grandes que permitan velocidades más bajas.

No existe un tamaño de tubería que sea claramente óptimo para todas las instalaciones, por lo que el diseñador debe evaluar el rendimiento conjunto de varios tamaños propuestos, antes de hacer la especificación final. Para auxiliar en el inicio del proceso, la tabla 18.1 presenta una lista de algunos tamaños sugeridos.

Igual que con los sistemas de tuberías que estudiamos anteriormente, es común que los sistemas de tuberías de aire comprimido contengan válvulas y acoplamientos para controlar la cantidad y dirección del flujo. Se toma en cuenta sus efectos por medio de la técnica de la longitud equivalente, descrita en la sección 10.10. En la tabla 10.4 se presenta una lista de los valores de la relación L_e/D.

La figura 18.9 muestra un esquema de distribución común de un sistema de tubería que da servicio a una operación industrial. Sus características básicas son las siguientes:

- El compresor toma aire del ambiente e incrementa su presión para entregarlo al sistema.
- El postenfriador acondiciona el aire.
- El aire comprimido pasa al receptor que tiene un volumen relativamente grande, para garantizar que se disponga de un suministro uniforme de aire para el sistema.
- Se instala una trampa antes del receptor para retirar la humedad.
- Se coloca tubería que da servicio a los sistemas de la fábrica, con un arreglo en forma de circuito.
- Se hacen las conexiones en el circuito, arriba de la tubería principal de éste, con el fin de inhibir el envío de humedad a las ramas y herramientas que se usan ahí.

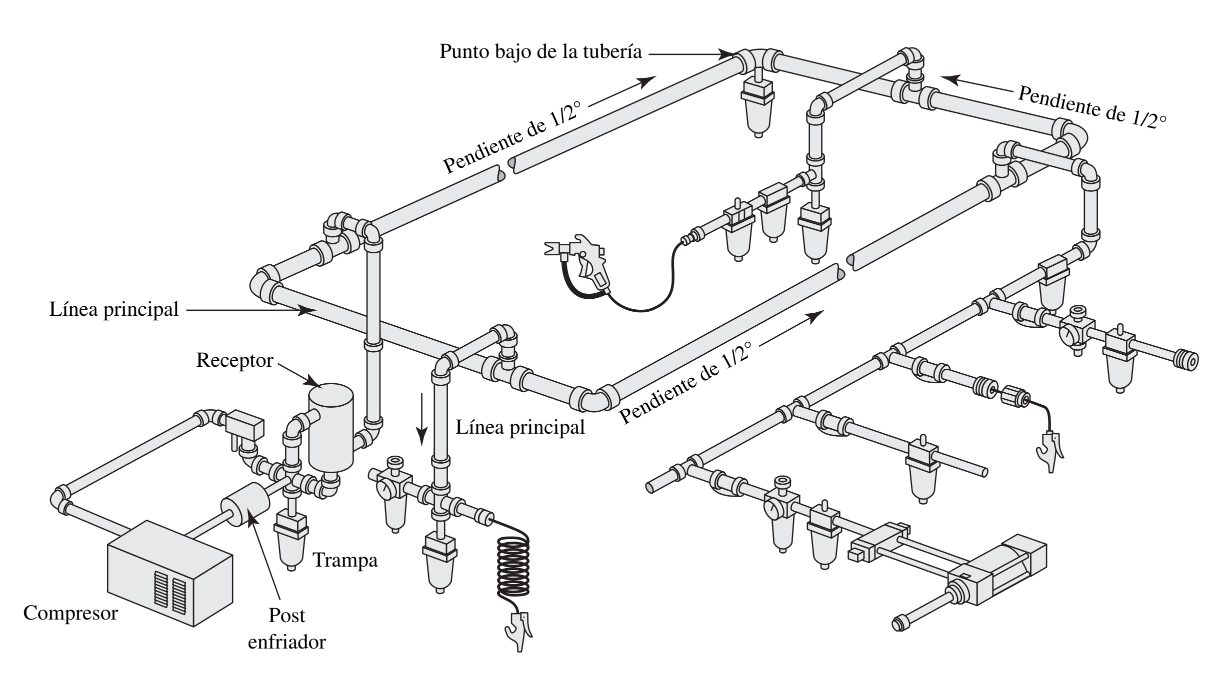


FIGURA 18.9 Distribución común de la tubería para un sistema industrial de aire comprimido.

- La tubería en el sistema del circuito desciende y se aleja del compresor, e incluye una o más trampas para retirar la humedad en puntos bajos del sistema.
- El tamaño de los ramales es apto para conducir sus flujos volumétricos dados, con la misma velocidad nominal que en el sistema del circuito.
- Se instalan reguladores de presión en los ramales, para permitir el ajuste de la presión para las herramientas de cada línea.

☐ PROBLEMA MODELO 18.4 Especifique un tamaño apropiado de tubería para entregar 500 pcm (aire libre) a 100 psig y 80 °F, hacia una máquina automática. La longitud total de tubería recta que se requiere entre el compresor y la máquina es de 140 pies. La línea también contiene dos válvulas de compuerta abiertas por completo, seis codos estándar y dos tes estándar, en donde el flujo pasa por el travesaño de la te. Después, analice la presión que se requiere en el compresor, para garantizar que la presión en la máquina no sea menor que 100 psig.

Solución Como elección tentativa, se consulta la tabla 18.1 y se especifica una tubería de acero de 1½ pulgada cédula 40 para que conduzca el aire. Después, en el apéndice F se encuentra $D = 0.1342$ pie y $A = 0.01414$ pie^2. Ahora, verificamos para determinar la caída real de la presión a través del sistema, y evaluar su aceptabilidad. El procedimiento de solución es similar al que se empleó en el capítulo 11. Se estudiarán las circunstancias especiales relacionadas con el aire.

Paso 1. Escriba la ecuación de la energía entre la salida del compresor y la entrada a la máquina:

$$\frac{p_1}{\gamma_1} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} - h_L = \frac{p_2}{\gamma_2} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

Observe que se identifican los términos del peso específico por medio de subíndices para los puntos de referencia. Debido a que el aire es compresible, podría haber un cambio significativo en el peso específico. Sin embargo, en este diseño la intención es tener un cambio

TABLA 18.1. Tamaños de tubería que se sugiere para sistemas de aire comprimido.

Flujo volumétrico máximo (pcm)		
Aire libre	**Aire comprimido (100 psig, 60 °F)**	**Tamaño de tubería (cédula 40)**
4	0.513	⅛
8	1.025	¼
20	2.563	⅜
35	4.486	½
80	10.25	¾
150	19.22	1
300	38.45	1¼
450	57.67	1½
900	115.3	2
1400	179.4	2½
2500	320.4	3
3500	448.6	3½
5000	640.8	4

Nota: Los tamaños presentados aquí son las tuberías de acero estándar cédula 40 más pequeñas, que conducirían un flujo volumétrico dado a la presión de 100 psig (690 kPa), con una caída de presión de no más de 5.0 psi (34.5 kPa) en 100 pies (30.5 m). Consulte el apéndice F para encontrar las dimensiones de las tuberías.

pequeño en la presión entre los puntos 1 y 2. Si esto se logra, el cambio en el peso específico se puede ignorar. Por tanto, se indica $\gamma_1 \approx \gamma_2$. Las condiciones en el punto 2 son similares a las presentadas en el problema modelo 18.1. Entonces, manejaremos $\gamma = 0.574$ lb/pie^3.

No se da información acerca de las elevaciones del compresor y la máquina. Debido a que el peso específico del aire y otros gases es muy pequeño, es permisible ignorar las diferencias de elevación cuando se trate con ese tipo de flujo, a menos que dichas diferencias sean muy grandes. Como se indicó en las secciones 3.4 y 3.5, el cambio de presión es directamente proporcional al peso específico del fluido y al cambio en la elevación. Con $\gamma = 0.574$ lb/pie^3, para el aire, en este problema, un cambio de 100 pies en la elevación (más o menos la altura de un edificio de 10 niveles) modificaría la presión sólo 0.40 psi.

La velocidad en los dos puntos de referencia será la misma, porque se usará el mismo tamaño de tubería entre ellos. Entonces, la carga de velocidad se cancela en la ecuación de la energía.

Paso 2. Despeje la presión en el compresor:

$$p_1 = p_2 + \gamma h_L$$

Paso 3. Evalúe la pérdida de energía h_L con la ecuación de Darcy, e incluya los efectos de las pérdidas menores:

$$h_L = f\left(\frac{L}{D}\right)\left(\frac{v^2}{2g}\right) + f_T\left(\frac{L_e}{D}\right)\left(\frac{v^2}{2g}\right)$$

El término L/D es la relación real de la longitud de tubería al diámetro del flujo:

$$\text{Tubería: } L/D = (140 \text{ pies}/0.1342 \text{ pie}) = 1043$$

En la tabla 10.4 se encuentran los valores equivalentes L_e/D para las válvulas y acoplamientos:

$$\begin{aligned} \text{2 válvulas:} \quad & L_e/D = 2(8) = 16 \\ \text{6 codos:} \quad & L_e/D = 6(30) = 180 \\ \text{2 tes:} \quad & L_e/D = 2(20) = 40 \\ \text{Total:} \quad & L_e/D = 236 \end{aligned}$$

La velocidad del flujo se calcula con la ecuación de continuidad. En el problema modelo 18.3 se determinó que el flujo volumétrico de 500 pcm de aire libre, en condiciones reales de 100 psig y 80 °F, es de 66.5 pcm. Entonces,

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{66.5 \text{ pies}^3}{\text{min}} \cdot \frac{1}{0.01414 \text{ pies}^2} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 78.4 \text{ pies/s}$$

La carga de velocidad es

$$\frac{v^2}{2g} = \frac{(78.4)^2 \text{ pie}^2/\text{s}^2}{2(32.2 \text{ pies/s}^2)} = 95.44 \text{ pies}$$

Para evaluar el factor de fricción f, se necesita la densidad y viscosidad del aire. Al conocerse el peso específico del aire es posible calcular la densidad con la ecuación

$$\rho = \frac{\gamma}{g} = \left(\frac{0.574 \text{ lb}}{\text{pie}^3}\right)\left(\frac{\text{s}^2}{32.2 \text{ pies}}\right) = \frac{0.0178 \text{ lb}\cdot\text{s}^2}{\text{pie}^4} = 0.0178 \text{ slug/pie}^3$$

La viscosidad dinámica de un gas no cambia mucho con los cambios de presión. Por ello, se manejan los datos del apéndice E, aun cuando correspondan a la presión atmosférica estándar. La viscosidad dinámica se encuentra por medio de $\eta = 3.85 \times 10^{-7}$ lb·s/pie^2.

Sería incorrecto manejar la viscosidad cinemática del aire, mencionada en el apéndice E, porque dicho valor incluye la densidad, que es muy diferente a 100 psig de lo que es a presión atmosférica.

Ahora se puede calcular el número de Reynolds:

$$N_R = \frac{vD\rho}{\eta} = \frac{(78.4)(0.1342)(0.0178)}{3.85 \times 10^{-7}} = 4.86 \times 10^5$$

La rugosidad relativa D/ϵ es

$$D/\epsilon = 0.1342/1.5 \times 10^{-4} = 895$$

Entonces, en el diagrama de Moody (figura 8.6), leemos $f = 0.021$. El valor de f_T que se usa para las válvulas y acoplamientos se encuentra en la tabla 10.5, y es 0.021 para la tubería de 1½ pulgadas cédula 40. Como éste es igual al factor de fricción para la tubería en sí, la relación L/D para la tubería se agrega al total L_e/D para las válvulas y acoplamientos:

$$(L_e/D)_{\text{total}} = 1043 + 236 = 1279$$

Ahora, se calcula la pérdida de energía:

$$h_L = f_T\left(\frac{L_e}{D}\right)_{\text{total}}\left(\frac{v^2}{2g}\right) = (0.021)(1279)(95.44) = 2563 \text{ pies}$$

Paso 4. Calcule la caída de presión en la tubería:

$$p_1 - p_2 = \gamma h_L = \frac{0.574 \text{ lb}}{\text{pie}^3} \cdot 2563 \text{ pies} \cdot \frac{1 \text{ pie}^2}{144 \text{ pulg}^2} = 10.22 \text{ psi}$$

Paso 5. Calcule la presión en el compresor:

$$p_1 = p_2 + 10.22 \text{ psi} = 100 \text{ psig} + 10.22 \text{ psi} = 110.2 \text{ psig}$$

Paso 6. Como el cambio en la presión es de menos de 10%, es correcto suponer que el peso específico del aire es constante. Si ocurriera una caída de presión mayor, habría que volver a diseñar el sistema con el uso de una tubería más grande, o ajustar el peso específico al promedio de aquellos, al principio y al final del sistema. Este diseño de sistema parece satisfactorio respecto a la caída de presión.

■

18.6 FLUJO DE AIRE Y OTROS GASES A TRAVÉS DE LAS BOQUILLAS

El diseño común de una boquilla implica una sección convergente a través de la cual pasa un fluido, de una región de presión mayor a otra de presión menor. La figura 18.10 muestra una boquilla instalada en el lado de un tanque relativamente grande, con flujo del tanque a la atmósfera. La boquilla mostrada converge con suavidad y en forma gradual, y termina en su sección más pequeña, conocida como *garganta*. Otros diseños de boquillas incluyen orificios abruptos, y aquellas que están conectadas a tubos más pequeños en la entrada requieren estudio especial, como se verá más adelante.

Enseguida estudiaremos algunos conceptos del campo de la termodinámica, así como algunas propiedades adicionales de los gases.

Cuando el flujo de un gas circula con mucha lentitud, el calor de las cercanías se transfiere hacia o desde el gas, con el fin de mantener su temperatura constante. Dicho flujo recibe el nombre de *isotérmico*. Sin embargo, cuando el flujo circula con rapidez o cuando el sistema está muy bien aislado, puede transferirse muy poco calor hacia o desde el gas. En condiciones ideales, *sin* transferencia de calor, el flujo se denomina

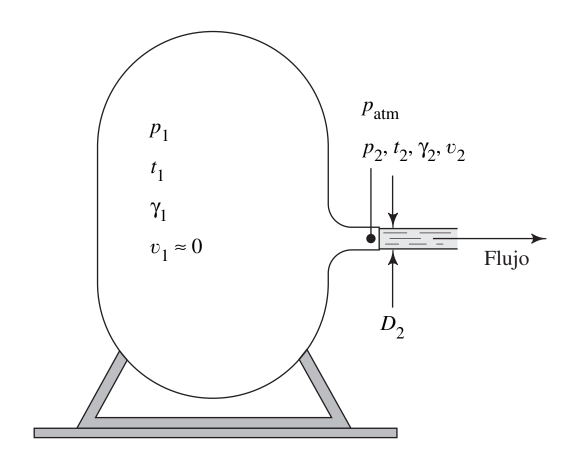


FIGURA 18.10 Descarga de un gas de un tanque a través de una boquilla lisa y convergente.

adiabático. Los sistemas reales, en cierta manera, tienen un comportamiento entre isotérmico y adiabático. No obstante, para un flujo rápido a través de una boquilla se supondrá que es adiabático.

18.6.1 Flujo por una boquilla para procesos adiabáticos

Para un proceso adiabático, la ecuación que describe la relación entre la presión absoluta y el peso específico del gas es

$$\frac{p}{\gamma^k} = \text{Constante} \tag{18–5}$$

El exponente k se denomina *exponente adiabático*, número adimensional, y su valor para el aire es 1.40. En el apéndice N hay valores de k para otros gases.

La ecuación (18-5) se utiliza para calcular la condición de un gas en el punto de interés, si se conoce la condición en algún otro punto, y si entre los dos puntos ocurre un proceso adiabático. Es decir,

$$\frac{p}{\gamma^k} = \text{Constante} = \frac{p_1}{\gamma_1^k} = \frac{p_2}{\gamma_2^k} \tag{18–6}$$

Expresado de otra forma,

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{\gamma_2}{\gamma_1}\right)^k \tag{18–7}$$

o bien

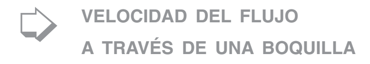
$$\frac{\gamma_2}{\gamma_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{1/k} \tag{18–8}$$

Aquí, p_2 está en la boquilla y p_1 en el tanque. La presión fuera de la boquilla es p_{atm}.

El flujo en peso del gas que sale del tanque a través de la boquilla de la figura 18.10, es

$$W = \gamma_2 v_2 A_2 \tag{18–9}$$

Empleamos los principios de la termodinámica para mostrar que la velocidad del flujo en la boquilla es


VELOCIDAD DEL FLUJO A TRAVÉS DE UNA BOQUILLA

$$v_2 = \left\{\left(\frac{2gp_1}{\gamma_1}\right)\left(\frac{k}{k-1}\right)\left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{(k-1)/k}\right]\right\}^{1/2} \tag{18–10}$$

Observe que en este caso las *presiones son absolutas*. Es posible combinar las ecuaciones (18-6) a (18-10) para producir otra que convenga para el flujo en peso desde el tanque, en términos de las condiciones del gas dentro de él y la relación de presión p_2/p_1:

$$W = A_2\sqrt{\frac{2gk}{k-1}(p_1\gamma_1)\left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{2/k} - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{(k+1)/k}\right]} \qquad \text{(18–11)}$$

Observe que una relación de presión *decreciente* p_2/p_1 en realidad indica una diferencia de presión *creciente* ($p_1 - p_2$) y, por tanto, se espera que la flujo en peso W se incremente con el descenso de la relación de presión. Esto se cumple para los valores mayores de la relación de presión. En estas condiciones, p_2 en la garganta es igual a p_{atm}.

Sin embargo, puede demostrarse que la tasa de flujo alcanza un máximo en la *relación de presión crítica*, que se define como

RELACIÓN DE PRESIÓN CRÍTICA

$$\left(\frac{p_2'}{p_1}\right)_c = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{k/(k-1)} \qquad \text{(18–12)}$$

Como el valor de la relación de presión crítica sólo es función del exponente adiabático k, para cualquier gas en particular es constante.

Cuando se alcanza la relación de presión crítica, la velocidad del flujo en la garganta de la boquilla es igual a la velocidad del sonido en el gas, en las condiciones que prevalezcan en él. *Esta velocidad de flujo permanece constante, sin importar cuánto disminuya la presión delante de la corriente*. La velocidad del sonido en el gas es

$$c = \sqrt{\frac{kgp'_2}{\gamma_2}} \qquad \text{(18–13)}$$

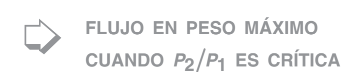
Otro nombre para c es *velocidad sónica*, que es la velocidad a la que una onda de sonido viajaría en el gas. Ésta es la velocidad máxima de flujo de un gas a través de una boquilla convergente.

La *velocidad supersónica*, mayor que la del sonido, se obtiene sólo con una boquilla que primero converja y luego diverja. En este libro no se presenta el análisis de una boquilla como ésa.

El nombre *número de Mach*, se da a la relación de la velocidad real de flujo a la velocidad sónica. Es decir,

$$N_M = v/c \qquad \text{(18–14)}$$

La ecuación (18-11) debe emplearse para calcular el flujo en peso del gas que sale de un tanque a través de una boquilla convergente para valores de $N_M < 1.0$, para los que la relación de presión p_{atm}/p_1 es mayor que la relación de presión crítica. Para $N_M = 1.0$, al sustituirse la relación de presión crítica de la ecuación (18-12) en la (18-11), se llega a



$$W_{\text{máx}} = A_2\sqrt{\left(\frac{2gk}{k+1}\right)(p_1\gamma_1)\left(\frac{2}{k+1}\right)^{2/(k-1)}} \qquad \text{(18–15)}$$

Esta ecuación debe emplearse cuando la relación de presión p_{atm}/p_1 es menor que la relación crítica.

La figura 18-11 muestra el comportamiento del flujo del gas a través de una boquilla, desde un tanque relativamente grande, de acuerdo con las ecuaciones (18-11) y (18-15). La gráfica en (a) es para el caso en que la presión en el tanque p_1 se mantiene constante, y la presión fuera de la boquilla p_{atm} decrece. Cuando $p_{\text{atm}} = p_1$, entonces $p_{\text{atm}}/p_1 = 1.00$, y es obvio que no existe flujo a través de la boquilla. Conforme p_{atm}

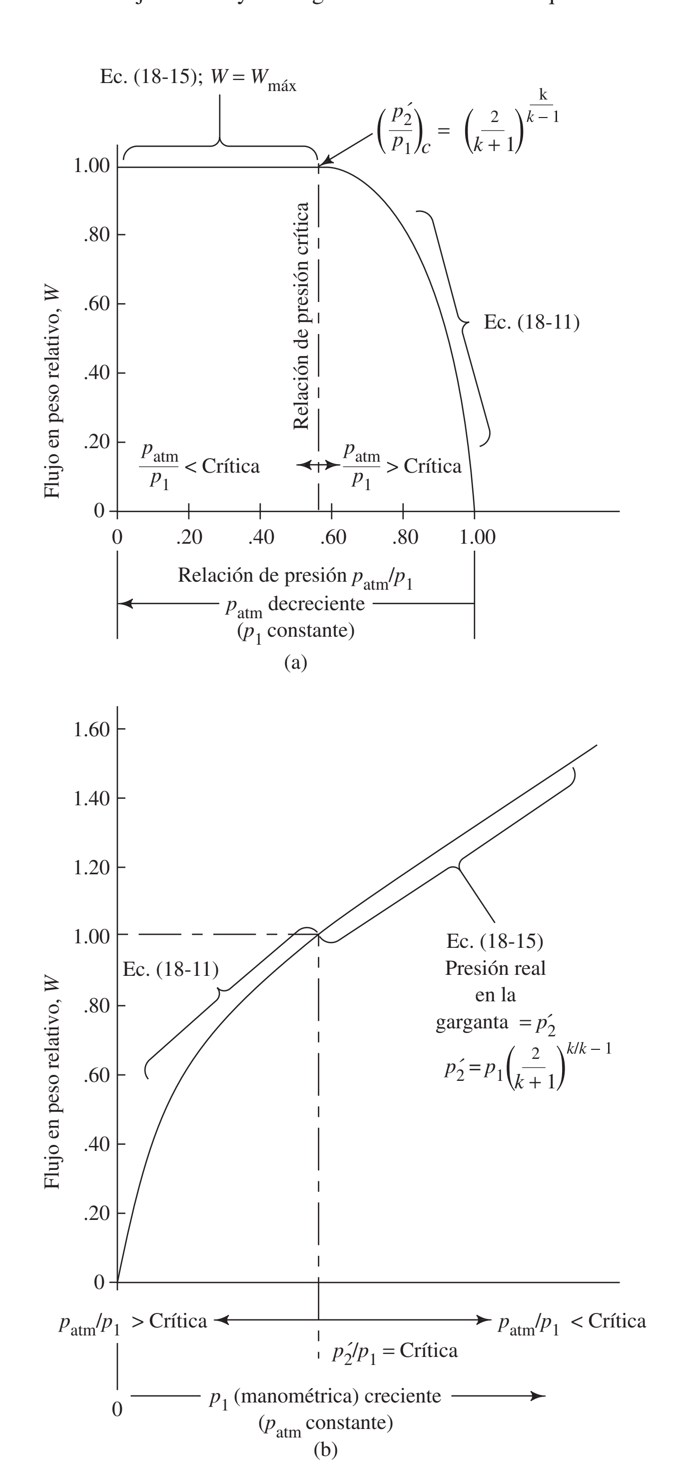


FIGURA 18.11 Flujo en peso de un gas a través de una boquilla.

decrece, la diferencia relativamente mayor en la presión ($p_1 - p_{atm}$) ocasiona un incremento en el flujo en peso, según se calcula con la ecuación (18-11). Sin embargo, cuando se llega a la relación de presión crítica ($(p'_2/p_1)c$), la velocidad en la garganta alcanza la velocidad sónica y la presión permanece en la presión crítica p'_2, según se calcula con la ecuación (18-12). Es decir,

PRESIÓN CRÍTICA, p'_2

$$p_2 = p'_2 = p_1\left(\frac{2}{k+1}\right)^{k/(k-1)} \quad (18\text{–}16)$$

Cualquiera que sea la disminución de la presión fuera de la boquilla, *no* aumentaría la tasa de flujo desde el tanque.

La figura 18.11(b) muestra una interpretación diferente de la variación del flujo en peso *versus* relación de presión. En este caso, la presión fuera de la boquilla p_{atm} se mantiene constante, mientras se incrementa la presión en el tanque p_1. Es obvio que cuando la presión manométrica en el tanque es igual a cero, no ocurre ningún flujo, porque no hay un diferencial de presión. Conforme p_1 se incrementa, la relación de presión p_{atm}/p_1 al principio es mayor que la relación de presión crítica, y se aplica la ecuación (18-11). Cuando la relación de presión crítica se alcanza o supera, la velocidad en la garganta será la velocidad sónica *para la condición del gas en la garganta*.

Sin embargo, Observe que para cualquier valor dado de p_1, la presión crítica en la garganta p'_2 está dada por la ecuación (18-16). No obstante, debido a que p_1 está en aumento, p'_2 también lo está. Más aún, como la relación de presión entre el tanque y la garganta está en el valor crítico, debe emplearse la ecuación (18-15) para calcular el flujo en peso a través de la boquilla. Ahora, el flujo en peso depende de p_1 y γ_1. También, observe que γ_1 es directamente proporcional a p_1, como se desprende de la ecuación (18-2). Entonces, después de que se alcanza la relación de presión crítica, el flujo en peso se incrementa en forma lineal, conforme aumenta la presión en el tanque.

Si la boquilla tuviera una reducción abrupta en lugar de la forma lisa apreciada en la figura 18.10, el flujo sería menor que el que pronostica la ecuación (18-11) o la (18-15). Debe aplicarse un coeficiente de descarga similar a los descritos en el capítulo 15 para medidores de venturi, boquillas de flujo y orificios medidores. Además, si la sección de corriente arriba es relativamente pequeña, como en un tubo, debe aplicarse cierta corrección para la velocidad de aproximación. (Vea la referencia 9.)

En resumen, se utiliza el procedimiento siguiente para calcular el flujo en peso de un gas a través de una boquilla del tipo de la figura 18.10, con el supuesto de que el flujo es adiabático. En la figura 18.12 se presenta el diagrama de flujo del proceso.

CÁLCULO DEL FLUJO ADIABÁTICO DE UN GAS A TRAVÉS DE UNA BOQUILLA

1. Calcular la relación de presión real entre la presión fuera de la boquilla y la del tanque, p_{atm}/p_1.

2. Calcular la relación de presión crítica por medio de la ecuación (18-12).

3a. Si la relación de presión real es mayor que la relación de presión crítica, se emplea la ecuación (18-11) para calcular el flujo en peso a través de la boquilla, con $p_2 = p_{atm}$. Si se desea, puede calcularse la velocidad de flujo con la ecuación (18-10).

3b. Si la relación de presión real es menor que la relación de presión crítica, se emplea la ecuación (18-15) para calcular el flujo en peso a través de la boquilla. También hay que reconocer que la velocidad de flujo en la garganta de la boquilla es igual a la velocidad sónica, calculada con la ecuación 18-13, y que la presión en la garganta es la que se denota con p'_2 en la ecuación (18-16). Entonces, el gas se expande a p_{atm} conforme sale de la boquilla.

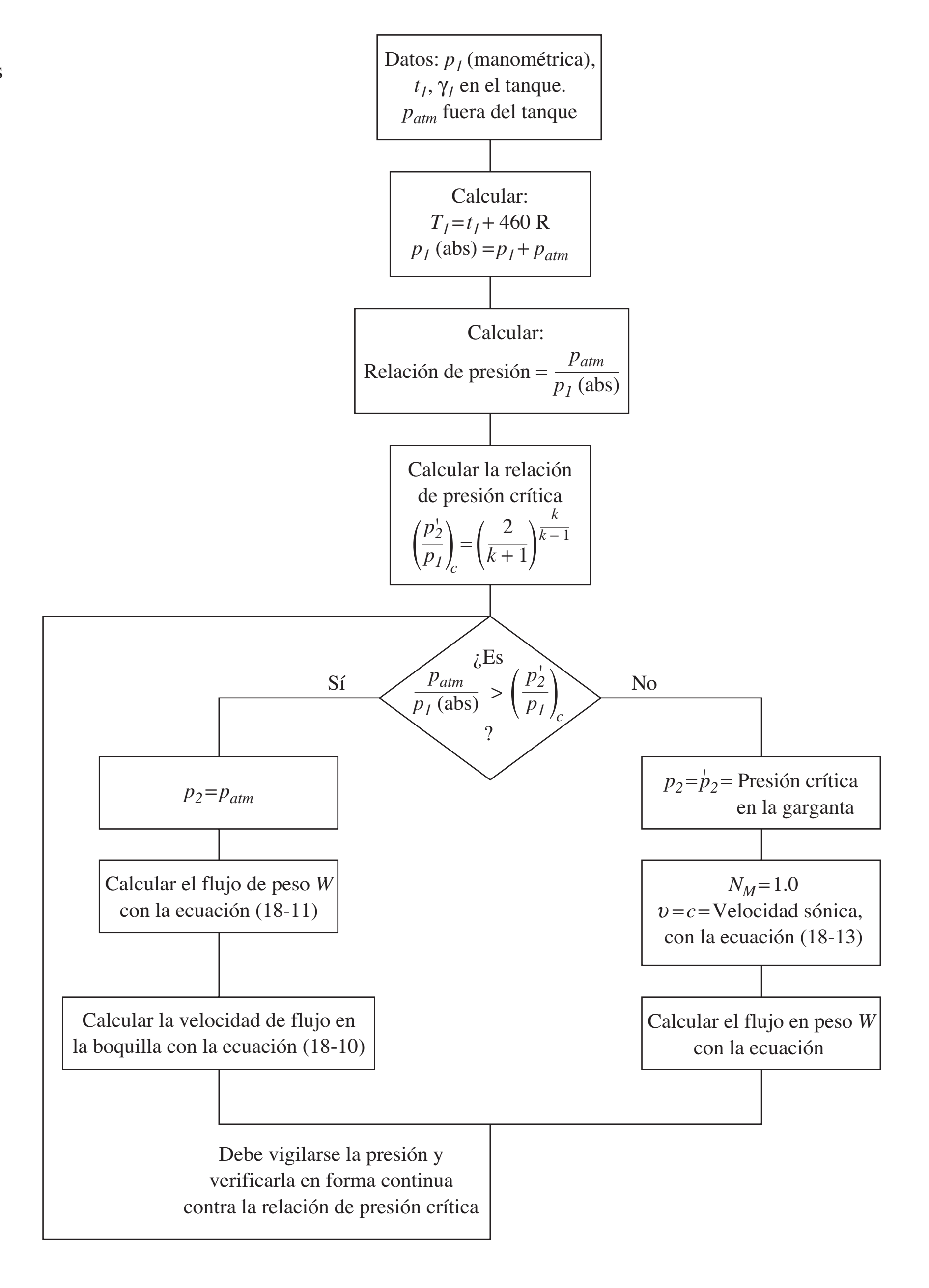


FIGURA 18.12 Diagrama de flujo para calcular el flujo en peso del gas que sale de una boquilla.

☐ **PROBLEMA MODELO 18.5** Para el tanque con la boquilla lateral de la figura 18.10, calcule el flujo en peso del aire que sale del tanque, bajo las condiciones siguientes:

$$p_1 = 10.0 \text{ psig} = \text{Presión en el tanque}$$

$$p_{atm} = 14.2 \text{ psia} = \text{Presión atmosférica fuera del tanque}$$

$$t_1 = 80\ ^\circ\text{F} = \text{Temperatura del aire en el tanque}$$

$$D_2 = 0.100 \text{ pulg} = \text{Diámetro de la boquilla en su salida}$$

Solución Utilice el procedimiento anterior.

1. Relación de presión real:

$$\frac{p_{atm}}{p_1} = \frac{14.2 \text{ psia}}{(10.0 + 14.2) \text{ psia}} = 0.587$$

2. Determine la relación de presión crítica, del apéndice N. Para el aire es de 0.528.

3a. Debido a que la relación real es mayor que la relación crítica, se emplea la ecuación (18-11) para el flujo en peso. Debe calcularse el área de la garganta de la boquilla, A_2:

$$A_2 = \pi(D_2)^2/4 = \pi(0.100 \text{ pulg})^2/4 = 0.00785 \text{ pulg}^2$$

Al convertir a pie^2, obtenemos

$$A_2 = 0.00785 \text{ pulg}^2 (1.0 \text{ pie}^2/144 \text{ pulg}^2) = 5.45 \times 10^{-5} \text{ pie}^2$$

La ecuación (18-3) se emplea para calcular γ_1:

$$\gamma_1 = \frac{2.70\, p_1}{T_1} = \frac{2.70(24.2 \text{ psia})}{(80 + 460)°\text{R}} = 0.121 \text{ lb/pie}^3$$

Es de ayuda convertir p_1 a las unidades de lb/pie^2:

$$p_1 = \frac{24.2 \text{ lb}}{\text{pulg}^2}\frac{144 \text{ pulg}^2}{\text{pie}^2} = 3485 \text{ lb/pie}^2$$

Entonces, con la ecuación (18-11) y unidades consistentes del Sistema Inglés, encontramos el resultado para W en lb/s. Bajo estas condiciones, $p_2 = p_{atm}$:

$$W = A_2\sqrt{\frac{2gk}{k-1}(p_1\gamma_1)\left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{2/k} - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{(k+1)/k}\right]} \qquad \textbf{(18–11)}$$

$$W = (5.45 \times 10^{-5})\sqrt{\frac{2(32.2)(1.4)(3485)(0.121)}{(1.4-1)}\left[(0.587)^{2/1.4} - (0.587)^{2.4/1.4}\right]}$$

$$W = 4.32 \times 10^{-3} \text{ lb/s}$$

☐ **PROBLEMA MODELO 18.6** Bajo las condiciones manejadas en el problema modelo 18.5, calcule la velocidad de flujo en la garganta de la boquilla y el número de Mach para el flujo.

Solución Debe utilizarse la ecuación (18-10) para calcular la velocidad en la garganta. Para unidades consistentes del Sistema Inglés, la velocidad estará en pies/s:

$$v_2 = \left\{\frac{2gp_1}{\gamma_1}\left(\frac{k}{k-1}\right)\left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{(k-1)/k}\right]\right\}^{1/2} \qquad \textbf{(18–10)}$$

$$v_2 = \left\{\left(\frac{2(32.2)(3485)}{0.121}\right)\left(\frac{1.40}{0.40}\right)\left[1 - (0.587)^{0.4/1.4}\right]\right\}^{1/2}$$

$$v_2 = 957 \text{ pies/s}$$

Para calcular el número de Mach, necesitamos obtener la velocidad del sonido en el aire bajo las condiciones que hay en la garganta; esto por medio de la ecuación (18-13):

$$c = \sqrt{\frac{kgp_2}{\gamma_2}} \qquad \textbf{(18–13)}$$

La presión $p_2 = p_{atm} = 14.2$ psia. Al convertir a lb/pie^2, obtenemos

$$p_2 = \left(\frac{14.2\text{ lb}}{\text{pulg}^2}\right)\left(\frac{144\text{ pulg}^2}{1.0\text{ pie}^2}\right) = 2045\text{ lb/pie}^2$$

El peso específico p_2 se calcula con la ecuación (18-8):

$$\frac{\gamma_2}{\gamma_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{1/k} \quad \textbf{(18–8)}$$

Se sabe que $\gamma_1 = 0.121$ lb/pie^3, así obtenemos

$$\gamma_2 = \gamma_1\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{1/k}$$

$$\gamma_2 = (0.121)(0.587)^{1/1.4} = 0.0827\text{ lb/pie}^3$$

Entonces, la velocidad del sonido es

$$c = \sqrt{\frac{kgp_2}{\gamma_2}} \quad \textbf{(18–13)}$$

$$c = \sqrt{\frac{(1.4)(32.2)(2045)}{0.0827}} = 1056\text{ pies/s}$$

Ahora se calcula el número de Mach:

$$N_M = \frac{v}{c} = \frac{957\text{ pies/s}}{1056\text{ pies/s}} = 0.906$$

☐ **PROBLEMA MODELO 18.7** Calcule el flujo en peso del aire que sale del tanque a través de la boquilla de la figura 18.10, si la presión en el tanque se eleva a 20.0 psig. Todas las demás condiciones son iguales a las del problema modelo 18.5.

Solución Utilice el procedimiento antes descrito.

1. Relación de presión real:

$$\frac{p_{atm}}{p_1} = \frac{14.2\text{ psia}}{(20.0 + 14.2)\text{ psia}} = 0.415$$

2. La relación de presión crítica nuevamente es 0.528 para el aire.

3b. Como la relación de presión real es menor que la relación de presión crítica, debe emplearse la ecuación (18-15):

$$W_{máx} = A_2\sqrt{\frac{2gk}{k+1}(p_1\gamma_1)\left(\frac{2}{k+1}\right)^{2/(k-1)}} \quad \textbf{(18–15)}$$

Se calcula γ_1 para $p_1 = 34.2$ psia, y obtenemos

$$\gamma_1 = \frac{270p_1}{T_1} = \frac{(2.70)(34.2\text{ psia})}{540\text{ °R}} = 0.171\text{ lb/pie}^3$$

Necesitamos la presión p_1 en lb/pie^2:

$$p_1 = \left(\frac{34.2\text{ lb}}{\text{pulg}^2}\right)\left(\frac{144\text{ pulg}^2}{\text{pie}^2}\right) = 4925\text{ lb/pie}^2$$

Entonces, el flujo en peso es

$$W_{\text{máx}} = (5.45 \times 10^{-5})\sqrt{\frac{2(32.2)(1.4)(4925)(0.171)}{2.4}\left(\frac{2}{2.4}\right)^{2/0.4}}$$

$$W_{\text{máx}} = 6.15 \times 10^{-3}\ \text{lb/s}$$

La velocidad del flujo de aire en la garganta será la velocidad del sonido bajo las condiciones ahí prevalecientes. Sin embargo, la presión en la garganta debe determinarse a partir de la relación de presión crítica, con la ecuación (18-12):

$$\left(\frac{p_2'}{p_1}\right)_c = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{k/(k-1)} = 0.528 \qquad \textbf{(18–12)}$$

$$p_2' = p_1(0.528) = (4925\ \text{lb/pie}^2)(0.528) = 2600\ \text{lb/pie}^2$$

Se sabe que $\gamma_1 = 0.171$ lb/pie^3, con lo que encontramos

$$\gamma_2 = \gamma_1\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{1/k}$$

$$\gamma_2 = (0.171)(0.528)^{1/1.4} = 0.1084\ \text{lb/pie}^3$$

Entonces, la velocidad del sonido, y también la velocidad en la garganta, es

$$c = \sqrt{\frac{kgp_2}{\gamma_2}} = \sqrt{\frac{(1.4)(32.2)(2600)}{0.1084}} = 1040\ \text{pies/s}$$

Por supuesto, el número de Mach en la garganta es 1.0. ■

REFERENCIAS

1. Air Movement and Control Association International. 2002. *Fan Application Manual Publication B200-3.* Arlington Heights, Illinois: Author.
2. American Society of Heating, Refrigerating, and Air Conditioning Engineering. 2004. *ASHRAE Handbook.* Atlanta, GA: Author.
3. American Society of Mechanical Engineers. 2003. *Glossary of Terms Used in the Measurement of Fluid Flow in Pipes.* Standard ANSI/ASME MFC-1M. Nueva York: Author.
4. American Society of Mechanical Engineers. 1996. *Process Fan and Compressor Selection.* Nueva York: Author.
5. Bleier, Frank P. 1997. *Fan Handbook.* Nueva York: McGraw-Hill.
6. Chopey, Nicholas P., ed., and the staff of *Chemical Engineering*. 1994. *Fluid Movers: Pumps, Compressors, Fans and Blowers.* 2a. ed., Nueva York: McGraw-Hill.
7. Crane Co. 2002. *Flow of Fluids Through Valves, Fittings, and Pipe* (Technical Paper 410). Signal Hill, CA: Author.
8. Hayes, W. H. 2003. *Industrial Exhaust Hood and Fan Piping*. Wexford, Ireland: Wexford College Press.
9. Idelchik, I. E. E., N. A. Decker y M. Steinberg. 1991. *Fluid Dynamics of Industrial Equipment.* Nueva York: Taylor & Francis.
10. Idelchik, I. E., and M. O. Steinberg. 1994. *Handbook of Hydraulic Resistance.* Boca Raton, FL: CRC Press.
11. The Trane Company. 1996. *Trane Air Conditioning Manual.* La Crosse, WI: Author.

SITIOS DE INTERNET

1. Hartzell Fan, Inc. *www.hartzellfan.com* Fabricante de ventiladores para servicio de ventilación comercial e industrial, suministro y evacuación de aire para procesos, equipo de calefacción y aplicaciones originales de equipo.
2. Dresser-Rand *www.dresser-rand.com* Fabricante de compresores centrífugos y reciprocantes, turbinas de vapor, turbinas de gas y productos relacionados para las industrias del petróleo y gas, química y petroquímica.

3. Lau Industries *www.lau-ind.com* Fabricante de componentes para mover aire y sistemas de ventiladores para las industrias de la calefacción, ventilación, acondicionamiento de aire y refrigeración.
4. Continental Fan Manufacturing, Inc. *www.continentalfan.com* Fabricante de ventiladores en línea, sopladores e impulsores motorizados para los mercados habitacional, comercial e industrial. Inclusive ventiladores de ducto, de evacuación, humidificadores y controles.
5. New York Blower Company *www.nyb.com* Fabricante de muchos tipos y tamaños de equipo para mover aire en aplicaciones industriales y comerciales. Incluye ventiladores centrífugos, axiales, de manejo de materiales y de techo, así como productos para la calefacción.
6. Chicago Blower Corporation *www.chiblo.com* Fabricante de ventiladores y sopladores para aplicaciones industriales y comerciales grandes, como el manejo de aire, evacuación de humos, HVAC, bandas transportadoras neumáticas, secado y suministro de aire para la combustión en calderas e incineradores. Incluye ventiladores centrífugos y axiales, así como sopladores de alta presión.
7. Sullivan-Palatek *www.sullivanpalatek.com* Fabricante de compresores de aire impulsados con motor eléctrico y combustión interna de tornillo giratorio, para aplicaciones estacionarias y móviles.
8. Quincy Compressor *www.quincycompressor.com* Fabricante de compresores reciprocantes y de tornillo rotatorio, bombas de vacío, y equipos y controles relacionados.
9. Elliott Company *www.elliott-turbo.com* Fabricante de turbinas de vapor, compresores centrífugos de aire y gas, unidades de recuperación de energía, sistemas generadores y de cogeneración.
10. Gardner Denver *www.gardnerdenver.com* Fabricante de tornillo giratorio, compresores de aire reciprocantes y centrífugos y sistemas de tratamiento de aire.
11. Air Movement and Control Association International *www.amca.org* Asociación industrial de fabricantes de equipo de sistemas de aire para los mercados industrial, comercial y residencial.

PROBLEMAS

Unidades y factores de conversión

18.1E Una tubería de un sistema de aire comprimido conduce 2650 pcm. Calcule el flujo volumétrico en pie^3/s.

18.2E En un sistema de calefacción un ducto transporta 8320 pcm. Calcule el flujo volumétrico en pie^3/s.

18.3C En un sistema de aire comprimido un tubo conduce 2650 pcm. Calcule el flujo volumétrico en m^3/s.

18.4C Por un ducto de un sistema de calefacción circulan 8320 pcm. Calcule el flujo volumétrico en m^3/s.

18.5C La velocidad de flujo en un ducto de ventilación es de 1140 pies/min. Calcule la velocidad en m/s.

18.6C La velocidad de flujo en un ducto de un sistema de acondicionamiento de aire es de 5.62 m/s. Calcule la velocidad en pies/s.

18.7E La medida de la presión estática en un ducto de calefacción es de 4.38 pulg H_2O. Exprese esta presión en psi.

18.8C La especificación para un ventilador es que distribuya 4760 pcm de aire a una presión estática de 0.75 pulg H_2O. Exprese el flujo volumétrico en m^3/s y la presión en Pa.

18.9C La presión estática en un tubo de gas es de 925 Pa. Exprésela en pulg H_2O.

18.10C Exprese la presión de 925 Pa en psi.

Ventiladores, sopladores y compresores

18.11 Describa un ventilador centrífugo con aspas inclinadas hacia atrás.

18.12 Describa un ventilador centrífugo con aspas curvadas hacia delante.

18.13 Describa un ventilador de ducto.

18.14 Describa un soplador de aspas axiales y compárelo con un ventilador de ducto.

18.15 Mencione cuatro tipos de compresores de desplazamiento positivo.

18.16 Mencione un tipo de compresor que se utilice con frecuencia en sistemas de potencia de fluidos neumáticos.

Peso específico del aire

18.17E Calcule el peso específico del aire a 80 psig y 75 °F.

18.18E Calcule el peso específico del aire a 25 psig y 105 °F.

18.19E Calcule el peso específico del gas natural a 4.50 pulg H_2O y 55 °F.

18.20E Calcule el peso específico del nitrógeno a 32 psig y 120 °F.

18.21M *Calcule el peso específico del aire a 1260 Pa(manométrica) y 25 °C.*

18.22E Calcule el peso específico del propano a 12.6 psig y 85 °F.

Flujo de aire comprimido en tuberías

18.23E Un compresor de aire entrega 820 pcm de aire libre. Calcule el flujo volumétrico del aire en una tubería donde la presión es de 80 psig y la temperatura de 75 °F.

18.24E Un compresor de aire entrega 2880 pcm de aire libre. Calcule el flujo volumétrico del aire en una tubería donde la presión es de 65 psig y la temperatura de 95 °F.

18.25E Especifique un tamaño de tubería de acero cédula 40 adecuada para conducir 750 pcm (entrega de aire libre) a 100 psig, con una caída de presión no mayor de 5.0 psi en 100 pies de tubería.

18.26E Especifique un tamaño de tubería de acero cédula 40 adecuada para conducir 165 pcm (entrega de aire libre) a 100 psig, con una caída de presión no mayor de 5.0 psi en 100 pies de tubo.

18.27E Especifique un tamaño de tubería de acero cédula 40 adecuada para conducir 800 pcm (aire libre) hacia la vasija de un reactor en una planta de procesamiento químico, donde la presión debe ser al menos de 100 psig a 70 °F. La longitud total de la tubería del compresor a la vasija del reactor es de 350 pies. La línea contiene ocho codos estándar, dos válvulas de compuerta abierta por completo y una válvula de verificación tipo giratorio. Después de concluir el diseño, determine la presión que se requiere en el compresor.

18.28E Para un proceso de ventilación, una planta de tratamiento de aguas residuales requiere 3000 pcm de aire comprimido. La presión debe ser de 80 psig y la temperatura de 120 °F. El compresor se localiza en un edificio de trabajo y se requieren 180 pies de tubería. La línea también contiene una válvula de mariposa abierta por completo, 12 codos, cuatro tes con el flujo directo y una válvula de verificación tipo bola. Especifique un tamaño apropiado de tubería de acero cédula 40 y determine la presión que se requiere en el compresor.

Flujo de gases a través de boquillas

18.29E Hay un flujo de aire desde un depósito, donde la presión es de 40.0 psig y la temperatura de 80 °F, hacia una tubería donde la presión es de 20.0 psig. El flujo es adiabático. Calcule el peso específico del aire en el almacenamiento y en la tubería.

18.30M *Hay un flujo de aire desde un depósito, donde la presión es de 275 kPa y la temperatura de 25 °C, hacia una tubería donde la presión es de 140 kPa. El flujo es adiabático. Calcule el peso específico del aire en el almacenamiento y en la tubería.*

18.31E Se expande refrigerante 12 en forma adiabática, de 35.0 psig a una temperatura de 60 °F, a 3.6 psig. Calcule el peso específico del refrigerante en ambas condiciones.

18.32E Se descarga oxígeno desde un tanque donde la presión es de 125 psig y la temperatura de 75 °F, a través de una boquilla cuyo diámetro es de 0.120 pulgadas. El oxígeno fluye hacia la atmósfera, donde la presión es de 14.40 psia. Calcule el flujo en peso del tanque y la velocidad de flujo a través de la boquilla.

18.33E Repita el problema 18.32, pero cambie la presión en el tanque a 7.50 psig.

18.34E Una llanta de carreras de alto rendimiento se carga con nitrógeno a 50 psig y 70 °F. ¿A qué tasa de flujo escaparía el nitrógeno a través de una válvula con diámetro de 0.062 pulgada, hacia la atmósfera a una presión de 14.60 psia?

18.35E Repita el problema 18.34, pero con presiones internas de 45 a 0 psig, en decrementos de 5.0 psig. Elabore una gráfica de el flujo en peso *versus* la presión interna en la llanta.

18.36E En la figura 18.13 se muestra un recipiente de dos compartimientos que están conectados por medio de una boquilla lisa y convergente. El compartimiento del lado izquierdo contiene gas propano, y se mantiene a 25.0 psig y 65 °F. El compartimiento del lado derecho comienza con una presión de 25.0 psig, y luego disminuye a 0.0 psig. La presión atmosférica local es de 14.28 psia. Calcule el flujo en peso del propano a través de la boquilla de 0.5 pulgadas, mientras la presión disminuye en decrementos de 5.0 psi. Elabore la gráfica de el flujo en peso versus la presión, en el compartimiento de la derecha.

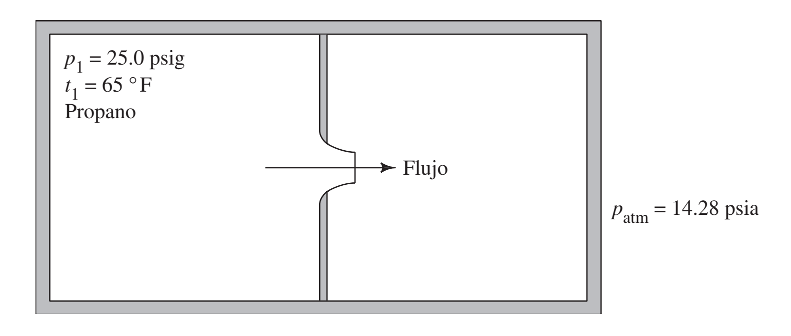


FIGURA 18.13 Recipiente para el problema 18.36.

18.37M *Fluye aire de un tanque grande a través de una boquilla lisa y convergente, hacia la atmósfera, donde la presión es de 98.5 kPa absolutos. La temperatura en el tanque es de 95 °C. Calcule la presión mínima que se requiere en el tanque para producir una velocidad sónica en la boquilla.*

18.38M *Bajo las condiciones del problema 18.37, calcule la magnitud de la velocidad sónica en la boquilla.*

18.39M *Bajo las condiciones del problema 18.37, calcule el flujo en peso del aire del tanque, si el diámetro de la boquilla es de 10.0 mm.*

18.40M *Un tanque de refrigerante 12 se encuentra a 150 kPa manométricos y 20 °C. ¿A qué tasa fluiría el refrigerante desde el tanque hacia la atmósfera, donde hay una presión de 100.0 kPa absolutos, a través de una boquilla lisa que tiene un diámetro de garganta de 8.0 mm?*

18.41M *Para el tanque descrito en el problema 18.40, calcule el flujo en peso a través de la boquilla, para presiones manométricas en el tanque de 125 kPa, 100 kPa, 75 kPa, 50 kPa y 25 kPa. Suponga que la temperatura en el tanque es de 20 °C, en todos los casos. Elabore la gráfica del flujo en peso versus la presión en el tanque.*

EJERCICIOS DE PROGRAMACIÓN DE COMPUTADORAS

1. Diseñe un programa o una hoja de cálculo para realizar los cálculos requeridos en las ecuaciones (18-2) y (18-3), para el peso específico de un gas y la corrección del de flujo volumétrico para presiones y temperaturas diferentes, a partir de las condiciones de aire libre estándar.
2. Diseñe un programa o una hoja de cálculo para el análisis del flujo de aire comprimido en un sistema de tuberías. El programa debe utilizar un procedimiento similar al del problema modelo 18.4. Observe que algunas de las características del programa son similares a las que utilizamos en capítulos anteriores para el flujo de líquidos en sistemas de tuberías.
3. Diseñe un programa o una hoja de cálculo para determinar la velocidad y el flujo en peso de un gas, de un tanque a través de una boquilla lisa y convergente. El programa debe utilizar las ecuaciones (18-6) a (18-16), que involucran la relación de presión crítica y velocidad sónica.
4. Utilice el programa o la hoja de cálculo del ejercicio 3 para resolver los problemas 18.32, 18.33, 18.35 y 18.41. Estos problemas requieren que se haga el análisis bajo diversas condiciones.

19 Flujo de aire en ductos

19.1 Panorama

Mapa de aprendizaje

- Los sistemas de ventilación, calefacción y aire acondicionado distribuyen aire a presión relativamente baja a través de ductos.
- Los ventiladores o sopladores se encargan de mover el aire, y por lo general se les considera dispositivos para grandes volúmenes y de presiones bajas.
- Se requiere conocer las presiones en el sistema de ductos, con el fin de acoplar en forma adecuada un ventilador a un sistema dado, y así garantizar el envío de la cantidad apropiada de aire, y balancear el flujo en las distintas partes del sistema.

Descubrimientos

- Obtener datos acerca de un sistema de aire forzado de calefacción, acondicionamiento o ventilación al que tenga acceso. Puede estar en el hogar, escuela, edificio comercial o planta industrial.
- Describir el sistema con tanto detalle como sea posible, incluyendo el tamaño y la forma de los ductos, la clase de ventilador utilizado, la ubicación del ventilador y la forma en que el aire se distribuye en el espacio acondicionado.

En este capítulo aprenderá algunos métodos básicos para analizar y diseñar ductos que conducen aire en los sistemas de calefacción, ventilación y aire acondicionado.

Conceptos introductorios

Al examinar un sistema de ductos deberá fijarse, entre otros aspectos, en los siguientes:

- ¿Dónde se localiza el ventilador o soplador principal que fuerza al aire a circular por el sistema? Describa su tamaño y configuración física, consulte las figuras 18.1 y 18.3 del capítulo 18 para ver algunos ejemplos. ¿Podrá encontrar las especificaciones del ventilador, tales como su velocidad, entrega (flujo volumétrico) y presión de diseño? La entrega se reporta en unidades como *pcm*, que es la abreviatura de *pies cúbicos por minuto*. La presión de diseño puede estar en psi, en pulgadas de agua o en alguna otra unidad.
- ¿Cómo llega el aire a la entrada del ventilador? ¿De dónde viene?
- ¿A dónde va el aire directamente desde la sección de descarga del ventilador? ¿Éste forma parte del quemador de una caldera, o de un calentador de un espacio? ¿Envía el aire a través de serpentines de enfriamiento de un sistema de aire acondicionado, o el flujo va en forma directa a los ductos de ventilación, sin que afecte su temperatura?
- Siga los ductos desde la salida del ventilador hasta cada uno de sus puntos de descarga. Intente conseguir las medidas del ducto. ¿Es redondo, cuadrado o rectangular? ¿En los ductos hay vueltas, reducciones o expansiones?
- ¿Hay dispositivos de control, como reguladores instalados en los ductos para permitir que se bloquee el flujo del aire en forma parcial? Esto permite al operador del sistema balancear el flujo, para garantizar que se distribuya una cantidad adecuada de aire acondicionado a cada punto de destino.
- Describa las rejillas o registros que controlan el envío del aire a cada destino. ¿Cuáles son sus dimensiones críticas?
- ¿Se tomaron provisiones sobre el regreso del aire de los espacios acondicionados al sistema del ventilador para facilitar la circulación del aire? Si es así ¿cómo se logra?

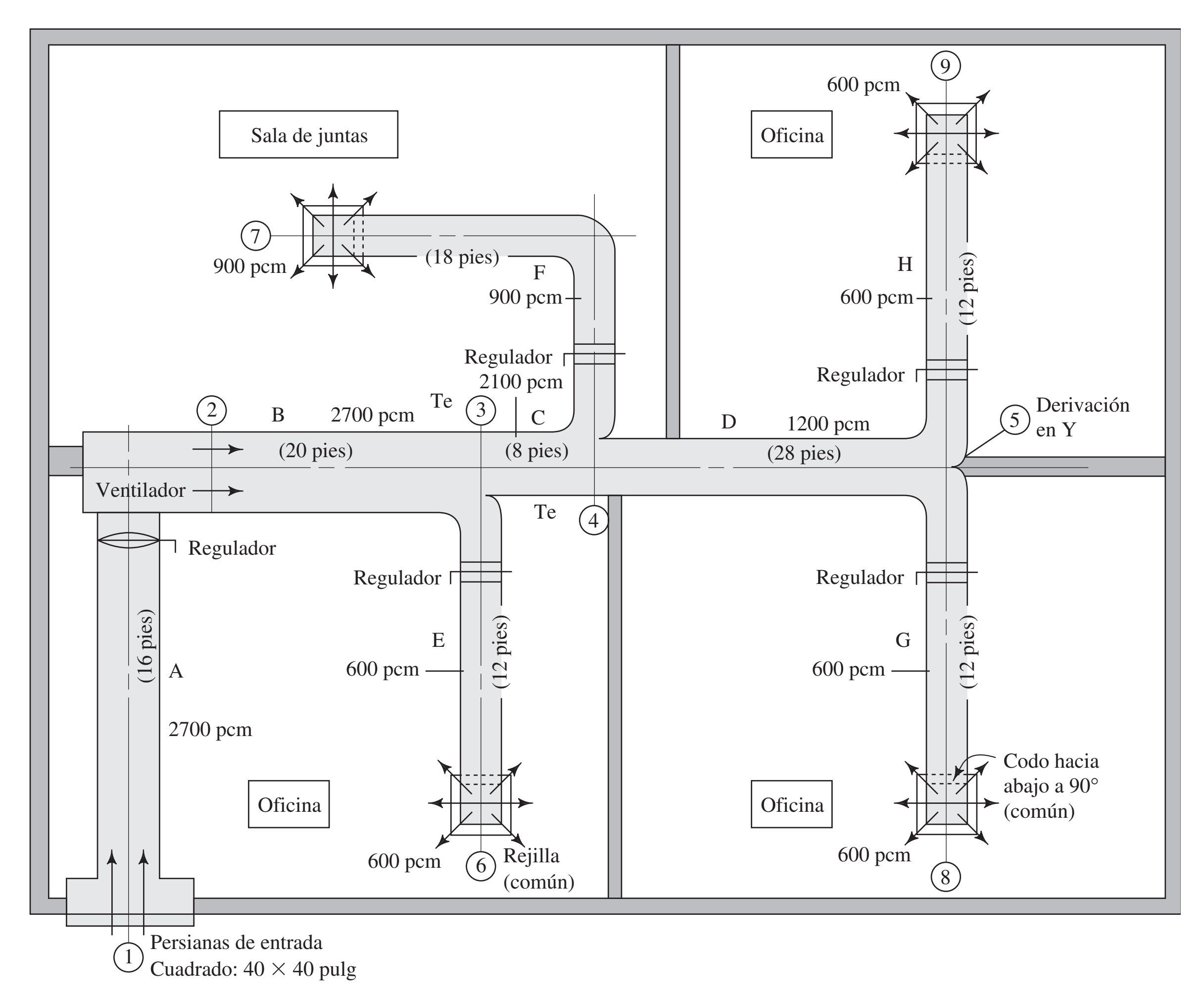


FIGURA 19.1 Sistema de distribución de aire.

Ejemplo de un sistema de distribución de aire La figura 19.1 es un diagrama de un sistema de distribución de aire. El aire del exterior ingresa al edificio en el punto 1, a través de persianas que protegen los ductos contra el viento y la lluvia. La velocidad del flujo de aire a través de las persianas debe ser relativamente baja, de 500 pies/min (2.5 m/s), aproximadamente, para minimizar la entrada de contaminantes indeseables. Después, el ducto se reduce a un tamaño más pequeño para llevar el aire al lado de succión de un ventilador. Se muestra una contracción súbita del ducto, aunque con una reducción gradual se tendría una pérdida más pequeña de presión.

El regulador en el ducto de entrada lo puede cerrar en forma parcial para hacer que el flujo disminuya, si así se quisiera. El ducto de la entrada distribuye el aire a la entrada del ventilador, donde se incrementa la presión por acción de la rueda del ventilador.

La salida del ventilador se conduce por medio de un ducto principal que distribuye el aire a los lugares de uso a través de cuatro ramas. Los reguladores, que aparecen en cada una de las ramas, permiten balancear el sistema cuando está en operación. Se emplean rejillas en cada salida para distribuir el aire a los espacios acondicionados (en este ejemplo, tres oficinas y una sala de juntas).

Los ductos mostrados se encuentran sobre todo en el techo. Observe que hay un codo sobre cada una de las rejillas de salida para dirigir el flujo de aire hacia abajo del sistema del techo.

Es importante comprender los parámetros básicos de la operación de un sistema de aire acondicionado como éste. Es obvio que el aire en el exterior del edificio está a la presión atmosférica prevaleciente. Para hacer que el flujo entre al ducto a través de las persianas de la entrada, el ventilador debe crear una presión menor que la atmosférica en el ducto. Ésta es una presión manométrica negativa. Conforme el aire fluye por el ducto, las pérdidas por fricción causan que la presión disminuya aún más. Además, cualquier obstrucción del flujo, como la de un regulador, las tes o las derivaciones en Y, hace que la presión caiga. El ventilador incrementa la presión del aire y lo fuerza a través de los ductos de suministro hacia las rejillas de la salida.

El aire dentro de las habitaciones del edificio puede estar ligeramente por arriba o por debajo de la presión atmosférica. Algunos diseñadores de sistemas de manejo de aire prefieren tener una presión algo positiva en el edificio, para controlar mejor y eliminar las fugas. Sin embargo, cuando se diseñan los ductos, por lo general se considera que la presión en el interior del edificio es la misma que la del exterior.

19.2 OBJETIVOS

Al terminar este capítulo podrá:

1. Describir los elementos básicos de un sistema de distribución de aire que se utilice para calefacción, ventilación o acondicionamiento.
2. Determinar las pérdidas de energía en los ductos, considerando las secciones rectas y los acoplamientos.
3. Encontrar los diámetros circulares equivalentes de ductos rectangulares.
4. Analizar y diseñar los ductos para conducir el aire hacia los espacios que necesitan el acondicionamiento, y lograr el balance del sistema.
5. Identificar el ventilador adecuado de acuerdo con lo que requiere el sistema.

19.3 PÉRDIDAS DE ENERGÍA EN EL SISTEMA

En los sistemas de ductos hay dos clases de pérdidas de energía que hacen que la presión caiga a lo largo de la trayectoria del flujo. Las pérdidas por fricción ocurren conforme el aire pasa a través de secciones rectas, mientras que las pérdidas dinámicas suceden cuando pasa a través de acoplamientos, como tes (T) y yes (Y), y a través de dispositivos para controlar el flujo.

Se estiman las *pérdidas por fricción* por medio de la ecuación de Darcy, que introducimos en el capítulo 8 para el flujo de líquidos. Sin embargo, la American Society of Heating, Refrigerating and Air-Conditioning Engineers (ASHRAE) ha preparado gráficas especiales para las condiciones comunes que se encuentran en el diseño de ductos. Las figuras 19.2 y 19.3 muestran la pérdida por fricción h_L como función del flujo volumétrico, con dos conjuntos de líneas diagonales que muestran el diámetro de ductos circulares y la velocidad del flujo. En la tabla 19.1 resumimos las unidades empleadas para las distintas cantidades y las condiciones supuestas. En la referencia 2 mostramos los factores de corrección bajo otras condiciones. Consulte la sección 18.3 para obtener información acerca de las tasas de flujo de aire y sus presiones.

TABLA 19.1. Unidades y condiciones supuestas para las gráficas de fricción.

	Unidades del Sistema Inglés	Unidades del SI
Flujo volumétrico	pie^3/min (pcm)	m^3/s
Pérdida por fricción h_L	pulg de agua por cada 100 pies (pulg H_2O/100 pies)	Pa/m
Velocidad	pies/min	m/s
Diámetro del ducto	pulg	mm
Peso específico del aire	0,075 lb/pie^3	11.81 N/m^3
Rugosidad de la superficie del ducto	5×10^{-4} pies	1.5×10^{-4} m
Condiciones del aire	14.7 psia; 68 °F	101.3 kPa; 20 °C

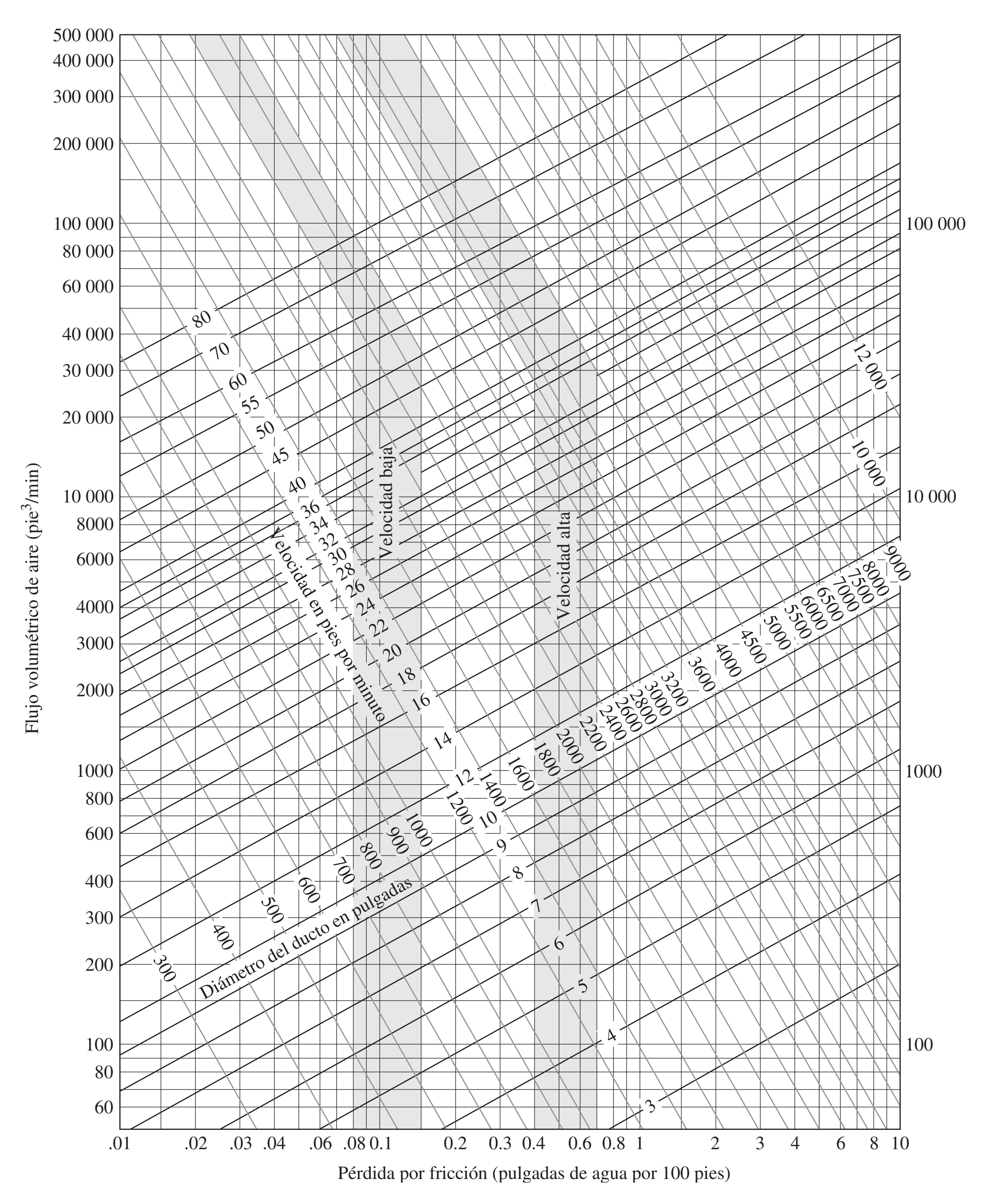


FIGURA 19.2 Pérdida por fricción en ductos —Unidades del Sistema Inglés. (Reimpreso con permiso de *ASHRAE Handbook: 1981 Fundamentals.*)

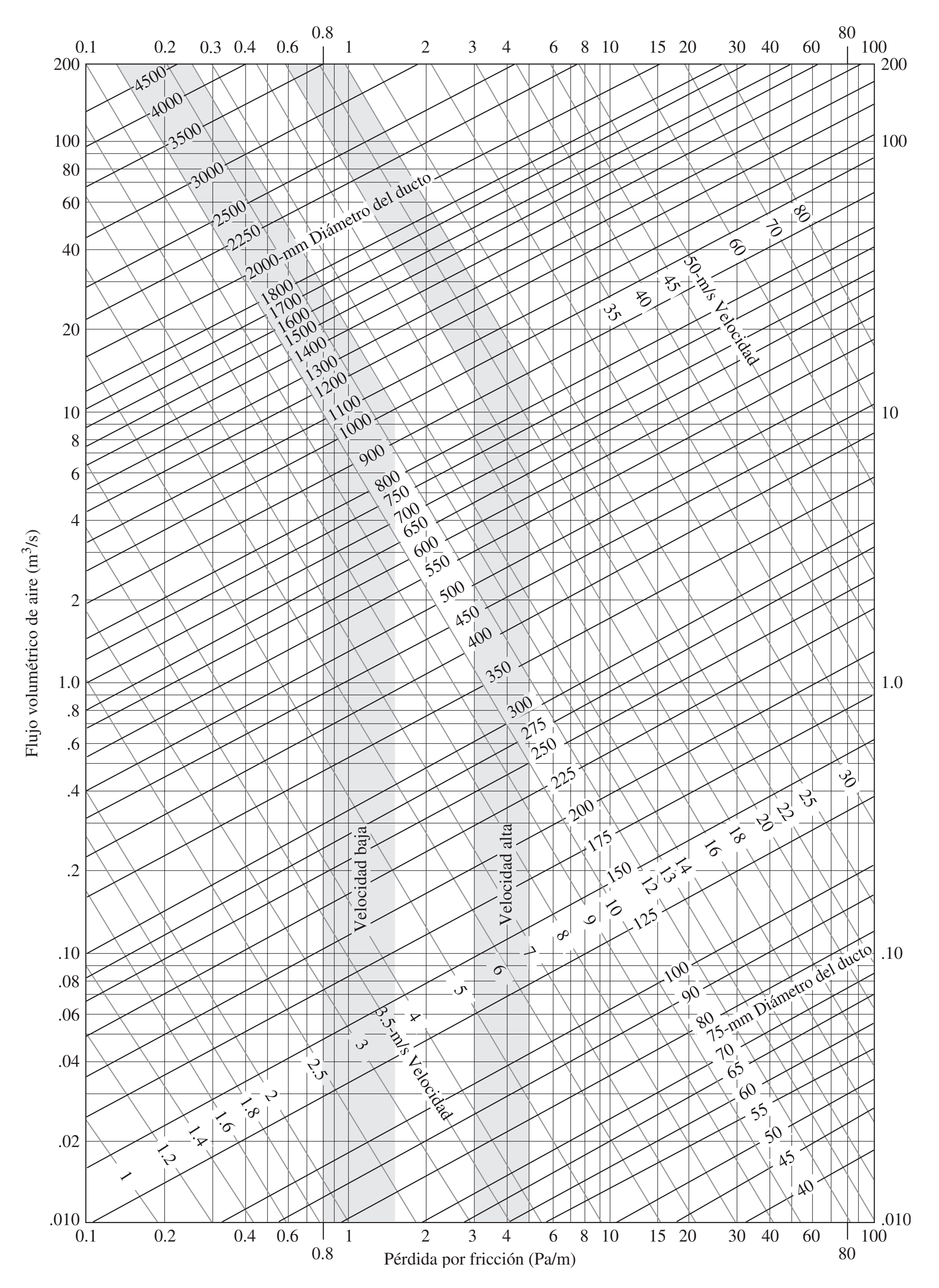


FIGURA 19.3 Pérdida por fricción en ductos —Unidades del SI. (Reimpreso con permiso de *ASHRAE Handbook: 1981 Fundamentals.*)

TABLA 19.2. Diámetros equivalentes circulares de ductos rectangulares.

Lado *a* (pulg)	Lado *b* (pulg) 6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
6	6.6												
8	7.6	8.7											
10	8.4	9.8	10.9										
12	9.1	10.7	12.0	13.1									
14	9.8	11.5	12.9	14.2	15.3								
16	10.4	12.2	13.7	15.1	16.4	17.5							
18	11.0	12.9	14.5	16.0	17.3	18.5	19.7						
20	11.5	13.5	15.2	16.8	18.2	19.5	20.7	21.9					
22	12.0	14.1	15.9	17.6	19.1	20.4	21.7	22.9	24.0				
24	12.4	14.6	16.5	18.3	19.9	21.3	22.7	23.9	25.1	26.2			
26	12.8	15.1	17.1	19.0	20.6	22.1	23.5	24.9	26.1	27.3	28.4		
28	13.2	15.6	17.7	19.6	21.3	22.9	24.4	25.8	27.1	28.3	29.5	30.6	
30	13.6	16.1	18.3	20.7	22.0	23.7	25.2	26.6	28.0	29.3	30.5	31.7	32.8

Empleamos el símbolo h_L para indicar la pérdida por fricción por 100 pies de ducto, vista en la figura 19.2. Entonces, a la pérdida total de energía para una longitud específica de ducto L se le denomina H_L, y se encuentra por medio de

$$H_L = h_L(L/100)$$

También se denotarán a otras pérdidas de energía por medio del símbolo H, con los subíndices correspondientes a la unidad en estudio. Consulte los problemas modelo 19.1 a 19.4 presentados más adelante, en este capítulo.

Ductos rectangulares

Aunque es frecuente que se utilicen ductos circulares para distribuir aire a través de sistemas de calefacción, ventilación o acondicionamiento de aire, por lo general es más conveniente emplear ductos rectangulares, debido a limitaciones de espacio, en particular sobre los techos. Es posible usar el radio hidráulico del ducto para caracterizar su tamaño (como se estudió en la sección 9.6). Cuando se efectúan las sustituciones necesarias del radio hidráulico para el diámetro en las relaciones de velocidad, número de Reynolds, rugosidad relativa y el factor de fricción correspondiente, se observa que el *diámetro equivalente* de un ducto rectangular es

DIÁMETRO EQUIVALENTE DE UN DUCTO RECTANGULAR

$$D_e = \frac{1.3(ab)^{5/8}}{(a + b)^{1/4}} \qquad (19\text{–}1)$$

donde a y b son los lados del rectángulo.

Esto permite utilizar las gráficas de pérdida por fricción que aparecen en las figuras 19.2 y 19.3, para ductos rectangulares y circulares. En la tabla 19.2 se presentan algunos resultados obtenidos por medio de la ecuación (19-1).

Ductos ovales planos

Otra forma frecuente de los ductos para aire es la oval plana, ilustrada en la figura 19.4. El área transversal de la sección es la suma de un rectángulo y un círculo, y se encuentra con

$$A = \pi a^2/4 + a(b - a) \qquad (19\text{–}2)$$

donde a es la longitud del eje menor del ducto, y b es la longitud del eje mayor.

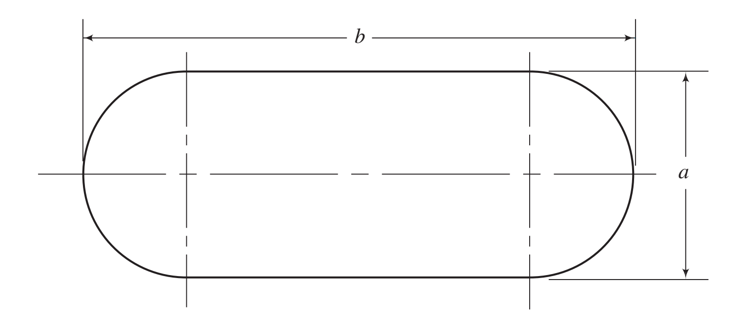


FIGURA 19.4 Forma oval plana para ductos.

Para utilizar las figuras 19.2 y 19.3, se necesita el diámetro equivalente D_e de un ducto circular, con objeto de determinar la pérdida por fricción:

$$D_e = \frac{1.55A^{0.625}}{PM^{0.250}} \tag{19–3}$$

donde *PM* es el perímetro mojado, como se definió en el capítulo 9, y se encuentra con la ecuación

$$PM = \pi a + 2(b - a) \tag{19–4}$$

La tabla 19.3 muestra algunos ejemplos de los diámetros equivalentes circulares de los ductos ovales planos.

TABLA 19.3. Diámetros equivalentes circulares de los ductos ovales planos.

Eje menor	Eje mayor 8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
6	7.1	8.1	8.9	9.6	10.2	10.8	11.3	11.8	12.3	12.7	13.1	13.5
8		9.2	10.2	11.0	11.8	12.5	13.2	13.8	14.4	14.9	15.4	15.9
10			11.2	12.2	13.2	14.0	14.8	15.5	16.2	16.8	17.4	18.0
12				13.2	14.3	15.3	16.1	17.0	17.7	18.5	19.2	19.8
14					15.2	16.3	17.3	18.3	19.1	19.9	20.7	21.4
16						17.2	18.3	19.4	20.3	21.2	22.1	22.9
18							19.2	20.4	21.4	22.4	23.3	24.2
20								21.2	22.4	23.5	24.5	25.4
22									23.3	24.4	25.5	26.5
24										25.3	26.4	27.5
26											27.3	28.4
28												29.3

☐ **PROBLEMA MODELO 19.1** Determine la velocidad de flujo y la cantidad de pérdida por fricción que ocurriría cuando 3000 pcm de aire fluyan por un ducto circular de 80 pies y un diámetro de 22 pulgadas.

Solución Empleamos la figura 19.2 para determinar que la velocidad es de 1150 pies/min, aproximadamente, y que la pérdida por fricción por 100 pies de ducto (h_L) es 0.082 pulgH_2O. Entonces, como proporción, la pérdida para 80 pies es

$$H_L = h_L(L/100) = (0.082\,\text{pulgH}_2\text{O})(\tfrac{80}{100}) = 0.066\,\text{pulgH}_2\text{O}$$

□ **PROBLEMA MODELO 19.2** Especifique las dimensiones de un ducto rectangular que tendría la misma pérdida por fricción que el ducto circular descrito en el problema modelo 19.1.

Solución De la tabla 19.2, especificamos un ducto rectangular de 14 por 30 pulgadas que tendría la misma pérdida que el ducto circular de 22.0 pulgadas de diámetro. Otros que tendrían la misma pérdida aproximada serían los ductos rectangulares de 16 por 26 pulgadas, 18 por 22 pulgadas y 20 por 20 pulgadas. Una lista así, brinda al diseñador bastantes opciones para acomodar un sistema de ductos en un espacio dado.

□ **PROBLEMA MODELO 19.3** Especifique las dimensiones de un ducto oval plano que tendría aproximadamente la misma pérdida por fricción que el ducto circular descrito en el problema modelo 19.1.

Solución De la tabla 19.3, especificamos un ducto oval plano de 16 por 28 pulgadas, que tendría la misma pérdida aproximada debido a la fricción, que el ducto circular de 22.0 pulgadas de diámetro. Otros que tendrían la misma pérdida aproximada son los ductos de 18 por 26 pulgadas y 20 por 24 pulgadas. ■

Las *pérdidas dinámicas* se estiman con los datos publicados de coeficientes de pérdida del aire que fluye a través de ciertos acoplamientos (consulte las referencias 2 y 5). Además, los fabricantes de dispositivos especiales para manejar aire publican gran cantidad de datos acerca de las caídas de presión esperadas. La tabla 19.4 presenta algunos ejemplos para aplicarlos en los problemas de este libro. Observe que dichos datos están muy simplificados. Por ejemplo, los coeficientes de pérdida real de las tes dependen del tamaño de las ramas y de la cantidad de flujo de aire en cada una. Igual que con las pérdidas menores analizadas en el capítulo 10, deben hacerse los cambios en el área de flujo o dirección del flujo tan suaves como sea posible, con el fin de minimizar las pérdidas dinámicas. Los datos para codos redondos, a 90°, muestran las mayores variaciones posibles.

La pérdida dinámica de un acoplamiento se calcula con

$$H_L = C(H_v) \qquad (19\text{–}5)$$

donde C es el coeficiente de pérdida de la tabla 19.14, y H_v es la *presión de velocidad* o *carga de velocidad*.

En unidades del Sistema Inglés es común que se expresen los niveles y pérdidas de presión en pulgadas de agua, que en realidad es una medida de la carga presión. Entonces,

$$H_v = \frac{\gamma_a v^2}{2g\gamma_w} \qquad (19\text{–}6)$$

donde γ_a es el peso específico del aire, v es la velocidad del flujo y γ_w es el peso específico del agua. Cuando la velocidad se expresa en pies por minuto, bajo las condiciones estándar del aire, la ecuación (19-6) se reduce a

PRESIÓN DE VELOCIDAD PARA EL FLUJO DE AIRE (UNIDADES DEL SISTEMA INGLÉS)

$$H_v = \left(\frac{v}{4005}\right)^2 \qquad (19\text{–}7)$$

Si manejamos unidades del SI, se miden los niveles y las pérdidas de presión en la unidad de presión Pa. Así,

$$H_v = \frac{\gamma_a v^2}{2g} \qquad (19\text{–}8)$$

Si la velocidad se expresa en m/s y se manejan las condiciones del aire estándar, la ecuación (19-8) se reduce a

PRESIÓN DE VELOCIDAD PARA EL FLUJO DE AIRE (UNIDADES DEL SI)

$$H_v = \left(\frac{v}{1.289}\right)^2 \text{ Pa} \qquad (19\text{–}9)$$

TABLA 19.4. Ejemplos de factores de pérdida para acoplamientos de ductos.

Coeficiente *C* de pérdida dinámica						
Codos a 90º						
Liso, redondeado			0.22			
5 piezas, redondeado			0.33			
4 piezas, redondeado			0.37			
3 piezas, redondeado			0.42			
Biselado, redondeado			1.20			
Liso, rectangular			0.18			
Te, rama			1.00			
Te, flujo a través del tramo principal			0.10			
Y simétrica			0.30			
Posición del regulador	0° (completamente abierto)	10°	20°	30°	40°	50°
C	0.20	0.52	1.50	4.5	11.0	29
Rejilla de salida: Suponga una caída total de presión a través de la rejilla, de 0.06 pulgH_2O (15 Pa).						
Persianas de la entrada: Suponga una caída total de presión a través de las persianas, de 0.07 pulgH_2O (17 Pa).						

Nota: La pérdida dinámica para los acoplamientos es $C(H_v)$, donde H_v es la presión de velocidad corriente arriba del acoplamiento. Los valores mostrados son ejemplos, para aplicarlos únicamente en la solución de los problemas de este libro. Son muchos los factores que afectan los valores reales de un estilo dado de acoplamiento. Consulte la referencia 2, o los catálogos de los fabricantes, para obtener datos más completos.

☐ **PROBLEMA MODELO 19.4** Estime la caída de presión, cuando 3000 pcm de aire fluyen alrededor de un codo suave y rectangular, a 90°, cuyas dimensiones laterales son de 14 por 24 pulgadas.

Solución Empleamos la tabla 19.2 para encontrar el diámetro equivalente de 19.9 pulgadas para el ducto. En la figura 19.2 encontramos que la velocidad del flujo es de 1400 pies/min. Entonces, con la ecuación (19-7) calculamos

$$H_v = \left(\frac{v}{4005}\right)^2 = \left(\frac{1400}{4005}\right)^2 = 0.122 \text{ pulgH}_2\text{O}$$

De la tabla 19.4, encontramos que $C = 0.18$. Así, la caída de presión es

$$H_L = C(H_v) = (0.18)(0.122) = 0.022 \text{ pulgH}_2\text{O}$$

■

19.4 DISEÑO DE DUCTOS

En la sección 19.1 describimos las características generales de los ductos para que conduzcan un flujo de aire. La figura 19.1 muestra un sistema de ductos sencillo, cuya operación se describió. En esta sección se describe un método para diseñar un sistema como ése.

Los objetivos del proceso de diseño son los siguientes: especificar dimensiones razonables para las diferentes secciones de los ductos, estimar la presión del aire en puntos clave, determinar los requerimientos necesarios para el ventilador del sistema, y balancear este sistema. El balance requiere que la caída de presión entre la salida del ventilador y cada rejilla de salida sea la misma, cuando las secciones de ductos conduzcan sus capacidades de diseño.

Los diseñadores de sistemas para distribuir aire emplean las técnicas siguientes:

- *Método de la fricción igual* Utilizar la figura 19.2 o la 19.3 para especificar un valor uniforme de la pérdida por fricción por unidad de longitud de ducto. Para *sistemas de baja velocidad*, la pérdida se encuentra entre 0.08 y 0.16 pulgH_2O (0.8 a 1.5 Pa/m).

- *Método de la región estática* Se ajusta el diseño de ductos para obtener la misma presión estática en todas las uniones. Se requiere iterar.
- *Método de la T* Éste es un procedimiento de optimización que considera el rendimiento del sistema en conjunción con los factores de costo. Considera el costo de la energía, el costo inicial del sistema y su tiempo de operación, las eficiencias del ventilador y el motor que lo impulsa, y los costos relacionados con el financiamiento de la inversión e inflación.
- *Sistemas industriales para evacuar vapores y partículas* En la referencia 2 analizamos aspectos especiales para los sistemas de evacuación, con el fin de asegurar que las velocidades sean lo suficientemente altas para arrastrar y transportar partículas. También es crítica la selección de acoplamientos, con objeto de evitar que haya lugares en los que se acumulen partículas.

En este capítulo sólo estudiamos el método de la fricción igual y un procedimiento general. Para mayor información acerca de los cuatro métodos, consulte la referencia 2 y el sitio 1 de Internet. Hay varios paquetes de software comercial que auxilian a los diseñadores a organizar el procedimiento de diseño del sistema y a efectuar los numerosos cálculos. En los sitios 4 a 8 de Internet hay algunos ejemplos.

La mayor parte de los sistemas domésticos y aplicaciones comerciales ligeras son del tipo de velocidad baja, en el que los ductos y acoplamientos son relativamente sencillos. Por lo general, el ruido no es un problema grande si no se exceden los límites mostrados en las figuras 19.2 y 19.3. Sin embargo, los tamaños que resultan para los ductos de un sistema de velocidad baja son grandes.

Las limitaciones en el diseño para edificios grandes de oficinas y ciertas aplicaciones industriales, hacen que los sistemas de velocidad alta resulten atractivos. El nombre proviene de la práctica del uso de ductos más pequeños para que conduzcan un flujo volumétrico dado. No obstante, esto tiene varias consecuencias:

1. El ruido por lo general es un factor, y deben emplearse dispositivos especiales para atenuarlo.
2. La construcción de ductos debe ser más sustancial, y sellarlos es más complicado.
3. Los costos de operación por lo general son elevados, debido a las mayores caídas de presión y a más altas presiones totales del ventilador.

Los sistemas de alta velocidad se justifican cuando los costos de la edificación son bajos o cuando se alcanza un uso más eficiente del espacio.

PROCEDIMIENTO GENERAL PARA DISEÑAR DUCTOS DE AIRE CON EL MÉTODO DE LA FRICCIÓN IGUAL

1. Generar una distribución propuesta del sistema de distribución de aire:
   - **a.** Determinar el flujo de aire que se desea en cada espacio acondicionado (pcm o m^3/s).
   - **b.** Especificar la ubicación del ventilador.
   - **c.** Especificar la localización de la entrada de aire del exterior.
   - **d.** Proponer el arreglo para el ducto de entrada.
   - **e.** Proponer el arreglo del sistema de distribución de aire para cada espacio, incluyendo acoplamientos como las tes, los codos, los reguladores y la rejilla. Deben incluirse reguladores en el tramo final de cada rejilla de distribución para facilitar el balance final del sistema.
2. Para el ducto de la toma y el ducto de salida del ventilador, determinar el requerimiento total de flujo de aire como la suma de todos los flujos de aire que se llevan a los espacios acondicionados.
3. Utilizar la figura 19.2 o la 19.3 para especificar la pérdida de fricción nominal (pulg H_2O)/100 pies o Pa/m). Se recomienda el diseño de velocidad baja para sistemas comerciales comunes o residenciales.
4. Especificar la velocidad nominal del flujo para cada parte del sistema de ductos. Para el ducto de la toma y los tramos finales hacia los espacios ocupados, utilizar aproximadamente de 600 a 800 pies/min (3 a 4 m/s). Para los ductos principales que salen de los espacios ocupados, emplear alrededor de 1200 pies/min (6 m/s).

5. Especificar el tamaño y forma de cada parte del sistema de ductos. En la figura 19.2 o 19.3, se encuentran en forma directa los diámetros de los ductos circulares. Las dimensiones de los ductos rectangulares se dan con el empleo de la tabla 19.2 y la ecuación (19.1). Para ductos ovales planos utilice la tabla 19.3 y la ecuación (19.3).
6. Calcular las pérdidas de energía en el ducto de entrada en cada sección del ducto de distribución.
7. Calcular la pérdida total de energía para cada trayectoria, de la salida del ventilador a cada rejilla de distribución.
8. Determinar si las pérdidas de energía para todas las trayectorias están balanceadas dentro de lo razonable, es decir, si la caída de presión entre el ventilador y cada rejilla de salida es aproximadamente igual.
9. Si se presenta un desequilibrio significativo hay que volver a diseñar los ductos, por lo que es común reducir la velocidad de diseño en aquellos ductos en que ocurren caídas de presión elevadas. Esto requiere el empleo de ductos más grandes.
10. Se logra un balance razonable cuando todas las trayectorias tienen diferencias pequeñas de caída de presión, de modo que con pequeños ajustes a los reguladores se obtendrá un balance verdadero.
11. Determinar la presión en la entrada y salida del ventilador, así como la elevación total de presión a través del ventilador.
12. Especificar un ventilador que entregue el flujo total de aire con dicho aumento de presión.
13. Elaborar una gráfica de la presión en el ducto para cada trayectoria, e inspeccionar cualquier rendimiento no usual.

El ejemplo de diseño siguiente ilustra la aplicación de este procedimiento para un sistema de velocidad baja.

☐ PROBLEMA MODELO 19.5 Se está diseñando el sistema que se muestra en la figura 19.1, para un pequeño edificio de oficinas. El aire se impulsa desde el exterior por medio de un ventilador, y se distribuye a través de cuatro ramas a tres oficinas y una sala de juntas. Otras personas han determinado los flujos de aire en cada rejilla de salida para proveer ventilación adecuada a cada área. Los reguladores de cada rama permiten el ajuste final del sistema.

Termine el diseño del sistema de ductos con la especificación del tamaño de cada sección de ellos para un sistema de velocidad baja. Calcule la caída de presión esperada para cada sección y acoplamiento. Después, calcule la caída de presión total a lo largo de cada rama, desde el ventilador hasta las cuatro rejillas de salida, y compruebe el balance del sistema. Si surge un desequilibrio grande, repita el diseño de las partes del sistema, con el fin de lograr otro más balanceado. Después, obtenga la presión total que se requiere para el ventilador. Utilice la figura 19.2 para estimar las pérdidas por fricción, y la tabla 19.4 para los coeficientes de pérdida dinámica.

Solución En primer lugar, se trata por separado cada sección y acoplamiento del ducto. Después, analizamos las ramas.

1. Ducto de la toma A: $Q = 2700$ pcm; $L = 16$ pies.
   Sea $v \approx 800$ pies/min.
   De la figura 19.2, se requiere que $D = 25.0$ pulgadas.

$$h_L = 0.035 \text{ pulgH}_2\text{O}/100 \text{ pies}$$
$$H_L = 0.035(16/100) = 0.0056 \text{ pulgH}_2\text{O}$$

2. Regulador en el ducto A: $C = 0.20$ (suponga completamente abierto, tabla 19.4).

$$\text{Para } 800 \text{ pies/min}, H_v = (800/4005)^2 = 0.040 \text{ pulgH}_2\text{O}$$
$$H_L = 0.20(0.040) = 0.0080 \text{ pulgH}_2\text{O}$$

3. Persianas de la entrada: se especificó el tamaño de 40 por 40 pulgadas, para dar una velocidad aproximada de 600 pies/min a través del espacio abierto de las persianas. De la tabla 19.4, se emplea $H_L = 0.070$ pulgH$_2$O.

4. Contracción súbita entre la carcasa de las persianas y el ducto de la toma: De la figura 10.7, se sabe que el coeficiente de resistencia depende de la velocidad del flujo y la razón D_1/D_2 para conductos circulares. Debido a que la carcasa de las persianas es un cuadrado de 40 por 40 pulgadas, se calcula su diámetro equivalente por medio de la ecuación (19-1):

$$D_e = \frac{1.3(ab)^{5/8}}{(a + b)^{1/4}} = \frac{1.3(40 \times 40)^{5/8}}{(40 + 40)^{1/4}} = 43.7 \text{ pulg}$$

Entonces, con la figura 10.7,

$$D_1/D_2 = 43.7/25 = 1.75$$

y $K = C = 0.31$. Así,

$$H_L = C(H_v) = 0.31(0.04) = 0.0124 \text{ pulgH}_2\text{O}$$

5. Pérdida total en la toma del sistema:

$$H_L = 0.0056 + 0.0080 + 0.07 + 0.0124 = 0.096 \text{ pulgH}_2\text{O}$$

Debido a que la presión en el exterior de las persianas es la atmosférica, la presión en la entrada del ventilador es -0.096 pulgH_2O, una presión manométrica negativa. Podría haber una pérdida adicional en la entrada del ventilador, si se requiriera un cambio en la geometría para acoplar el ducto de la toma con el ventilador. Se necesita conocer el diseño del ventilador, y en este ejemplo no se toma en cuenta dicha pérdida potencial.

Nota: Todos los ductos en el lado de salida del ventilador son rectangulares.

6. Salida del ventilador, ducto B: $Q = 2700$ pcm; $L = 20$ pies.
Sea $v \approx 1200$ pies/min; $h_L = 0.110$ pulgH_2O/100 pies.

$D_e = 20.0$ pulg; se usa un tamaño de 12 por 30 pulgadas para minimizar el espacio adicional que se requiere

$$H_L = 0.110(20/100) = 0.0220 \text{ pulgH}_2\text{O}$$
$$H_v = (1200/4005)^2 = 0.090 \text{ pulgH}_2\text{O}$$

7. Ducto E: $Q = 600$ pcm; $L = 12$ pies.
Sea $v \approx 800$ pies/min; $h_L = 0.085$ pulgH_2O/100 pies.

$D_e = 12.0$ pulg; usar un tamaño de 12 por 10 pulgadas

$$H_L = 0.085(12/100) = 0.0102 \text{ pulgH}_2\text{O}$$
$$H_v = (800/4005)^2 = 0.040 \text{ pulgH}_2\text{O}$$

8. Regulador en el ducto E: $C = 0.20$ (suponer completamente abierto).

$$H_L = 0.20(0.040) = 0.0080 \text{ pulgH}_2\text{O}$$

9. Codo en el ducto E: codo rectangular liso; $C = 0.18$.

$$H_L = 0.18(0.040) = 0.0072 \text{ pulgH}_2\text{O}$$

10. Rejilla 6 para el ducto E: $H_L = 0.060$ pulgH_2O.

11. Te 3, del ducto B a la rama E, flujo en la rama: $C = 1.00$.
H_L con base en la carga de velocidad de la te en el ducto B:

$$H_L = 1.00(0.090) = 0.090 \text{ pulgH}_2\text{O}$$

12. Ducto C: $Q = 2100$ pcm; $L = 8$ pies.
Sea $v \approx 1200$ pies/min; $h_L = 0.110$ pulg H_2O/100 pies.

$D_e = 18.5$ pulg; usar un tamaño de 12 por 24 pulgadas

$$H_L = 0.110(8/100) = 0.0088 \text{ pulgH}_2\text{O}$$
$$H_v = (1200/4005)^2 = 0.090 \text{ pulgH}_2\text{O}$$

13. Te 3, del ducto B al C, flujo a través del principal: $C = 0.10$.

$$H_L = 0.10(0.090) = 0.009 \text{ pulgH}_2\text{O}$$

14. Ducto F: $Q = 900$ pcm; $L = 18$ pies.
Sea $v \approx 800$ pies/min; $h_L = 0.068$ pulg H_2O/100 pies.

$$D_e = 14.3 \text{ pulg; usar un tamaño de 12 por 14 pulgadas}$$
$$H_L = 0.068(18/100) = 0.0122 \text{ pulgH}_2\text{O}$$
$$H_v = (800/4005)^2 = 0.040 \text{ pulgH}_2\text{O}$$

15. Regulador en el ducto F: $C = 0.20$ (suponer completamente abierto).

$$H_L = 0.20(0.040) = 0.0080 \text{ pulgH}_2\text{O}$$

16. Dos codos en el ducto F: codo rectangular y liso; $C = 0.18$.

$$H_L = 2(0.18)(0.040) = 0.0144 \text{ pulgH}_2\text{O}$$

17. Rejilla 7 para el ducto F: $H_L = 0.060$ pulgH_2O.
18. Te 4, del ducto C a la rama F, flujo en la rama: $C = 1.00$.
H_L se basa en la carga de velocidad de la te en el ducto C:

$$H_L = 1.00(0.090) = 0.090 \text{ pulgH}_2\text{O}$$

19. Ducto D: $Q = 1200$ pcm; $L = 28$ pies.
Sea $v \approx 1000$ pies/min; $h_L = 0.100$ pulgH_2O/100 pies.

$$D_e = 14.7 \text{ pulg; usar un tamaño de 12 por 16 pulgadas}$$
$$D_e \text{ real} = 15.1 \text{ pulg; nueva } h_L = 0.087 \text{ pulgH}_2\text{O/100 pies}$$
$$H_L = 0.087(28/100) = 0.0244 \text{ pulgH}_2\text{O}$$
$$\text{Nueva } v = 960 \text{ pies/min}$$
$$H_v = (960/4005)^2 = 0.057 \text{ pulgH}_2\text{O}$$

20. Te 4, del ducto C al D, flujo a través del principal: $C = 0.10$.

$$H_L = 0.10(0.090) = 0.009 \text{ pulgH}_2\text{O}$$

21. Y 5, entre el ducto D y los ductos G y H: $C = 0.30$.

$$H_L = 0.30(0.057) = 0.017 \text{ pulgH}_2\text{O}$$

Esta pérdida se aplica tanto al ducto G como al H.
22. Los ductos G y H son idénticos al ducto E, y se aplican las pérdidas de los pasos 7 a 10 a estas trayectorias.

Con esto se termina la evaluación de las caídas de presión a través de los componentes del sistema. Ahora, sumamos estas pérdidas a través de cualquier trayectoria entre la salida del ventilador y las rejillas de salida.

a. Trayectoria a la rejilla 6 en el ducto E: suma de las pérdidas de los pasos 6 a 11:

$$H_6 = 0.0220 + 0.0102 + 0.0080 + 0.0072 + 0.060 + 0.090$$
$$= 0.1974 \text{ pulgH}_2\text{O}$$

b. Trayectoria a la rejilla 7 en el ducto F: suma de las pérdidas de los pasos 6 y 12 a 18:

$$H_7 = 0.0220 + 0.0088 + 0.0090 + 0.0122 + 0.0080 + 0.0144 + 0.060 + 0.090$$
$$= 0.2244 \text{ pulgH}_2\text{O}$$

c. Trayectoria a cualquier rejilla 8 en el ducto G o la rejilla 9 en el ducto H: suma de las pérdidas de los pasos 6, 12, 13, 19 a 21 y 7 a 10:

$$\begin{aligned} H_8 &= 0.0220 + 0.0088 + 0.0090 + 0.0244 + 0.0090 + 0.0170 \\ &\quad + 0.0102 + 0.008 + 0.0072 + 0.06 \\ &= 0.1756 \text{ pulgH}_2\text{O} \end{aligned}$$

Vuelva a diseñar para lograr un sistema balanceado

El diseño de sistema ideal sería aquél donde la pérdida a lo largo de cualquier trayectoria, a, b o c, fuera la misma. Debido a que éste no es el caso, se requiere repetir el diseño. La pérdida en la trayectoria b a la rejilla 7 en el ducto F, es mucho mayor que las demás. Las pérdidas componentes de los pasos 12, 14 a 16 y 18, afectan esta rama, y se logra cierta reducción disminuyendo la velocidad de flujo en los ductos C y F.

12a. Ducto C: $Q = 2100$ pcm; $L = 8$ pies.
Sea $v \approx 1000$ pies/min; $h_L = 0.073$ pulgH_2O/100 pies.

$$\begin{aligned} D_e &= 19.6 \text{ pulg; usar un tamaño de 12 por 28 pulgadas} \\ H_L &= 0.073(8/100) = 0.0058 \text{ pulgH}_2\text{O} \\ H_v &= (1000/4005)^2 = 0.0623 \text{ pulgH}_2\text{O} \end{aligned}$$

14a. Ducto F: $Q = 900$ pcm; $L = 18$ pies.
Sea $v \approx 600$ pies/min; $h_L = 0.033$ pulgH_2O/100 pies.

$$\begin{aligned} D_e &= 16.5 \text{ pulg; usar un tamaño de 12 por 18 pulg; } D_e = 16.0 \text{ pulg} \\ \text{Actual } v &= 630 \text{ pies/min; } h_L = 0.038 \text{ pulgH}_2\text{O}/100 \text{ pies} \\ H_L &= 0.038(18/100) = 0.0068 \text{ pulgH}_2\text{O} \\ H_v &= (630/4005)^2 = 0.0247 \text{ pulgH}_2\text{O} \end{aligned}$$

15a. Regulador en el ducto F: $C = 0.20$ (suponer completamente abierto).

$$H_L = 0.20(0.0247) = 0.0049 \text{ pulgH}_2\text{O}$$

16a. Dos codos en el ducto F: codo rectangular y liso; $C = 0.18$.

$$H_L = 2(0.18)(0.0247) = 0.0089 \text{ pulgH}_2\text{O}$$

18a. Te 4, del ducto C a la rama F, flujo en la rama: $C = 1.00$.
H_L con base en la carga de velocidad de la te en el ducto C.

$$H_L = 1.00(0.0623) = 0.0623 \text{ pulgH}_2\text{O}$$

Ahora, volvemos a calcular la pérdida total en la trayectoria B a la rejilla 7, en el ducto F. Igual que antes, ésta es la suma de las pérdidas de los pasos 6, 12a, 13, 14a, 15a, 16a, 17 y 18a:

$$\begin{aligned} H_7 &= 0.0220 + 0.0058 + 0.009 + 0.0068 + 0.0049 + 0.0089 + 0.06 + 0.0623 \\ &= 0.1797 \text{ pulgH}_2\text{O} \end{aligned}$$

Ésta es una reducción significativa, que redunda en una caída de presión total menor que la presión de la trayectoria a. Por tanto, veremos si es posible reducir la pérdida en la trayectoria a, disminuyendo también la velocidad de flujo en el ducto E. Se involucran los pasos 7 a 9.

7a. Ducto E: $Q = 600$ pcm; $L = 12$ pies.
Sea $v \approx 600$ pies/min.

$$\begin{aligned} D_e &= 13.8 \text{ pulg; usar un tamaño de 12 por 14 pulgadas} \\ \text{Actual } D_e &= 14.2 \text{ pulg; } h_L = 0.032 \text{ pulgH}_2\text{O; } v = 550 \text{ pies/min} \\ H_L &= 0.032(12/100) = 0.0038 \text{ pulgH}_2\text{O} \\ H_v &= (550/4005)^2 = 0.0189 \text{ pulgH}_2\text{O} \end{aligned}$$

8a. Regulador en el ducto E: $C = 0.20$ (suponga completamente abierto).

$$H_L = 0.20(0.0189) = 0.0038 \text{ pulgH}_2\text{O}$$

9a. Codo en el ducto E: codo rectangular y liso; $C = 0.18$.

$$H_L = 0.18(0.0189) = 0.0034 \text{ pulgH}_2\text{O}$$

Ahora, volvemos a calcular la pérdida total en la trayectoria a, a la rejilla 6 en el ducto E. Como antes, ésta es la suma de las pérdidas de los pasos 6, 7a, 8a, 9a, 10 y 11:

$$\begin{aligned} H_6 &= 0.0220 + 0.0038 + 0.0038 + 0.0034 + 0.060 + 0.090 \\ &= 0.1830 \text{ pulgH}_2\text{O} \end{aligned}$$

Este valor está muy cerca del que se encontró para la trayectoria b, que se volvió a diseñar, y la diferencia pequeña se ajusta con los reguladores.

Ahora, observe que la trayectoria en cualquiera de las rejillas 8 o 9, aún tiene una pérdida total más baja que en cualquiera de a o b. Podría usarse un tamaño más pequeño de ducto en las ramas G y H, o bien depender del ajuste de los reguladores. Para evaluar la conveniencia de utilizar reguladores, se estimará qué tanto habría que cerrarlos para incrementar la pérdida total a 0.1830 pulgH_2O (para igualar la pérdida de la trayectoria a). La pérdida incrementada es

$$H_6 - H_8 = 0.1830 - 0.1756 \text{ pulgH}_2\text{O} = 0.0074 \text{ pulgH}_2\text{O}$$

Con el regulador completamente abierto y con un flujo de 600 pcm que pasa a una velocidad aproximada de 800 pies/min, la pérdida fue de 0.0080 pulgH_2O, como se encontró en el paso 8 original. Ahora, la pérdida debe ser

$$H_L = 0.0080 + 0.0074 = 0.0154 \text{ pulgH}_2\text{O}$$

Sin embargo, para el regulador,

$$H_L = C(H_v)$$

Se despeja C y se obtiene

$$C = \frac{H_L}{H_v} = \frac{0.0154 \text{ pulgH}_2\text{O}}{0.040 \text{ pulgH}_2\text{O}} = 0.385$$

Al consultar la tabla 19.4 se observa que este valor de C se produciría si se colocara un regulador a menos de 10°, posición muy factible. Así, parece que el sistema de ductos se balancearía con el nuevo diseño, y que la caída de presión total desde la salida del ventilador a cualquiera de las rejillas de salida sería de 0.1830 pulg H_2O, aproximadamente. Ésta es la presión que necesitaría desarrollar el ventilador.

RESUMEN DEL DISEÑO DEL SISTEMA DE DUCTOS

- Ducto A de la toma: redondeado; $D = 25.0$ pulg
- Ducto B: rectangular; 12 por 30 pulg
- Ducto C: rectangular; 12 por 28 pulg
- Ducto D: rectangular; 12 por 16 pulg
- Ducto E: rectangular; 12 por 14 pulg
- Ducto F: rectangular; 12 por 18 pulg
- Ducto G: rectangular; 12 por 10 pulg
- Ducto H: rectangular; 12 por 10 pulg
- Presión en la entrada del ventilador: −0.096 pulgH_2O
- Presión en la salida del ventilador: 0.1830 pulgH_2O
- Aumento de presión total debido al ventilador: $0.1830 + 0.096 = 0.279$ pulgH_2O
- Entrega total del ventilador: 2700 pcm

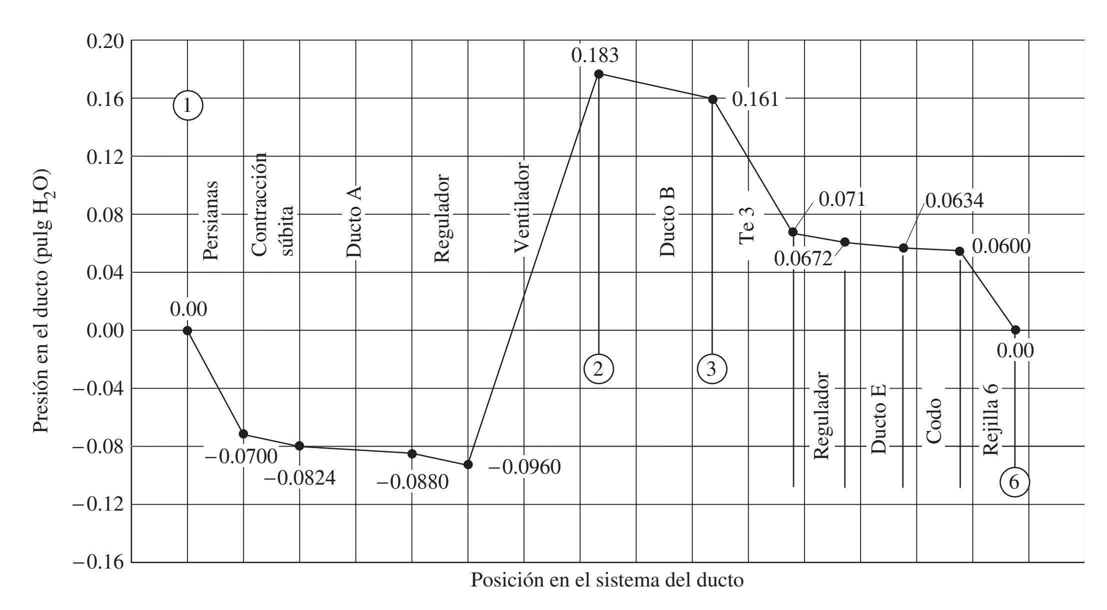


FIGURA 19.5 Presión en el ducto (pulgH_2O) *versus* posición para el sistema de la figura 19.1. Trayectoria a, hacia la rejilla de salida 6.

Ayuda visualizar los cambios de presión que ocurren en el sistema. La figura 19.5 muestra una gráfica de la presión del aire *versus* la posición que ocupan las persianas de la entrada en la trayectoria, a través del ventilador, y a través de los ductos B y E, a la salida 6. Es posible elaborar gráficas similares para otras trayectorias.

19.5 EFICIENCIA ENERGÉTICA Y CONSIDERACIONES PRÁCTICAS EN EL DISEÑO DE DUCTOS

Al diseñar sistemas de distribución de aire para sistemas HVAC y de salidas industriales, deben hacerse consideraciones especiales. Los sitios 1 a 3 de Internet, y las referencias 1 a 4 y 7 a 9, son buenas fuentes de lineamientos. A continuación se hacen algunas recomendaciones.

1. Las velocidades bajas tienden a producir pérdidas de energía menores en el sistema, lo que reduce el uso de energía en el ventilador, y permite utilizar uno que sea más pequeño y barato. Sin embargo, los ductos tienden a ser grandes, lo que afecta los requerimientos de espacio y genera costos de instalación más altos.
2. Ubicar tanto del sistema de ductos como sea práctico, dentro del espacio acondicionado, ahorrará energía para los sistemas de calefacción y enfriamiento.
3. Los ductos deben estar sellados para evitar fugas.
4. Deben aislarse bien los ductos que pasen por espacios no acondicionados.
5. La capacidad del ventilador debe acoplarse bien con el requerimiento de suministro de aire, para evitar un control excesivo por parte de los reguladores, los cuales tienden a desperdiciar energía.
6. Cuando las cargas varíen en forma significativa en el tiempo, deben instalarse impulsores de velocidad variable en el ventilador, y conectarlos al sistema de control para que bajen la velocidad del ventilador en los momentos de escasa demanda. Las leyes de los ventiladores indican que al bajar la velocidad, se reduce la potencia requerida en el cubo de la relación de reducción de la velocidad. (Consulte el capítulo 13.) Por ejemplo, si se reduce la velocidad del ventilador 20%, la potencia que se requiere disminuirá aproximadamente 50%.
7. Los ductos pueden estar hechos de lámina metálica, tableros para ducto de fibra de vidrio rígida, tela o materiales no metálicos flexibles. Algunos vienen con aisla-

miento dentro o fuera para reducir las pérdidas de energía y atenuar el ruido. Las superficies lisas son preferibles para recorridos largos, con el fin de minimizar las pérdidas por fricción.

8. Deben proveerse ductos de retorno, con objeto de mantener un flujo consistente hacia dentro y fuera de cada habitación del espacio acondicionado.

9. Los ductos para la mayoría de sistemas de HVAC están diseñados para presiones que varían de −3 pulgH_2O (−750 Pa), sobre el lado de la toma de los ventiladores, a 10 pulgH_2O (2500 Pa), sobre el lado de salida. Sin embargo, algunas instalaciones comerciales o industriales grandes varían de −10 pulgH_2O (−2500 Pa) a 100 pulgH_2O (25 kPa). Debe considerarse la resistencia estructural, la rigidez y la vibración.

10. Debe considerarse la generación de ruido en los sistemas de distribución de aire, para asegurarse de que los ocupantes no sean abrumados por altos niveles de ruido. Debe tenerse cuidado especial en la selección del ventilador, la ubicación y velocidad del aire en los ductos y a través de las rejillas de salida. Debe analizarse el aislamiento del sonido, de las vibraciones y las técnicas de montaje, con el fin de minimizar el ruido.

REFERENCIAS

1. American Society of Heating, Refrigerating and Air-Conditioning Engineers (ASHRAE). 2004. *ASHRAE Handbook: HVAC Systems and Equipment*. Atlanta: Author.

2. ______. 2001. *ASHRAE Handbook: Fundamentals*. Atlanta: Author.

3. Haines, Roger W. y C. Lewis Wilson. 2003. *HVAC Systems Design Handbook,* 4a. ed., Nueva York: McGraw-Hill.

4. Hayes, W. H. 2003. *Industrial Exhaust Hood and Fan Piping*. Wexford, Ireland: Wexford College Press.

5. Idelchik, I. E. E., N. A. Decker y M. Steinberg. 1991. *Fluid Dynamics of Industrial Equipment.* Nueva York: Taylor & Francis.

6. Idelchik, I. E. y M. O. Steinberg. 1994. *Handbook of Hydraulic Resistance.* Boca Raton, FL: CRC Press.

7. Sheet Metal and Air-Conditioning Contractors National Association (SMACNA). 1990. *HVAC Systems—Duct Design*, 3a. ed., Chantilly, VA: Author.

8. The Trane Company. 1996. *Air-Conditioning Manual*. La Crosse, WI: Author.

9. Sun, Tseng-Yao. 1994. *Air Handling Systems Design*. Nueva York: McGraw-Hill.

SITIOS DE INTERNET

1. Air Conditioning Contractors of America *www.accaconference. com/* Asociación industrial que promueve el diseño, instalación y operación con calidad de sistemas de aire acondicionado. Productor de muchos manuales y productos de software que auxilian a los diseñadores de dichos sistemas para aplicaciones residenciales y comerciales. Hay que hacer clic en Technical Tools, en la barra de menú, y seleccionar ACCA's Online Store.

2. Sheet Metal and Air Conditioning Contractors' National Association *www.smacna.org* Asociación de comercio internacional para los contratistas de la industria de lámina metálica y acondicionamiento de aire. Editor de *HVAC Systems-Duct Design.*

3. U.S. Department of Energy *www.eere.energy.gov/femp/pdfs/29267-0.pdf* La sección de Energy Efficiency and Renewable Energy produce muchos documentos y software para promover la eficiencia en el diseño de edificios, inclusive de sistemas de HVAC y el diseño de sus ductos. Ubique el reporte en línea *Greening Federal Facilities*; la parte V cubre Sistemas de Energía, y en la Sección 5.2.2 se estudian Sistemas de Distribución de Aire. En Information Resources, en la barra de menú, se encuentra el software de computadora DD4M Air Duct Design.

4. ECHOSCAN —Engineering Educational Equipment *http://people.becon.org/~echoscan/21-09.htm* Describe el software DD4M Air Duct Design, programa interactivo que calcula las dimensiones de ductos para aire, hasta con 1000 secciones y trayectorias. El programa contiene una librería de más de 100 acoplamientos. Consulte el sitio 3 de Internet.

5. ECHOSCAN —Engineering Educational Equipment *http://people.becon.org/~echoscan/21-02.htm* Describe el software Duct System Design (DSD), programa interactivo orientado a menús que ofrece las dimensiones de ductos para el aire. El programa contiene una librería de más de 100 acoplamientos para aplicaciones de calefacción, enfriamiento, ventilación y eliminación de polvo en edificios residenciales, comerciales e industriales.

6. Elite Software Development, Inc. *www.elitesoft.com/web/hvacr/duct60.html* Productor de una variedad de productos de software para diseñar sistemas de HVAC en aplicaciones comerciales o residenciales, inclusive DUCTSIZE, un auxiliar para el diseño óptimo de tamaños de ductos circulares, rectangulares u ovales planos. Dibujos de CAD muestran la distribución del sistema tanto con CHVAC para aplicaciones comerciales y RHVAC para aplicaciones residenciales.

7. NETSAL & Associates *www.apc.net/netsal* Productor del programa de computadora T-Method Duct Design, para evaluar el rendimiento de un sistema de ventilador/ducto en condiciones diferentes, con el ajuste del ventilador al punto de operación, y muestra el flujo de aire real, velocidad y perfiles de presión. Simula cambios de secciones transversales, cierre o apertura de reguladores, modificaciones de acoplamientos y cambio de ventiladores.

8. QuickPen International *www.quickpen.com/solutions/cad/duct-designer3d/* Duct Design 3D es un sistema de software basado en AutoCAD en 3DCAD diseñado para contratistas, empresas de ingeniería y fabricantes que construyen, fabrican o diseñan sistemas de ductos.

PROBLEMAS

Pérdidas de energía en secciones rectas de ducto

19.1E Determine la velocidad de flujo y pérdida por fricción conforme fluyen 1000 pcm de aire a través de 75 pies en un ducto circular de 18 pulgadas de diámetro.

19.2E Repita el problema 19.1 para ductos con diámetros de 16, 14, 12 y 10 pulgadas. Después, grafique la velocidad y pérdida por fricción *versus* diámetro del ducto.

19.3E Especifique el diámetro de un ducto circular adecuado para conducir 1500 pcm de aire, con caída máxima de presión de 0.10 pulgH_2O por 100 pies de ducto; redondee a la pulgada siguiente. Para el tamaño real que especifique, indique la pérdida por fricción en 100 pies de ducto.

19.4M *Determine la velocidad de flujo y la pérdida por fricción, conforme fluyen 3.0 m^3/s de aire a través de 25 m de un ducto circular de 500 mm de diámetro.*

19.5M *Repita el problema 19.4 para diámetros de ducto de 600, 700, 800, 900 y 1000 mm. Después, grafique la velocidad y pérdida por fricción versus diámetro del ducto.*

19.6M *Especifique el diámetro de un ducto circular adecuado para conducir 0.40 m^3/s de aire, con caída máxima de presión de 1.00 Pa/m de ducto; redondee al incremento siguiente de 50 mm. Para el tamaño real que especifique, indique la pérdida por fricción en Pa/m.*

19.7E Un ducto de calefacción para una estufa de aire forzado mide 10 por 30 pulgadas. Calcule el diámetro circular equivalente. Después, calcule el máximo flujo volumétrico de aire que podría conducir el ducto, mientras se limita la pérdida por fricción a 0.10 pulgH_2O por 100 pies.

19.8E Un ramal de un ducto para un sistema de calefacción mide 3 por 10 pulgadas. Calcule el diámetro circular equivalente. Después, determine el máximo flujo volumétrico de aire que podría conducir el ducto, mientras se limita la pérdida por fricción a 0.10 pulgH_2O por 100 pies.

19.9E Un ducto de ventilación en un almacén industrial grande mide 42 por 60 pulgadas. Calcule el diámetro circular equivalente. Después, determine el máximo flujo volumétrico de aire que podría transportar el ducto, mientras se limita la pérdida por fricción a 0.10 pulg H_2O por 100 pies.

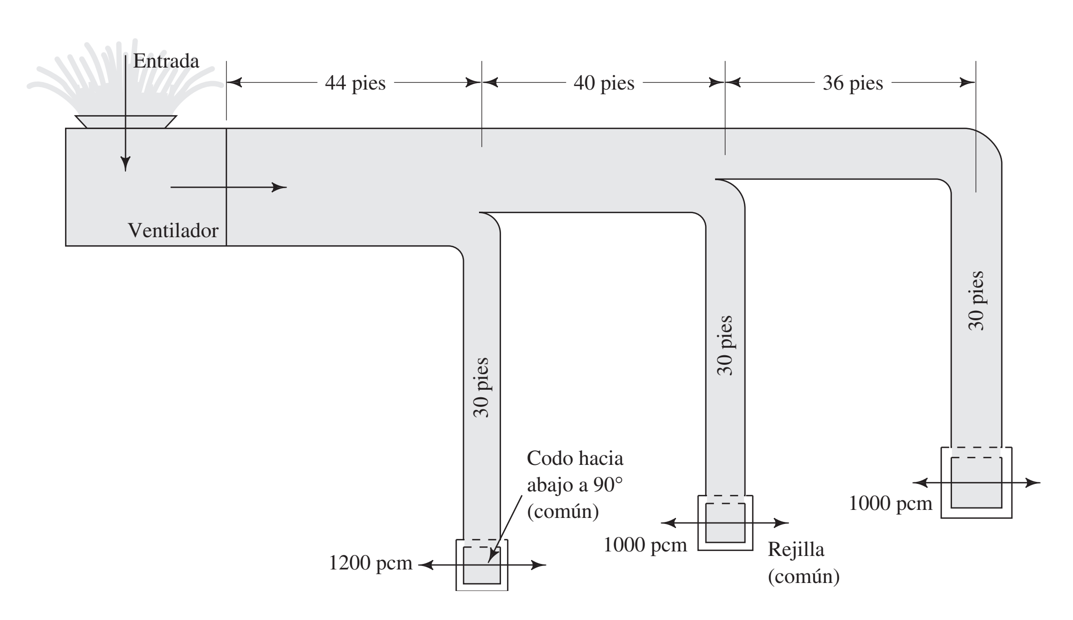


FIGURA 19.6 Sistema de ductos para el problema 19.27.

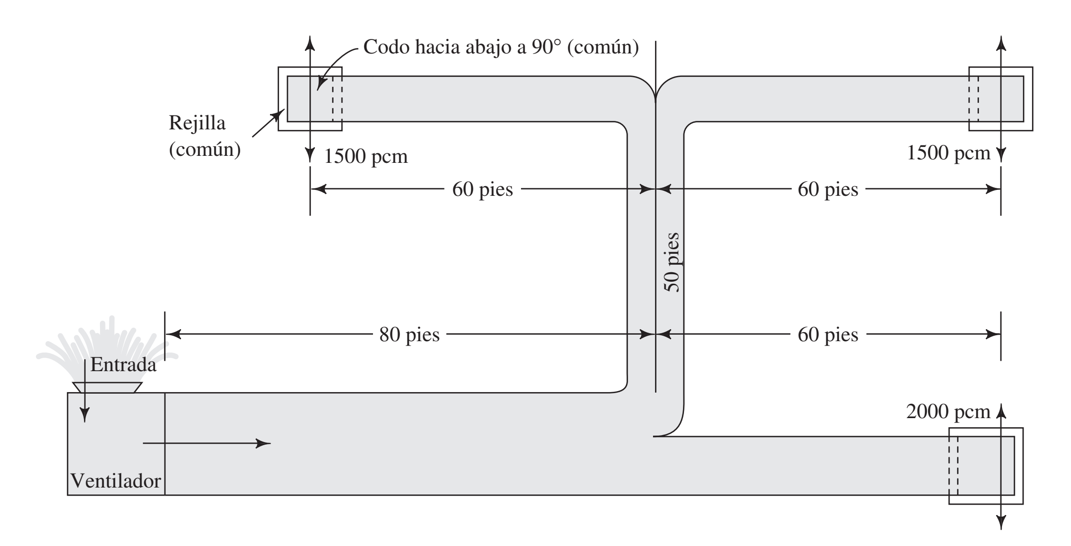


FIGURA 19.7 Sistema de ductos para el problema 19.28.

FIGURA 19.8 Sistema de ductos para el problema 19.29.

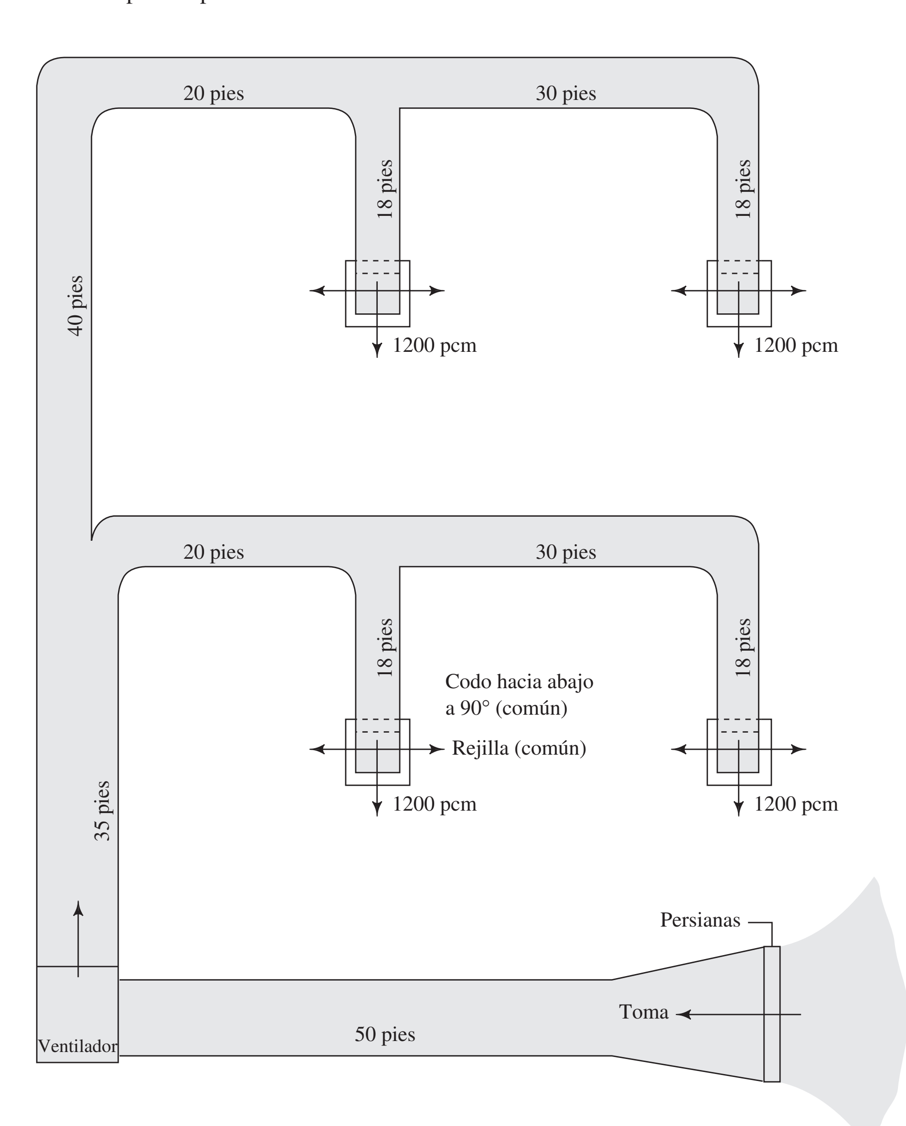
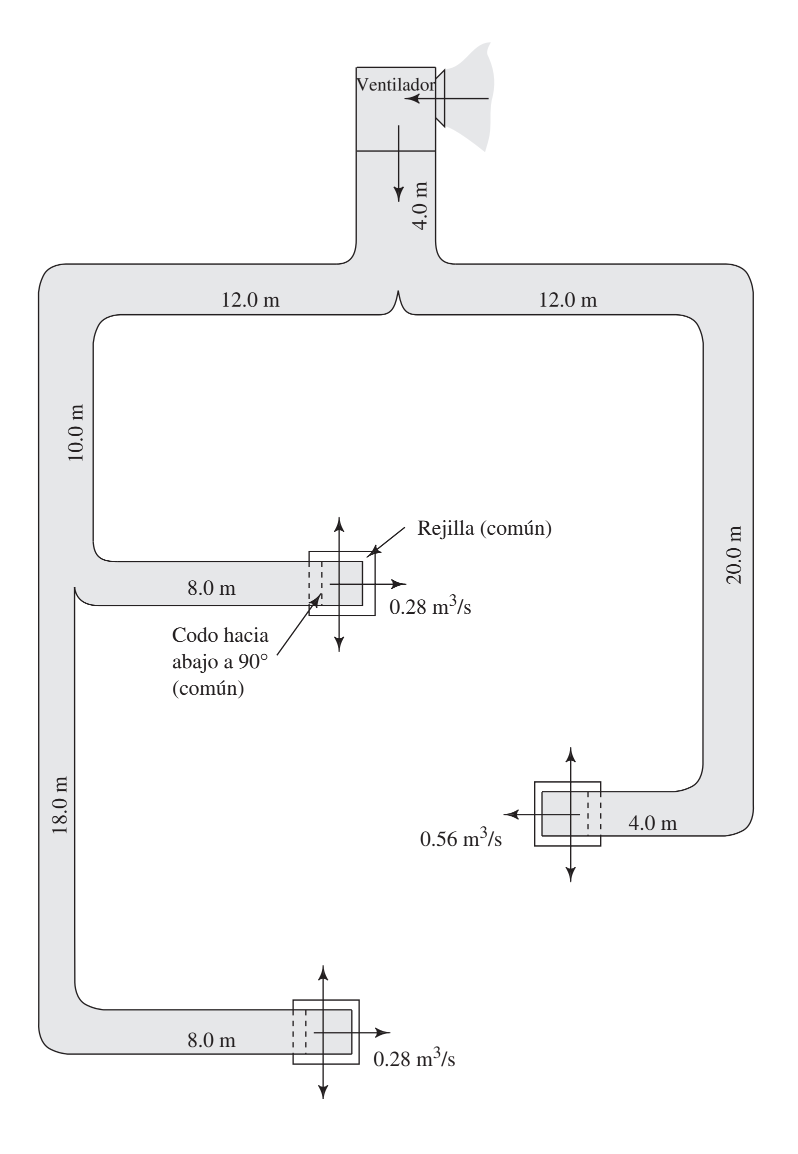


FIGURA 19.9 Sistema de ductos para el problema 19.30.



19.10M *Un ducto de calefacción para una estufa de aire forzado mide 250 por 500 mm. Calcule el diámetro circular equivalente. Después, determine el máximo flujo volumétrico de aire que podría conducir el ducto, si se limita la pérdida por fricción a 0.80 Pa/m.*

19.11M *Un ramal de ducto para un sistema de calefacción mide 75 por 250 mm. Calcule el diámetro circular equivalente. Después, determine el máximo flujo volumétrico de aire que el ducto podría transportar, si se limita la pérdida por fricción a 0.80 Pa/m.*

19.12E Especifique el tamaño de un ducto rectangular adecuado para conducir 1500 pcm de aire, con caída máxima de presión de 0.10 pulgH_2O por 100 pies de ducto. La altura vertical máxima del ducto es de 12.0 pulgadas.

19.13E Especifique el tamaño de un ducto rectangular adecuado para transportar 300 pcm de aire, con una caída máxima de presión de 0.10 pulgH_2O por 100 pies de ducto. La altura vertical máxima del ducto es de 6.0 pulgadas.

Pérdidas de energía en ductos con acoplamientos

19.14E Calcule la caída de presión conforme fluyen 650 pcm de aire a través de un codo de tres piezas, a 90°, en un ducto circular de 12 pulgadas de diámetro.

19.15E Repita el problema 19.14, pero use un codo de cinco piezas.

19.16E Calcule la caída de presión conforme fluyen 1500 pcm de aire a través de un regulador completamente abierto, que está instalado en un ducto de 16 pulgadas de diámetro.

19.17E Repita el problema 19.16, pero ahora el regulador está cerrado en forma parcial a 10°, 20° y 30°.

19.18E Una parte de un sistema principal de ductos de forma rectangular, mide 10 por 22 pulgadas y conduce 1600 pcm de aire. Una te que va hacia un ramal de ducto, 10 $\times$ 10 pulgadas, toma 500 pcm del ducto principal. Éste permanece del mismo tamaño corriente abajo desde el ramal. Determine la velocidad del flujo y la presión de velocidad en todas las partes del ducto.

19.19E Bajo las condiciones del problema 19.18, estime la pérdida de presión conforme el flujo ingresa al ramal del ducto a través de la te.

19.20E Bajo las condiciones del problema 19.18, estime la pérdida de presión para el flujo en el ducto principal debido a la te.

19.21M *Calcule la caída de presión conforme fluyen 0.20 m^3/s de aire a través de un codo de tres piezas, a 90°, en un ducto circular de 200 mm de diámetro.*

19.22M *Repita el problema 19.21, pero utilice un codo biselado.*

19.23M *Calcule la caída de presión conforme fluyen 0.85 m^3/s de aire a través de un conjunto regulador puesto a 30°, instalado en un ducto de 400 mm de diámetro.*

19.24E Una sección de un sistema de ductos está compuesta de 42 pies de ducto circular recto de 12 pulgadas de diámetro, un regulador completamente abierto, dos codos de tres piezas a 90° y una rejilla de salida. Calcule la caída de presión a lo largo de esta sección de ducto para Q = 700 pcm.

19.25E Una sección de un sistema de ductos está compuesta de un ducto rectangular de 12 por 20 pulgadas, un regulador completamente abierto, tres codos suaves a 90° y una rejilla de salida. Calcule la caída de presión a lo largo de esta sección de ducto para Q = 1500 pcm.

19.26M *El ducto de la toma hacia un ventilador está compuesto de persianas de entrada, 5.8 m de ducto cuadrado (800 por 800 mm), una contracción súbita hacia un ducto circular de 400 mm de diámetro y 9.25 m del ducto circular. Estime la presión en la toma del ventilador, cuando el ducto conduce 0.80 m^3/s de aire.*

Diseño de ductos

Bajo las condiciones mostradas en las figuras 19.6 a 19.9, complete el diseño del sistema de ductos, especificando los tamaños de todas las secciones de ducto necesarias para lograr un sistema balanceado, cuando conduzca los flujos volumétricos que se muestran. Calcule la presión en la salida del ventilador, si se supone que las salidas finales del sistema de ducto están a la presión atmosférica. Cuando se muestre una entrada a una sección de ducto, también complete el diseño y calcule la presión en la entrada del ventilador. Observe que para estos problemas no existe una solución única y mejor, sino que deben tomarse varias decisiones de diseño. Quizá se quieran cambiar ciertas características del diseño sugerido para el sistema, con objeto de mejorar su operación o hacerlo más sencillo, y así lograr su balance.

19.27E Utilice la figura 19.6.

19.28E Utilice la figura 19.7.

19.29E Utilice la figura 19.8.

19.30M *Utilice la figura 19.9.*

A Propiedades del agua

TABLA A.1 Unidades del SI [101 kPa (abs)].

Temperatura (°C)	Peso específico γ (kN/m^3)	Densidad ρ (kg/m^3)	Viscosidad dinámica η (Pa·s)	Viscosidad cinemática ν (m^2/s)
0	9.81	1000	1.75×10^{-3}	1.75×10^{-6}
5	9.81	1000	1.52×10^{-3}	1.52×10^{-6}
10	9.81	1000	1.30×10^{-3}	1.30×10^{-6}
15	9.81	1000	1.15×10^{-3}	1.15×10^{-6}
20	9.79	998	1.02×10^{-3}	1.02×10^{-6}
25	9.78	997	8.91×10^{-4}	8.94×10^{-7}
30	9.77	996	8.00×10^{-4}	8.03×10^{-7}
35	9.75	994	7.18×10^{-4}	7.22×10^{-7}
40	9.73	992	6.51×10^{-4}	6.56×10^{-7}
45	9.71	990	5.94×10^{-4}	6.00×10^{-7}
50	9.69	988	5.41×10^{-4}	5.48×10^{-7}
55	9.67	986	4.98×10^{-4}	5.05×10^{-7}
60	9.65	984	4.60×10^{-4}	4.67×10^{-7}
65	9.62	981	4.31×10^{-4}	4.39×10^{-7}
70	9.59	978	4.02×10^{-4}	4.11×10^{-7}
75	9.56	975	3.73×10^{-4}	3.83×10^{-7}
80	9.53	971	3.50×10^{-4}	3.60×10^{-7}
85	9.50	968	3.30×10^{-4}	3.41×10^{-7}
90	9.47	965	3.11×10^{-4}	3.22×10^{-7}
95	9.44	962	2.92×10^{-4}	3.04×10^{-7}
100	9.40	958	2.82×10^{-4}	2.94×10^{-7}

TABLA A.2 Unidades del Sistema Inglés (14.7 psia).

Temperatura (°F)	Peso específico γ (lb/pie^3)	Densidad ρ (slugs/pie^3)	Viscosidad dinámica η (lb-s/pie^2)	Viscosidad cinemática ν (pie^2/s)
32	62.4	1.94	3.66×10^{-5}	1.89×10^{-5}
40	62.4	1.94	3.23×10^{-5}	1.67×10^{-5}
50	62.4	1.94	2.72×10^{-5}	1.40×10^{-5}
60	62.4	1.94	2.35×10^{-5}	1.21×10^{-5}
70	62.3	1.94	2.04×10^{-5}	1.05×10^{-5}
80	62.2	1.93	1.77×10^{-5}	9.15×10^{-6}
90	62.1	1.93	1.60×10^{-5}	8.29×10^{-6}
100	62.0	1.93	1.42×10^{-5}	7.37×10^{-6}
110	61.9	1.92	1.26×10^{-5}	6.55×10^{-6}
120	61.7	1.92	1.14×10^{-5}	5.94×10^{-6}
130	61.5	1.91	1.05×10^{-5}	5.49×10^{-6}
140	61.4	1.91	9.60×10^{-6}	5.03×10^{-6}
150	61.2	1.90	8.90×10^{-6}	4.68×10^{-6}
160	61.0	1.90	8.30×10^{-6}	4.38×10^{-6}
170	60.8	1.89	7.70×10^{-6}	4.07×10^{-6}
180	60.6	1.88	7.23×10^{-6}	3.84×10^{-6}
190	60.4	1.88	6.80×10^{-6}	3.62×10^{-6}
200	60.1	1.87	6.25×10^{-6}	3.35×10^{-6}
212	59.8	1.86	5.89×10^{-6}	3.17×10^{-6}

B Propiedades de los líquidos comunes

TABLA B.1 Unidades del SI [101 kPa (abs) y 25 °C].

	Gravedad específica sg	Peso específico γ (kN/m^3)	Densidad ρ (kg/m^3)	Viscosidad dinámica η ($Pa \cdot s$)	Viscosidad cinemática ν (m^2/s)
Acetona	0.787	7.72	787	3.16×10^{-4}	4.02×10^{-7}
Alcohol, etílico	0.787	7.72	787	1.00×10^{-3}	1.27×10^{-6}
Alcohol, metílico	0.789	7.74	789	5.60×10^{-4}	7.10×10^{-7}
Alcohol, propílico	0.802	7.87	802	1.92×10^{-3}	2.39×10^{-6}
Amoniaco hidratado (25%)	0.910	8.93	910	—	—
Benceno	0.876	8.59	876	6.03×10^{-4}	6.88×10^{-7}
Tetracloruro de carbono	1.590	15.60	1 590	9.10×10^{-4}	5.72×10^{-7}
Aceite de ricino	0.960	9.42	960	6.51×10^{-1}	6.78×10^{-4}
Etilenglicol	1.100	10.79	1 100	1.62×10^{-2}	1.47×10^{-5}
Gasolina	0.68	6.67	680	2.87×10^{-4}	4.22×10^{-7}
Glicerina	1.258	12.34	1 258	9.60×10^{-1}	7.63×10^{-4}
Queroseno	0.823	8.07	823	1.64×10^{-3}	1.99×10^{-6}
Aceite de linaza	0.930	9.12	930	3.31×10^{-2}	3.56×10^{-5}
Mercurio	13.54	132.8	13 540	1.53×10^{-3}	1.13×10^{-7}
Propano	0.495	4.86	495	1.10×10^{-4}	2.22×10^{-7}
Agua de mar	1.030	10.10	1 030	1.03×10^{-3}	1.00×10^{-6}
Aguarrás	0.870	8.53	870	1.37×10^{-3}	1.57×10^{-6}
Combustóleo, medio	0.852	8.36	852	2.99×10^{-3}	3.51×10^{-6}
Combustóleo, pesado	0.906	8.89	906	1.07×10^{-1}	1.18×10^{-4}

TABLA B.2 Unidades del Sistema Inglés (14.7 psia y 77 °F).

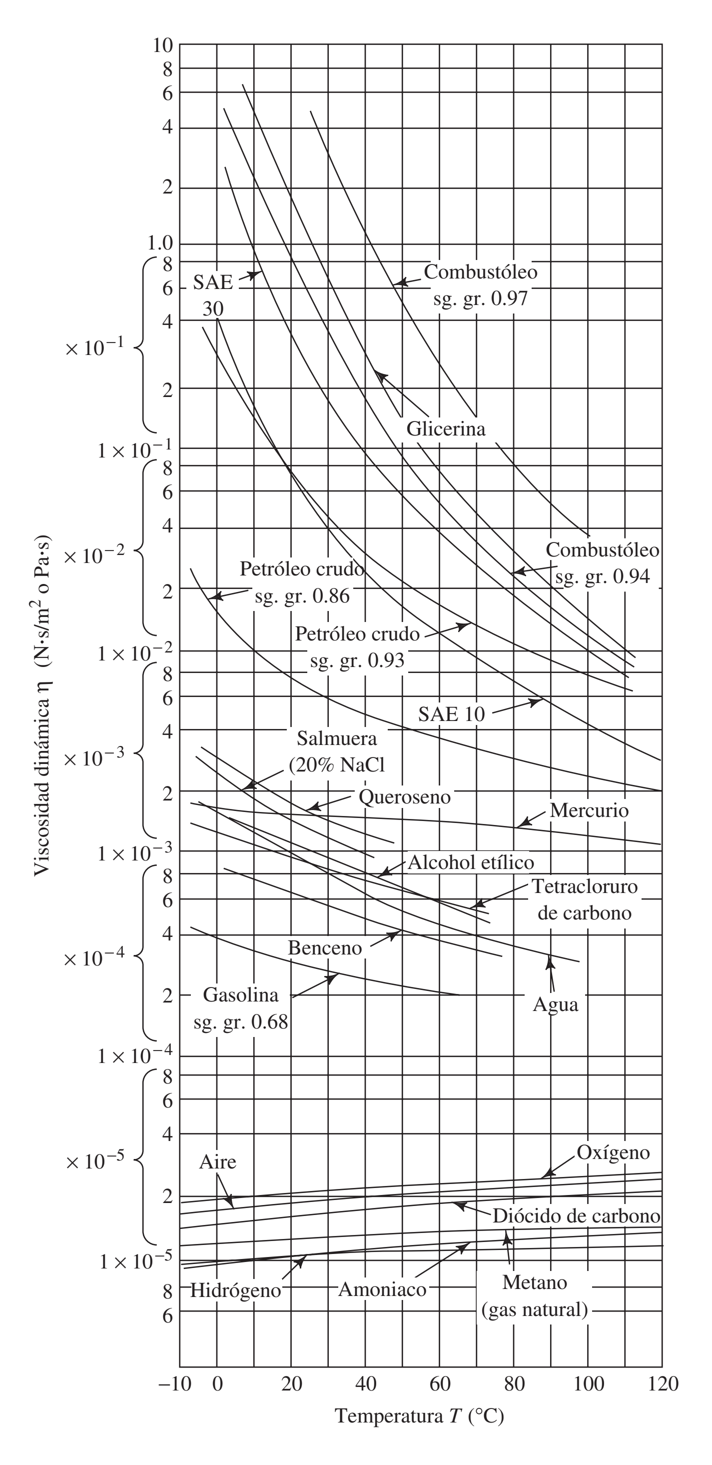
	Gravedad específica sg	Peso específico γ (lb/pie^3)	Densidad ρ (slugs/pie^3)	Viscosidad dinámica η (lb-s/pie^2)	Viscosidad cinemática ν (pie^2/s)
Acetona	0.787	48.98	1.53	6.60×10^{-6}	4.31×10^{-6}
Alcohol, etílico	0.787	49.01	1.53	2.10×10^{-5}	1.37×10^{-5}
Alcohol, metílico	0.789	49.10	1.53	1.17×10^{-5}	7.65×10^{-6}
Alcohol, propílico	0.802	49.94	1.56	4.01×10^{-5}	2.57×10^{-5}
Amoniaco hidratado (25%)	0.910	56.78	1.77	—	—
Benceno	0.876	54.55	1.70	1.26×10^{-5}	7.41×10^{-6}
Tetracloruro de carbono	1.590	98.91	3.08	1.90×10^{-5}	6.17×10^{-6}
Aceite de ricino	0.960	59.69	1.86	1.36×10^{-2}	7.31×10^{-3}
Etilenglicol	1.100	68.47	2.13	3.38×10^{-4}	1.59×10^{-4}
Gasolina	0.68	42.40	1.32	6.00×10^{-6}	4.55×10^{-6}
Glicerina	1.258	78.50	2.44	2.00×10^{-2}	8.20×10^{-3}
Queroseno	0.823	51.20	1.60	3.43×10^{-5}	2.14×10^{-5}
Aceite de linaza	0.930	58.00	1.80	6.91×10^{-4}	3.84×10^{-4}
Mercurio	13.54	844.9	26.26	3.20×10^{-5}	1.22×10^{-6}
Propano	0.495	30.81	0.96	2.30×10^{-6}	2.40×10^{-6}
Agua de mar	1.030	64.00	2.00	2.15×10^{-5}	1.08×10^{-5}
Aguarrás	0.870	54.20	1.69	2.87×10^{-5}	1.70×10^{-5}
Combustóleo, medio	0.852	53.16	1.65	6.25×10^{-5}	3.79×10^{-5}
Combustóleo, pesado	0.906	56.53	1.76	2.24×10^{-3}	1.27×10^{-3}

C Propiedades comunes de aceites lubricantes derivados del petróleo

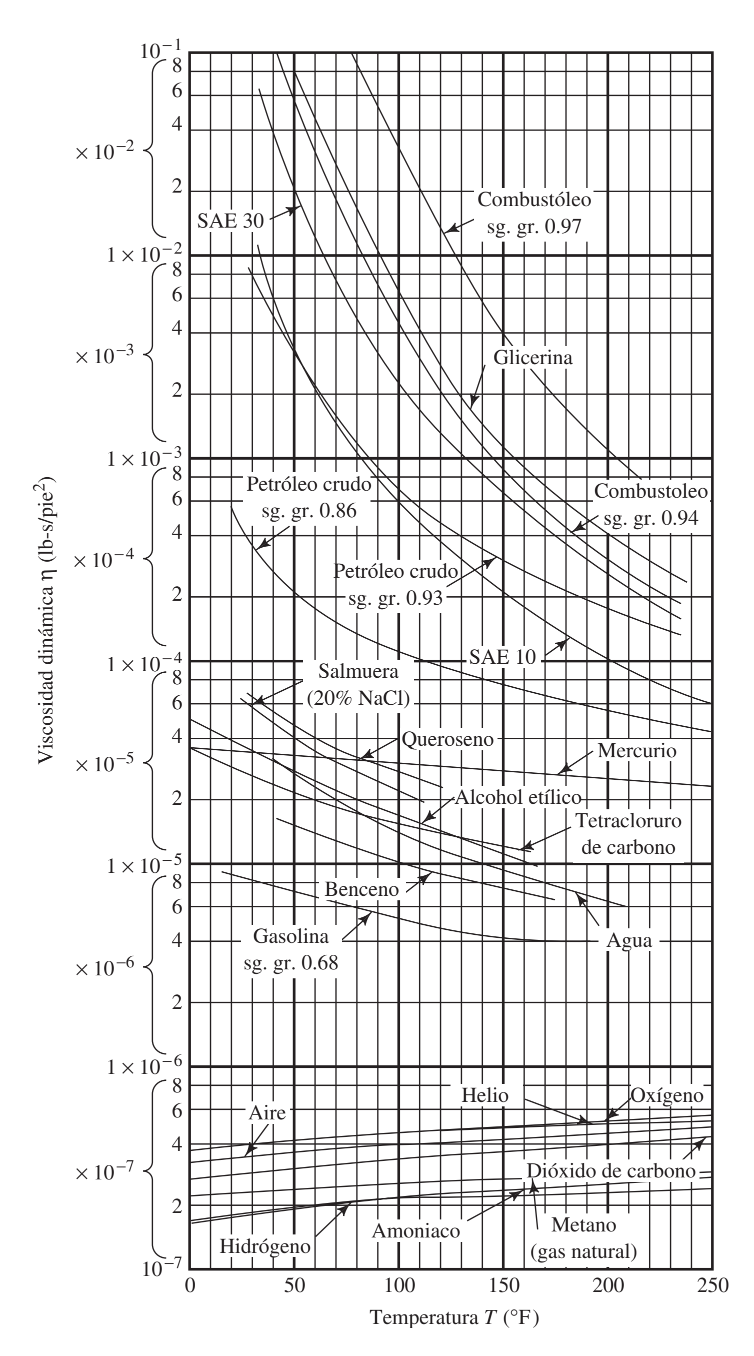
Tipo	Gravedad específica	Viscosidad cinemática ν A 40 °C (104 °F) (m^2/s)	A 40 °C (104 °F) (pie^2/s)	A 100 °C (212 °F) (m^2/s)	A 100 °C (212 °F) (pie^2/s)	Índice de viscosidad
Sistemas hidráulicos automotrices	0.887	3.99×10^{-5}	4.30×10^{-4}	7.29×10^{-6}	7.85×10^{-5}	149
Sistemas hidráulicos de máquinas herramientas						
Ligero	0.887	3.20×10^{-5}	3.44×10^{-4}	4.79×10^{-6}	5.16×10^{-5}	46
Medio	0.895	6.70×10^{-5}	7.21×10^{-4}	7.29×10^{-6}	7.85×10^{-5}	53
Pesado	0.901	1.96×10^{-4}	2.11×10^{-3}	1.40×10^{-5}	1.51×10^{-4}	53
Temperatura baja	0.844	1.40×10^{-5}	1.51×10^{-4}	5.20×10^{-6}	5.60×10^{-5}	374
Aceites lubricantes de máquinas herramientas						
Ligero	0.881	2.20×10^{-5}	2.37×10^{-4}	3.90×10^{-6}	4.20×10^{-5}	40
Medio	0.915	6.60×10^{-5}	7.10×10^{-4}	7.00×10^{-6}	7.53×10^{-5}	41
Pesado	0.890	2.00×10^{-4}	2.15×10^{-3}	1.55×10^{-5}	1.67×10^{-4}	73

Nota: Consulte también las tablas 2.4 y 2.5 del capítulo 2, para ver las propiedades de los aceites de grado SAE de motores y trasmisiones.

■■■■ D Variación de la viscosidad con la temperatura



Viscosidad dinámica *versus* temperatura —unidades del SI.



Viscosidad dinámica *versus* temperatura —unidades del Sistema Inglés.

E Propiedades del aire

TABLA E.1 Propiedades del aire *versus* temperatura en unidades del SI a la presión atmosférica estándar.

Temperatura T (°C)	**Densidad** ρ (kg/m^3)	**Peso específico** γ (N/m^3)	**Viscosidad dinámica** η (Pa·s)	**Viscosidad cinemática** ν (m^2/s)
−40	1.514	14.85	1.51×10^{-5}	9.98×10^{-6}
−30	1.452	14.24	1.56×10^{-5}	1.08×10^{-5}
−20	1.394	13.67	1.62×10^{-5}	1.16×10^{-5}
−10	1.341	13.15	1.67×10^{-5}	1.24×10^{-5}
0	1.292	12.67	1.72×10^{-5}	1.33×10^{-5}
10	1.247	12.23	1.77×10^{-5}	1.42×10^{-5}
20	1.204	11.81	1.81×10^{-5}	1.51×10^{-5}
30	1.164	11.42	1.86×10^{-5}	1.60×10^{-5}
40	1.127	11.05	1.91×10^{-5}	1.69×10^{-5}
50	1.092	10.71	1.95×10^{-5}	1.79×10^{-5}
60	1.060	10.39	1.99×10^{-5}	1.89×10^{-5}
70	1.029	10.09	2.04×10^{-5}	1.99×10^{-5}
80	0.9995	9.802	2.09×10^{-5}	2.09×10^{-5}
90	0.9720	9.532	2.13×10^{-5}	2.19×10^{-5}
100	0.9459	9.277	2.17×10^{-5}	2.30×10^{-5}
110	0.9213	9.034	2.22×10^{-5}	2.40×10^{-5}
120	0.8978	8.805	2.26×10^{-5}	2.51×10^{-5}

Nota: Las propiedades del aire en condiciones estándar a nivel del mar son las siguientes:

Temperatura	15 °C
Presión	101.325 kPa
Densidad	1.225 kg/m^3
Peso específico	12.01 N/m^3
Viscosidad dinámica	1.789×10^{-5} Pa·s
Viscosidad cinemática	1.46×10^{-5} m^2/s

TABLA E.2 Propiedades del aire *versus* temperatura en unidades del Sistema Inglés a la presión atmosférica estándar.

Temperatura T (°F)	Densidad ρ (slugs/pie^3)	Peso específico γ (lb/pie^3)	Viscosidad dinámica η (lb-s/pie^2)	Viscosidad cinemática ν (pie^2/s)
−40	2.94×10^{-3}	0.0946	3.15×10^{-7}	1.07×10^{-4}
−20	2.80×10^{-3}	0.0903	3.27×10^{-7}	1.17×10^{-4}
0	2.68×10^{-3}	0.0864	3.41×10^{-7}	1.27×10^{-4}
20	2.57×10^{-3}	0.0828	3.52×10^{-7}	1.37×10^{-4}
40	2.47×10^{-3}	0.0795	3.64×10^{-7}	1.47×10^{-4}
60	2.37×10^{-3}	0.0764	3.74×10^{-7}	1.58×10^{-4}
80	2.28×10^{-3}	0.0736	3.85×10^{-7}	1.69×10^{-4}
100	2.20×10^{-3}	0.0709	3.97×10^{-7}	1.80×10^{-4}
120	2.13×10^{-3}	0.0685	4.06×10^{-7}	1.91×10^{-4}
140	2.06×10^{-3}	0.0662	4.16×10^{-7}	2.02×10^{-4}
160	1.99×10^{-3}	0.0641	4.27×10^{-7}	2.15×10^{-4}
180	1.93×10^{-3}	0.0621	4.38×10^{-7}	2.27×10^{-4}
200	1.87×10^{-3}	0.0602	4.48×10^{-7}	2.40×10^{-4}
220	1.81×10^{-3}	0.0584	4.58×10^{-7}	2.52×10^{-4}
240	1.76×10^{-3}	0.0567	4.68×10^{-7}	2.66×10^{-4}

TABLA E.3 Propiedades de la atmósfera.

Unidades SI				Unidades del Sistema Inglés			
Altitud (m)	Temperatura T (°C)	Presión P (kPa)	Densidad ρ (kg/m^3)	Altitud (pies)	Temperatura T (°F)	Presión P (psi)	Densidad ρ (slugs/pie^3)
0	15.00	101.3	1.225	0	59.00	14.696	2.38×10^{-3}
200	13.70	98.9	1.202	500	57.22	14.433	2.34×10^{-3}
400	12.40	96.6	1.179	1000	55.43	14.173	2.25×10^{-3}
600	11.10	94.3	1.156	5000	41.17	12.227	2.05×10^{-3}
800	9.80	92.1	1.134	10000	23.34	10.106	1.76×10^{-3}
1000	8.50	89.9	1.112	15000	5.51	8.293	1.50×10^{-3}
2000	2.00	79.5	1.007	20000	−12.62	6.753	1.27×10^{-3}
3000	−4.49	70.1	0.9093	30000	−47.99	4.365	8.89×10^{-4}
4000	−10.98	61.7	0.8194	40000	−69.70	2.720	5.85×10^{-4}
5000	−17.47	54.0	0.7364	50000	−69.70	1.683	3.62×10^{-4}
10000	−49.90	26.5	0.4135	60000	−69.70	1.040	2.24×10^{-4}
15000	−56.50	12.11	0.1948	70000	−67.30	0.644	1.38×10^{-4}
20000	−56.50	5.53	0.0889	80000	−61.81	0.400	8.45×10^{-5}
25000	−51.60	2.55	0.0401	90000	−56.32	0.251	5.22×10^{-5}
30000	−46.64	1.20	0.0184	100000	−50.84	0.158	3.25×10^{-5}

Datos tomados de *U.S. Standard Atmosphere,* 1976 NOAA-S/T76-1562. Washington, DC: National Oceanic and Atmospheric Administration.

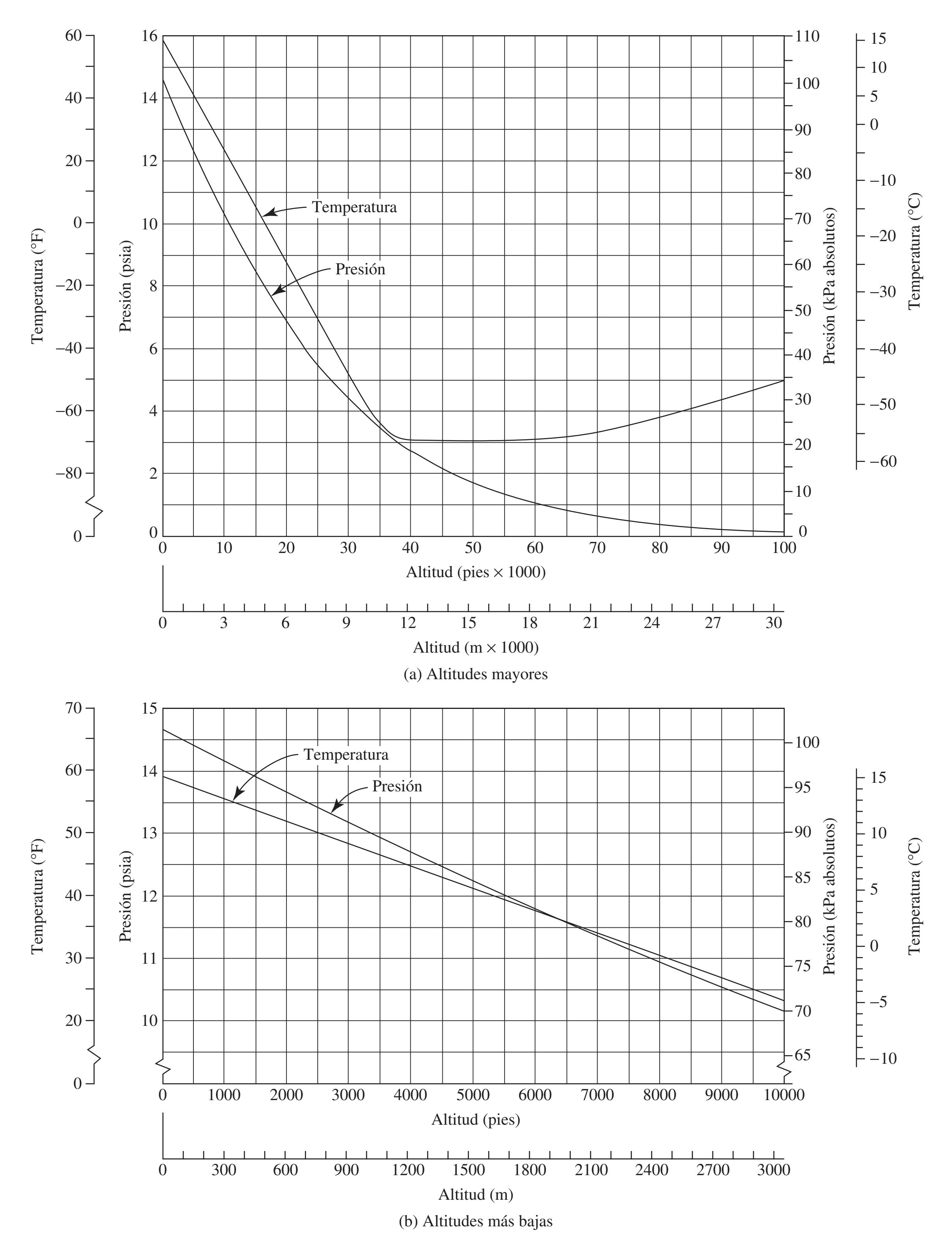


FIGURA E.1 Propiedades de la atmósfera estándar *versus* la altitud.

F Dimensiones de tuberías de acero

TABLA F.1 Cédula 40.

Tamaño nom. de tubería (pulg)	Diámetro exterior		Espesor de pared		Diámetro interior			Flujo de área	
	(pulg)	(mm)	(pulg)	(mm)	(pulg)	(pies)	(mm)	(pies^2)	(m^2)
⅛	0.405	10.3	0.068	1.73	0.269	0.0224	6.8	0.000 394	3.660×10^{-5}
¼	0.540	13.7	0.088	2.24	0.364	0.0303	9.2	0.000 723	6.717×10^{-5}
⅜	0.675	17.1	0.091	2.31	0.493	0.0411	12.5	0.001 33	1.236×10^{-4}
½	0.840	21.3	0.109	2.77	0.622	0.0518	15.8	0.002 11	1.960×10^{-4}
¾	1.050	26.7	0.113	2.87	0.824	0.0687	20.9	0.003 70	3.437×10^{-4}
1	1.315	33.4	0.133	3.38	1.049	0.0874	26.6	0.006 00	5.574×10^{-4}
1¼	1.660	42.2	0.140	3.56	1.380	0.1150	35.1	0.010 39	9.653×10^{-4}
1½	1.900	48.3	0.145	3.68	1.610	0.1342	40.9	0.014 14	1.314×10^{-3}
2	2.375	60.3	0.154	3.91	2.067	0.1723	52.5	0.023 33	2.168×10^{-3}
2½	2.875	73.0	0.203	5.16	2.469	0.2058	62.7	0.033 26	3.090×10^{-3}
3	3.500	88.9	0.216	5.49	3.068	0.2557	77.9	0.051 32	4.768×10^{-3}
3½	4.000	101.6	0.226	5.74	3.548	0.2957	90.1	0.068 68	6.381×10^{-3}
4	4.500	114.3	0.237	6.02	4.026	0.3355	102.3	0.088 40	8.213×10^{-3}
5	5.563	141.3	0.258	6.55	5.047	0.4206	128.2	0.139 0	1.291×10^{-2}
6	6.625	168.3	0.280	7.11	6.065	0.5054	154.1	0.200 6	1.864×10^{-2}
8	8.625	219.1	0.322	8.18	7.981	0.6651	202.7	0.347 2	3.226×10^{-2}
10	10.750	273.1	0.365	9.27	10.020	0.8350	254.5	0.547 9	5.090×10^{-2}
12	12.750	323.9	0.406	10.31	11.938	0.9948	303.2	0.777 1	7.219×10^{-2}
14	14.000	355.6	0.437	11.10	13.126	1.094	333.4	0.939 6	8.729×10^{-2}
16	16.000	406.4	0.500	12.70	15.000	1.250	381.0	1.227	0.1140
18	18.000	457.2	0.562	14.27	16.876	1.406	428.7	1.553	0.1443
20	20.000	508.0	0.593	15.06	18.814	1.568	477.9	1.931	0.1794
24	24.000	609.6	0.687	17.45	22.626	1.886	574.7	2.792	0.2594

TABLA F.2 Cédula 80.

Tamaño nom. de tubería	Diámetro exterior		Espesor de pared		Diámetro interior			Flujo de área	
(pulg)	(pulg)	(mm)	(pulg)	(mm)	(pulg)	(pies)	(mm)	($pies^2$)	(m^2)
⅛	0.405	10.3	0.095	2.41	0.215	0.017 92	5.5	0.000 253	2.350×10^{-5}
¼	0.540	13.7	0.119	3.02	0.302	0.025 17	7.7	0.000 497	4.617×10^{-5}
⅜	0.675	17.1	0.126	3.20	0.423	0.035 25	10.7	0.000 976	9.067×10^{-5}
½	0.840	21.3	0.147	3.73	0.546	0.045 50	13.9	0.001 625	1.510×10^{-4}
¾	1.050	26.7	0.154	3.91	0.742	0.061 83	18.8	0.003 00	2.787×10^{-4}
1	1.315	33.4	0.179	4.55	0.957	0.079 75	24.3	0.004 99	4.636×10^{-4}
1¼	1.660	42.2	0.191	4.85	1.278	0.106 5	32.5	0.008 91	8.278×10^{-4}
1½	1.900	48.3	0.200	5.08	1.500	0.125 0	38.1	0.012 27	1.140×10^{-3}
2	2.375	60.3	0.218	5.54	1.939	0.161 6	49.3	0.020 51	1.905×10^{-3}
2½	2.875	73.0	0.276	7.01	2.323	0.193 6	59.0	0.029 44	2.735×10^{-3}
3	3.500	88.9	0.300	7.62	2.900	0.241 7	73.7	0.045 90	4.264×10^{-3}
3½	4.000	101.6	0.318	8.08	3.364	0.280 3	85.4	0.061 74	5.736×10^{-3}
4	4.500	114.3	0.337	8.56	3.826	0.318 8	97.2	0.079 86	7.419×10^{-3}
5	5.563	141.3	0.375	9.53	4.813	0.401 1	122.3	0.126 3	1.173×10^{-2}
6	6.625	168.3	0.432	10.97	5.761	0.480 1	146.3	0.181 0	1.682×10^{-2}
8	8.625	219.1	0.500	12.70	7.625	0.635 4	193.7	0.317 4	2.949×10^{-2}
10	10.750	273.1	0.593	15.06	9.564	0.797 0	242.9	0.498 6	4.632×10^{-2}
12	12.750	323.9	0.687	17.45	11.376	0.948 0	289.0	0.705 6	6.555×10^{-2}
14	14.000	355.6	0.750	19.05	12.500	1.042	317.5	0.852 1	7.916×10^{-2}
16	16.000	406.4	0.842	21.39	14.314	1.193	363.6	1.117	0.1038
18	18.000	457.2	0.937	23.80	16.126	1.344	409.6	1.418	0.1317
20	20.000	508.0	1.031	26.19	17.938	1.495	455.6	1.755	0.1630
24	24.000	609.6	1.218	30.94	21.564	1.797	547.7	2.535	0.2344

G Dimensiones de tubos de acero

Diámetro exterior		Espesor de pared		Diámetro interior			Flujo de área	
(pulg)	(mm)	(pulg)	(mm)	(pulg)	(pies)	(mm)	(pie^2)	(m^2)
⅛	3.18	0.032	0.813	0.061	0.00508	1.549	2.029×10^{-5}	1.885×10^{-6}
		0.035	0.889	0.055	0.00458	1.397	1.650×10^{-5}	1.533×10^{-6}
3⁄16	4.76	0.032	0.813	0.124	0.01029	3.137	8.319×10^{-5}	7.728×10^{-6}
		0.035	0.889	0.117	0.00979	2.985	7.530×10^{-5}	6.996×10^{-6}
¼	6.35	0.035	0.889	0.180	0.01500	4.572	1.767×10^{-4}	1.642×10^{-5}
		0.049	1.24	0.152	0.01267	3.861	1.260×10^{-4}	1.171×10^{-5}
5⁄16	7.94	0.035	0.889	0.243	0.02021	6.160	3.207×10^{-4}	2.980×10^{-5}
		0.049	1.24	0.215	0.01788	5.448	2.509×10^{-4}	2.331×10^{-5}
⅜	9.53	0.035	0.889	0.305	0.02542	7.747	5.074×10^{-4}	4.714×10^{-5}
		0.049	1.24	0.277	0.02308	7.036	4.185×10^{-4}	3.888×10^{-5}
½	12.70	0.049	1.24	0.402	0.03350	10.21	8.814×10^{-4}	8.189×10^{-5}
		0.065	1.65	0.370	0.03083	9.40	7.467×10^{-4}	6.937×10^{-5}
⅝	15.88	0.049	1.24	0.527	0.04392	13.39	1.515×10^{-3}	1.407×10^{-4}
		0.065	1.65	0.495	0.04125	12.57	1.336×10^{-3}	1.242×10^{-4}
¾	19.05	0.049	1.24	0.652	0.05433	16.56	2.319×10^{-3}	2.154×10^{-4}
		0.065	1.65	0.620	0.05167	15.75	2.097×10^{-3}	1.948×10^{-4}
⅞	22.23	0.049	1.24	0.777	0.06475	19.74	3.293×10^{-3}	3.059×10^{-4}
		0.065	1.65	0.745	0.06208	18.92	3.027×10^{-3}	2.812×10^{-4}
1	25.40	0.065	1.65	0.870	0.07250	22.10	4.128×10^{-3}	3.835×10^{-4}
		0.083	2.11	0.834	0.06950	21.18	3.794×10^{-3}	3.524×10^{-4}
1¼	31.75	0.065	1.65	1.120	0.09333	28.45	6.842×10^{-3}	6.356×10^{-4}
		0.083	2.11	1.084	0.09033	27.53	6.409×10^{-3}	5.954×10^{-4}
1½	38.10	0.065	1.65	1.370	0.1142	34.80	1.024×10^{-2}	9.510×10^{-4}
		0.083	2.11	1.334	0.1112	33.88	9.706×10^{-3}	9.017×10^{-4}
1¾	44.45	0.065	1.65	1.620	0.1350	41.15	1.431×10^{-2}	1.330×10^{-3}
		0.083	2.11	1.584	0.1320	40.23	1.368×10^{-2}	1.271×10^{-3}
2	50.80	0.065	1.65	1.870	0.1558	47.50	1.907×10^{-2}	1.772×10^{-3}
		0.083	2.11	1.834	0.1528	46.58	1.835×10^{-2}	1.704×10^{-3}

H Dimensiones de tubos de cobre tipo K

Tamaño nominal	Diámetro exterior		Espesor de pared		Diámetro interior			Flujo de área	
(pulg)	(pulg)	(mm)	(pulg)	(mm)	(pulg)	(pies)	(mm)	(pies^2)	(m^2)
⅛	0.250	6.35	0.035	0.889	0.180	0.0150	4.572	1.767×10^{-4}	1.642×10^{-5}
¼	0.375	9.53	0.049	1.245	0.277	0.0231	7.036	4.185×10^{-4}	3.888×10^{-5}
⅜	0.500	12.70	0.049	1.245	0.402	0.0335	10.21	8.814×10^{-4}	8.189×10^{-5}
½	0.625	15.88	0.049	1.245	0.527	0.0439	13.39	1.515×10^{-3}	1.407×10^{-4}
⅝	0.750	19.05	0.049	1.245	0.652	0.0543	16.56	2.319×10^{-3}	2.154×10^{-4}
¾	0.875	22.23	0.065	1.651	0.745	0.0621	18.92	3.027×10^{-3}	2.812×10^{-4}
1	1.125	28.58	0.065	1.651	0.995	0.0829	25.27	5.400×10^{-3}	5.017×10^{-4}
1¼	1.375	34.93	0.065	1.651	1.245	0.1037	31.62	8.454×10^{-3}	7.854×10^{-4}
1½	1.625	41.28	0.072	1.829	1.481	0.1234	37.62	1.196×10^{-2}	1.111×10^{-3}
2	2.125	53.98	0.083	2.108	1.959	0.1632	49.76	2.093×10^{-2}	1.945×10^{-3}
2½	2.625	66.68	0.095	2.413	2.435	0.2029	61.85	3.234×10^{-2}	3.004×10^{-3}
3	3.125	79.38	0.109	2.769	2.907	0.2423	73.84	4.609×10^{-2}	4.282×10^{-3}
3½	3.625	92.08	0.120	3.048	3.385	0.2821	85.98	6.249×10^{-2}	5.806×10^{-3}
4	4.125	104.8	0.134	3.404	3.857	0.3214	97.97	8.114×10^{-2}	7.538×10^{-3}
5	5.125	130.2	0.160	4.064	4.805	0.4004	122.0	1.259×10^{-1}	1.170×10^{-2}
6	6.125	155.6	0.192	4.877	5.741	0.4784	145.8	1.798×10^{-1}	1.670×10^{-2}
8	8.125	206.4	0.271	6.883	7.583	0.6319	192.6	3.136×10^{-1}	2.914×10^{-2}
10	10.125	257.2	0.338	8.585	9.449	0.7874	240.0	4.870×10^{-1}	4.524×10^{-2}
12	12.125	308.0	0.405	10.287	11.315	0.9429	287.4	6.983×10^{-1}	6.487×10^{-2}

I Dimensiones de tuberías de hierro dúctil

TABLA I.1 Clase 150 para presión de servicio de 150 psi (1.03 MPa).

Tam. nominal de tuberías	Diámetro exterior		Espesor de pared		Diámetro interior			Área de flujo	
(pulg)	(pulg)	(mm)	(pulg)	(mm)	(pulg)	(pies)	(mm)	($pies^2$)	(m^2)
3	3.96	100.6	0.320	8.13	3.32	0.277	84.3	0.0601	5.585×10^{-3}
4	4.80	121.9	0.350	8.89	4.10	0.342	104.1	0.0917	8.518×10^{-3}
6	6.90	175.3	0.380	9.65	6.14	0.512	156.0	0.2056	1.910×10^{-2}
8	9.05	229.9	0.410	10.41	8.23	0.686	209.0	0.3694	3.432×10^{-2}
10	11.10	281.9	0.440	11.18	10.22	0.852	259.6	0.5697	5.292×10^{-2}
12	13.20	335.3	0.480	12.19	12.24	1.020	310.9	0.8171	7.591×10^{-2}
14	15.65	397.5	0.510	12.95	14.63	1.219	371.6	1.167	0.1085
16	17.80	452.1	0.540	13.72	16.72	1.393	424.7	1.525	0.1417
18	19.92	506.0	0.580	14.73	18.76	1.563	476.5	1.920	0.1783
20	22.06	560.3	0.620	15.75	20.82	1.735	528.8	2.364	0.2196
24	26.32	668.5	0.730	18.54	24.86	2.072	631.4	3.371	0.3132

J Áreas de círculos

TABLA J.1 Unidades del Sistema Inglés.

Diámetro		Área	
(pulg)	(pies)	(pulg^2)	(pies^2)
0.25	0.0208	0.0491	3.409×10^{-4}
0.50	0.0417	0.1963	1.364×10^{-3}
0.75	0.0625	0.4418	3.068×10^{-3}
1.00	0.0833	0.7854	5.454×10^{-3}
1.25	0.1042	1.227	8.522×10^{-3}
1.50	0.1250	1.767	1.227×10^{-2}
1.75	0.1458	2.405	1.670×10^{-2}
2.00	0.1667	3.142	2.182×10^{-2}
2.50	0.2083	4.909	3.409×10^{-2}
3.00	0.2500	7.069	4.909×10^{-2}
3.50	0.2917	9.621	6.681×10^{-2}
4.00	0.3333	12.57	8.727×10^{-2}
4.50	0.3750	15.90	0.1104
5.00	0.4167	19.63	0.1364
6.00	0.5000	28.27	0.1963
7.00	0.5833	38.48	0.2673
8.00	0.6667	50.27	0.3491
9.00	0.7500	63.62	0.4418
10.00	0.8333	78.54	0.5454
12.00	1.00	113.1	0.7854
18.00	1.50	254.5	1.767
24.00	2.00	452.4	3.142

TABLA J.2 Unidades SI.

Diámetro		Área	
(mm)	(m)	(mm^2)	(m^2)
6	0.006	28.27	2.827×10^{-5}
12	0.012	113.1	1.131×10^{-4}
18	0.018	254.5	2.545×10^{-4}
25	0.025	490.9	4.909×10^{-4}
32	0.032	804.2	8.042×10^{-4}
40	0.040	1257	1.257×10^{-3}
45	0.045	1590	1.590×10^{-3}
50	0.050	1963	1.963×10^{-3}
60	0.060	2827	2.827×10^{-3}
75	0.075	4418	4.418×10^{-3}
90	0.090	6362	6.362×10^{-3}
100	0.100	7854	7.854×10^{-3}
115	0.115	1.039×10^{4}	1.039×10^{-2}
125	0.125	1.227×10^{4}	1.227×10^{-2}
150	0.150	1.767×10^{4}	1.767×10^{-2}
175	0.175	2.405×10^{4}	2.405×10^{-2}
200	0.200	3.142×10^{4}	3.142×10^{-2}
225	0.225	3.976×10^{4}	3.976×10^{-2}
250	0.250	4.909×10^{4}	4.909×10^{-2}
300	0.300	7.069×10^{4}	7.069×10^{-2}
450	0.450	1.590×10^{5}	1.590×10^{-1}
600	0.600	2.827×10^{5}	2.827×10^{-1}

K Factores de conversión

Nota: En general, aquí se dan los factores de conversión con tres o cuatro cifras significativas. En la referencia 1 del capítulo 1, IEEE/ASTM Standard SI 10-2002, se dispone de valores más precisos.

TABLA K.1 Factores de conversión

Masa Unidad estándar del SI: kilogramo (kg). Unidad equivalente: $N\cdot s^2/m$.					
$\frac{14.59\ \text{kg}}{\text{slug}}$	$\frac{32.174\ \text{lb}_m}{\text{slug}}$	$\frac{2.205\ \text{lb}_m}{\text{kg}}$	$\frac{453.6\ \text{gramos}}{\text{lb}_m}$	$\frac{2000\ \text{lb}_m}{\text{ton}_m}$	$\frac{1000\ \text{kg}}{\text{tonelada métrica}_m}$
Fuerza Unidad estándar del SI: newton (N). Unidad equivalente: $kg\cdot m/s^2$.					
$\frac{4.448\ \text{N}}{\text{lb}_f}$	$\frac{10^5\ \text{dinas}}{\text{N}}$	$\frac{4.448 \times 10^5\ \text{dinas}}{\text{lb}_f}$	$\frac{224.8\ \text{lb}_f}{\text{kN}}$		
Longitud					
$\frac{3.281\ \text{pies}}{\text{m}}$	$\frac{39.37\ \text{pulg}}{\text{m}}$	$\frac{12\ \text{pulg}}{\text{pies}}$	$\frac{1.609\ \text{km}}{\text{mi}}$	$\frac{5280\ \text{pies}}{\text{mi}}$	$\frac{6076\ \text{pies}}{\text{milla náutica}}$
Área					
$\frac{144\ \text{pulg}^2}{\text{pies}^2}$	$\frac{10.76\ \text{pies}^2}{\text{m}^2}$	$\frac{645.2\ \text{mm}^2}{\text{pulg}^2}$	$\frac{10^6\ \text{mm}^2}{\text{m}^2}$	$\frac{43{,}560\ \text{pies}^2}{\text{acre}}$	$\frac{10^4\ \text{m}^2}{\text{hectárea}}$
Volumen					
$\frac{1728\ \text{pulg}^3}{\text{pies}^3}$	$\frac{231\ \text{pulg}^3}{\text{gal}}$	$\frac{7.48\ \text{gal}}{\text{pies}^3}$	$\frac{264.2\ \text{gal}}{\text{m}^3}$	$\frac{3.785\ \text{L}}{\text{gal}}$	$\frac{35.31\ \text{pies}^3}{\text{m}^3}$
$\frac{28.32\ \text{L}}{\text{pies}^3}$	$\frac{1000\ \text{L}}{\text{m}^3}$	$\frac{61.02\ \text{pulg}^3}{\text{L}}$	$\frac{1000\ \text{cm}^3}{\text{L}}$	$\frac{1.201\ \text{U.S. gal}}{\text{galón imperial}}$	
Flujo volumétrico					
$\frac{449\ \text{gal/min}}{\text{pies}^3/\text{s}}$	$\frac{35.31\ \text{pies}^3/\text{s}}{\text{m}^3/\text{s}}$	$\frac{15\,850\ \text{gal/min}}{\text{m}^3/\text{s}}$	$\frac{3.785\ \text{L/min}}{\text{gal/min}}$		
$\frac{60\,000\ \text{L/min}}{\text{m}^3/\text{s}}$	$\frac{2119\ \text{pies}^3/\text{min}}{\text{m}^3/\text{s}}$	$\frac{16.67\ \text{L/min}}{\text{m}^3/\text{h}}$	$\frac{101.9\ \text{m}^3/\text{h}}{\text{pies}^3/\text{s}}$		
***Densidad* (masa/unidad de volumen)**					
$\frac{515.4\ \text{kg/m}^3}{\text{slug/pies}^3}$	$\frac{1000\ \text{kg/m}^3}{\text{gramos/cm}^3}$	$\frac{32.17\ \text{lb}_m/\text{pies}^3}{\text{slug/pies}^3}$	$\frac{16.018\ \text{kg/m}^3}{\text{lb}_m/\text{pies}^3}$		
***Peso específico* (peso/unidad de volumen)**					
$\frac{157.1\ \text{N/m}^3}{\text{lb}_f/\text{pies}^3}$	$\frac{1728\ \text{lb/pies}^3}{\text{lb/pulg}^3}$				

Presión Unidad estándar del SI: pascal (Pa). Unidades equivalentes: N/m^2 o $kg/m{\cdot}s^2$.

$$\frac{144\ \text{lb/pies}^2}{\text{lb/pulg}^2}\quad \frac{47.88\ \text{Pa}}{\text{lb/pies}^2}\quad \frac{6895\ \text{Pa}}{\text{lb/pulg}^2}\quad \frac{1\ \text{Pa}}{\text{N/m}^2}\quad \frac{100\ \text{kPa}}{\text{bar}}\quad \frac{14.50\ \text{lb/pulg}^2}{\text{bar}}$$

$$\frac{27.68\ \text{pulgH}_2\text{O}}{\text{lb/pulg}^2}\quad \frac{249.1\ \text{Pa}}{\text{pulgH}_2\text{O}}\quad \frac{2.036\ \text{pulgHg}}{\text{lb/pulg}^2}\quad \frac{3386\ \text{Pa}}{\text{pulgHg}}\quad \frac{133.3\ \text{Pa}}{\text{mmHg}}\quad \frac{51.71\ \text{mmHg}}{\text{lb/pulg}^2}$$

$$\frac{14.696\ \text{lb/pulg}^2}{\text{atm. estándar}}\quad \frac{101.325\ \text{kPa}}{\text{atm. estándar}}\quad \frac{29.92\ \text{pulgHg}}{\text{atm. estándar}}\quad \frac{760.1\ \text{mmHg}}{\text{atm. estándar}}$$

Nota: Los factores de conversión basados en la altura de una columna de líquido (por ejemplo en pulg H_2O y mm Hg), y que su vez se basan en un campo gravitacional estándar ($g = 9.806\ 65\ m/s^2$), una densidad del agua igual a 1000 kg/m^3 y una densidad del mercurio de 13 595.1 kg/m^3, a veces reciben el nombre de valores convencionales para una temperatura de 0 °C o cercana a este valor. Las mediciones reales con tales fluidos pueden variar, debido a las diferencias en la gravedad local y la temperatura.

Energía Unidad estándar del SI: joule (J). Unidad equivalente: N•m o $kg{\cdot}m^2/s^2$.

$$\frac{1.356\ \text{J}}{\text{lb-pies}}\quad \frac{1.0\ \text{J}}{\text{N}\cdot\cdot\text{m}}\quad \frac{8.85\ \text{lb-pulg}}{\text{J}}\quad \frac{1.055\ \text{kJ}}{\text{Btu}}\quad \frac{3.600\ \text{kJ}}{\text{W}\cdot\text{h}}\quad \frac{778.17\ \text{pie-lb}}{\text{Btu}}$$

Potencia Unidad estándar del SI: (W) Unidad equivalente: J/s o N•m/s.

$$\frac{745.7\ \text{W}}{\text{hp}}\quad \frac{1.0\ \text{W}}{\text{N}\cdot\text{m/s}}\quad \frac{550\ \text{lb-pies/s}}{\text{hp}}\quad \frac{1.356\ \text{W}}{\text{lb-pies/s}}\quad \frac{3.412\ \text{Btu/h}}{\text{W}}\quad \frac{1.341\ \text{hp}}{\text{kW}}$$

Viscosidad dinámica Unidad estándar del SI: Pa•s o $N{\cdot}s/m^2$ (cP = centipoise)

$$\frac{47.88\ \text{Pa}\cdot\text{s}}{\text{lb-s/pies}^2}\quad \frac{10\ \text{poise}}{\text{Pa}\cdot\text{s}}\quad \frac{1000\ \text{cP}}{\text{Pa}\cdot\text{s}}\quad \frac{100\ \text{cP}}{\text{poise}}\quad \frac{1\ \text{cP}}{1\ \text{mPa}\cdot\text{s}}$$

Viscosidad cinemática Unidad estándar del SI: m^2/s (cSt = centistoke)

$$\frac{10.764\ \text{pies}^2\text{/s}}{\text{m}^2\text{/s}}\quad \frac{10^4\ \text{stoke}}{\text{m}^2\text{/s}}\quad \frac{10^6\ \text{cSt}}{\text{m}^2\text{/s}}\quad \frac{100\ \text{cSt}}{\text{stoke}}\quad \frac{1\ \text{cSt}}{1\ \text{mm}^2\text{/s}}\quad \frac{10^6\ \text{mm}^2\text{/s}}{\text{m}^2\text{/s}}$$

Consulte la sección 2.7.5 para la conversión a segundos Saybolt Universal.

Enfoque general para aplicar los factores de conversión. Acomodar los factores de conversión de la tabla, de tal manera que cuando se multiplique por una cantidad dada, las unidades originales se cancelen y queden las que se desean.

Ejemplo 1 Convertir 0.24 m^3/s a gal/min:

$$(0.24\ \text{m}^3\text{/s})\,\frac{15\ 850\ \text{gal/min}}{\text{m}^3\text{/s}} = 3804\ \text{gal/min}$$

Ejemplo 2 Convertir 150 gal/min a m^3/s:

$$(150\ \text{gal/min})\,\frac{1\ \text{m}^3\text{/s}}{15\ 850\ \text{gal/min}} = 9.46 \times 10^{-3}\ \text{m}^3\text{/s}$$

Conversiones de temperatura (consulte la sección 1.7)

Dada la temperatura Fahrenheit T_F en °F, la temperatura Celsius T_C en °C es

$$T_C = (T_F - 32)/1.8$$

Dada la temperatura T_C en °C, la temperatura T_F en °F es

$$T_F = 1.8T_C + 32$$

TABLA K.1 Factores de conversión (*continúa*).

Dada la temperatura T_C en °C, la temperatura absoluta T_K en K (kelvin) es

$$T_K = T_C + 273.15$$

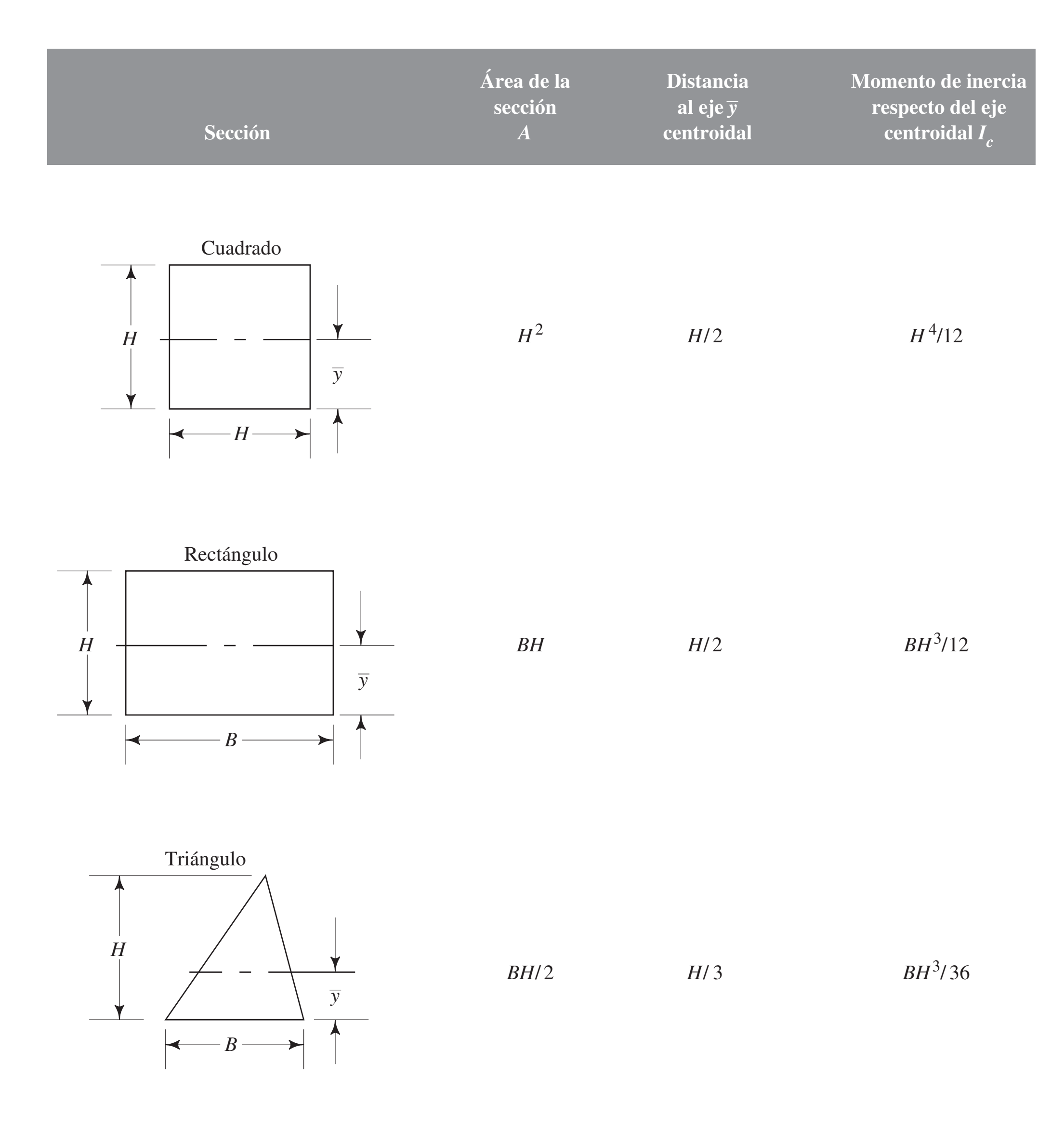
Dada la temperatura T_F en °F, la temperatura absoluta T_R en °R (grados Rankine) es

$$T_R = T_F + 459.67$$

Dada la temperatura T_F en °F, la temperatura absoluta T_K en K es

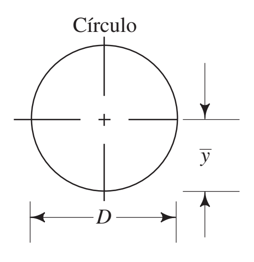
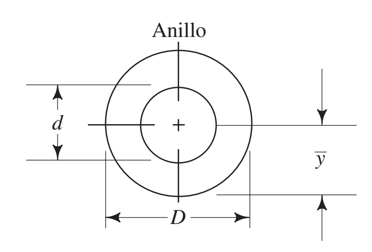
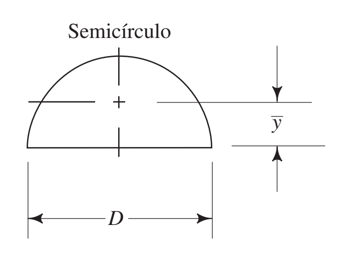
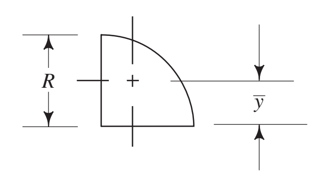
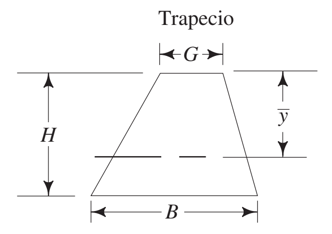
$$T_K = (T_F + 459.67)/1.8 = T_R/1.8$$

L Propiedades de las áreas

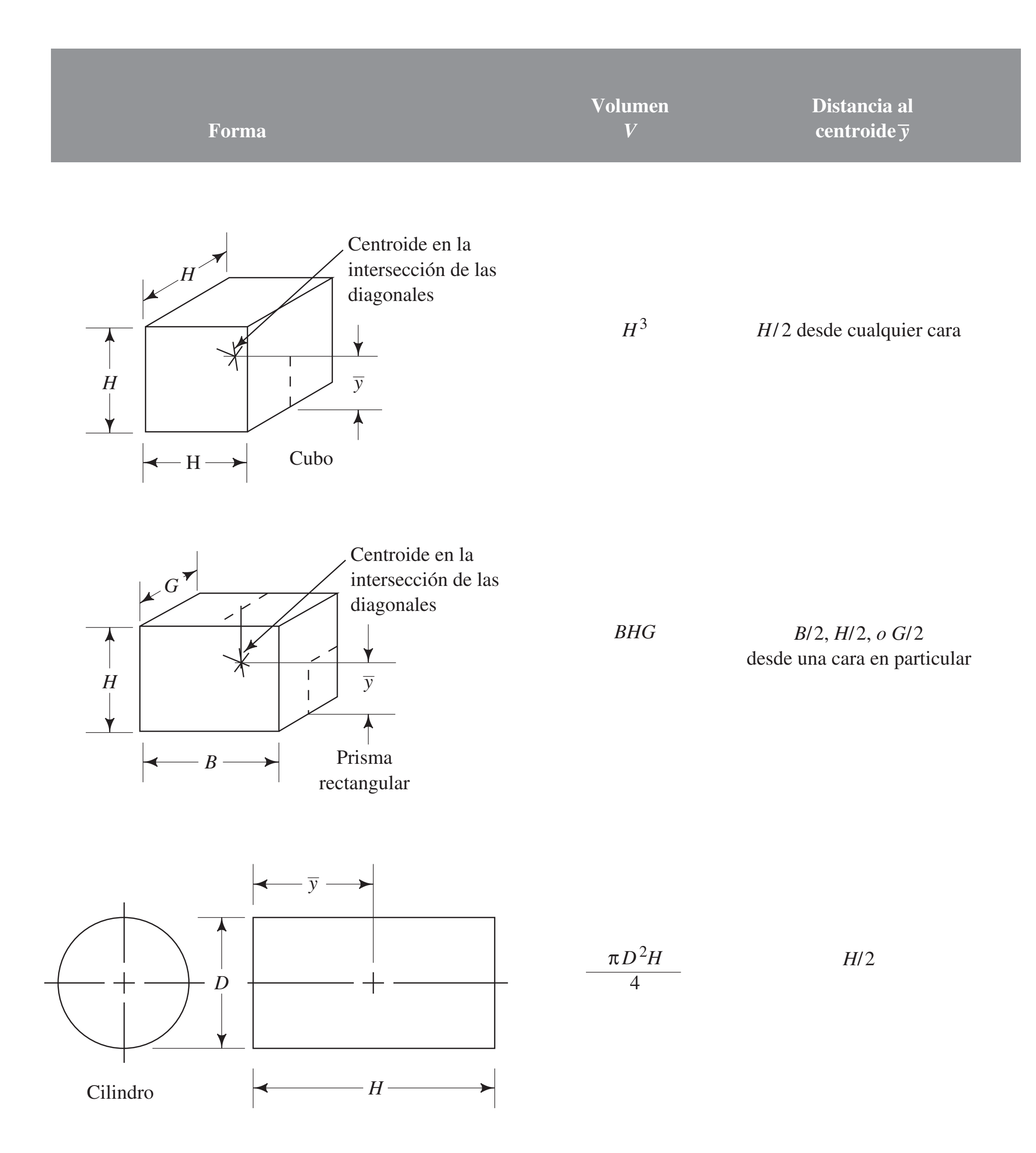


Sección	Área de la sección A	Distancia al eje $\bar{y}$ centroidal	Momento de inercia respecto del eje centroidal I_c
Cuadrado	H^2	$H/2$	$H^4/12$
Rectángulo	BH	$H/2$	$BH^3/12$
Triángulo	$BH/2$	$H/3$	$BH^3/36$

Propiedades de las áreas (*continúa*)

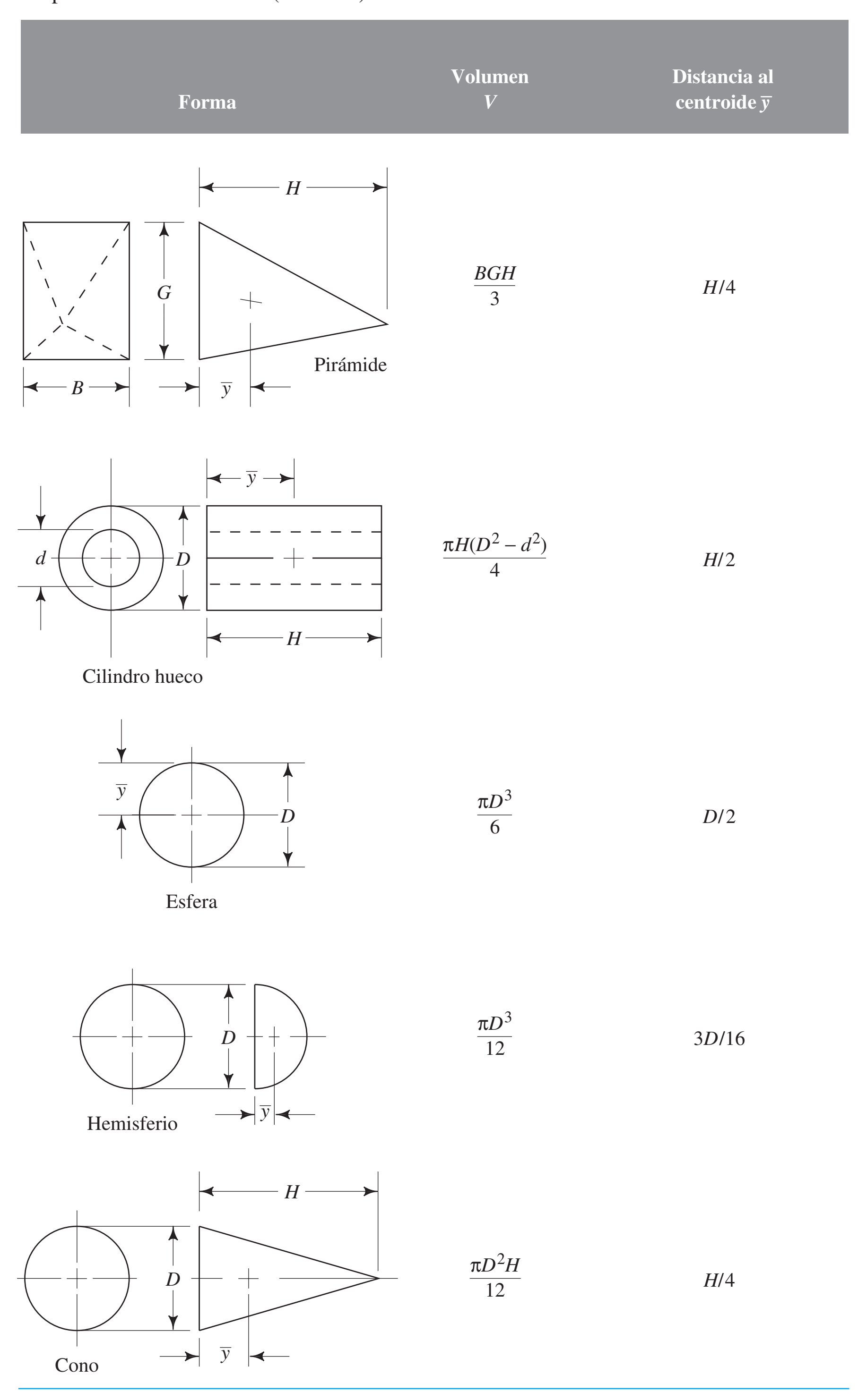
Sección	Área de la sección A	Distancia al eje $\overline{y}$ centroidal	Momento de inercia respecto del eje centroidal I_c
Círculo 	$\pi D^2/4$	$D/2$	$\pi D^4/64$
Anillo 	$\dfrac{\pi(D^2-d^2)}{4}$	$D/2$	$\dfrac{\pi(D^4-d^4)}{64}$
Semicírculo 	$\pi D^2/8$	$0.212D$	$(6.86\times10^{-3})D^4$
Cuadrante 	$\pi D^2/16$ $\pi R^2/4$	$0.212D$ $0.424R$	$(3.43\times10^{-3})D^4$ $(5.49\times10^{-2})R^4$
Trapecio 	$\dfrac{H(G+B)}{2}$	$\dfrac{H(G+2B)}{3(G+B)}$	$\dfrac{H^3(G^2+4GB+B^2)}{36(G+B)}$

M Propiedades de los sólidos



Forma	**Volumen** V	**Distancia al centroide** $\overline{y}$
Cubo	H^3	$H/2$ desde cualquier cara
Prisma rectangular	BHG	$B/2$, $H/2$, *o* $G/2$ desde una cara en particular
Cilindro	$\dfrac{\pi D^2 H}{4}$	$H/2$

Propiedades de los sólidos (*continúa*)



Forma	Volumen V	Distancia al centroide $\bar{y}$
Pirámide	$\frac{BGH}{3}$	$H/4$
Cilindro hueco	$\frac{\pi H(D^2 - d^2)}{4}$	$H/2$
Esfera	$\frac{\pi D^3}{6}$	$D/2$
Hemisferio	$\frac{\pi D^3}{12}$	$3D/16$
Cono	$\frac{\pi D^2 H}{12}$	$H/4$

N Constante de los gases, exponente adiabático y relación de presión crítica para gases seleccionados

Gas	Constante del gas R $\frac{\text{pie}\cdot\text{lb}}{\text{lb}\cdot°\text{R}}$	$\frac{\text{N}\cdot\text{m}}{\text{N}\cdot\text{K}}$	k	Relación de presión crítica
Aire	53.3	29.2	1.40	0.528
Amoniaco	91.0	49.9	1.32	0.542
Dióxido de carbono	35.1	19.3	1.30	0.546
Gas natural (común, depende del gas)	79.1	43.4	1.27	0.551
Nitrógeno	55.2	30.3	1.41	0.527
Oxígeno	48.3	26.5	1.40	0.528
Propano	35.0	19.2	1.15	0.574
Refrigerante 12	12.6	6.91	1.13	0.578

Respuestas de los problemas seleccionados

Capítulo 1

1.1 1.25 m
1.3 3.65×10^{-6} m^3
1.5 391×10^6 mm^3
1.7 22.2 m/s
1.9 2993 m
1.11 786 m
1.13 7.39×10^{-3} m^3
1.15 1.83 m/s
1.17 47.2 m/s
1.19 48.7 mi/h
1.21 8.05×10^{-2} m/s^2
1.23 0.264 pie/s^2
1.25 10.8 N·m
1.27 1.76 kN·m
1.29 37.4 g
1.31 1.56 m/s
1.33 26 700 pie·lb
1.35 6.20 slugs
1.37 4.63 pies/s
1.39 2.49 carreras/juego
1.41 129 entradas
1.43 354 psi
1.45 2.72 MPa
1.47 119 psi
1.49 40.25 kN
1.51 2.26 pulg
1.57 1300 psi 8.96 MPa
1.59 1890 psi 13.03 MPa
1.61 −1.59 por ciento
1.63 884 lb/pulg
1.65 14 137 lb/pulg
1.67 62.2 kg
1.69 8093 N
1.71 0.242 slug
1.73 50.9 lb
1.75 m = 4.97 slugs
w = 712 N
m = 72.5 kg
1.77 9810 N
1.81 1.225 kg/m^3
1.83 0.903 a 5 °C
0.865 a 50 °C
1.85 Densidad = 883 kg/m^3
Peso específico = 8.66 kN/m^3
Gravedad específica = 0.883
1.87 634 N
1.89 2.72×10^{-3} m^3
1.91 Densidad = 789 kg/m^3
Peso específico = 7.74 kN/m^3
1.93 w = 3.536 MN m = 360.5 Mg
1.95 3.23 N
1.97 2.38×10^{-3} slugs/pie^3
1.99 0.904 a 40 °F 0.865 a 120 °F
1.101 Peso específico = 56.1 lb/pie^3
Densidad = 1.74 slugs/pie^3
Gravedad específica = 0.899
1.103 142 lb
1.105 2745 cm^3
1.107 1.53 slugs/pie^3; 0.79 g/cm^3
1.109 Volumen = 1.16×10^5 gal
Peso = 6.60×10^5 lb
1.111 0.724 lb

Capítulo 2

2.19 1.5×10^{-3} Pa·s
2.23 1.90 Pa·s
2.25 8.9×10^{-6} lb·s/pie^2
2.29 4.1×10^{-3} lb·s/pie^2
2.31 2.8×10^{-5} lb·s/pie^2
2.33 9.5×10^{-5} lb·s/pie^2
2.35 2.2×10^{-4} lb·s/pie^2
2.55 η = 3500 mPa·s: Cigüeñal a −20 °C
η = 60 000 mPa·s: Bombeo a −30 °C
$\nu = 9.3 \times 10^{-6}$ m^2/s a 100 °C mínimo
$\nu = 12.5 \times 10^{-6}$ m^2/s a 100 °C máximo
η = 2.9 mPa·s a 150 °C mínimo
2.57 5.60×10^{-6} m^2/s 6.03×10^{-5} pie^2/s
2.59 1.36×10^{-4} lb·s/pie^2
2.61 0.402 Pa·s
2.63 2.07×10^{-4} lb·s/pie^2
2.65 78.0 SUS
2.66 257 SUS
2.67 871 SUS
2.68 1130 SUS
2.69 706 SUS

2.70 955 SUS
2.71 1349 mm^2/s
2.72 94.6 mm^2/s
2.73 12.5 mm^2/s
2.74 37.5 mm^2/s
2.75 1018 mm^2/s
2.76 113.6 mm^2/s

Capítulo 3

3.11 12.7 psia
3.13 Cero presión manométrica
3.15 56 kPa(manométrica)
3.17 −23 kPa(manométrica)
3.19 384 kPa(abs)
3.21 105.4 kPa(abs)
3.23 13 kPa(abs)
3.25 8.1 psig
3.27 −3.2 psig
3.29 55.7 psia
3.31 15.3 psia
3.33 1.9 psia
3.35 1.05
3.37 5.56 psig
3.39 32.37 kPa(manométrica)
3.41 177.9 psig
3.43 $p_{\text{superficie}} = 24.77$ kPa(abs)
$p_{\text{fondo}} = 67.93$ kPa(abs)
3.45 61.73 psig
3.47 13.36 pies
3.49 6.84 m
3.51 70.6 kPa(manométrica)
3.53 110 MPa
3.55 −22.47 kPa(manométrica)
3.63 $p_B - p_A = -0.258$ psi
3.65 $p_A - p_B = 96.03$ kPa
3.67 $p_A = 90.05$ kPa(manométrica)
3.69 $p_A - p_B = 2.73$ psi
3.71 $p_A = 0.254$ kPa(manométrica)
3.77 30.06 pulg
3.81 83.44 kPa
3.83 14.99 psia
3.85 98.94 kPa(abs)
3.87 $p = -0.133$ psi
$p = -917$ Pa
3.89 $p = 2.88$ kPa
$p = 0.418$ psi
3.91 $p = -25.7$ pulg Hg
3.93 $p = 4.15$ psi
$p = 28.6$ kPa

Capítulo 4

4.1 1673 lb
4.3 125 lb
4.5 2.47 kN
4.7 22.0 kN
4.9 6.05 lb
4.11 137 kN
4.13 1.26 MN
4.15 $F_R = 126\,300$ lb
$h_p = 10.33$ pies, de profundidad vertical al centro de presión
$L_p = 11.93$ pies
4.17 $F_R = 46.8$ kN
$h_p = 0.933$ m, de profundidad vertical al centro de presión
$L_p = 1.32$ m
4.19 $F_R = 1.09$ kN $L_p = 966$ mm
$L_p - L_c = 13.3$ mm
4.21 $F_R = 1787$ lb $L_p = 13.51$ pies
$L_p - L_c = 0.0136$ pies
4.23 $F_R = 1.213$ kN $L_p = 1.122$ m
$L_p - L_c = 5.98$ mm
4.25 $F_R = 5.79$ kN $L_p = 1.372$ m
$L_p - L_c = 0.0637$ m
4.27 $F_R = 11.97$ kN $L_p = 1.693$ m
$L_p - L_c = 0.0235$ m
4.29 $F_R = 329.6$ lb $L_p = 47.81$ pulg
$L_p - L_c = 0.469$ pulg
4.31 $F_R = 247$ N $L_p = 196.5$ mm
$L_p - L_c = 0.0465$ m
4.33 $F_R = 29\,950$ lb $L_p = 5.333$ pies
4.35 $F_R = 34\,586$ lb $L_p = 6.158$ pies
4.37 $F_R = 343$ kN $L_p = 3.067$ m
4.39 $F_R = 11.92$ kN $L_p = 1.00$ m
4.41 Fuerza sobre la bisagra = 4.85 kN hacia la izquierda
Fuerza sobre el apoyo = 2.95 kN hacia la izquierda
4.43 $F_R = 3.29$ kN
$L_{pe} - L_{ce} = 4.42$ mm
4.45 $F_R = 1826$ lb
$L_{pe} - L_{ce} = 1.885$ pulg
4.47 $F_R = 48.58$ kN $F_V = 35.89$ kN
$F_H = 32.74$ kN
4.49 $F_R = 120\,550$ lb $F_V = 99\,925$ lb
$F_H = 67\,437$ lb
4.51 $F_R = 959.1$ kN $F_V = 927.2$ kN
$F_H = 245.3$ kN
4.53 $F_R = 80.7$ kN $F_V = 54.0$ kN
$F_H = 60.0$ kN
4.55 $F_R = 64.49$ kN $F_V = 47.15$ kN
$F_H = 44.00$ kN
4.57 70.1 lb hacia abajo
4.59 Cero
4.61 70.1 lb hacia abajo

Capítulo 5

5.1 Fuerza de flotación = 814 N Tensión = 556 N
5.3 Se hundirá
5.5 234 mm
5.7 0.217 m^3
5.9 7.515×10^{-3} m^3

5.11 5.055 $pies^3$
5.13 0.0249 lb
5.15 1.041
5.17 1447 lb
5.19 283.6 m^3
5.21 7.95 kN/m^3
5.23 237 mm
5.25 29 mm
5.27 10.05 kN
5.29 135 mm
5.31 1681 lb
5.33 4.67 pulg
5.35 300 lb
5.37 14.39 lb
5.39 $y_{mc} = 0.4844$ m (inestable)
5.41 $y_{mc} = 8.256$ pies (estable)
5.43 $y_{mc} = 488.8$ mm (inestable)
5.45 $y_{mc} = 10.55$ pulg (inestable)
5.47 32.50 pies
5.49 $y_{mc} = 436$ mm (estable)
5.51 $y_{mc} = 90.2$ mm (estable)
5.53 $y_{mc} = 410.3$ mm (estable)
5.55 $y_{mc} = 54.18$ pulg (estable)
5.57 $y_{mc} = 13.29$ pies (estable)
5.59 $y_{mc} = 467$ mm (estable)
5.61 $y_{mc} = 1.288$ m (estable)
5.63 **(a)** 17.09 kN **(b)** 11.85 kN/m^3
(c) Inestable; $y_{mc} = 0.822$ m; $y_{cg} = 0.950$ m

Capítulo 6

6.1 1.89×10^{-4} m^3/s
6.3 0.550 m^3/s
6.5 2.08×10^{-3} m^3/s
6.7 0.250 m^3/s
6.9 3.30×10^4 L/min
6.11 2.96×10^{-7} m^3/s
6.13 215 L/min
6.15 1.02 $pies^3/s$
6.17 5.57 $pies^3/s$
6.19 561 gal/min
6.21 3368 gal/min
6.23 $Q = 500$ gal/min $= 1.11$ $pies^3/s = 3.15 \times 10^{-2}$ m^3/s
$Q = 2500$ gal/min $= 5.57$ $pies^3/s = 0.158$ m^3/s
6.25 2.77×10^{-2} $pies^3/s$
6.27 1.76×10^{-5} $pies^3/s$
6.29 $W = 736$ N/s $M = 75.0$ kg/s
6.31 $Q = 7.47 \times 10^{-7}$ m^3/s $M = 8.07 \times 10^{-4}$ kg/s
6.33 $M = 2.48 \times 10^{-2}$ slugs/s $W = 2878$ lb/h
6.35 5.38 $pies^3/s$
6.37 3.09 pies
6.39 $v_1 = 0.472$ m/s $v_2 = 1.89$ m/s
6.41 6.17 m/s
6.43 1.97×10^5 lb/h
6.45 1¼ × 0.065 tubo de acero, para $v \geq 8.0$ pies/s mín
⅞ × 0.065 tubo de acero, para $v \leq 25.0$ pies/s máx
6.47 Tubería de 6 pulg, cédula 40, para Q = 1800 L/min
Tubería de 14 pulg, cédula 40, para 9500 L/min
6.49 3.075 m/s
6.51 10.08 pies/s
6.53 Tubo de acero de ¾ × 0.065 pulg
6.55 Línea de succión: tubería de 5 pulg; $v_s = 12.82$ pies/s
tubería de 6 pulg; $v_s = 8.88$ pies/s
Línea de descarga: tubería de 3½ pulg; $v_d = 25.94$ pies/s
tubería de 4 pulg; $v_d = 20.15$ pies/s
6.57 Línea de succión: tubería de 3 pulg; $v_s = 3.73$ m/s
tubería de 3½ pulg; $v_s = 2.61$ m/s
Línea de descarga: tubería de 2 pulg; $v_d = 7.69$ m/s
tubería de 2½ pulg; $v_d = 5.39$ m/s
6.59 $v_{tubería} = 7.98$ pies/s $v_{boquilla} = 65.0$ pies/s
6.61 34.9 kPa
6.63 25.1 psig
6.65 $p_A = 58.1$ kPa $Q = 0.0213$ m^3/s
6.67 2.90 $pies^3/s$
6.69 $Q = 4.66 \times 10^{-3}$ m^3/s $P_A = -2.82$ kPa
$P_B = -11.65$ kPa
6.71 1.42 m
6.73 35.6 pies/s
6.75 3.98×10^{-3} m^3/s
6.77 1.48×10^{-3} m^3/s
6.79 1.035 pie^3/s
6.81 31.94 psig
6.86 6.00×10^{-3} m^3/s
6.90 1.28 pie
6.93 10.18 psig
6.95 296 s
6.97 556 s
6.99 504 s
6.101 1155 s
6.103 252 s
6.105 1.94 s

Capítulo 7

7.1 34.5 lb-pie/lb
7.3 3.33×10^{-2} m^3/s
7.5 15.7 lb-pie/lb
7.7 72.7
7.9 16.2 kW
7.11 0.700 hp 70.0%
7.13 $h_A = 37.46$ m $P_A = 0.390$ kW
7.15 **(a)** $p_B = 1.07$ psig **(b)** $p_C = 21.8$ psig
(c) $h_A = 48$ pies **(d)** $P_A = 10.9$ hp
7.17 $h_A = 4.68$ m $P_A = 43.6$ W
7.19 2.84 hp
7.21 $P_A = 1.25$ W $P_I = 2.08$ W
7.23 9.15 kW
7.25 $P_R = 16.79$ kW $P_O = 12.60$ kW
7.27 2.00 hp
7.29 35.0 kPa
7.31 12.8 pies
7.33 6.88 m

7.35 21.16 hp
7.37 219.1 psig
7.39 1.01 psig
7.41 5.76 psig
7.43 4.28 hp
7.45 1.26 hp

Capítulo 8

8.1 249
8.3 7.02×10^{-3} m^3/s
8.5 **(a)** Tubo de cobre tipo K, de 3 pulg **(b)** Tubo de 5 pulg **(c)** Tubo de ¾ de pulg **(d)** Tubo de ⅛ de pulg
8.9 4.76×10^4
8.11 9.59×10^5
8.13 33.4
8.15 5.61×10^3
8.17 2237 (zona crítica)
8.19 1105
8.21 2.12×10^4
8.23 $Q_1 = 0.1681$ gal/min
$Q_2 = 0.3362$ gal/min
8.25 1.06×10^4
8.27 $p_1 - p_2 = -471$ kPa
8.29 1.20 lb-pie/lb
8.31 $p_1 - p_2 = 25.2$ kPa
8.33 45.7 pies
8.35 **(a)** 12.60 pies **(b)** 113.8 hp
8.37 46.9 psi
8.39 **(a)** 853 kPa **(b)** 17.1 kW
8.41 89.9 kPa
8.43 $p_1 - p_2 = 39.6$ psi
8.45 $p_1 - p_2 = 411$ psi
8.47 151 hp
8.49 2.64 hp
8.51 $p_1 - p_2 = 110$ kPa
8.53 0.0273
8.55 0.0155
8.57 0.0213
8.59 0.0206
8.61 0.0175
8.63 $h_L = 15.2$ pies
8.65 $h_L = 28.5$ pies
8.67 $h_L = 3.56$ m
8.69 **(a)** $h_L = 61.4$ pies **(b)** $h_L = 28.3$ pies
8.71 $h_L = 14.7$ pies

Capítulo 9

9.1 En la línea central; $U = 21.44$ pies/s
En $r = 0.20$ pulg; $U = 20.64$ pies/s
En $r = 0.40$ pulg; $U = 18.23$ pies/s
En $r = 0.60$ pulg; $U = 14.22$ pies/s
En $r = 0.80$ pulg; $U = 8.60$ pies/s
En $r = 1.00$ pulg; $U = 1.38$ pie/s
En la pared; $r = 0.20$ pulg; $U = 0.00$ pies/s
9.3 En la línea central; $U = 0.0133$ m/s
En $r = 8.00$ mm; $U = 0.0129$ m/s
En $r = 16.00$ mm; $U = 0.0119$ m/s
En $r = 24.00$ mm; $U = 0.0101$ m/s
En $r = 32.00$ mm; $U = 0.00760$ m/s
En $r = 40.00$ mm; $U = 0.00442$ m/s
En $r = 48.00$ mm; $U = 0.00053$ m/s
En la pred; $r = 48.99$ mm; $U = 0.00$ m/s
9.5 32.4 mm
9.7 En la línea central, inserción = 84.15 mm
En la línea central, $U = 2.00v$
En $r = 5.0$ mm, $U = 1.9907v$; 0.47% bajo
9.9 1.84 m/s
9.11 Valores seleccionados:

y (mm)	**U (m/s)**
10	0.530
30	0.628
50	0.674
100	0.735
300	0.833
600	$0.895 = U_{máx}$

9.13 En $y = 2.44$ pulg, $U = v_{prom} = 6.00$ pies/s
En $y_1 = 2.94$ pulg, $U_1 = 6.12$ pies/s
En $y_2 = 1.94$ pulg, $U_2 = 5.85$ pies/s
9.15

N_R	f	$v/U_{máx}$
4×10^3	0.041	0.775
1×10^4	0.032	0.796
1×10^5	0.021	0.828
1×10^6	0.0185	0.837

9.17 Valores seleccionados: $v = 10.08$ pies/s:

y (pulg)	**U (pie/s)**
0.05	5.83
0.15	7.98
0.50	10.35
1.00	11.71
1.50	12.51
2.013	$13.09 = U_{máx}$

9.19 $Q_{coraza}/Q_{tubo} = 2.19$
9.21 $Q_{tubo} = 0.3535$ pie^3/s $Q_{coraza} = 1.998$ pie^3/s
9.23 $N_R = 2.77 \times 10^4$
9.25 Tubo: $N_R = 1.23 \times 10^5$ Coraza: $N_R = 5.05 \times 10^3$
9.27 Tuberías: $N_R = 1.00 \times 10^6$ Coraza: $N_R = 2.35 \times 10^5$
9.29 $Q = 0.0397$ pie^3/s
9.31 $N_R = 552$
9.33 $N_R = 1.112 \times 10^5$
9.35 $R = 0.0471$ pie $Q = 0.0181$ pie^3/s
9.37 0.713 psi
9.39 92.0 Pa
9.41 111 kPa
9.43 3.02 kPa
9.45 3.72 psi

9.47 $v = 23.05$ pies/s $Q = 187$ gal/min $h_L = 51.9$ pies
9.49 7.36×10^4
9.51 $Q = 0.0507$ pie^3/s $h_L = 1.67$ pie
9.53 $N_R = 3.30 \times 10^4$ $h_L = 3.149$ m

Capítulo 10

10.1 0.239 m
10.3 4.55 pies
10.5 $p_1 - p_2 = -0.0891$ psi
10.7 0.326 m
10.13 503.7 kPa
10.15 0.235 m
10.17 1.35 pie
10.19 Falso
10.21 0.224 m
10.23 4.32 pies
10.27 $K = 0.255$
10.29 **(a)** 0.459 m **(b)** 0.229 m
(c) 0.115 m **(d)** 0.018 m
10.31 2.04 m
10.33 1.58 psi
10.35 7.36 kPa
10.37 9.87 psi
10.39 0.340 pie
10.41 1.29 m
10.43 $h_{L_1} = 0.85$ $h_{L_2} = 1.11$
10.45 0.432 m
10.47 0.849 pie
10.49 $K = 9.15$ $h_L = 15.5$ pies
10.51 $K = 0.731$ $h_L = 1.25$ pies
10.53 175 psi
10.55 $K = 143$
10.57 $C_v = 0.612$
10.59 $\Delta p = 0.764$ psi
10.61 $\Delta p = 0.359$ psi
10.63 $\Delta p = 0.562$ psi
10.65 $\Delta p = 4.952$ psi
10.67 $\Delta p = 2.273$ psi
10.69 $\Delta p = 0.680$ psi

Capítulo 11

11.1 85.1 kPa
11.3 212.8 psig
11.5 12.74 MPa
11.7 21.79 kPa
11.9 3.31 m/s
11.11 1.79×10^{-3} m^3/s
11.13 **(a)** 32.44 pies/s **(b)** 81.44 pies/s
11.15 1.95×10^{-2} m^3/s
11.17 Tubería de 5 pulg, cédula 80
11.19 1.96 pies, mínimo
11.21 3.35 m
11.23 $h_A = 24.24$ pies $P_A = 0.169$ hp
11.25 6.68 pies/s
11.27 −48.4 kPa
11.29 $h_A = 190.6$ pies $P_A = 11.1$ hp $P_I = 14.6$ hp
11.31 320.6 kPa
11.33 204 L/min
11.35 296 gal/min
11.37 327 gal/min
11.39 3.47×10^{-2} m^3/s
11.41 6.98×10^{-2} m^3/s
11.43 Tubería de acero de 4 pulg, cédula 40
11.45 Tubería de plástico de 1½ pulg, cédula 40
11.47 Tubería de acero de 1¼ pulg; $t = 0.083$ pulg
11.49 $Q = 130.2$ L/min

Capítulo 12

12.1 0.0602 m^3/s
12.3 **(a)** $Q_a = 518$ L/min (tubería superior)
$Q_b = 332$ L/min (tubería inferior)
(b) 95.0 kPa
12.5 $K = 160$
12.6 **(a)** 1.841 pie^3/s **(b)** 1.385 pie^3/s **(c)** 0.456 pie^3/s
12.7 $Q_6 = 2.805$ pies^3/s en la tubería de 6 pulg
$Q_6 = 0.205$ pie^3/s en la tubería de 2 pulg
12.11 Flujos volumétricos después de 6 iteraciones:
$\Delta Q < 0.25\%$ en cualquier tubería
$Q_1 = 6.942$ pies^3/s $Q_2 = 4.751$ pies^3/s
$Q_3 = 8.558$ pies^3/s $Q_4 = 2.191$ pies^3/s
$Q_5 = 3.251$ pies^3/s $Q_6 = 4.170$ pies^3/s
$Q_7 = 2.151$ pies^3/s $Q_8 = 4.388$ pies^3/s
$Q_9 = 3.210$ pies^3/s $Q_{10} = 1.402$ pie^3/s
$Q_{11} = 1.388$ pie^3/s $Q_{12} = 1.598$ pie^3/s

Capítulo 13

13.16 La capacidad disminuye a la mitad
13.17 Disminuye en un factor de 4
13.18 Disminuye en un factor de 8
13.19 Disminuye 25%
13.20 Disminuye 44%
13.21 Disminuye 58%
13.23 1½ × 3 − 10
13.25 $Q = 280$ gal/min $P = 26$ hp
Eficiencia = 53% $NPSH_R = 10.9$ pies
13.26 Carga = 250 pies $Q = 220$ gal/min
$P = 24.0$ hp Eficiencia = 56%
$NPSH_R = 8.0$ pies
13.35 $Q = 390$ gal/min $N_s = 619$ $D_s = 2.94$
13.37 795 rpm
13.39 2659
13.41 2475
13.51 4.97 pies
13.53 20.70 pies
13.55 3.43 m
13.57 $NPSH_A = -0.02$ m (cavitación incipiente)
13.59 $NPSH_A = 2.63$ pies
13.61 $NPSH_A = -4.42$ pies (cavitación)
13.63 $NPSH_A = 1.02$ m
13.65 Se requiere $p = 1617$ kPa manométrica

Capítulo 14

14.1 75 mm
14.3 0.940 pie
14.5 40.3 mm
14.7 1.606 pulg
14.9 0.909 m
14.11 0.295 pie^3/s
14.13 0.0125
14.15 **(a)** 34.7 $pies^3/s$ **(b)** 141.1 $pies^3/s$
14.17 1.69 m
14.19 $Q = 15.89\ m^3/s$
$N_F = 0.629$ para profundidad $= 1.50$ m
$y_c = 1.16$ m
14.21 1.29 pies
14.23 $y = 0.833$ m $R = 0.270$ m
14.24 $Q = 0.0116\ m^3$
14.25 y 14.26 Valores seleccionados:

Ancho (m)	Profundidad (m)	R (m)	S
0.50	1.333	0.2105	0.0162
1.00	0.667	0.2857	0.0108
1.50	0.444	0.2791	0.0111
2.00	0.333	0.2500	0.0129

14.27 $A = 7.50\ pies^2$ $R = 0.936$ pie
14.28 $Q = 44.49\ pies^3/s$
14.29 $Q = 75.63\ pies^3/s$
14.30 y 14.31 Valores seleccionados:

y (pulg)	A(pie²)	R (pies)	Q(pie³/s)
6.00	1.375	0.3616	4.33
10.00	2.708	0.5412	11.15
18.00	6.375	0.8605	35.75
24.00	10.00	1.086	65.47

14.33 $A = 0.0358\ m^2$ $R = 0.0742$ m
14.35 $Q = 0.0168\ m^3/s$
14.37

	S
Rectángulo	0.00519
Triángulo	0.00518
Trapecio	0.00471
Semicírculo	0.00441

14.39 **(a)** $y_c = 0.917$ m **(b)** $E_{mín} = 1.38$ m
(d) y **(e)**
Para $y = 0.50$ m: $E = 2.042$ m,
$v = 5.50$ m/s, $N_F = 2.48$
Para $y_{alt} = 1.94$ m: $E = 2.042$ m,
$v = 1.42$ m/s, $N_F = 0.325$
14.41 **(a)** $y_c = 0.418$ pie **(b)** $E_{mín} = 0.523$ pie
(d) y **(e)**
Para $y = 0.25$ pie: $E = 1.067$ pies,
$v = 7.253$ pies/s, $N_F = 3.615$
Para $y_{alt} = 1.065$ pie: $E = 1.067$ pies,
$v = 0.400$ pie/s, $N_F = 0.097$
14.43 $Q_{máx} = 1.00\ pie^3/s$
14.45 $H = 0$ pulg $Q = 0\ pie^3/s$
$H = 2$ pulg $Q = 1.35\ pies^3/s$
$H = 4$ pulg $Q = 3.84\ pies^3/s$
$H = 6$ pulg $Q = 7.14\ pies^3/s$
$H = 8$ pulg $Q = 11.1\ pies^3/s$
$H = 10$ pulg $Q = 15.7\ pies^3/s$
$H = 12$ pulg $Q = 20.8\ pies^3/s$
14.47 **(a)** $Q = 18.8\ pies^3/s$ **(b)** $Q = 16.95\ pies^3/s$
(c) $Q = 6.84\ pies^3/s$
14.49 Para $Q_{mín} = 0.09\ pie^3/s$, $H = 0.100$ pie
Para $Q_{máx} = 8.9\ pies^3/s$, $H = 2.01$ pies
14.51 Para $L = 4.0$ pies, $H = 2.06$ pies
Para $L = 10.0$ pies, $H = 1.155$ pies
14.53 $Q = 7.55\ pies^3/s$
14.55 $Q = 1.19\ pies^3/s$
14.57 $Q = 0.073\ pie^3/s$
14.59 $H = 0.797$ pie
14.61 Aforador rectangular de diseño B:
Para $Q_{mín} = 50\ m^3/h$, $H_{mín} = 0.0863$ m
Para $H = 0.100$ m, $Q = 63.4\ m^3/h$
Para $H = 0.125$ m, $Q = 90.5\ m^3/h$
Para $H = 0.150$ m, $Q = 121.3\ m^3/h$
Para $H = 0.175$ m, $Q = 155.3\ m^3/h$
Para $Q_{máx} = 180\ m^3/h$, $H_{máx} = 0.1917$ m

Capítulo 15

15.1 $Q = 2.12 \times 10^{-2}\ m^3/s$
15.3 $Q = 0.0336\ pie^3/s$
15.5 $\Delta p = 21.04$ psi
15.7 $Q = 5.824 \times 10^{-3}\ m^3/s$
15.11 $v = 8.45$ m/s
15.13 5.11 m/s
15.15 $v = 33.0$ pies/s

Capítulo 16

16.1 2.76 kN
16.3 $R_x = R_y = 39.7$ lb Resultante $= 56.1$ lb 45°
16.5 $R_x = 10.13$ lb hacia la derecha $R_x = 37.79$ lb arriba
16.7 $R_x = 873$ N hacia la izquierda $R_x = 1512$ N arriba
16.9 25.2 m/s
16.11 Fuerza del resorte $= 32.0$ lb
16.13 368 lb
16.15 2676 lb
16.17 $R_x = R_y = 20.41$ kN Resultante $= 28.9$ kN 45°
16.19 $R_x = 10.17$ kN $R_y = 4.18$ kN
Resultante $= 11.0$ kN 22.3°

16.21 $v = 45.6$ m/s
16.23 2.72×10^{-7} N
16.25 Momento $= 0.336$ lb-pulg
16.27 0.0307 lb
16.29 $R_s = 41.0$ N; $R_y = 19.1$ N

Capítulo 17

17.1 **(a)** 0.253 N **(b)** 4.56×10^{-4} N
17.3 1.50 m/s 2.05 m/s 105 m/s
17.5 0.42 N
17.7 7.32 m
17.9 11.2 kN
17.11 **(a)** 2.85×10^{-6} N·m **(b)** 1.67×10^{-3} N·m
17.13 1364 N
17.15 Cilindro elíptico: $F_D = 12.05$ lb
Forma naval: $F_D = 4.82$ lb
17.17 $F_D = 31.3$ lb
17.19 $F_D = 5.86$ lb
17.21 $F_D = 1414$ lb
17.23 $F_D = 0.080$ lb sobre la pelota de golf
$F_D = 0.207$ lb sobre una esfera lisa
17.25 $P_D = 140$ hp
17.27 $P_E = 4252$ hp
17.29 **(a)** $F_D = 26.5$ kN **(b)** $F_D = 1.66$ kN
17.31 **(a)** $F_L = 26.8$ kN $F_D = 2.83$ kN
(b) $F_L = 9.24$ kN $F_D = 972$ N
17.33 $A = 90.4$ m^2

Capítulo 18

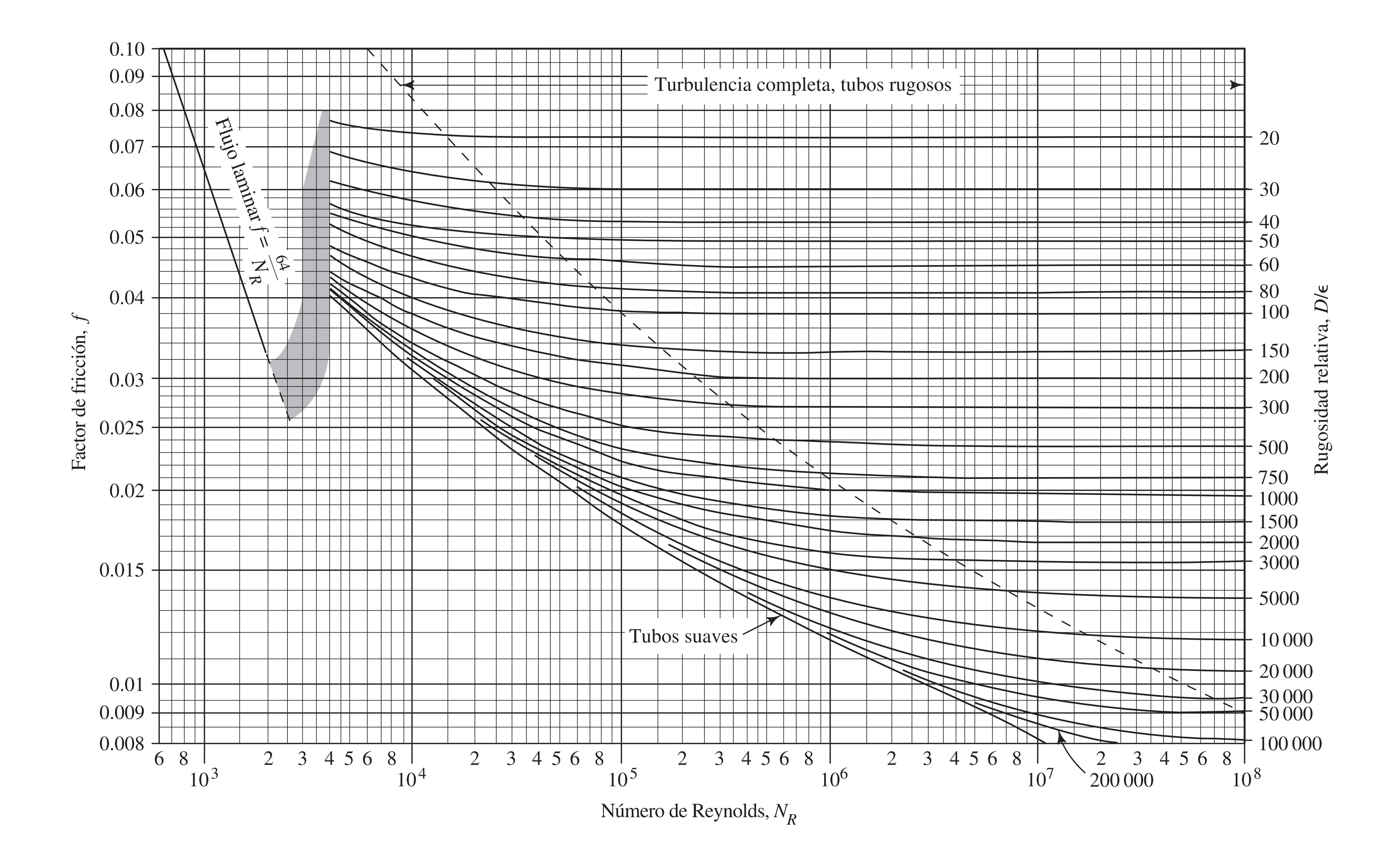
18.1 44.17 pies^3/s
18.3 1.25 m^3/s
18.5 5.79 m/s
18.7 0.158 psi
18.9 3.72 pulg H_2O
18.17 0.478 lb/pie^3
18.19 0.0525 lb/pie^3
18.21 11.79 N/m^3
18.23 131 pcm
18.25 Tubería de 2 pulg, cédula 40
18.27 Tubería de 2½ pulg, cédula 40, $p = 107$ psig
18.29 0.2735 lb/pie^3 en el depósito
0.198 lb/pie^3 en la tubería
18.31 1.092 lb/pie^3 a 35.0 psig
0.506 lb/pie^3 a 3.6 psig
18.33 $W = 5.76 \times 10^{-3}$ lb/s
$v = 811$ pies/s
18.34 4.44×10^{-3} lb/s
18.37 186.6 kPa
18.39 9.58×10^{-3} N/s
18.40 y 18.41

p_1 (kPa manométrica)	W (N/s)
150	0.555
125	0.500
100	0.444
75	0.389
50	0.326
25	0.238

Capítulo 19

19.1 $v = 570$ pies/min $h_L = 0.0203$ pulg H_2O
19.3 $D = 17.0$ pulg $h_L = 0.078$ pulg H_2O
19.6 $D = 350$ mm $h_L = 0.58$ Pa/m
19.8 $D_e = 5.74$ pulg $Q = 95$ pcm
19.10 $D_e = 381$ mm $Q = 0.60$ m^3/s
19.12 10×24 o 12×20
19.14 0.0180 pulg H_2O
19.16 0.0145 pulg H_2O
19.18 Ducto principal; 1600 pcm:
$v = 1160$ pies/min; $H_v = 0.0839$ pulg H_2O
Ducto principal; 1100 pcm:
$v = 800$ pies/min; $H_v = 0.0399$ pulg H_2O
Ramal; 500 pcm:
$v = 720$ pies/min; $H_v = 0.0323$ pulg H_2O
19.20 $H_L = 0.00839$ pulg H_2O
19.22 $H_L = 29.6$ Pa
19.24 $H_L = 0.1629$ pulg H_2O
19.26 $p_{vent} = -27.6$ Pa

Índice



Turbulencia completa, tubos rugosos
Flujo laminar $f = \frac{64}{N_R}$
Tubos suaves
Factor de fricción, f
0.10
0.09
0.08
0.07
0.06
0.05
0.04
0.03
0.025
0.02
0.015
0.01
0.009
0.008
Rugosidad relativa, D/ϵ
20
30
40
50
60
80
100
150
200
300
500
750
1000
1500
2000
3000
5000
10 000
20 000
30 000
50 000
100 000
200 000
6 8 10^3 2 3 4 5 6 8 10^4 2 3 4 5 6 8 10^5 2 3 4 5 6 8 10^6 2 3 4 5 6 8 10^7 2 3 4 5 6 8 10^8
Número de Reynolds, N_R

ECUACIONES CLAVE

PRESIÓN	$p = \frac{F}{A}$	(1–1)
RELACIÓN PESO-MASA	$w = mg$	(1–2)
MÓDULO DE BULK	$E = \frac{-\Delta p}{(\Delta V)/V}$	(1–3)
DENSIDAD	$\rho = m/V$	(1–4)
PESO ESPECÍFICO	$\gamma = w/V$	(1–5)
GRAVEDAD ESPECÍFICA	$sg = \frac{\gamma_s}{\gamma_w @ 4\ °C} = \frac{\rho_s}{\rho_w @ 4\ °C}$	(1–6)
RELACIÓN γ - ρ	$\gamma = \rho g$	(1–8)
VISCOSIDAD DINÁMICA	$\eta = \frac{\tau}{\Delta v/\Delta y} = \tau\left(\frac{\Delta y}{\Delta v}\right)$	(2–2)
VISCOSIDAD CINEMÁTICA	$\nu = \eta/\rho$	(2–3)
PRESIÓN ABSOLUTA Y MANOMÉTRICA	$p_{abs} = p_{ins} + p_{atm}$	(3–2)
RELACIÓN PRESIÓN-ELEVACIÓN	$\Delta p = \gamma h$	(3–3)
FUERZA RESULTANTE SOBRE UNA PARED RECTANGULAR	$F_R = \gamma(h/2)A$	(4–3)
FUERZA RESULTANTE SOBRE UN ÁREA PLANA SUMERGIDA	$F_R = \gamma h_c A$	(4–4)
LOCALIZACIÓN DEL CENTRO DE PRESIÓN	$L_p = L_c + \frac{I_c}{L_c A}$	(4–5)
CABEZA PIEZOMÉTRICA	$h_a = p_a/\gamma$	(4–14)
FUERZA DE FLOTACIÓN	$F_b = \gamma_f V_d$	(5–1)
TASA DE FLUJO VOLUMÉTRICO	$Q = Av$	(6–1)
TASA DE FLUJO DE PESO	$W = \gamma Q$	(6–2)
TASA DE FLUJO DE MASA	$M = \rho Q$	(6–3)

ECUACIÓN DE CONTINUIDAD PARA CUALQUIER FLUIDO	$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2$	(6–4)
ECUACIÓN DE CONTINUIDAD PARA LÍQUIDOS	$A_1 v_1 = A_2 v_2$	(6–5)
ECUACIÓN DE BERNOULLI	$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g}$	(6–9)
TEOREMA DE TORRICELLI	$v_2 = \sqrt{2gh}$	(6–16)
TIEMPO REQUERIDO PARA DRENAR UN TANQUE	$t_2 - t_1 = \frac{2(A_t/A_j)}{\sqrt{2g}}(h_1^{1/2} - h_2^{1/2})$	(6–26)
ECUACIÓN GENERAL DE LA ENERGÍA	$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} + h_A - h_R - h_L = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g}$	(7–3)
POTENCIA AGREGADA A UN FLUIDO POR UNA BOMBA	$P_A = h_A W = h_A \gamma Q$	(7–5)
EFICIENCIA DE UNA BOMBA	$e_M = \frac{\text{Potencia transmitida al fluido}}{\text{Potencia introducida a la bomba}} = \frac{P_A}{P_I}$	(7–6)
POTENCIA EXTRAÍDA DE UN FLUIDO POR UN MOTOR	$P_R = h_R W = h_R \gamma Q$	(7–8)
EFICIENCIA DE UN MOTOR	$e_M = \frac{\text{Potencia de salida del motor}}{\text{Potencia transmitida por el fluido}} = \frac{P_O}{P_R}$	(7–9)
NÚMERO DE REYNOLDS —SECCIONES CIRCULARES	$N_R = \frac{vD\rho}{\eta} = \frac{vD}{\nu}$	(8–1)
ECUACIÓN DE DARCY PARA LA PÉRDIDA DE ENERGÍA	$h_L = f \times \frac{L}{D} \times \frac{v^2}{2g}$	(8–3)
ECUACIÓN DE HAGEN-POISEUILLE	$h_L = \frac{32\eta L v}{\gamma D^2}$	(8–4)
FACTOR DE FRICCIÓN PARA FLUJO LAMINAR	$f = \frac{64}{N_R}$	(8–5)
FACTOR DE FRICCIÓN PARA FLUJO TURBULENTO	$f = \frac{0.25}{\left[\log\left(\frac{1}{3.7(D/\epsilon)} + \frac{5.74}{N_R^{0.9}}\right)\right]^2}$	(8–7)
FÓRMULA DE HAZEN-WILLIAMS EN UNIDADES DEL SI	$v = 1.32\, C_h R^{0.63} s^{0.54}$	(8–8)

ECUACIONES CLAVE

FÓRMULA DE HAZEN-WILLIAMS EN UNIDADES DEL SI

$$v = 0.85\, C_h R^{0.63} s^{0.54} \quad (8\text{–}9)$$

RADIO HIDRÁULICO —SECCIONES NO CIRCULARES CERRADAS

$$R = \frac{A}{PM} = \frac{\text{área}}{\text{perímetro mojado}} \quad (9\text{–}5)$$

NÚMERO DE REYNOLDS PARA SECCIONES NO CIRCULARES

$$N_R = \frac{v(4R)\rho}{\eta} = \frac{v(4R)}{\nu} \quad (9\text{–}6)$$

ECUACIÓN DE DARCY PARA SECCIONES NO CIRCULARES

$$h_L = f\frac{L}{4R}\frac{v^2}{2g} \quad (9\text{–}7)$$

RADIO HIDRÁULICO —CANALES ABIERTOS

$$R = \frac{A}{PM} = \frac{\text{área}}{\text{perímetro mojado}} \quad (14\text{–}1)$$

NÚMERO DE REYNOLDS PARA CANALES ABIERTOS

$$N_R = \frac{vR}{\nu} \quad (14\text{–}3)$$

NÚMERO DE FROUDE

$$N_F = \frac{v}{\sqrt{gy_h}} \quad (14\text{–}4)$$

PROFUNDIDAD HIDRÁULICA

$$y_h = A/T \quad (14\text{–}5)$$

ECUACIÓN DE MANNING —UNIDADES DEL SI

$$v = \frac{1.00}{n} R^{2/3} S^{1/2} \quad (14\text{–}6)$$

DESCARGA NORMAL —UNIDADES DEL SI

$$Q = \left(\frac{1.00}{n}\right) AR^{2/3} S^{1/2} \quad (14\text{–}8)$$

ECUACIÓN DE MANNING —UNIDADES DEL SISTEMA INGLÉS

$$v = \frac{1.49}{n} R^{2/3} S^{1/2} \quad (14\text{–}10)$$

DESCARGA NORMAL —UNIDADES DEL SISTEMA INGLÉS

$$Q = AV = \left(\frac{1.49}{n}\right) AR^{2/3} S^{1/2} \quad (14\text{–}11)$$

FORMA GENERAL DE LA ECUACIÓN DE FUERZA

$$F = (m/\Delta t)\Delta v = M\,\Delta v = \rho Q\,\Delta v \quad (16\text{–}4)$$

ECUACIONES DE FUERZA EN LAS DIRECCIONES *x*, *y*, Y *z*

$$F_x = \rho Q\,\Delta v_x = \rho Q(v_{2_x} - v_{1_x}) \quad (16\text{–}5)$$

$$F_y = \rho Q\,\Delta v_y = \rho Q(v_{2_y} - v_{1_y}) \quad (16\text{–}6)$$

$$F_z = \rho Q\,\Delta v_z = \rho Q(v_{2_z} - v_{1_z}) \quad (16\text{–}7)$$

VELOCIDAD EFECTIVA Y TASA DE FLUJO VOLUMÉTRICO	$v_e = v_1 - v_0$	**(16–11)**
	$Q_e = A_1 v_e$	**(16–12)**
FUERZA DE ARRASTRE	$F_D = \text{arrastre} = C_D(\rho v^2/2)A$	**(17–1)**
LEY DE STOKES —ARRASTRE SOBRE UNA ESFERA EN RELACIÓN CON EL ÁREA TRANSVERSAL DE LA SECCIÓN	$F_D = \dfrac{12\eta v A}{D} = \left(\dfrac{12\eta v}{D}\right)\left(\dfrac{\pi D^2}{4}\right) = 3\pi\eta v D$	**(17–8)**
FUERZA DE ELEVACIÓN	$F_L = C_L(\rho v^2/2)A$	**(17–10)**
LEY DE LOS GASES IDEALES	$\dfrac{p}{\gamma T} = \text{constante} = R$	**(18–1)**
RAZÓN DE PRESIÓN CRÍTICA	$\left(\dfrac{p_2'}{p_1}\right)_c = \left(\dfrac{2}{k+1}\right)^{k/(k-1)}$	**(18–12)**
VELOCIDAD DEL SONIDO	$c = \sqrt{\dfrac{kgp_2'}{\gamma_2}}$	**(18–13)**
DIÁMETRO EQUIVALENTE PAR UN DUCTO RECTANGULAR	$D_e = \dfrac{1.3(ab)^{5/8}}{(a+b)^{1/4}}$	**(19–1)**
PRESIÓN POR VELOCIDAD DE UN FLUJO DE AIRE (SISTEMA INGLÉS)	$H_v = \left(\dfrac{v}{4005}\right)^2 \text{pulg } H_2O$	**(19–7)**
PRESIÓN POR VELOCIDAD DE UN FLUJO DE AIRE (SI)	$H_v = \left(\dfrac{v}{1.289}\right)^2 \text{Pa}$	**(19–9)**